

Histoire du Calcul des Probabilités
et de la Statistique

L'usage de l'art de conjecturer
en droit

Traduction en français avec des notes de
Norbert MEUSNIER
(Université Paris VIII)

Décembre 1992

Avertissement

- Voici la première traduction en français - complète et publiée - de la thèse de Nicolas Bernoulli, destinée à être critiquée par les heureux participants du "Séminaire d'Histoire des Probabilités et de la Statistique".
- Nicolas Bernoulli a publié en 1711 dans les *Acta Eruditorum* une version abrégée de sa thèse (suppléments : section IV, pp.159-170) ; les passages omis sont signalés ici dans la traduction par des astérisques, **un** au début du passage, **deux** à la fin.
- La pagination utilisée dans les notes est celle du texte latin.
- Cet objet n'aurait pu prendre forme sans l'aide que m'ont apportée Marc Barbut, Catherine Guéraud et Jean-Claude Mailho : qu'ils trouvent dans sa réalisation l'expression de ma gratitude.

Norbert Meusnier. Avril 1991.



"... la risoluzione di una tal questione è piu presto giudiciale che per ragione, tal che in qual si voglia modo la sara risolta visi trovare da litigare...".

Niccolà Tartaglia, 1556
(cité par E. Coumet "*Le problème des partis avant Pascal*",
AIHS n°72.73, 1965).

"les jurisconsultes, en traitant des preuves, présomptions, conjectures et indices, ont dit quantité de bonnes choses sur ce sujet, et sont allés à quelque détail considérable".

Gottfried Wilhelm Leibniz,
(1703, *Nouveaux Essais sur l'Entendement humain*,
Part. IV chap. XVI, publié en 1765)

"Nicolas Bernoulli prit pour sujet d'une thèse de droit, soutenue à Bâle en 1709, l'application du calcul à des objets de jurisprudence. [...]. Cet ouvrage mérite de faire époque dans l'histoire des sciences, moins peut-être par la manière dont la plupart de ces questions sont résolues, que parce qu'il est le premier où l'on ait donné l'idée de cette application du calcul à des questions de jurisprudence, et surtout, parce qu'il montre en même temps dans combien d'erreurs grossières sont tombés les jurisconsultes en voulant résoudre ces mêmes questions sans employer le calcul, leçon qu'il était utile de leur donner".

Condorcet,
"*Discours sur l'Astronomie et le Calcul des Probabilités*" (~ 1787)

"Dira-t-on comme on le fait couramment, qu'il [Nicolas Bernoulli] a 'appliqué' le nouvel art à des matières juridiques ? Ne serait-il pas plus exact de dire que si cette application a été possible, et si elle s'est présentée naturellement à l'esprit de Leibniz, Montmort, Jacques Bernoulli..., c'est que les juristes leur avaient préparé de longue date la voie ?"

Ernest Coumet,
"*La théorie du hasard est-elle née par hasard ?*"
Annales 1970.

Nicolas BERNOULLI

- 21 octobre 1687** : Naissance à Bâle. Fils de Nicolas, peintre et conseiller municipal, neveu de Jacques et Jean.
- (16) **1704** : Maîtrise es-arts en défendant des thèses de Jacques Bernoulli sur les séries infinies publiées en 1713 avec l'*Ars Conjectandi*.
- 4 juin 1709** : Docteur en droit avec une thèse "*De usu artis Conjectandi in jure*" dédiée à Jean-Jacques Battier, recteur de l'Université de Bâle et à son Oncle Jean Bernoulli, Professeur de Philosophie et de Mathématiques à Bâle.
(21)
- ~20 juin 1710** : Voyage à Paris de juin à septembre. Reçu chez Varignon, il fréquente l'Académie des Sciences. Il ne rencontre probablement pas Montmort qui se trouve alors dans sa propriété à la campagne.
(22)
- 26 février 1711** : Première lettre à Montmort, en réponse à une lettre de celui-ci à Jean Bernoulli. En mars 1710 Nicolas avait joint à une lettre de son Oncle ses remarques (en latin) à propos du livre de Montmort "*Essay d'analyse sur les jeux de hazard*" (1708). Entre février 1711 et novembre 1713 il y a 7 lettres de Nicolas Bernoulli et 6 lettres de Montmort publiées dans le *Livre de Montmort* (2^e éditions 1713).
(23)
- 13 juillet 1711** : "*Solution du problème de Montmort sur la loterie de Lorraine*" dans le Journal des Savants.
- 1711** : "*Addition au Mémoire de Mr. Jean Bernoulli touchant la manière de trouver les forces centrales dans les milieux résistans*" dans Mémoire de l'Académie des Sciences.
- 1711** : "*Specimina Artis Conjectandi, ad quaestiones juris applicatae*". Acta eruditorum. Supp. 1711.
- juin 1712** : Voyage en Hollande où il rencontre 'sGravesande à La Haye, puis en Angleterre où il rencontre Newton et De Moivre.
(24)

