

### 6.3 Algunas cuestiones o temas de trabajo.

Si en los capítulos anteriores no faltaban temas de posible elaboración en mayor o menor grado, en este capítulo podrían ser sobreabundantes. Entre ellos se contarían todos los relativos a las historias de las lógicas «no-estándar» o de las lógicas «no-matemáticas» que han sobrevivido o han aparecido en la época contemporánea, amén de las cuestiones suscitadas por el propio desarrollo de la lógica estándar. A propósito de éste último sugiero al lector el ejercicio siguiente: pruebe a trazar en el cuadro esquemático del final de § 6.2 -antes de las referencias bibliográficas- algunas líneas o caminos de relación, filiación, influencia, etc; sin descartar, desde luego, la eventualidad de que al ir marcando rutas de comunicación se vea llevado en algún caso a cambiar un lugar o un nombre en el mapa allí representado. Con el fin de precisar un poco tanto esa sugerencia como estas posibles modificaciones, intentaré concretar las nociones de relación, filiación e influencia a que me refiero.

En términos generales: dos textos *están relacionados* si uno cualquiera de ellos cita expresamente el otro. Pueden mediar, así mismo, relaciones implícitas o tácitas, en cuyo caso la existencia de una relación pasaría de ser constatada —a través de la cita— a ser en menor o mayor medida conjeturada. Un texto B guarda una *relación de filiación* con un texto A si ambos pertenecen a un mismo contexto y el texto B toma el texto A como fuente de autoridad o de inspiración para su propio desenvolvimiento —una vez más, se trata de una condición meramente suficiente y la relación puede descansar en referencias expresas o en remisiones tácitas, incluso en sobreentendidos (como, e.g., cuando se dice que la propuesta o la contribución significada por A «flotaba en el ambiente»).

Por ejemplo, Tarski (1936) "Sobre el concepto de consecuencia lógica" alude a la creencia de «muchos lógicos» en que, a la luz del desarrollo de la metodología de las ciencias deductivas, un concepto de derivación o de "demostración formal" definido por un conjunto de contadas reglas formales de transformación o de inferencia podía coincidir en extensión con la noción común de consecuencia y agotar su contenido (vid. trad. c. 1984, p. 179). Sin embargo, todavía no conocemos ningún texto que afirmara expresamente esa creencia. Cabe pensar, entonces, en una «una idea que flotaba en el ambiente» y conjeturar que tal vez viniera implícita entre las expectativas creadas por el programa de Hilbert en el curso de los años 1920. Sea como fuere, la creencia, de existir, pronto se vio desmentida (a partir de Gödel 1931). Por lo demás, tanto el eco como las reacciones generadas por este mentís también se han interpretado como indicios de la presencia tácita y difusa —"anagnórisis", diría un historiador de las ideas— de esa presunción o esa creencia.

Por último, cabe decir que un texto B *está influido* o cae bajo la *influencia* de un texto A si A es un *precedente* de B, en el sentido ya indicado en el cap. 5, § 5,2, y B guarda con A una

relación en la que se dan una o más de las condiciones siguientes: (i) B sigue el formato o el patrón analítico de A (e.g. emplea las nociones avanzadas por A, aplica sus métodos); (ii) B responde a uno o más problemas abiertos por A o se plantea cuestiones derivadas de sus contribuciones o propuestas; (iii) B desarrolla o completa en algún sentido la contribución o las contribuciones reconocidas a A. No será necesario reiterar de nuevo las observaciones hechas a propósito de las relaciones anteriores; por si acaso, repito que estas condiciones no definen la *influencia* ni son necesarias para apreciar influjos en todo caso o bajo cualquier circunstancia y, en fin, pueden obrar de manera expresa, tácita o encubierta.

Al margen de estas nociones, vengamos a los temas y a las cuestiones sustantivas.

Como ya he apuntado alguna cuestión abierta en el curso de la presentación, ahora me limitaré a unas pocas sugerencias distribuidas del modo que ha venido siendo habitual en los capítulos anteriores.

Consideremos, para empezar, el caso (a) de los que tienen unas noticias y unos intereses más bien genéricos.

Un punto que suele ser atractivo es el de la «fundación» de la lógica contemporánea. Puede plantearse en diversos niveles. Por ejemplo, en el plano de su caracterización como un fenómeno evolutivo, innovador o revolucionario. Hay quienes desean hilar fino al respecto y distinguen entre "revoluciones rusas" —e.g. del tipo de la revolución copernicana, madre de la literatura sobre revoluciones en  $H^a$  de la ciencia— y "revoluciones británicas" —de este último tipo son, naturalmente, las que pueden tener lugar en lógica o en matemáticas, cf. D. Gillies 1992, "Introduction", pp. 1-14, y "The Fregean revolution in Logic", pp. 265-305, en Gillies (ed.) 1992, *Revolutions in Mathematics*, Oxford: Clarendon Press. Hay quien, sin embargo, se resiste a considerar que la nueva lógica comportó en su momento un cambio de paradigma o una suerte de revolución en el sentido en que suele hablarse —después de Kuhn 1962 y a pesar de la discreción actual del propio Kuhn al respecto— de "revoluciones científicas", vid. e.g. Grattan-Guinness 1981, p. 504 en particular. Puede que una manera sensata de abordar este escurrido asunto sea estipular una noción o un criterio manejable de «revolución» o de «cambio de paradigma» en este marco. Por ejemplo, la noción general de «cambio de régimen» quizás pueda beneficiarse de unas precisiones como las siguientes:

Una nueva propuesta de análisis lógico  $L^*$ , e.g. la de Frege en *Begriffsschrift*, es un «cambio de régimen» con respecto a otra lógica anterior  $L$ , e.g. la lógica tradicional, si hay

indicadores: [a] internos, del tipo de

[a.1]  $L$  y  $L^*$  son gramaticalmente incongruentes en el sentido de atenerse a categorías lógico-gramaticales irreducibles (e.g. las categorías «sujeto», «cópula», «predicado» de la proposición de  $L$ ; las categorías «argumento», «función», «cuantificador» de  $L^*$ );

[a.2]  $L$  y  $L^*$  no son lógicamente afines en el sentido de que puede haber asertos o argumentos convalidables en  $L$  pero no en  $L^*$  (e.g. casos de subalternación), y a la inversa.

así como [b] externos, del tipo de

[b.1]  $L$  y  $L^*$  se desenvuelven como lógicas subyacentes en dominios dispares;

[b.2]  $L$  y  $L^*$  propician retrospecciones históricas sustancialmente distintas.

[b.3]  $L$  y  $L^*$  acreditan distintas señas de identidad del ejercicio de la lógica.

Los indicadores [a] muestran que  $L$  y  $L^*$  no son mutuamente traducibles: la traducción o la formalización de  $L$  en el lenguaje y el sistema de  $L^*$  resultaría irremediabilmente sesgada (e.g. la versión de una silogística  $L$  como una «lógica de la cuantificación monádica uniforme» no sería una interpretación histórica apropiada, sino una reconstrucción a otros efectos—quizás "racional" en el marco de  $L^*$ , pero no por ello menos sesgada—).

Los indicadores [b] muestran que los usos de  $L$  y de  $L^*$  también dan lugar a concepciones e imágenes de la lógica que pueden revelarse incompatibles.

Pues bien, ¿en atención a todos o algunos criterios como los propuestos, cabe decir que *Begriffsschrift* representa un «cambio de régimen» en la  $H^a$  de la lógica <sup>5</sup>?

El que no esté muy interesado en estos escarceos de la historiografía postkuhniiana, puede moverse en el plano más tradicional de la cuestión: ¿Quién es el progenitor o —si hay indicios genéticos de más de un padre— quién es el responsable principal de la aparición de la nueva lógica contemporánea? Ya he mencionado la existencia de -al menos- tres candidatos nominados: Boole, Frege, Peano. Bueno, ¿qué piensa el lector de sus respectivos méritos?

La candidatura más popular sigue siendo, sin duda, la de Frege. ¿Fue Frege un creador de la nueva lógica sin antecedentes conocidos? Cf. por ejemplo Angelelli 1973, Sluga 1980, Gillies 1992 <sup>6</sup>. En fin, si, como viene siendo costumbre, se considera que la lógica estándar

---

<sup>5</sup> Sobre el paradigma lógico-gramatical fregeano, vid. F. Sommers 1967, "On a Fregean Dogma", en I. Lakatos (ed.) *Problems in the Philosophy of Mathematics*, Amsterdam: North Holland, pp. 47-62 -discusión, pp. 63-81. P.T. Geach (1968), "History of the corruptions of logic", en 1972, *Logic Matters*, Oxford: Blackwell, pp. 44-61 (trad. en *Thémata. Revista de Filosofía*, 2 (1985): 3-15), es una buena muestra de la aplicación retrospectiva y sesgada del paradigma post-fregeano al análisis lógico anterior a Frege.

<sup>6</sup> Por otro lado, no estará de más recordar que el aprecio de la significación y de la influencia de Frege ha sido, en el curso del presente siglo, un tanto variable y hoy en día incluso sigue sujeto a variaciones, vid. Hintikka 1984 (citado en § 6.1 B 2), Thiel 1990, "Must Frege's rôle in the

contemporánea es la viva imagen de la lógica postfregeana, ¿ha sido Frege el único o, siquiera, el principal responsable de esta "lógica postfregeana"?

Pasemos a otro tema que quizás atraiga más a los interesados en la H<sup>a</sup> de las tradiciones o de los programas. En un bello artículo de siete páginas, J. van Heijenoort 1967 ha caracterizado el programa booleano en los términos de una concepción de la lógica como "cálculo" y el programa fregeano en los términos de una concepción de la lógica como "lenguaje". Ambos términos proceden de una utilización sesgada de expresiones de raigambre leibniziana («*calculus ratiocinator*», «*lingua characterica*») por parte de Frege [1883, 1896], cuando intentaba resaltar los méritos de su lógica sobre la de Boole y la de Peano <sup>7</sup>. Luego, en posteriores ensayos sobre la teoría de la cuantificación (1976a, 1976b) van Heijenoort ha estudiado la contribución de estos programas y de sus secuelas a la génesis y desarrollo de la lógica estándar. Hoy, sin embargo, algunas de las propuestas interpretativas de van Heijenoort han de revisarse y matizarse, e.g. a la luz de Goldfarb 1979, Grattan-Guinness 1981 o Moore 1987 y 1988. ¿En qué sentido o sentidos, a juicio del lector <sup>8</sup>? ¿Cabría pensar que los diferentes programas de Boole y Frege, amén del tercero en discordia, Peano y su "escuela", dan lugar a lógicas o formas de análisis lógico varias y diversas?