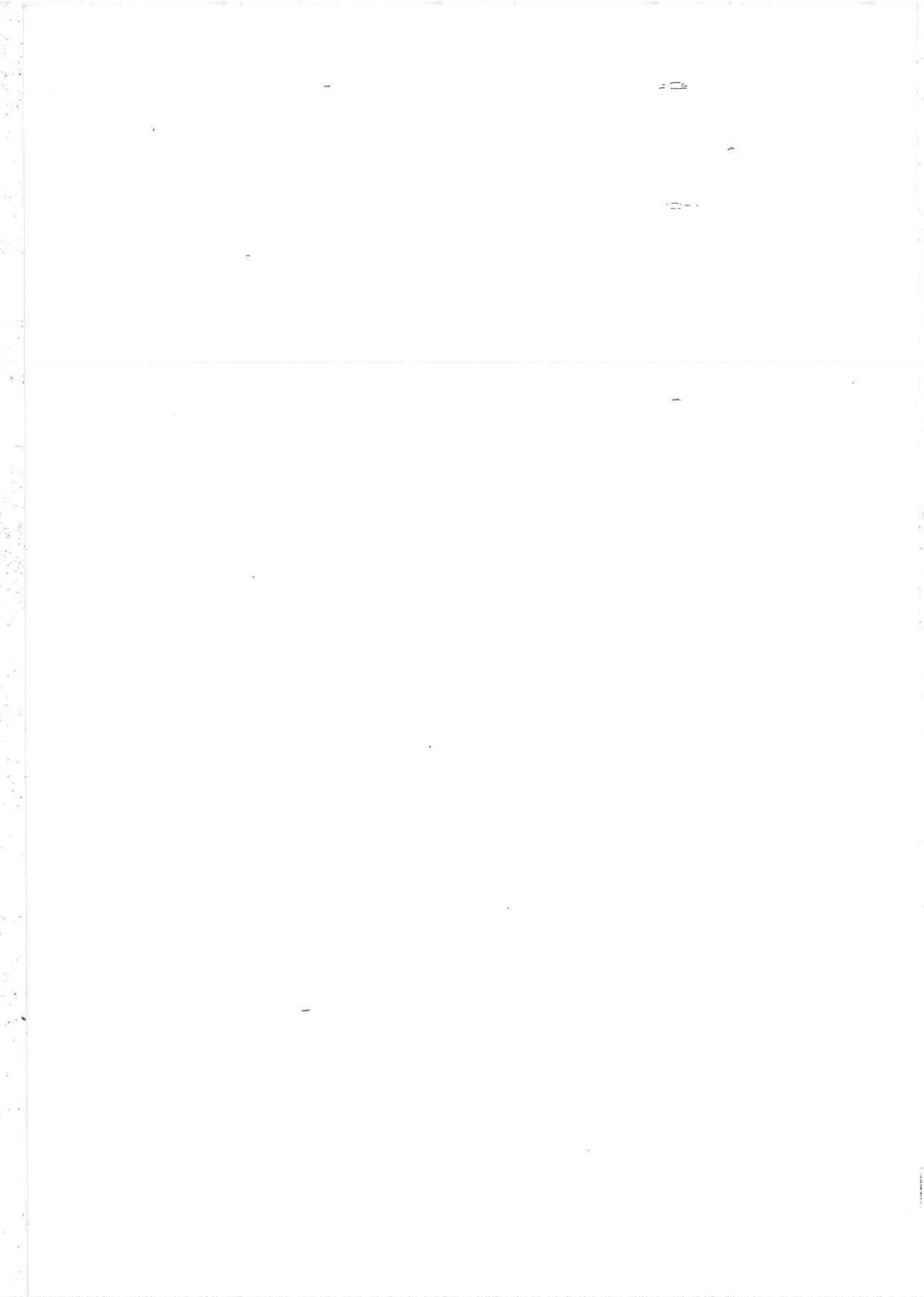
- début 1713 :** Il est à Paris en janvier, puis passe deux mois à la campagne avec Montmort ; ils travaillent ensemble à la 2^e édition du livre de Montmort. Il part de Paris en avril et rentre en Suisse puis à Bâle.
- mai 1713 :** A la demande de Jean Bernoulli, Varignon obtient de l'Académie des Sciences un certificat pour appuyer la postulation de Nicolas à la chaire de Mathématiques de Padoue en remplacement de Hermann.
- août 1713 :** Parution à Bâle de l'Ars Conjectandi de Jacques Bernoulli, avec une "*Lettre au lecteur*" et des "*errata*" de Nicolas. Depuis la fin de l'année 1710, à la demande de Montmort il s'efforçait de convaincre son cousin - le fils de Jacques - et sa mère d'éditer le livre, mais tout se fera sans lui pendant son voyage de 1712-1713 et en dehors de Montmort.
- Membre de l'Académie de Berlin.
- 1714 :** Membre de la Royal Society.
- (26)** Entre 1712 et 1716 il entretient une correspondance avec Leibniz. Depuis 1711 il est embarqué avec son Oncle Jean dans la polémique qui oppose Leibniz et Newton, après avoir mis en évidence des erreurs de Newton dans ses procédés de dérivation (Mémoire de l'Académie des Sciences de 1711).
- (28)** **1716 :** Nommé Professeur de Mathématiques à Padoue où il succède à Hermann qui en est parti en 1713.
- (29)** **1717 :** "*Solutio generalis problematis XV propositi a D de Moivre in tractatu "de Mensura Sortis" inserto Actis Philosophicis Anglicanis n°329 pro numero quocumque collusorum*", Philosophical Transactions 29 (133-144). [Communiqué en 1714].
- (31)** **1719 :** "*Calculus pro invenienda linea curva, quam describit projectile in medio resistente*", Acta eruditorum (224-226).