Una última cuestión dirigida a quienes tengan inquietudes historiográficas generales sobre la manera de escribir la historia. Según A. Deaño:

«Cabe decir que el trabajo de Łukasiewicz en torno a la historia de la lógica de proposiciones es a la historiografía lo que la *Begriffsschrift* de Frege es a la teoría lógica misma. La obra de Frege supone la primera presentación sistemática de lo que hoy llamamos lógica formal y hacer historia de la lógica es imitar el ejemplo que Łukasiewicz dio en 1934.» ["Presentación"

---

History of Philosophy and Logic be rewritten?", en I. Angelelli, A. D'Ors (eds.), *Estudios de Historia de la Lógica*, Pamplona, pp. 571-584.

<sup>7</sup> Vid. van Heijenoort, art. c., notas 1 y 3. Frege consideraba que la lógica de Boole era un *calculus ratiocinator*, no una *lingua characterica*, mientras que la lógica matemática de Peano era ante todo una *lingua* y subsidiariamente un *calculus*. Su *Begriffsschrift*, en cambio, hacía justicia a ambos aspectos del análisis lógico, esto es, al cálculo proposicional, plano en el que movería la lógica booleana, y a una notación perspicua de la teoría de la cuantificación como la pretendida por Peano, que además mejoraba la deficiente técnica deductiva de éste.

<sup>8</sup> Sobre esta cuestión y la anterior pueden verse la introducción de P. Castrillo 1993, *Los precursores británicos...* (cf. § 6.1 A/2) y mi reseña "Rescatando textos olvidados y papeles inéditos", *Éndoxa*, 4 (1994): 281-298; en su segunda parte, sobre la edición de F. Rodríguez Consuegra 1994 (cf. 6.1 B/1), planteo otro tipo de problemas abiertos en torno a Gödel.

de su edic. de J. Łukasiweicz, *Estudios...* (Madrid, 1975), p. 18]

Al margen del valor sintomático de esta declaración —en la línea retrospectiva del indicador [b.2], *supra*—, ¿adivina el perspicaz lector alguna otra relación más íntima que una analogía proporcional entre las contribuciones lógica de Frege e historiográfica de Łukasiewicz? Una pista: recuerde el estilo o modelo "moderno" de H<sup>a</sup> de la lógica (cap. 2, § 2.3).

Consideremos ahora el caso (b) de los que tienen una formación o unos intereses relativamente específicos.

Si esta formación e intereses tienen que ver con la H<sup>a</sup> y la F<sup>a</sup> de las matemáticas, cabe tomar en consideración las cuestiones ya apuntadas tras el esquema sobre lógica y fundamentos de matemáticas, **6.1 B**.

Si esta formación e intereses tienen que ver con otra frontera interdisciplinaria no menos transitada en el cultivo actual de la lógica, la F<sup>a</sup> del lenguaje, me remitiré a las cuestiones suscitadas más adelante, a partir de otro posible esquema o cuadro histórico general de nuestra lógica contemporánea —vid. esquema sobre lógica y lenguaje, en (c)—. En cualquier caso, este puede ser el momento más indicado para sacar a escena las historias de algunas lógicas comúnmente consideradas «no estándar». Naturalmente, la noción de una lógica «alternativa» o «no estándar» no podrá ser mucho más precisa que la noción correlativa de «lógica estándar»: ésta es, a fin de cuentas, la que suele obrar como juez y parte en los litigios de caracterización y demarcación, debido tanto a su hegemonía histórica e institucional como a sus presuntas virtudes sistemáticas. Pero al margen de la discusión sobre estos asuntos <sup>9</sup>, podemos destacar aquí dos casos especialmente notorios y afamados: [I] el de la lógica *polivalente* (multivalente) y [II] el de la lógica *modal*.

[I] La lógica polivalente no ha tenido que esperar a un inquieto lector de hoy mismo para ir haciéndose una historia. Łukasiewicz, en el curso de los años 1920, ya había hecho algunas sugerencias en este sentido, en particular a cuenta de la presunta trivalencia de Aristóteles, (*Peri hermeneias* [*Sobre la interpretación*], 9, 18a28-19b4, al tratar con enunciados sobre

---

<sup>9</sup> Puede verse una introducción panorámica en el ya citado Vega 1987, II, D c. 3, pp. 145 ss. Las señas de diversificación entre lógicas «alternativas» apuntadas en el § 3.2.2 (no afinidad, divergencia, suplementación, replicación, rivalidad, complementariedad) también pueden ponerse a prueba o emplearse para la interpretación y la discriminación históricas.

acontecimientos futuros contingentes), y a cuenta de la presunta bivalencia de la lógica crisípea comprometida con el determinismo. Unos cuarenta años después, N. Rescher 1969, *Many-Valued Logic*, New York/Toronto: McGraw Hill, lograba dar a esta Historia una especie de armazón básico (c. 1, "A Historical Conspectus of Many-valued Logic", pp. 1-16. Más recientemente, A. Dumitriu 1977, *History of Logic* (edic. c., cf. cap. 2; vol. IV, ch. LIII, pp. 145-181) y J. Velarde 1989, *Historia de la lógica*, Apéndice, pp. 409-417, han rellenado partes del esquema de Rescher. Velarde también precisa dos principales fuentes de inspiración de las variantes polivalentes, motivos de orden filosófico y desarrollos del punto de vista algebraico de la lógica. El armazón en cuestión es el siguiente:

*1ª Fase.* "Prehistoria" o "precursores": Aristóteles, estoicos, lógicos medievales [J. Duns Scoto y Ockham], postmedievales como P. de Rigo [Lovaina, s. XV].

*2ª Fase: 1875-1916.* "Historia inicial" o "fundadores": S. MacColl 1897, 1900-1901; Peirce 1902-1909; N. Vasil'ev 1910-1914 (cf. e.g. G. Kline 1965, "N.A. Val'ev and the Development of Many-Valued Logics", en A.T. Tymieniecka (ed.) 1965, *Contributions to Logic and Methodology in Honor of J.M. Bocheński*, Amsterdam, pp. 315-326).

*3ª Fase: 1920-1932.* "Era de los pioneros": J. Łukasiewicz 1920; E.L. Post 1921.

*4ª Fase: 1932-1965.* "Periodo reciente". Desarrollos de la 2ª generación de la escuela polaca (Wajsberg, Tarski, Sluplecki, Sobociński; J.B. Rosser y A.R. Turquette 1952. En otras líneas de investigación y desarrollo: S.C. Kleene 1938; D.A. Bochvar 1939 y 1943; R. Feys 1937-1938; A.N. Prior 1955; A.A. Zinov'ev 1963; N. Rescher 1964. Son algunas referencias entre otras muchas contribuciones existentes. El citado Rescher 1969 incluye, dentro de su amplia bibliografía, ch. 4, pp. 236-331, un inventario cronológico desde McCall 1877-1878 hasta Secker 1965.

En los años 60, al tiempo que las lógicas polivalentes adquirían madurez sistemática, se planteaban la cuestión de su sentido lógico y de su rendimiento analítico. L. Zadeh 1965, "Fuzzy Sets", *Information and Control*, **8**: 338-353, abrió la perspectiva de los conjuntos «borrosos» que fue dando lugar a una inflexión desde las lógicas polivalentes tradicionales hacia las nuevas lógicas «difusas», a las que una de las cosas que menos se les podría reprochar es precisamente la falta de aplicaciones.

Puede verse una introducción panorámica en el mismo J. Velarde 1991, *Gnoseología de los sistemas difusos*, Oviedo: Servicio Public. Univ. de Oviedo, con abundante bibliografía (pp. 143-217). Del crecimiento exponencial de las publicaciones en este ámbito, pueden dar idea, por un lado, los casi 1800 títulos recogidos en A. Kandel, R.R. Yager 1979, "A 1979 bibliography on fuzzy sets, their applications and related topics", en M.M. Gupta, R.K. Ragade, R.R. Yager (eds.), *Advances in Fuzzy Set Theory and Applications*, Amsterdam: North Holland, 1979, pp. 621-744; y por otro lado, los sucesivos inventarios de D. Dubois, H. Prade sobre la literatura

aparecida en la década de los 80, en *Fuzzy Sets and System*, **18** (1986): 187-193; **30** (1989): 345-357, **32**: 239-243, 369-374; **33**: 261-273, 397-403.

En suma, si el lector quisiera hacer trabajo historiográfico sobre este campo, podría encontrarse tanto con zonas vírgenes o apenas visitadas (antes de los años 1930, pongamos por caso), como con zonas superpobladas (desde los años 60, digamos, y hoy especialmente en las playas abiertas al océano de las lógicas algebraicas): es una gama de ofertas que consideraría ideal cualquier agencia de viajes.

[II] Si las lógicas polivalentes y difusas pueden hoy presumir de la extensión de sus proyecciones y aplicaciones, las lógicas modales tienden a hacer valer su profundidad y su raigambre filosófica. En todo caso, la lógica modal parece ser demasiado rica en historias para acomodarse a un sencillo esquema de evolución y de variación histórica.

Baste recordar unos cuantos estudios notables sobre su pasado histórico. Época antigua (cf. **3.2**): Hintikka 1973, van Rijen 1989, Wieland 1972 y 1975; Bobzien 1986, M. Mignucci 1978 "Sur la logique modale des stoïciens", en Brunschwig 1975, pp. 317-346. Época medieval: N. Rescher 1966, *Temporal Modalities in Arabic Logic*, Dordrecht: Reidel; Knuutila 1993 (cf. **4.2**), S. Knuutila 1982, "Modal logic", en *CHLMP*, pp. 342-357; C. Normore 1982, "Future contingents", *CHLMP*, pp. 358-381. Época moderna (cf. **5.2**): Knuutila (ed.) 1988, Mates 1968. En general: A.N. Prior 1955, *Formal Logic*, Oxford: Clarendon Press, 1962<sup>2</sup>, III.1, pp. 185-220; E.J. Lemmon 1977, *An Introduction to Modal Logic* [edic. póst. de K. Segerberg de las "Lemmon Notes" y colab. de D. Scott], Oxford: Blackwell/Amer. Philos. Quart. 11, "Historical Introduction", pp. 1-12; S. Knuutila (ed.) 1981, *Reforging the Great Chain of Being. Studies in the History of Modal Theories*, Dordrecht/Boston: Reidel; G. Corsi, C. Mangione, M. Mugnai (eds.), 1989, *Atti del Convegno Intern. di Storia della Logica. Teoria della modalità*, Bologna: Clueb. En español, pueden verse las historias generales, *passim*; Kneale, 1972 edic. c., en especial.

No obstante, la lógica modal contemporánea, que nace y se desarrolla al paso del s. XX, no deja de prestarse a algunos esquemas reconstructivos y clasificatorios. Por una parte, cabe reconocer la existencia de ciertas cuestiones y contribuciones capitales, como:

(a) Las cuestiones en torno a la caracterización modal de la relación de *implicación* que obra en la deducción lógicamente válida (e.g. su connotación de necesidad).

Inicialmente suscitadas por C.I. Lewis 1912, "Implication and the algebra of logic", *Mind*, **21**: 522-531, y desarrolladas por el propio Lewis 1918, 1932 (cf. § **6.2.1**), hasta dar lugar a la familia axiomática de los sistemas *S*.

(b) La consideración de la doble perspectiva semántica «extensional» e «intensional (modal)» del análisis lógico.

En este caso, el pionero fue el Carnap de los años 40; en especial, Carnap 1947, *Meaning and Necessity. A Study in Semantics and Modal Logic*, Chicago: The University of Chicago

Press, 1956 2ª edic. ampliada, reimp. post.

(c) El desarrollo de una semántica peculiar de la lógica modal tanto en relación con sus supuestos técnicos (algebraicos y teórico-modelistas), como en relación con sus proyecciones conceptuales y filosóficas.

Hay, en este caso, varias contribuciones de los años 50 que podrían considerarse seminales, e.g. desde E. Jónsson, A. Tarski 1951, "Boolean algebras with operators. Part I", *Amer. Journal of Mathem.*, **73**: 891-939 hasta S.A. Kripke 1959a, "A completeness theorem in modal logic", *The Journal of Symbolic Logic*, **24**: 1-14, y 1959b "Semantical analysis of modal logic", *Ibd.*, pp. 323-324. Sin embargo, los acontecimientos de mayor repercusión tienen lugar más bien en la década siguiente, por ejemplo: S.A. Kripke 1963, "Semantical Consideration on Modal Logic", *Acta Philosophica Fennica*, **16**: 83-94 (trad. de P. Castrillo en Castrillo, Vega (eds.) 1984, *Lecturas de Lógica II*, pp. 386-408.

Por otra parte, cabe disponer de un cómodo esquema de las tradiciones y tendencias concurrentes en la configuración contemporánea de la lógica modal como área especializada y normalizada (i.e. no sólo como campo de investigación sino como objeto de aprendizaje regular y de exposición sistemática en manuales). El esquema es el propuesto por R. Bull y K. Segerberg 1984, "Modal Logic", en D. Gabbay, F. Guenther (eds.) 1984, *Handbook of Philosophical Logic. II, Extensions of Classical Logic*, Dordrecht/Boston: Reidel; II.2, pp. 2-16 en particular. Según este esquema, las grandes tradiciones involucradas son tres:

- la *sintáctica* (e.g. en la línea de Lewis 1918, 1932; o de G. von Wright 1951, *An Essay in Modal Logic*, Amsterdam [trad. de A.A. Demarchi, Buenos Aires: Rueda, 1970]);

- la *algebraica* (e.g. a partir de la noción abstracta de matriz inspirada en el análisis polivalente de Łukasiewicz; en la línea de J.C.C. McKinsey 1948, "Some theorems about the sentential calculi of Lewis and Heyting", *The Journal of Symbolic Logic*, **13**: 1-15; o de Jónsson, Tarski 1951; o de H. Rasiowa 1974, *An Algebraic Study of Non-classical Logics*, Amsterdam: North Holland);

- la *teórico-modelista* (e.g. en las prefiguraciones de Carnap 1947 y de Prior 1957, *Time and Modality*, Oxford: Clarendon Press; en desarrollos a partir de Kripke 1963; en otras líneas como Hintikka 1963, "The models of modality", *Acta Philosophica Fennica*, **16**: 65-82.

A estas tradiciones cabe sumar otras contribuciones que no han dejado de abrir nuevas vías y perspectivas (e.g.: Gödel 1933 [cf. § 6.2.1]; J.C.C. McKinsey 1945, "On the syntactical construction of modal logic" *The Journal of Symbolic Logic*, **10**: 83-96).

Por último, convendría destacar el giro metalógico desde el análisis sintáctico o semántico de sistemas modales hacia el análisis de familias de tales sistemas, que hoy parece orientar el trabajo en lógicas modales. Si se quiere marcar una inflexión decisiva en este sentido, cabe atribuirle al influjo de las notas de Lemmon durante los años 70, antes de ser editadas por K. Segerberg con contribuciones de D. Scott en el ya citado Lemmon 1977, *An Introduction to Modal Logic*, Oxford: Blackwell/American Philos. Quarterly [11] Pero también conviene tener en cuenta otras

contribuciones que venían abonando el terreno: de hecho, el desarrollo de las investigaciones actuales en las lógicas modales y sus varias áreas fronterizas discurre de modo arborescente no sólo por distintas ramas, sino a partir de diversas raíces.

En suma, al lector interesado en esta área y en sus diversas subáreas actuales, le aguardan no pocos temas de relieve histórico necesitados de tratamiento historiográfico. No sólo cabe ir rellenando huecos sino que además conviene ir poniendo a prueba los esquemas. La lógica modal misma todavía carece de una historia general propiamente dicha (es decir: de una historia hecha a partir de las monografías disponibles sobre algunos autores y épocas, pero entretrejida tanto más allá de los tanteos y ensayos preliminares con tijeras y engrudo, como más allá de los esquemas introductorios habituales en las presentaciones de esta área).

Consideremos, en fin, el caso (c) de los que desearían hacer investigaciones historiográficas concretas o mejorar las reconstrucciones existentes.

Para empezar, el hecho de tratarse de la lógica contemporánea invita en pensar en investigaciones de legados, archivos, papeles y correspondencia inédita. En algunos casos, como los de Hilbert y la escuela de Gotinga, Russell, Gödel, hay facilidades institucionales. En otros casos, diversas circunstancias de orden general —e.g. la tendencia de muchos lógicos europeos de los años 30, en tierras del III Reich, a tener ascendencia judía, con su consiguiente desaparición o diáspora; el impacto arrasador de la 2ª Guerra Mundial sobre Centroeuropa, con la consiguiente pérdida de papeles y archivos—, e incluso de orden personal, crean considerables dificultades. En cualquier caso, la edición y la revisión de inéditos es una obra no sólo gratificante y caritativa, sino imprescindible. [Y aún lo es más si se trata de ediciones en español, lengua poco agraciada por la Historia de la Lógica]

Pero, desde luego, estas labores de documentación y edición no agotan nuestras posibilidades de hacer historia de la lógica contemporánea. Dos circunstancias peculiares del momento actual de la lógica y de su situación académica contribuyen decisivamente a ampliar el panorama de los trabajos historiográficos pendientes. Una es la creciente complejidad y diversificación del contenido de la disciplina y de sus relaciones con las diversas disciplinas vecinas. La otra es su progresiva extensión e institucionalización.

Veamos alguna muestra de lo que quiero sugerir.

Por lo que concierne a la complejidad y diversificación en el seno de la disciplina, el reciente desarrollo de la llamada «Provability Logic [lógica de la demostrabilidad]» puede ser

ilustrativo. Aun partiendo de Gödel 1931 —punto de referencia obligado desde el que el siglo cumple su primer tercio—, nace casi inopinadamente de la propuesta (Henkin 1952) y de la solución (Löb 1955) de un puzzle técnico. Va madurando posteriormente, en el curso de los años 70, al hilo de otros desarrollos colaterales de problemas más sustantivos, tanto en relación con el análisis de la modalidad y de la autorreferencia, como en relación con el estudio de álgebras diagonalizables. Y, en fin, a principios de los 90 cobra la plena forma sistemática de Boolos 1993 al tiempo que cunden las sospechas sobre su significación e importancia —puede que hoy basten 30 años para cerrar un ciclo—. Por otro lado, en el curso de este desarrollo no deja de reproducir fenómenos típicos de los procesos actuales de investigación en cualquier ciencia de nuestro tiempo: influencias no sólo francas sino tácitas, descubrimientos múltiples independientes y más o menos simultáneos, colegios invisibles (núcleos informales de comunicación de pre-prints y de resultados), centros dispersos (en Holanda, Italia, USA), encuentros personales ocasionales y, en fin, canales institucionales de comunicación y de reconocimiento mutuo.

Me remito a las citas dadas en L. Vega 1995, "Demostraciones clásicas", *Theoria*, **24**: 79-101, pp. 96-99 en particular. Dos textos capitales son L. Henkin 1952, "A problem concerning provability", *The Journal of Symbolic Logic*, **17/2**: 160; M. Löb 1955, "Solution of a problem of Leon Henkin", *The Journal of Symbolic Logic*, **20/2**: 115-118. Tres informes básicos acerca de esta corta historia son: C. Smoryński 1981, "Fifty years of self-reference in arithmetic", *Notre Dame Journal of Formal Logic*, **22**: 357-374; Smoryński 1991, "The development of self-reference: Löb's theorem", en T. Drucker (ed.) 1991, *Perspectives on the History of Mathematical Logic*, Boston/Basel/Berlin: Birkhäuser, pp. 110-133; G. Boolos, G. Sambin 1993, "Provability: the emergence of a mathematical modality", *Studia Logica*, **50**: 1-23. Los dos primeros son más técnicos; el tercero tiene un aire más biográfico.