"*Modus inveniendi aequationem differentialem completam ex data aequatione differentiali incompleta...*", Acta eruditorum supp.7 (310-359).

"*Tentamen solutionis generalis problematis de construenda curva, quae alias ordinatim positione datas ad angulos rectos secat*", Acta eruditorum (295-304).

- (32) 1720 : "*Novum theorema pro integratione aequationum differentialium secundi gradus, quae nullam constantem differentialem supponunt*", Acta eruditorum, supp.9.
- ? "*Annotazioni sopra lo schediasma del conte Jacopo Riccati etc... coll'annessa soluzione propria del problema inverso delle forze centrali...*" Giornale de letterati d'Italia 20 (316-351).
- ? "*Dimostrazione analitica di un teorema, il qual serve per la soluzione del problema proposto nel T XX del Giorn. lett. Ital...*", ibid 29 (163-171).
- ? "*Osservazione intorno al teorema proposto dal Conte Jacopo da Fagnano*" (150-163).
- 1722 : *Theses logicae de methodo analytica et synthetica*, Bâle.
- (34) *Theses juridica miscellanea*. Bâle.
Professeur de Logique à Bâle.
- (36) 1724 : Membre de l'Académie de Bologne.
- (40) 1728 : Correspondance avec Cramer à propos du "problème de St Pétersbourg".
- (43) 1731 : Professeur de Droit à Bâle. Il sera 4 fois recteur de l'Université.
- (44) 1732 : Correspondance avec son cousin Daniel Bernoulli à propos du "Problème de St Pétersbourg" depuis 1728.

- (50) **1738 :** "*Specimen theoriae novae de mensura sortis*" de son cousin Daniel Bernoulli, paraît dans les *Acta eruditorum* avec une lettre de Cramer à lui-même de 1728. (comm 1731).
- 1742-43 :** Correspondance avec Euler qu'il critique pour l'utilisation abusive des séries divergentes.
- (56) **1744 :** Il édite les "*Opera Omnia*" à Genève de son Oncle Jacques Bernoulli avec 32 articles du *Journal Scientifique* "*Annotationes et Meditationes*".
- 29 novembre 1759 :** Meurt à Bâle.
(72)



DISSERTATION INAUGURALE
MATHEMATICO-JURIDIQUE
SUR

**L'USAGE DE L'ART DE CONJECTURER
EN DROIT**

QU'AVEC L'AIDE DE LA GRACE DIVINE
SOUS L'AUTORITE ET L'INJONCTION

*DU NOBLE ET EMINENT ORDRE DES JURISCONSULTES
EN L'UNIVERSITE DE SA PATRIE*

pour

mériter l'obtention
du grade de docteur
en l'un et l'autre droit⁽¹⁾

le juin⁽²⁾ 1709

défendra publiquement

M. NICOLAS BERNOULLI
de Bâle

Bâle

imprimerie de Johann Conrad à Mechel⁽²⁾

DISSERTATIO INAUGURALIS
MATHEMATICO-JURIDICA

DE

USU ARTIS
CONJECTANDI
IN JURE,

Quam

DIVINA JUVANTE GRATIA

Auctoritate & Jussu

*Magnifici & Amplissimi Actorum Ordinis
in Academia Patria*

pro

GRADU DOCTORATUS

In Utroque Jure legitime consequendo

Ad Diem 14 Junii A. C. M DCC IX.

L. H. Q. S.

Publice defendet

M. NICOLAUS BERNOULLI,
Basiliensis.



BASILEÆ,

Typis JOHANNIS CONRADI à MECHEL.

433

79

Au Très Eminent et Très Sage

MAITRE JEAN-JACQUES BATTIERIUS⁽³⁾

Docteur en Droit des Institutions Impériales
et Très Digne

Professeur de Droit Public
Noble Recteur de l'Université de cette Ville.
son Soutien et son Maître à jamais vénérable

et au non moins

Très Illustre
Très Distingué et Très célèbre

MAITRE JEAN BERNOULLI⁽⁴⁾

Professeur de Philosophie et de Mathématiques,
Très Digne Membre des Sociétés Royales
des Sciences de France et de Prusse
Son Oncle Très Honoré

NICOLAS BERNOULLI

Fils de Nicolas

Offre et dédie
avec le Respect qui convient

CET ESSAI MATHEMATICO-JURIDIQUE

En témoignage de sa reconnaissance et
de sa recommandation à venir

VIRO

AMPLISSIMO & CONSULTISSIMO

DN. J. JAC. BATTIERIO,

J.U.D. Instit. Imperial. & Jur. Publ. Profess.
meritissimo, Academiae h.t. Reçtori Magnifico,
Fautori & Præceptori suo perpetim
devenerando :

Nec non

*VIRO CLARISSIMO,**EXCELLENTISSIMO, CELEBERRIMO*

DN. JOH. BERNOULLI,

Phil. & M. D. Mathem. Prof. P. Utr. Soc. Reg.
Scient. Gall. & Boruff. Membro dignissimo,
Patruo suo honoratissimo

Specimen hoc Mathematico - Juridicum

*In grati animi signum, sui que ulteriorem
commendationem,*ea qua decet observantia
offert ac dedicatNICOLAUS BERNOULLI,
Nic. Fil.

PRÉFACE

Une fois passés, il y a déjà quelques mois, les examens habituels auxquels sont soumis à Bâle les étudiants en Droit, j'ai espéré qu'il ne serait pas inepte, en guise de quatrième épreuve me restant encore à subir, d'essayer d'approfondir, dans une Thèse Publique, un sujet qui relève de la Mathésis⁽⁵⁾, puisé dans cette Science Divine, dont j'ai, grâce à Dieu⁽⁶⁾, mené jusqu'ici l'étude de front avec celle du Droit, et qui m'a inspiré depuis la prime enfance une remarquable passion ; le flambeau de cette science me fut transmis par mes illustres oncles paternels Jacques et Jean Bernoulli ; le premier d'entre eux, déjà enrolé dans le chœur céleste des bienheureux, en laissant à sa disparition son traité sur l'Art de Conjecturer⁽⁷⁾ (resté inédit jusqu'à maintenant, mais qui, nous l'espérons, devrait bientôt voir le jour) m'a fourni à profusion les moyens de choisir ce thème de l'Usage de l'Art de Conjecturer en Droit ; j'entreprends d'en traiter ici d'autant plus volontiers qu'il me semble que cet Art permet de décider de nombreuses questions des plus utiles qui se présentent presque quotidiennement devant les tribunaux, en particulier à propos des absents que l'on doit tenir pour morts, des rentes viagères, etc...

Ainsi exposée brièvement la raison de mon dessein, j'entre sans plus tarder dans le vif du sujet.

Soit donc :

✠) 3 (✠)



PRÆFATIO.



*X*antlatis jam ante aliquot menses consuetis, quibus Jurium Candidati Basilienses subjiciuntur, Examinibus, haud inepte me facturum speravi, si loco quarti speciminis, quod adhuc edendum restat, publica Disputatione pertractarem Thema aliquod ex Mathesti, Divina illa Scientia depromptum, cujus ego studium haecenus favente DEO cum studio Juris conjunxi, quamque à primis statim annis insigni amore prosecutus sum, facem mihi in hac Scientia praferentibus Patruis meis Celebratissimis Jacobo & Johanne Bernoulli, quorum prior, jam quidem caelesti beatorum choro ascriptus, suo quem reliquit (ineditum adhuc sed brevi, ut speramus, in lucem proditurum) de Arte Conjectandi Tractatu, ansam mihi suppeditavit, eligendi hanc materiam, de Usu sc. Artis Conjectandi in Jure, quam & eo lubentius tractandam suscipio, quoniam video, multas utilissimas quaestiones, praecipue circa absentes pro mortuis habendos, reditus item vitales &c. in Foro quotidie fere occurrentes, ex hac Arte decidi posse.

Exposita sic paucis Institutum ratione, ad rem ipsam sine ulteriore mora accedo.

Sis igitur

A 2

I. N.

J.N.D.N.J.C.⁽¹⁾

DISSERTATION SUR L'USAGE DE L'ART DE CONJECTURER EN DROIT

CHAPITRE I

L'Art de Conjecturer en général

*Puisque, selon Cicéron⁽²⁾, toute doctrine, quel qu'en soit l'objet, doit commencer par une définition, en sorte que l'on comprenne ce qu'est le sujet de la discussion, il nous incombe avant tout de dire ce qu'est l'Art de Conjecturer**. Or, suivant ses propres mots, mon Oncle et Maître, dans son Traité posthume sur l'Art de Conjecturer⁽³⁾, trouve bon de le définir ainsi : *"l'Art de mesurer aussi exactement que possible les probabilités des choses⁽⁴⁾, le but étant que dans nos jugements et dans nos actions nous puissions toujours choisir ou suivre le parti que nous aurons découvert comme meilleur, préférable, plus sûr ou mieux réfléchi"*.

*Comme il ressort de la définition, les choses incertaines et douteuses, quelles qu'elles soient, constituent l'objet de cet Art ; celles à propos desquelles, bien qu'il soit impossible d'avoir une certitude entière, nous pouvons cependant par des conjectures définir la probabilité que ceci ou cela soit ou arrive, ou bien ce qui

၈၅) 4 (၆၀)



J. N. D. N. J. C.

DISSERTATIONIS

DE

USU ARTIS CONJE-
CTANDI IN JURE

CAPUT I.

De Arte Conjectandi in genere.



Uandoquidem monente Cicerone
l. i. de Offi. Omnis, quæ de re aliqua suscipi-
tur institutio, à definitione debet proficisci, ut
intelligatur, quid sit id, de quo disputetur, nobis etiam primo loco dicendum incumbit,
quid sit Ars Conjectandi. Eam autem ipsius
Dn. Patruī p. m. verbis *Tract. de Arte Conjectan-
di Part. IV. Cap. II.* ita definire lubet, quod
sit *Ars metiendi, quam fieri potest exactissime, pro-*