La investigación actual en diversos sectores o subsectores del ancho campo de los estudios lógicos puede deparar muchas ocasiones más o menos parecidas de ensayar historias.

Consideremos ahora otra muestra en la que pesen más los factores y aspectos de carácter institucional que los motivos de desarrollo interno. Busquemos además un tema sumamente accesible y próximo. Bien, puede que ningún asunto de esas características nos resulte, al menos en principio, tan familiar y tan cercano como la introducción e implantación de la lógica contemporánea en España.

Aventuraré el esquema más simple capaz de responder a algunos informes disponibles sobre el particular.

(A) Introducción de la lógica matemática: años 1890 y ss. —quizás a partir de la fundación de

la revista *El progreso matemático* por parte de García Galdeano en 1891, Zaragoza—. Cf. J. Velarde 1992, "Panorama de la lógica en España", *Theoria*, **VIII/16-17-18**: 339-345.

Material representativo: manuales (e.g. las introducciones de J.D. García Bacca, Barcelona 1934, 1935; revistas, como la ya mencionada *El Progreso Matemático*, la *Revista de la Sociedad Matemática Española* (1911) transformada desde 1919 en *Revista Matemática Hispano-Americana*, la *Matemática Elemental* (1931) luego titulada *Gaceta Matemática*; discursos académicos; hojas de servicios y de méritos, correspondencia privada. Vid. el uso de material de este tipo en J.A. del Val 1973, "Los escritos lógicos de Ventura Reyes y Prósper (1863-1922)", *Teorema*, **III/2-3**: 315-354 (con la edición de algunos escritos).

(B) Reintroducción e implantación de la lógica contemporánea: años 1940 y ss.

La visión panorámica más completa es la ofrecida por V. Muñoz Delgado (1980), "Para la historia de la lógica en España (1939-1969)", en *Actas del II Seminario de Historia de la Filosofía Española [Salamanca, 1980]*, Salamanca: Edic. Univ. de S., 1982; pp. 213-328.

Cf. así mismo los informes de M. Garrido 1972, "La lógica matemática en España (1960-1970)", *Teorema*, **6**: 119-132, y de R. Fernández (1980), "Mapa actual de la lógica en España", en *Actas II Sem. Hª Fil. Española*, o.c., pp. 329-348 —concebido como una especie de continuación del informe anterior, que a su vez gira en torno a los años 70—.

Un tono más personal y una visión más pendiente de orientaciones y tendencias se aprecian en A. Deaño (197 ?) "El desarrollo de la lógica en España durante los últimos años", en la edic. póst. de J. Muguerza y J. Hernández, 1983, *El resto no es silencio*, Madrid: Taurus; y en E. de Bustos 1992, "La evolución de la lógica y la filosofía del lenguaje en la filosofía española después de Ortega y Gasset", *Theoria*, **VIII/16-17-18**: 327-338.

Material representativo: manuales y publicaciones monográficas; traducciones, reseñas y otras muestras de recepción; revistas, en particular *Theoria* [1952-1955], *Teorema* [1971-1984], *Theoria* [Segunda época, 1985 ss.], entre otras menos especializadas; material administrativo (curricula, etc.) y académico (tesis, memorias); congresos, ciclos y cursos. Esta historia puede beneficiarse además no sólo de las tradicionales fuentes institucionales de información y documentación (planes de estudios, distribuciones de puestos, etc.), sino de nuevas fuentes, como el *Boletín informativo* de la sección recién creada (1993) de la Sociedad de Lógica, Metodología y Filosofía de la Ciencia, en España —e.g., los nn. 4 y 5, mayo y octubre de 1994, recogen la presentación en sociedad de los miembros, i.e. sus publicaciones desde 1990; los boletines también dan cuenta de proyectos en curso, líneas de trabajo, etc.

Restaría, en fin, considerar las relaciones de la lógica contemporánea con su medio de cultivo interdisciplinario. Un caso al que no he prestado atención es el de sus relaciones con el análisis y la filosofía del lenguaje. Esta ausencia puede ser llamativa para quienes se han educado

en la filosofía analítica, una de las fuentes principales de aculturación filosófica en España —la principal en el área de Lógica— durante esta segunda mitad del siglo. Si ha quedado para el final es porque puede sugerir cuadros generales de la lógica contemporánea bien distintos, quizás complementarios, del antes presentado en § 6.2. Valga como ejemplo el esquema siguiente.

### UN ESQUEMA SOBRE LÓGICA Y LENGUAJE

I. Métodos lógico-matemáticos	II. Análisis semántico	III. Lingüística
[Paradojas y antinomias Tradiciones algebraicas y de abstracción formal]	<p>[A]</p> <p>Frege (1891-1894): - lenguaje lógico <b>versus</b> natural - sentido/referencia</p> <p>Russell 1905: - forma lógica <b>vs.</b> gramatical</p> <p>Wittgenstein 1921-22: - mostrar <b>vs.</b> decir</p>	[Peirce: semiótica]
Ajdukiewicz 1935	<p>Carnap 1934 (1947<sup>2</sup>): - sintaxis lógica</p> <p>Tarski 1933-36: - verdad - semántica científica</p> <p>Carnap 1947: - extensión/intensión</p>	[Morris 1938: - semiótica pura/descriptiva]
Kemeny 1948 Tarski 1954: - teoría de modelos	Pap 1958 Martin 1958, 1959	<p>[B]</p> <p>Strawson 1950: - lógica y lenguaje</p> <p>Chomsky 1957 ...</p>
Montague 1955...(1974): - enfoque metamatemático		[C] lógica <b>en</b> el lenguaje
Gramáticas formales (autómatas) Semánticas formales	Davidson 1967, 1970: - <i>T-cond.</i> en el significado	Lakoff 1972: - cuantificación en el lenguaje.

El esquema refleja las urdimbres de las relaciones entre lógica y lenguaje (matemática, semántica, lingüística) y algunas tramas que se entretajan sobre ellas: [A] de contraposición entre la precisión lógica y la ambigüedad de la gramática ordinaria, o de regimentación formal del lenguaje; [B] de reconocimiento y distribución de ámbitos propios; [C] de inmersión de las condiciones tarskianas de verdad o de la cuantificación en el lenguaje.

El esquema sólo viene a ilustrar otro enfoque histórico posible del complejo mosaico de nuestra lógica contemporánea. De entrada, nos lleva a considerar ciertas fuentes y otra literatura secundaria que antes habían quedado postergadas u olvidadas.

Entre esas fuentes se encuentran algunas ya mencionadas en § 6.2 (Frege 1891-1894, Wittgenstein 1921-1922, Tarski 1933-1936, Carnap 1934, Kemeny 1948, Tarski 1954), amén de otras nuevas. Por ejemplo: Russell 1905, "On denoting", *Mind*, **14**: 479-493 [recogido en Russell 1956, trad. 1966 pp. 53-74, y en varias antologías, e.g. en Simpson (comp.) 1973]; Birkhoff 1935, "On the structure of abstract algebra", *Proceedings of Cambridge Philosophical Society*, **31**: 433-464; Ajdukiewicz 1935, "Die syntaktische Konnesität", *Studia Philosophica*, **1**: 1-27 [versión inglesa en McCall (ed.) 1967, pp. 207-231]; Ch. Morris 1938, *Foundations of the Theory of Signs. [Intern. Encyclopedia of Unified Science, I. 2]* Chicago [trad. en México: UNAM, 1958, y Barcelona: Paidós, 1985]; Carnap 1947, *Meaning and Necessity*, Chicago; P.F. Strawson 1950, "On referring", *Mind*, **59**: 320-344 [recogido en varias antologías, e.g. Simpson (comp.) 1973, pp. 57-86]; Strawson 1971, *Logico-Linguistic Papers*, London [compilación de trabajos 1950-1969]; Chomsky 1957, *Syntactic Structures*, The Hague: Mouton; A. Pap (1958), *Semántica y verdad necesaria*, trad. C.N. Molina, México: FCE, 1970; R.M. Martin (1958) *Verdad y denotación*, trad. C. Piera y V. Sánchez de Zavala, Madrid: Tecnos, 1962; R.M. Martin 1959, *Toward a systematic Pragmatics*, Amsterdam; R. Montague 1974, *Formal Philosophy. Selected Papers of Richard Montague*, edic. de R.H. Thomason de trabajos 1955-1973 [trad. selectiva de D. Quesada, Madrid: Alianza, 1977]; D. Davidson 1967, "Truth and Meaning", *Synthese*, **17**: 304-323, recogido en su compilación de trabajos 1965-1981 *Inquiries into Truth and Interpretation*, London, 1984 [hay trad. en Barcelona: Gedisa, 1990, no muy afortunada]; G. Lakoff 1972, "Linguistics and natural logic", en G. Harman, D. Davidson (eds.) 1972, *Semantics of Natural Language*, Dordrecht: Reidel, pp. 545-665.

Abundan las compilaciones y antologías de textos relevantes en esta perspectiva. Una compilación reciente es la de J.L. Garfield y M. Kiteley (eds.) 1991, *Meaning and Truth: Essential Readings in Modern Semantics*, New York: Paragon House. Ejemplos de antologías de textos traducidos pueden ser: T.M. Simpson (comp.) 1973, *Semántica filosófica: problemas y discusiones*, Buenos Aires: Siglo XXI —en especial, parte I, pp. 1-118; y V. Sánchez de Zavala (comp.), 1974, *Semántica y sintaxis en la lingüística transformatoria*, Madrid: Alianza, como muestra de los trabajos y las discusiones en la otra acera, la lingüística. L.M. Valdés (comp.) 1991, *La búsqueda del significado*, Madrid: Tecnos, recoge textos de nuevas orientaciones, en especial pragmáticas, no consideradas en el esquema.