*probabilitates rerum eo sine, ut in iudiciis & actionibus nostris semper eligere vel
sequi possimus id, quod melius, satius, tutius aut consultius fuerit deproben-
sum.* Objectum itaque hujus Artis, ut ex definitione patet, consti-
tuunt res quælibet incertæ ac dubiæ, in quibus licet omnimoda cer-
titude haberi non possit, per conjecturas tamen definire possumus,
quanta sit probabilitas, ut hoc vel illud sit vel fiat, aut quid proba-
bilitate

doit probablement être, ou bien lequel de deux événements est plus probable que l'autre, ou bien de combien ceci ou cela diffère de la certitude intégrale⁽⁵⁾ ; je dis *intégrale*⁽⁶⁾ : "la Probabilité⁽⁷⁾ est en effet un degré de la certitude et en diffère comme la partie diffère du tout. Évidemment, si la certitude intégrale et absolue, que nous désignons par la lettre *a* ou l'unité *I*, est constituée de -supposons par exemple - cinq probabilités ou parties, dont trois militent pour qu'un événement existe ou se produise, les autres s'y opposant : nous dirons que cet événement a $\frac{3}{5} a$, ou $\frac{3}{5}$ de certitude. Est donc dit **plus probable** qu'autre chose ce qui a une plus grande part de certitude, bien qu'en fait, d'après le langage courant, soit dit **probable**, ce dont la probabilité dépasse notablement la moitié de la certitude. Je dis : **notablement** ; car ce qui équivaut à la moitié de la certitude environ est dit douteux ou **ambigu**⁽⁸⁾. Ainsi ce qui a $\frac{1}{5}$ de certitude est plus probable que ce qui n'en a qu' $\frac{1}{10}$; même si ni l'un ni l'autre n'est en fait probable" comme l'enseigne mon Oncle dans le Chapitre I Partie IV du susdit Traité. Cela concerne l'objet de l'Art de Conjecturer, parce que nous disons que les choses sont douteuses et incertaines ; mais il ne s'agit pas ici de celles qui sont certaines et dont on peut facilement s'assurer de la vérité, puisque suivant la première Règle que nous livre mon Oncle dans le chapitre II⁽⁹⁾, "il ne doit pas y avoir place pour la Conjecture dans les cas où il est permis de parvenir à une certitude entière. Ainsi, si interrogé, un voleur a répondu qu'il *aurait* rendu à Sempronius l'objet volé, le juge agirait stupidement s'il voulait, d'après l'expression du visage ou le ton de son interlocuteur, la nature de l'objet volé, ou d'après d'autres circonstances du vol, faire des conjectures sur la probabilité de l'affirmation, puisqu'il a sous la main Sempronius qui pourra témoigner de toute l'affaire, certainement et facilement"⁽¹⁰⁾**.

Le fondement de tout cet Art sur lequel nous devons toujours nous appuyer pour mesurer les probabilités consiste en cette Règle universelle⁽¹¹⁾ que démontrent les Propositions 1,2 et 3 de Huygens dans son élégante Dissertation⁽¹²⁾ sur le Calcul dans les jeux de hasard⁽¹³⁾, et mon Oncle dans les Annotations⁽¹⁴⁾ de ces mêmes Propositions : *Que l'on multiplie ce qui arrive dans chaque cas par le nombre de cas dans lesquels on voit que chacun arrive, que l'on divise la somme des produits par la somme de tous les cas, le quotient manifestera ce qui doit arriver probablement, ou indiquera la valeur de l'espérance ou le degré de la probabilité cherchée*⁽¹⁵⁾. *Cette Règle est la même que celle par laquelle on obtient ordinairement la **moyenne Arithmétique proportionnelle** entre plusieurs quantités données et n'est pas différente de la Règle d'Alliage, ce qu'utilement mon Oncle a cru bon d'exprimer dans une Scholie qui se trouve dans les Annotations de la Proposition 3 de la Dissertation de Huygens : "Il est clair à considérer ce calcul qu'il intervient une grande ressemblance entre celui-ci

§ 5 (23)

biliter sit futurum, aut quis eventus altero sit probabilior, aut quantum hoc vel illud ab integra certitudine deficiat; dico *integra*: Probabilitas enim est gradus certitudinis, & ab hac differt, ut pars à toto. Nimirum si certitudo integra & absoluta, quam litera *a* vel unitate *i.* designamus, quinque v. gr. probabilitatibus seu partibus constare supponatur, quarum tres militent pro existentia aut futuratione alicujus eventus, reliquæ contra; eventus ille dicetur habere $\frac{3}{5}$ seu $\frac{3}{5}$ certitudinis. Illud igitur altero *probabilius* vocatur, quod majorem certitudinis partem habet; etsi in positivo *probabilis* ex usu loquendi tantum dicatur id, cujus probabilitas semissem certitudinis notabiliter superat. Dico *notabiliter*; nam quod semissem certitudinis circiter æquat, *dubium* vel *anceps* vocatur: Ita probabilis est, quod $\frac{3}{5}$ certitudinis habet, quam quod $\frac{1}{5}$; etsi neutrum in positivo sit probabile; uti docet Patruus meus in dicto Tractatu *Part. IV. Cap. I.* Hæc de objecto Artis Conjectandi, quod diximus esse res dubias & incertas: De illis autem rebus, quæ certæ sunt & quarum veritas facile haberi potest, hic non agitur; cum secundum primam ex Regulis, quas tradit Patruus d. *Cap. II.* conjecturis locus non esse debeat in rebus, in quibus omnimodam certitudinem assequi licet. Ita si fur interrogatus responderit, se rem ablatam vendidisse Sempronio, inepte ageret Judex, qui ex vultu tonoque loquentis, aut ex qualitate rei furto ablatæ, aliisve furti circumstantiis de probabilitate asserti conjicere vellet, quando præsto est Sempronius, è quo rem omnem certo & facile experiri licebit. Fundamentum totius hujus Artis, quo in metiendis probabilitatibus perpetuo niti debemus, in hac universali consistit Regula, quam demonstrant Hugenius in eleganti Diatriba de Ratiociniis in alexæ ludo, *Prop. 1. 2. & 3.* & Patruus meus in *Annotat. ad easd. Propos. Multiplicetur id quod singulis casibus evenit per numerum casuum, quibus unumquodque evenire deprehenditur, summaque productorum dividatur per summam omnium casuum, quotiens ostendet quid probabiliter eventurum sit, sive denotabit valorem expectationis seu gradum probabilis quæsitæ.* Quæ Regula eadem est cum illa, qua vulgo *medium proportionale Arithmeticum* inter plures datas quantitates quæritur, nec non cum Regula *Alligationis*, quam in rem afferre lubet Scholion Dni. Patruus, quod habet in *Annotat. ad Prop. 3. Diatribæ Hugenianæ.* Perspicuum est ex calculi hujus consideratione, magnam illi intercedere affini-

et la Règle arithmétique dite d'Alliage par laquelle, des choses de prix divers étant mélangées selon des quantités données, on cherche à savoir le prix d'une chose du mélange : ou plutôt, ce calcul est tout à fait le même dans les deux cas. En effet, de même que la somme des produits des quantités de chacun des composants par leurs prix respectifs, divisée par la réunion de tous les composants, donne le prix cherché qui est toujours situé entre les prix des extrêmes, de même la somme des produits des nombres des cas par ce qui est acquis dans chaque cas, divisée par le nombre de tous les cas donne la valeur de l'espérance qui pareillement sera toujours intermédiaire entre le maximum et le minimum qui peut être obtenu. D'où si l'on prend les mêmes nombres, là pour la quantité des composants et leurs prix, ici pour les cas et ce qui est obtenu dans chaque cas, le même nombre indiquera aussi, là le prix d'une chose du mélange, ici l'espérance. Par exemple si 3 pintes de vin dont le prix est 13 sont mélangées avec 2 pintes de vin dont le prix est 8 : multipliés 3 par 13 et 2 par 8, il en sort 55, le prix de toutes les pintes, qui divisé par 5, le nombre des pintes, donne 11 pour prix d'une pinte du mélange : selon la même règle, l'espérance de quelqu'un qui aurait eu 3 cas pour 13 et 2 pour 8 doit être aussi évaluée par la même quantité"⁽¹⁶⁾.

Bien plus, la convenance singulière et extraordinaire qu'a cette Règle avec celle qu'on enseigne pour trouver le Centre de gravité de plusieurs corps pesants, mérite d'être notée ; en effet, de même que la somme des moments, c'est-à-dire la somme des produits des poids par leur distance respective à un point donné, divisée par la somme des poids, donne la distance du centre de gravité, c'est-à-dire de ce point par rapport auquel les poids suspendus sont en équilibre, de même encore, ce milieu que l'on obtient par la présente Règle est, pour ainsi dire, le **Centre de gravité**⁽¹⁷⁾ de toutes les probabilités puisqu'il les place en équilibre de telle sorte qu'aucune de ces probabilités qui s'écartent de part et d'autre de cette moyenne ne pèse⁽¹⁸⁾ plus qu'une autre.

Nos Jurisconsultes qui doivent conserver un équilibre semblable dans les affaires douteuses et obscures ont aussi coutume de suivre une **moyenne**⁽¹⁹⁾ comme il ressort du Digeste⁽²⁰⁾ ; dans ce cas "avec la plus grande sagesse les législateurs ont suivi une sorte de milieu" ; cependant, ont-ils alors⁽²¹⁾ suivi avec soin le milieu, nous le verrons plus loin⁽²²⁾. Un poncif qui a encore un rapport avec cela : "Toujours dans l'obscur suivons le moindre"⁽²³⁾, et c'est de même que l'on dit⁽²⁴⁾ que dans l'obscur il est habituel de regarder vers le plus vraisemblable ou ce qui d'habitude arrive le plus souvent. Notre Règle montre en effet justement où est le **moindre** péril de se tromper⁽²⁵⁾ : à savoir à la **moyenne**, en dehors de laquelle toutes les autres probabilités se rapprochent d'avantage des extrêmes, c'est-à-dire de celles qui

卷之六 (六)