Por último y con el fin de no multiplicar aquí las referencias a la literatura secundaria, me remitiré a las recogidas en E. de Bustos 1987, *Filosofía contemporánea del lenguaje I. (Semántica filosófica)*, Madrid: UNED, y 1992, *Filosofía contemporánea del lenguaje II. (Pragmática filosófica)*, Madrid: UNED. Una muestra de la supervivencia del planteamiento tradicional —que también subyace en el esquema—, entre nosotros, es M. Garrido (ed.) 1989,

*Lógica y lenguaje*, Madrid: Tecnos.

Como acabo de sugerir, el cuadro presentado se hace eco de un planteamiento tradicional de las relaciones entre lógica y lenguaje más vigente en los años 50-60 que en nuestros días. No constituye, por tanto, la única hipótesis de reconstrucción histórica posible en esta perspectiva de la lógica contemporánea. Los mismos años 1960 ya deparaban otra directriz historiográfica: la que discurría al hilo de una evolución marcada por los desplazamientos desde la sintaxis hasta la semántica y desde ésta hacia la pragmática. Una muestra en esta dirección es L. Apostel 1969, "Syntaxe, sémantique, pragmatique", en J. Piaget (dir.) 1969, *Logique et connaissance scientifique*, Paris: Gallimard, pp. 290-311. Posteriormente han ido apareciendo nuevos puntos de vista capaces de inspirar otras nuevas conjeturas retrospectivas. Bastará mencionar, por citar un ejemplo, el que ha inspirado a M. Meyer 1982, *Logique, langage et argumentation*, Paris: Hachette.

En suma, creo haber puesto a disposición del lector interesado en algún grado (a), (b) o (c) no sólo unos materiales y algunos patrones tradicionales para comprender la H<sup>a</sup> de la lógica contemporánea o para armar sus propias historias al respecto, sino nuevas fuentes de conjeturas tanto en uno como en otro sentido. Cuál sea su mejor opción —incluida la de no atenerse precisamente a dichas sugerencias— es algo que, como siempre, queda a su criterio.

#### **6.4 Notas para ir armando una historia del análisis de la consecuencia lógica.**

Hoy podemos entender que el análisis de la relación de consecuencia (re)nace en nuestro tiempo bajo el análisis de diversas constelaciones de nociones asociadas, cuando menos tres. Una gira en torno a las nociones tradicionales, epistemológica o cognitivamente cargadas, de racoamiento o de inferencia —como muestra, baste citar a W.E. Johnson 1922, *Logic. Part II*, Cambridge (reimp. New York: Dover, 1964)—. Otra tiene que ver con el estudio inicial de la deducción y de las relaciones entre consistencia e independencia, emprendido por Peano, Pieri, Padoa —sería interesante comprobar si hay o no indicios de alguna posible vinculación o filiación entre esta orientación y un interés de la escuela polaca por la metodología deductiva como el que se despierta en Ajdukiewicz 1920 (cf. § 6.2.1), diez años antes de los trabajos capitales de Tarski 1930 en este ámbito. Por último, la tercera constelación es la caracterizada por el relieve que cobra la noción de *implicación*, una noción que tampoco resultará ajena a la tradición en torno

a la inferencia. De las ambigüedades y de la multiplicidad de contextos de uso de esta noción no podía esperarse sino problemas. Y de hecho, al principio, no dejó de provocar cierta confusión y algún que otro problema. Otra fuente de discusión eran algunas paradojas informales como la propuesta por el ingenioso Lewis Carroll 1894, "A Logical Paradox" (trad. en *El juego de la lógica*, edic. A. Deaño, Madrid: Alianza, 1972, pp. 145-149), que suscitó inmediatas respuestas (e.g. de A. Sidgwick y W.E. Johnson 1984 en la misma revista, *Mind*, III/12: 582 y 583 respectivamente).

Partamos, por ejemplo, de Russell 1903, *The Principles of Mathematics* (c. III: "Implication and formal implication", edic. c., pp. 33-41; —también sensible a las paradojas de Carroll—). Allí asegura que en toda deducción se dan dos tipos de implicación, «material» y «formal». Empieza diciendo: «la relación en virtud de la cual no es posible inferir válidamente es la que llamo implicación material» (p. 33), pero luego la explica en los términos de lo que hoy llamaríamos un condicional veritativo-funcional con los corolarios de que cualquier proposición falsa implica cualquier otra proposición y cualquier proposición verdadera es implicada por cualquier otra proposición (p. 34). Por otro lado, la implicación formal se explica por referencia no ya a proposiciones o aserciones sino a funciones proposicionales y parece consistir en un condicional veritativo-funcional generalizado; «una implicación formal, dijimos, es la afirmación de todas las implicaciones materiales de cierta clase» (p. 41). Los lectores de hoy verán en este planteamiento las consecuencias de no distinguir entre una composición proposicional condicional de la forma " $P \rightarrow Q$ " [o de la forma " $\forall x (Px \rightarrow Qx)$ "], en suma: un condicional veritativo-funcional "si ..., entonces ...", y una aserción metalingüística del tenor de "la proposición 'P' implica la proposición 'Q'"; dicho de otro modo, entre el uso y la mención de las proposiciones involucradas. Los lectores de entonces leyeron más bien otras cosas.

Por ejemplo: H. MacCall 1908 se fundó en otro corolario asombroso de la noción de Russell, a saber: la consecuencia de que dadas dos proposiciones cualesquiera, ha de haber una que implique la otra, para sostener que la implicación debía envolver alguna necesidad o constricción, de modo que si  $\alpha$  implica  $\beta$ , entonces la conjunción de  $\alpha$  (o de la verdad de  $\alpha$ ) con la negación de  $\beta$  (o con la falsedad de  $\beta$ ) es imposible o siempre resultará falsa ("If and 'imply'", *Mind*, 17: 151-152); C.I. Lewis 1912, estimulado a su vez por las paradójicas secuelas de la «teoría de la deducción» de *PM*, propuso como alternativa la noción expresamente modalizada de *implicación estricta* ("Implication and the algebra of logic", *Mind*, 21: 522-531). Años más tarde, Johnson 1922 (*Logic, II*, pp. xvi-xvii), al distinguir entre proposiciones primarias y proposiciones secundarias, o proposiciones que hablan de alguna característica de las proposiciones primarias, se aproxima a nuestra consideración del condicional como un nexo lingüístico y de la implicación como una relación metalingüística. El mismo Johnson fue al parecer

el que acuñó la expresión «paradoxes of implication» para referirse a las curiosas secuelas del análisis russelliano.

Posteriormente, ha venido a ser una cita tan tópica como discutida la sugerencia de Quine de que la lógica modal contemporánea, nacida de las propuestas de Lewis acerca de la implicación estricta, «fue concebida en pecado: el pecado de la confusión entre uso y mención» (cf. su 1966, *The Ways of Paradox and Other Essays*, New York: Random House, p. 175). Quine confirma allí mismo que se trata no de una maldición genética, en el sentido de que la lógica modal requiera o suponga dicha confusión, sino de una puntualización histórica: se remite al uso russelliano de «si-entonces» e «implica». ¿Qué piensa Ud. sobre el particular? Hay observaciones atinadas al respecto en D.H. Sanford 1989, *If P, then Q. [Conditionals and the Foundations of Reasoning]*, London/New York: Routledge, pp. 64-68.

En todo caso, estos primeros escauceos con la idea de implicación han sido luego más fecundos para el desarrollo de la lógica modal, gracias a la mediación de Lewis 1918, 1932, que para el análisis de la relación de consecuencia. El mismo Lewis alumbró en 1932 la idea de la viabilidad de múltiples sistemas lógicos alternativos en función de la existencia de una multitud [«an indefinitely large number»] de relaciones de implicación, cada una de las cuales resulta perfectamente capacitada para el análisis de la inferencia y la sistematización de la deducción ("Sistemas lógicos alternativos", en Vega 1984, edic. c., p. 170). De paso, sugirió una de las fuentes de nuestros problemas no ya sólo con la complicada noción de implicación sino en el ámbito general de las nociones asociadas, incluido el concepto de consecuencia lógica. Estriba en la disparidad de nuestras intuiciones sobre la validez formal, las reglas de inferencia y los usos discursivos o demostrativos de la deducción, así como en los conflictos creados por algunas —al parecer— indeseables o paradójicas secuelas de este conglomerado de intuiciones. Lo menos que cabe decir en este punto es que nuestra educación lógica, discursiva e inferencial dista de depararnos una formación homogénea.

---

De la persistencia de esta fuente de problemas pueden dar idea las discusiones y alternativas que luego han proliferado en torno a la relación de «entrañamiento [entailment]». Una muestra de lo que se discute es la línea de trabajo: G.H. von Wright 1957, *Logical Studies*, London: Routledge & Kegan Paul, pp. 166-191; P.T. Geach 1958, "Entailment", en *Logic Matters*, Oxford: Blackwell, 1972, pp. 174-186; T.J. Smiley 1958-59, "Entailment and deducibility", *Procds. Aristotelian Society*, 59: 233-254. Muestras de las alternativas sistemáticas son las «lógicas de la pertinencia [Relevant Logics]» desarrolladas a partir de A.R. Anderson, N.D. Belnap 1975, *Entailment. The Logic of Relevance and Necessity. I*, Princeton (NJ): Princeton University Press.

¿Podría encontrar el lector algún precedente de esta atribución de una vinculación necesaria y de una pertinencia interna a la relación de «seguirse lógicamente de», en la lógica antigua o en la lógica medieval y postmedieval? Un denominador común de las alternativas en

nombre del «entrañamiento [ $\alpha$  entraña  $\beta$ ]» es el repudio del supuesto: de una contradicción cualquiera,  $\alpha$  y no- $\alpha$ , se sigue cualquier otra proposición,  $\beta$ , porque este supuesto se traduce en deducciones contraintuitivas. Ahora bien, dicho supuesto puede establecerse formalmente a través de reglas de deducción tan tradicionalmente admitidas como el silogismo disyuntivo o la transitividad —el lector podría hallar la prueba de un caso concreto: «de la contradicción formal 'Sócrates existe y Sócrates no existe' se siguen 'el hombre es un asno' o 'el bastón está en el rincón' o cualquier otra proposición», en el Pseudo Escoto, cf. Kneale 1984, edic. c., pp. 281-282 [1972, *El desarrollo de la lógica*, p. 261]—. He ahí una muestra de cómo nuestras intuiciones y nuestra educación inferenciales no siempre parecen bien avenidas.