tatem cum Regula Arithm. Alligationis dicta, qua res diversi pretii in data quantitate miscentur, & queritur pretium rei mixta: aut potius calculum utrinque plane eundem esse. Sicut enim summa productorum ex quantitibus singulorum miscibilium in sua respective pretia, divisa per aggregatum omnium miscibilium, exhibet pretium questum, quod semper medium est inter pretia extremorum: ita summa productorum ex numeris casuum in id quod quovis casu acquiritur, divisa per numerum omnium casuum, ostendit valorem expectationis, qui proinde semper intermedius erit inter maximum & minimum quod acquiri potest. Unde si iidem numeri assumantur, ibi pro quantitate miscibilium, eorumque pretiis: hic pro casibus, & eo quod quovis casu obtinetur; idem quoque numerus denotabit ibi pretium rei mixta, & hic expectationem. Ex. gr. si 3 canthari vini pretii 13 misceantur cum 2 cantharis pretii 8; multiplicatis 3 per 13 & 2 per 8, exurgit pretium omnium cantharorum 55, quo diviso per 5 numerum cantharorum, habetur 11 pretium unius canthari mixti: quanta quoque juxta regulam expectationis enjuspiam aestimanda est, quae 3 habuerit casus ad 13, & 2 ad 8. Quin imo notari hic meretur singularis illa & eximia convenientia, quam habet haec Regula cum illa, quae traditur pro inveniendis Centro gravitatis plurium gravium; sicut enim summa momentorum i. e. summa productorum ex ponderibus in suas respective distantias à puncto quopiam dato, divisa per summam ponderum, exhibet distantiam centri gravitatis h. e. illius puncti, ex quo suspensa pondera sunt in aequilibrio: ita etiam medium illud, quod per praesentem Regulam obtinetur, est, ut ita dicam, Centrum gravitatis omnium probabilitatum, quod illas ita constituit in aequilibrio, ut neutra earum, quae ab hoc medio utrinque declinant, probabilitatum sibi invicem praeponderent. Tale etiam aequilibrium servaturi in rebus dubiis & obscuris JurisConsulti nostri medium solent sequi, ut apparet ex l. 3. ff. si pars. her. pet. ibi: Prudentissime juris auctores medietatem quaedam secuti sunt; an autem in d. l. 3. medietatem exacte secuti fuerint, infra videbimus. Pertinet huc etiam vulgatum illud: Semper in obscuris, quod minimum est, sequimur. l. 9. ff. de R. J. c. 30. de R. J. in 6^{to}. item quod dicitur in l. 115. ff. c. 45. in 6^{to}. eod. in obscuris inspici solere, quod verisimilius est, aut quod plerumque fieri solet. Ostendit enim Regula haec nostra, ubi minimum à vero aberrandi periculum sit; in medio scil. extra quod caeterae omnes probabilitates ad extrema, i. e. ad illa quae rarissime

arrivent le **plus rarement**.

En dernier lieu, il faut encore noter ce que signale mon Oncle dans la Scholie de la proposition I du livre de Huygens sur le calcul dans les jeux de hasard : "*Le terme d'espérance, comme nous avons appelé cette moyenne que l'on obtient en divisant par le nombre total des cas la somme des produits des cas par ce qui est acquis dans chaque cas, n'est pas prix dans ce sens ordinaire par lequel on dit communément espérer ou souhaiter ce qui est le meilleur de tout quoiqu'il puisse nous arriver une chose pire ; mais on doit comprendre que comme notre espoir d'obtenir le meilleur est tempéré et atténué par la crainte d'acquérir une chose pire, on désigne toujours ainsi par sa valeur quelque chose d'intermédiaire entre le meilleur que nous espérons et le pire que nous craignons*"⁽²⁶⁾ ; ainsi celui qui a trois cas pour gagner 13 et deux pour gagner 8, on ne dit pas qu'il espère 13, mais 11 qui est la moyenne entre 13 et 8.

CHAPITRE II

La manière de supputer la probabilité de la vie humaine ou du temps de vie de chaque homme

Nous avons d'abord traité dans le chapitre précédent de l'Art de Conjecturer en général ; il nous reste à mettre en lumière son usage par quelques exemples particuliers. On déduit d'abord de cet Art l'estimation de la durée de la vie humaine, ce dont nous ne pourrions pas négliger l'utilité par la suite⁽¹⁾ ; de fait, la fin de notre vie est la chose la plus incertaine qui soit, et l'heure de la mort n'est connue de personne sinon de Dieu⁽²⁾ qui nous donne la vie, ce don qu'il nous fait auquel il peut renoncer à sa guise à tout moment ; il ne nous est permis que de déterminer par des conjectures combien d'années, un homme d'un certain âge, est probablement⁽³⁾ encore en mesure de vivre, ou bien, étant donnée une certaine année, qu'elle est la probabilité qu'il soit en mesure de la franchir ou non, etc... Mais j'en vois déjà beaucoup qui dès le départ opposeront et diront qu'il leur est à peu près impossible de supputer tout cela par l'Art de Conjecturer

☉) 7 (☉)

contingunt, magis inclinant. Cæterum & hoc ultimo loco notandum est, quod etiam monet Patruus meus in Scholio ad Prop. 1. Hugonii de ratiociniis in aleæ ludo; vocabulum *expectationis*, quomodo appellavimus medium illud, quod obtinetur dividendo summam productorum ex casibus in id quod quovis casu acquiritur, per numerum omnium casuum, non sumi hic sensu vulgari, quo communiter expectare vel sperare dicimur quod omnium optimum est, licet nobis pejus accidere possit; sed quatenus spes nostra impetrandi optimum temperata & imminuta est metu consequendi pejus: adeo ut per valorem ejus semper significetur intermedii quidpiam inter optimum quod speramus, & pessimum quod metuimus; sic ille qui tres habet casus ad lucrandum 13, & duos ad lucrandum 8, non dicendus est expectare 13, sed 11, quod medium est inter 13 & 8.

CAPUT II.

De modo supputandi probabilitatem vitæ humana, sive ætatis cujusvis hominis.