En fin, un intento de poner cierto orden y claridad en los usos de «implica» es J. Corcoran (1973), "Significados de la implicación", *Agora*, 5 (1985): 279-293. Un ensayo que además trata de cubrir el aún más accidentado y espinoso campo de los condicionales es el ya citado D.H. Sanford 1989. En B. van Fraassen (1974), "Informe sobre los condicionales", *Teorema*, VI/1: 5-25, ya hay algunas pistas al respecto.

---

Las referencias expresas a la relación de consecuencia provienen de Tarski en la década de los 30. Más aún, cabría tomar las diversas fases de desarrollo de los trabajos de Tarski (1930, 1936, 1954-55) como fases que van marcando el desarrollo de la concepción hoy estándar de *consecuencia lógica*. Como este criterio nos depara un esquema relativamente simple e ilustrativo del proceso, no me resistiré a adoptarlo como guía. De ahí no se sigue, desde luego, que esta concepción que hoy constituye el núcleo característico de nuestra educada visión de la consecuencia lógica, sea así mismo indiscutible o única. Pero vayamos por partes: primero, su constitución; después, su discusión y alguna propuesta alternativa.

Antes de nada, conviene recordar esa visión educada de la relación de consecuencia lógica que hoy prevalece, para tenerla presente como punto obligado de referencia.

Una relación de *consecuencia lógica* consiste en una relación metalingüística de orden entre proposiciones o conjuntos de proposiciones que obran como antecedente y consecuente —donde cabría incluir el «envolvimiento lógico [logical involution]» (Carnap 1943), vid. Kneale 1984, p. 541 [1972, p. 503], cuyo consecuente no es una proposición sino más bien un conjunto disyuntivo de enunciados—. En principio y conforme a diversas tradiciones y tratamientos, es una relación reflexiva, asimétrica, transitiva, monótona

También se atiende a ciertos criterios que pueden considerarse condiciones necesarias:

[a] intuitivos y tradicionales: la preservación-transmisión de la verdad del antecedente al consecuente, la preservación-retrotransmisión de la falsedad del consecuente al antecedente (o, dicho en otros términos, la existencia de una relación de consecuencia hace contradictorias entre

sí la aserción del antecedente y la negación del consecuente).

[b] formalizado: sean  $\alpha_1 \dots \alpha_n$ ,  $\beta$  fórmulas enunciativas de un lenguaje formalizado  $L_F$ , y sean  $\alpha_1' \dots \alpha_n'$ ,  $\beta'$ , enunciados de  $L_F$  obtenidos a partir de  $\alpha_1 \dots \alpha_n$ ,  $\beta$ , por una transformación regular y equiforme  $t^*$  -se entiende que  $t^*$  sustituye los componentes lexicales de las fórmulas enunciativas por componentes lexicales de la misma categoría, al tiempo que preserva su forma lógica-. Entonces:  $\beta$  es una consecuencia lógica de  $\{\alpha_1 \dots \alpha_n\}$  sólo si toda transformación  $t^*$  de  $\alpha_1 \dots \alpha_n$ , en los enunciados verdaderos  $\alpha_1' \dots \alpha_n'$ , transforma parejamente  $\beta$  en el enunciado verdadero  $\beta'$ . (La noción involucrada de verdad es la precisada en los términos de la teoría de modelos.)

Pues bien, para ver cómo se ha formado este concepto básico sigamos a Tarski.

### 1. La operación «consecuencia»

Tarski 1930 ("Ueber einige...", "Fundamentale Begriffe...", vid. § 6.2.1) la propone como una noción "sintáctica" o "metamatemática" -al decir tarskiano de entonces-, para el análisis estructural de "sistemas" o teorías deductivas. Consiste en una operación sobre conjuntos de fórmulas enunciativas de un lenguaje numerable  $L$  que, al aplicarse a un conjunto cualquiera  $X \subset L$ , determina el conjunto de todas las fórmulas enunciativas de  $L$  que pueden derivarse de  $X$ : el conjunto  $C(X)$ .

Se suponen las nociones primitivas de «fórmula enunciativa» y de «consecuencia». [Posteriormente, en la monografía sobre la verdad (Tarski 1933, 1936), la primera será definible por las reglas de formación de  $L$  y la segunda por las reglas de derivación de un sistema deductivo en  $L$ .]

Acotación axiomática de  $C(X)$ .

Sea  $L$  un conjunto no vacío de fórmulas enunciativas, posiblemente infinito.

Si  $X, W$  son unos subconjuntos cualesquiera de  $L$ ,  $X \subset L$ ,  $W \subset L$ , entonces

- (I)  $C(X) \subset L$  - el conjunto  $C(X)$  es un subconjunto de  $L$  y, en general, la operación «consecuencia [abrev.: cons.]» opera sobre el conjunto potencia de  $L$ .
- (II)  $X \subset C(X)$  - reflexividad
- (III)  $C[C(X)] = C(X)$  - transitividad
- (IV) Si  $X \subset W$ ,  $C(X) \subset C(W)$  - monotonía, i.e. si  $x \in C(X)$ ,  $x \in C(X + W)$ .
- (V) Si  $x \in C(X)$ ,  $x \in C(K)$ , siendo  $K$  un subconjunto finito de  $X$  - finitud.

El axioma (V) responde a la concepción de «cons.» como una forma de derivación. Aunque Tarski no dé precisiones en este último respecto, es fácil colegir que  $C(X)$  es el conjunto intersección de todos los conjuntos que incluyen  $X$  y están cerrados bajo un conjunto de reglas de derivación,  $R$ , determinado. Cada aplicación de una de estas reglas  $r \in R$  a  $C(X)$  produce una nueva «consecuencia» de  $X$ .

Tarski parece considerar implícitamente que una regla es una función que asocia una fórmula enunciativa a un conjunto de fórmulas enunciativas y puede tomarse como regla lógica de derivación si responde a un patrón deductivo estructural, i.e. invariante bajo los endomorfismos de un  $L$  algebraicamente estructurado (bajo los homomorfismos de  $L$  sobre sí mismo, como los determinados por las sustituciones regulares y uniformes admitidas,  $s$ ). Más precisamente, «cons.» es estructural si  $sC(X) \subset C(sX)$ , para toda sustitución  $s$ .

Pasando de los sistemas deductivos a las «teorías», cabe entender que una «teoría deductiva» es un conjunto de enunciados cerrado con respecto a la operación «consecuencia».

También cabe analizar en sus términos algunos sistemas o teorías deductivas.

E.g.: siendo  $L_0$  un lenguaje de conectores estándar de la lógica primaria, el sistema queda determinado por los esquemas axiomáticos:

(I) - (V) - según la caracterización básica anterior

(VI) Si  $\alpha, \alpha \rightarrow \beta \in C(X)$ ,  $\beta \in C(X)$  - separación o *Modus Ponens*

(VII) Si  $\beta \in C(X + \{\alpha\})$ ,  $\alpha \rightarrow \beta \in C(X)$  - (meta)teorema de deducción

(VIII)  $C(\alpha, \neg\alpha) = L_0$  - trivialidad deductiva o inconsistencia: el conjunto de las «consecuencias» de una fórmula y su negación es el conjunto de las fórmulas enunciativas del lenguaje considerado.

(IX)  $C(\{\alpha\}) \cdot C(\{\neg\alpha\}) = C(\emptyset)$  -  $C(\emptyset)$  es el conjunto más pequeño de «consecuencias» en  $L_0$ , al que cabe identificar como el conjunto de las tesis lógicas de  $L_0$ .

Pueden analizarse, en fin, propiedades de sistemas.

E.g., sean *Kons.* la clase de todos los conjuntos consistentes de fórmulas enunciativas de  $L_0$ . Entonces, cabe la definición:

*Kons.*  $\equiv_{DF} (X \subset L_0 : C(X) \neq L_0)$ .

En esta línea, también podemos definir la independencia de una tesis  $A$  con respecto al conjunto de tesis primitivas  $A^*$  de  $L_0$ .  $A$  es independiente en  $L_0$  ssi  $A \in L_0$  y  $C(A^*) + \{\neg A\} \in \text{Kons.}$  Pues también cabe la definición:  $C(X) \equiv_{DF} (x \in L_0 : X + \{\neg x\} \notin \text{Kons.})$  Un resultado notable de 1930c es: todo sistema o teoría contable tiene un conjunto independiente de axiomas o tesis primitivas. Otro resultado es el Lindenbaum-Tarski: todo sistema o teoría contable consistente tiene una extensión completa o máxima.

Si  $C(X) = C(Y)$ , podemos considerar a  $X$  e  $Y$  «consecuencialmente» equivalentes. Pues bien, el conjunto  $X$  es finitamente axiomatizable si hay un conjunto finito  $K$  que es «consecuencialmente» equivalente a  $X$ .

[Cf. como muestra de desarrollos sistemáticos en esta línea, R. Wójcicki 1988, *Theory of Logical Calculi (Basic Theory of Consequence Operations)*, Dordrecht/Boston: Kluwer.]

Si uno se pregunta cuál es la contribución de este planteamiento "metamatemático" tarskiano a la formación de nuestro concepto de consecuencia lógica, cabría responder que contribuye a fijar algunos de sus rasgos distintivos formales o "estructurales". Pero, naturalmente, en la medida en que el conjunto de las derivaciones posibles en un sistema o en una teoría deductiva dista de corresponderse, ni siquiera extensionalmente, con el conjunto de sus consecuencias propiamente dichas, no nos lleva muy lejos.

## 2. El concepto de consecuencia lógica.

En 1936, Tarski ya ha sentado las bases de lo que por entonces llama "semántica científica". Esta semántica se ha ido desarrollando al hilo del análisis de la noción de verdad. En este análisis, Tarski (1933) 1936, obtiene notables resultados, en particular:

*1/ Negativo* (o de limitación). Considérese un lenguaje o sistema  $L$  y un metalenguaje consistente  $L'$  que incluye tanto  $L$  como PA (i.e. la aritmética estándar de primer orden). En  $L'$  cabe representar numéricamente la sintaxis de  $L$  y hablar de ciertas propiedades de los enunciados de  $L$  -al parecer, Tarski y Gödel cayeron en la cuenta de esto independientemente. Supongamos la concepción clásica de la verdad conforme al esquema: [T] el enunciado " $p$ " es verdadero syssi  $p$ . Una definición en  $L'$  del predicado «es verdadero» para los enunciados de  $L$  será adecuada si todos los (infinitos) enunciados de  $L'$  que sean instancias del esquema [T], son así mismo demostrables en  $L'$ ; llamémosles enunciados de adecuación. Pues bien:

(a) Sea  $L = L'$ . Entonces (a.1): para cualquier esquema definitorio, hay enunciados de adecuación refutables en  $L'$ , i.e. su autonegación es derivable en  $L'$  -se prueba por diagonalización gödeliana. (a.2): por consiguiente, no cabe dar en  $L$  una definición adecuada de la verdad en  $L$ . En términos más generales,  $L$  no puede establecer una propiedad que valga para cualquier enunciado de  $L$  syssi vale dicho enunciado, según parece requerir la concepción clásica de la verdad.

(b) Sea  $L \subset L'$ , incluyendo  $L'$  una lógica de segundo orden además de  $L$  y PA. Entonces, sí cabe dar en  $L'$  una definición adecuada de la verdad en  $L$ .

*2/ positivo* (en el sentido de abrir una línea de análisis y de reconstrucción). Tratamiento en términos recursivos del concepto semántico básico de satisfacción de fórmulas enunciativas por referencia a series o sistemas de objetos -recuérdese el dicho posterior de Quine: «la lógica sale a la caza de la verdad por las ramas del árbol de la gramática».

Supuestos extensionales: (a) Las nociones semánticas se pueden tratar en términos estructurales, e.g. en términos conjuntistas o algebraicos.

(b) El valor de verdad de un enunciado con relación a un estado de cosas o un sistema de objetos queda determinado bien por un único estado de cosas o sistema determinado, o bien por todo posible estado de cosas o sistema, sin mayores complicaciones al respecto <sup>10</sup>.

---

<sup>10</sup> Como contraste, puede recordarse la reconstrucción Kripkeana (vid. Kripke 1963, en Castrillo, Vega 1984, edic. c., pp. 386-406) de una semántica modal determinada por referencia

Sobre estos supuestos generales de la semántica científica tarskiana, se levanta su análisis de 1936, "O pociu wynikania logicznego [Über den Begriff der logischen Folgerung]" (vid. § 6.2.1). Esquematizaré los pasos principales:

1. *Punto de partida*: La noción común, oscura y fluctuante, de consecuencia.

Hay cierto desarrollo de nociones aparentemente aproximadas, como la de derivabilidad o demostrabilidad formal, pero esta noción no puede considerarse un correlato adecuado en general a partir de Gödel 1931. Por otro lado, la noción de consecuencia es primordialmente semántica y su tratamiento requiere un aparato conceptual completamente distinto que permita construir su definición para una clase amplia de lenguajes formalizados.

2. *Condiciones de adecuación de una definición semántica*.

Intuición básica de la preservación de verdad y del carácter lógico de la relación, donde sólo cuentan las formas lógicas de los enunciados involucrados.

Condición [F]: Si en los enunciados del conjunto K y en el enunciado X, las constantes no lógicas son sustituidas de modo regular y uniforme por otras constantes cualesquiera, siendo K' y X' respectivamente el conjunto de enunciados y el enunciado así obtenidos a partir de K y X, entonces X debe ser verdadero bajo la única condición de que todos los enunciados de K sean verdaderos.

[F] es a lo sumo una condición necesaria, pero no suficiente. Su capacidad como criterio depende sustancialmente de la riqueza de constantes no lógicas del lenguaje considerado. Sólo alcanzaría a ser suficiente en un lenguaje que contuviera designaciones de todos los objetos posibles (incluidos, e.g., los que pertenezcan a un conjunto no contable como el de los números reales): una pretensión que resulta inviable. Por consiguiente, hay que orientar la búsqueda por otra vía que sea independiente de la riqueza designativa de los lenguajes considerados.

3. *Propuesta*.

Introducción de un concepto de «modelo» según el método empleado en la definición del concepto semántico de satisfacción de una función enunciativa por parte de un objeto o de una serie de objetos. Sea L un conjunto no vacío cualquiera de enunciados. Sea L' el conjunto parejo de las funciones enunciativas obtenidas al sustituir de modo regular y uniforme las constantes no

---

no sólo a los estados de cosas o sistemas de objetos, sino a ciertas relaciones (e.g. de «accesibilidad») entre ellos. Según esto, cabe entender que los usos ocasionales de términos o expresiones modales en la semántica tarskiana resultan más bien retóricos o triviales.

lógicas de L por variables de la correspondiente categoría. Entonces, se llama «modelo o realización del conjunto L» a cualquier serie de objetos que satisfaga todas y cada una de las funciones enunciativas de L' —lo mismo se aplicaría al caso límite de que L constara de un solo enunciado, X.

Entonces: el enunciado X se sigue lógicamente de los enunciados del conjunto K si y sólo si cada modelo del conjunto K es así mismo un modelo del enunciado X.

4. *Balance*. Este concepto puede conciliarse con otras propuestas y contribuye a elucidar el terreno conceptual en que se mueven otras ideas afines como las de analiticidad, consecuencia formal o consecuencia material. (E.g. una clase de enunciados o un enunciado se dicen analíticos syssi toda serie de objetos es modelo suyo. Sea Z el enunciado condicional cuyo antecedente (prótasis) es la conjunción de los miembros de K y cuyo consecuente (apódosis) es X; entonces, X es consecuencia formal de K syssi Z es un enunciado analítico; X es una consecuencia material de K syssi Z es un enunciado verdadero.)

Ahora bien, no deja de subsistir un problema para la adecuación material de esta definición: su dependencia de la demarcación crucial entre constantes lógicas y no lógicas, habida cuenta de que la adopción de tal o cual divisoria neta entre unas y otras tampoco parece fundada en una razón objetiva. (Tarski ha dado, con el paso del tiempo, visos de ser algo más optimista, cf. Tarski 1986, "What are logical notions?", *History and Philosophy of Logic*, 7/2: 143-154, edic. póstuma a cargo de J. Corcoran.)

Llegados a este punto, no estará de más empezar a introducir algunas observaciones y puntos de discusión.

1ª/ Tarski adopta una estrategia modelista (referencia a objetos y series de objetos), frente a otras estrategias posibles, como la de postular una condición suplementaria de *persistencia* de la relación en cualquier ampliación del léxico del lenguaje considerado -i.e.  $\alpha \Rightarrow \beta$  syssi  $\alpha' \Rightarrow \beta'$  para cualquier sustitución regular y uniforme  $s$  de los componentes léxicos de  $\alpha$  y  $\beta$  [ $s/\alpha=\alpha'$ ,  $s/\beta=\beta'$ ], por más que se amplíe el léxico disponible.

2ª/ Una limitación de la perspectiva tarskiana: no considera las variaciones en dominio de la cuantificación. Según esto, la verdad lógica de un enunciado que carezca de constantes no-lógicas vendrá a identificarse con su verdad en el dominio de cuantificación dado, y la verdad lógica de un enunciado que contenga constantes no lógicas vendrá a identificarse con la verdad de la

cuantificación (clausura) universal de la función enunciativa correspondiente. Y esto, por extensión, alcanza a la definición tarskiana de consecuencia lógica. Entonces, por ejemplo, el enunciado: ' $\exists x \exists y (x \neq y)$ ' resulta o bien lógicamente verdadero, y por ende consecuencia lógica de cualquier conjunto de enunciados, en un lenguaje cuyo universo de discurso incluya dos o más individuos, o bien lógicamente falso en un lenguaje cuyo universo sea vacío o sólo contenga un individuo.

Tarski parece suponer que si un enunciado de la forma de una cuantificación o clausura universal es verdadero, entonces todas sus instancias son lógicamente verdaderas. Pero esta suposición es discutible en la medida en que la verdad de la cuantificación o clausura universal de la función enunciativa en cuestión podría obedecer a razones extralógicas, como la cardinalidad del universo de referencia.

3ª/ A esta limitación heredada del planteamiento de la verdad lógica, el de la consecuencia lógica añade, según diversos críticos, otro inconveniente peculiar: aunque Tarski parezca reconocer informalmente la necesidad inherente a una relación de «seguirse lógicamente de», su definición no respeta ni recoge este rasgo característico —ya he aludido a la índole más bien retórica de las expresiones modales—; así pues, no cabe considerarla adecuada.

Sobre estas dos observaciones críticas, cf. J. Etchemendy 1988, "Tarski on Truth and Logical Consequence", *The Journal of Symbolic Logic*, 53: 51-79; 1990, *The Concept of Logical Consequence*, Cambridge (Mass.): Harvard Univ. Press. La limitación 2ª marcaría la distancia existente entre la semántica tarskiana de 1936 y la semántica modelista a partir de finales de los 40 (e.g. Henkin, 1949: distinción entre satisfacibilidad de una fórmula con respecto a un dominio I bajo una interpretación o asignación de valores, validez con respecto a dicho dominio, i.e. verdad bajo cualquier interpretación en ese dominio, y validez lógica, i.e. validez con respecto a todo dominio bajo cualquier interpretación). Será Tarski 1954-55 (vid. § 6.2.1) el que imponga precisamente esta perspectiva semántica más general y la denominación misma de «teoría de modelos». La denuncia de la limitación 3ª descansa, a su vez, en la contraposición de una semántica representativa ("representational"), que se hace cargo de nuestras concepciones intuitivamente posibles de configuraciones del mundo, o modelos concebibles, frente a la semántica tarskiana interpretativa ("interpretational"); se supone que la primera cuadra mejor con nuestras intuiciones informativas y discursivas que el purismo lógico, extensional y objetivo de Tarski.

Vid., en la onda crítica del ya citado Etchemendy, J. Barwise 1990, "Consistency and Logical Consequence", en J.M. Dunn y A. Gupta (eds.) 1990, *Truth or Consequences*, Dordrecht/Boston: Kluwer, pp. 111-122; S. Reid 1994, "Formal and Material Consequence", *Journal of Philosophical Logic*, **23**: 247-265; sin embargo, tampoco faltan vindicaciones posteriores de la perspectiva tarskiana, cf. e.g. J.M. Saguillo 1995, "Validez y semántica representacional", *Theoria*, **X/24**: 103-120.

4ª/ De los puntos anteriores, se siguen dos problemas no sólo en la propuesta tarskiana de 1936, sino en la de la semántica modelista en general. Uno sería el de la «contingencia»: la validez lógica de una fórmula enunciativa o de una relación parece descansar en el «datum» de la no existencia de modelos que la falseen o "contrainstancien". Pero la validez parece requerir algo más: la imposibilidad de que exista algún modelo tal. El otro problema es el de «fiabilidad»: no es evidente que el cumplimiento en todo modelo sea una garantía de validez lógica. Cf. V. McGee 1992, "Two problems with Tarski's theory of consequence", *Proc. of the Aristotelian Society*, 92: 273-292.

Unas dificultades semejantes a éstas ya habían movido a Corcoran 1972 ("Conceptual Structure of Classical Logic", *Philosophy and Phenomenological Research*, 33: 25-47) a considerar que el criterio tarskiano, aplicado a la convalidación de argumentos, sólo tenía el alcance de una condición necesaria y que alegar su suficiencia era una presunción similar a la «tesis de Church», de modo que podría calificarse de «tesis de Tarski». Pues, en primer lugar, ¿cómo sabemos que hay modelos suficientes para suministrar los contraejemplos oportunos en todos y cada uno de los argumentos inválidos?; en segundo lugar, ¿qué razón o garantía tenemos de la coincidencia extensional entre la validez lógica de cualquier argumento y el criterio de una relación entre modelos? Sólo en ciertos lenguajes regimentados y acotados, la «tesis de Tarski» resultaría adecuada y fuera de sospecha.

### 3. La implantación de la concepción estándar de la consecuencia lógica.

El responsable de esta implantación es principalmente el desarrollo de la teoría de modelos a partir de los años 50. En este caso, volvemos a encontrarnos con una contribución decisiva de Tarski 1954-1955, no tanto en el sentido de iniciador histórico de la nueva perspectiva modelista —que ya habían abierto sugerencias anteriores como las de Kemeny 1948 y Henkin 1949, 1950 (vid. § 6.2.1)—, como en el sentido de autoridad que sienta las bases de esta nueva orientación hasta hacer de ella una especialidad lógico-matemática reconocida. No es casual que sea del mismo Tarski 1954-55, "Contributions to the theory of models", del que esta especialidad toma su

nombre de "teoría de modelos".

---

Según el influyente C.C. Chang y H.J. Keisler 1973, *Model Theory*, Amsterdam: North Holland, valdría la ecuación: teoría de modelos = álgebra universal + lógica.

Parecen más comprensivas otras propuestas, e.g. en la línea de A. Robinson 1963, *Introduction to Model Theory and to the Metamathematics of Algebra* [revisión y desarrollo de 1951, *On the Metamathematics of Algebra*], Amsterdam: North Holland, 1974<sup>2</sup>, 1986 reimp. En esta línea, cabe decir que la teoría de modelos estándar es el producto de las relaciones desarrolladas entre los lenguaje formales (de primer orden), las estructuras relacionales matemáticas (representadas por estructuras algebraicas más o menos familiares) y el aparato conceptual y metódico de la teoría de conjuntos.

Algunas referencias historiográficas pueden ser las siguientes:

A. Robinson (1960), "Recent Developments in Model Theory", en E. Nagel, P. Suppes, A. Tarski (eds.) 1962, *Logic, Methodology and Philosophy of Science (1960 Stanford Intern. Congress)*, Stanford: Stanford Univ. Press, pp. 60-79.

R.L. Vaught 1974, "Model Theory before 1945", en L. Henkin *et al.*, (eds.) *Proc. of the Tarski Symposium (Amer. Soc. Symp. Proc. XXV)*, Providence, pp. 153-172.

C.C. Chang 1974, "Model Theory 1945-1971", *Ibd.*, pp. 173-186 (con un diagrama general de líneas de influencia explicado en las pp. 174-178).

A. Macintyre 1981, "Model Theory", en E. Agazzi, ed. *Modern Logic - A Survey*, Dordrecht/Boston, Reidel, pp. 45-65.

R.L. Vaught 1986, "Alfred Tarski's Work in Model Theory", *The Journal of Symbolic Logic*, 61: 869-882.

---

La capacidad analítica y operacional, el dinamismo heurístico y el prestigio institucional de la teoría de modelos dieron el espaldarazo definitivo a la concepción estándar de la consecuencia lógica en los años 50-60. Pero este triunfo de la concepción tarskiana de la consecuencia lógica como una relación semántica de orden entre modelos no ha supuesto la cancelación de nuestros problemas filosóficos y analíticos al respecto. Siguen abiertas en mayor o menor medida tres fuentes de problemas, a saber:

A. El problema de la adecuación de los análisis formalizados de la consecuencia lógica al transfondo intuitivo de nuestros usos de «... se sigue lógicamente ...». No dejan de formar parte de ese transfondo la presunción de alguna suerte de vinculación necesaria o de conexión interna entre el antecedente y el consecuente, en nuestros habituales usos discursivos del «seguirse de», y el de desideratum de que los análisis de esta relación sean significativos de algún modo en orden a la convalidación de nuestras pruebas y argumentos deductivos.

B. Las cuestiones derivadas del carácter un tanto heterogéneo de la formación de ese *background* intuitivo, cuyos síntomas son hartamente conocidos —van desde la existencia de pautas de inferencia más o menos sospechosas hasta la derivación de secuelas contraintuitivas a través de otros patrones inferenciales que, en principio, se dirían libres de sospecha—.

C. El problema de la justificación o explicación de la especificación *lógica* de una relación que sólo parece caracterizada como una relación semántica o analítica opaca entre modelos o estructuras conjuntistas. ¿No cabría una distinción entre consecuencias *lógicas* propiamente dichas y consecuencias semánticas abstractas o en general? Si cabe, ¿cómo se justifica o, al menos, cómo se explica, i.e. cómo se hace inteligible, idónea y precisa?

Puede que parte de la discusión entre las semánticas "interpretativa" y "representativa" se mueva en esta dirección. Hay discusiones más explícitas al respecto en D. Prawitz 1985, "Remarks on some approaches to the concept of logical consequence", *Synthese*, **62/2**: 153-171, y L. Vega 1990, "¿La lógica da explicaciones? El caso de la relación de consecuencia", en AAVV, *Variaciones sobre la explicación*, Madrid: UNED, pp. 135-209.

Fuentes de problemas a las que vienen a sumarse otros nuevos motivos de conflicto o, por lo menos, de confrontación con la concepción estándar, como los que representan las diversas alternativas investigadas hoy en día (modalizadas, pertinentes, cognitivas, no monótonas). Pero estas vías abiertas en la situación actual tienen que ver más con el presente que quiere hacer futuro que con un presente que quiere hacer historias.

Terminaré estas notas sobre una historia pendiente con un cuadro panorámico de los tratos históricos con la noción de consecuencia. Para tomar en consideración un aspecto que anteriormente no había destacado, trazaré el esquema al hilo de los procedimientos empleados en su determinación: *sistemáticos*, *a-sistemáticos*, *mixtos*. El esquema servirá de paso como un recordatorio de algunos momentos y contribuciones sobresalientes en esta larga Historia.

UN ESQUEMA PANORÁMICO DE PLANTEAMIENTOS DEL ANÁLISIS DE LA  
RELACIÓN DE CONSECUENCIA

<i>a-sistemáticos</i>	<i>mixtos</i>	<i>sistemáticos</i>	
<u>critérios</u>	<u>reglas</u>	<u>teóricos</u>	<u>metateóricos</u>
Megárico-Estoicos «synemmenon hugies»		Silogística Arist. Sistema estoico	
«consequentiae»			
[s. XII; ss. XIV- XV: definiciones]	[s. XIV: manuales]		Buridan ( <i>De consequentiis</i> )
	Tradicionales		
Bolzano 1837 «Ableitbarkeit»	.		Escuela Peano (relación independ.-consecuencia)
	.		
	[Johnson 1922]	PM (T <sup>a</sup> Deducción)	
Tarski 1936 «logische Folgerung»	«entailment <sub>0</sub> »	Esc. Hilbert [1922-1928] Lewis 1918-1932 [Tarski 1930] «strict implic.»	Kemeny 1948/Tarski54-55 Teoría de modelos Anderson-Benalp 1975
		«entailment <sub>1</sub> »	

Son procedimientos *sistemáticos* los que determinan una noción de consecuencia dentro de, o con respecto a, una teoría lógica o una sistematización deductiva (e.g. en el sentido ya introducido en el cap. 3, § 3.4), hasta el punto de que la revisión de esa noción comportaría una revisión de la teoría lógica o de la metodología deductiva involucrada. Son *a-sistemáticos* los independientes o no comprometidos en este sentido (e.g. los criterios intuitivos habituales de preservación-transmisión de la verdad del antecedente o de la falsedad del consecuente, las propuestas de condiciones necesarias y/o suficientes, las definiciones, etc.). Creo que además cabe reconocer unos procedimientos *mixtos* de determinación en la medida en que sus posibles compromisos o repercusiones sistemáticas sólo se apuntan o sugieren.