PRæcedenti primo Capite egimus de Arte Conjectandi in genere, sequitur ut ejus usum per specialia aliquot exempla declaremus. Primum quod ex Arte hac deduci, & in sequentibus utilitatem non spernendam habere potest, est æstimatio longævitas vitæ humanæ; etenim cum sit incertissimus vitæ nostræ exitus, & hora mortis nemini nota nisi DEO O. M. supremo illi vitæ nostræ datori, qui donum hoc suum nobis, quandoque ipsi libuerit, auferre potest; nihil aliud nobis relinquitur, quam ut per conjecturas determinemus, quot annos adhuc cujuslibet ætatis homo probabiliter sit victurus, aut quanta sit probabilitas, ut datum aliquem annum sit superaturus vel non &c. Video autem, multos esse qui in ipso statim limine opponunt & dicunt, tantum non impossibile esse, ut hæc omnia per Artem Conjectandi supputentur,

car il faut alors disposer de l'énumération exacte de tous les cas dans lesquels chaque chose peut arriver, alors qu'il n'est aucun mortel⁽⁴⁾ qui puisse jamais circonscrire, par exemple, le nombre des maladies, qui sont autant de cas, qui peuvent attaquer les innombrables parties du corps-humain aux différents âges de la vie et nous apporter la mort ; qu'il n'est aucun mortel qui puisse savoir quelle maladie a plus ou moins de facilité à tuer un homme, de la peste ou de l'hydropisie, de l'hydropisie ou de la fièvre, et qui puisse établir ensuite une conjecture sur l'état futur de vie ou de mort, puisque tout cela dépend de causes totalement cachées et éloignées de notre connaissance ; certes il en va autrement dans les tirages au sort et les jeux que seul gouverne le hasard parce que dans ce cas-là, en effet, l'espérance précise et scientifique peut être déterminée, du fait que nous saisissons exactement et clairement les nombres de cas qui doivent être suivis infailliblement du gain ou de la perte et parce que ces cas sont indifférents, c'est-à-dire qu'ils peuvent survenir aussi facilement, ou du moins que si l'un est plus probable que l'autre nous pouvons scientifiquement établir de combien il est plus probable que l'autre. A cela nous répondons que nous disposons d'un autre chemin pour découvrir les nombres de cas et que si cela n'est pas possible *a priori* ou par la cause, du moins il sera possible de les mettre à jour *a posteriori* ou par l'évènement observé dans de nombreux exemples semblables (en effet je peux m'écarter d'autant moins de la vraie proportion que j'observe plus souvent que moins) ; car on doit présumer que par la suite chaque fait peut arriver et ne pas arriver dans les mêmes nombres de cas qu'il avait été constaté auparavant, dans un état de choses semblables, qu'il arrivait et n'arrivait pas. En effet si, par exemple, après avoir fait l'expérience sur trois cents hommes de l'âge et de la complexion qu'a aujourd'hui Titius, on a observé que deux cents d'entre eux ont trouvé la mort avant la fin de la décennie, tandis que le reste a poursuivi sa vie au-delà, on pourrait conclure avec assez de sûreté qu'il y a deux fois plus de cas pour que Titius doive acquitter son tribut à la nature pendant la prochaine décennie plutôt que pour qu'il puisse franchir cette borne. Maintenant on voit clairement ce que l'on doit penser de l'efficacité de l'Art de Conjecturer, car moins les choses fortuites et incertaines paraissent pouvoir être appréhendées dans les limites de la raison, plus on doit estimer admirable l'Art auquel elles se soumettent aussi, comme le dit Huygens à Schooten *dans la préface de sa dissertation sur le calcul dans les jeux de hasard*⁽⁵⁾.

La vérité de cette affirmation se dévoilera encore plus clairement dès lors que nous aurons effectivement mis en évidence la manière de calculer la probabilité de la vie humaine à partir des observations extraites des Registres de décès tels qu'on a coutume d'en publier mensuellement ou hebdomadairement à Londres et à Paris^{(6)**}.

§ 8 (Continuum)

tentur, requiri enim ibi exactam enumerationem omnium casuum, quibus quidque evenire potest, neminem autem mortalium esse, qui unquam definiat numerum ex. gr. morborum, veluti totidem casuum, qui innumeras corporis humani partes quavis ætate invadere, mortemque nobis inferre valent, sciatque quanto facilius hic quam ille, pestis quam hydrops, hydrops quam febris hominem perimat, ut inde de futuro vitæ necisque statu conjectura formari possit, cum hæc omnia dependeant à causis omnino occultis & à cognitione nostra remotis; aliter quidem rem se habere in fortilegiis & ludis, quos sola gubernat fors, quod enim in his expectatio præcise & scientificæ determinari possit, causam esse, quia accurate & clare percipimus numerum casuum, ad quos infallibiliter sequi debet lucrum aut damnum, & quod hi casus indifferenter se habeant, & æque facile evenire possint, aut saltem si unus altero sit probabilior, scientificæ definire possumus, quanto sit probabilior. Ad hæc respondemus, aliam hic nobis suppetere viam investigandi numeros casuum, quos si non à priori seu causa, saltem à posteriori seu ab eventu in similibus exemplis multoties (minus enim à vera proportionem aberrare possumus, si sæpius, quam si rarius observem) observato eruere licebit; quandoquidem præsumi debet, tot casibus unumquodque posthac contingere & non contingere posse, quoties id antehac in simili rerum statu contigisse & non contigisse fuerit deprehensum. Nam si ex. gr. factò olim experimento in tercentum hominibus ejusdem, cujus nunc Titius est, ætatis & complexionis, observaveris ducentos eorum ante exactum decennium mortem oppetiisse, reliquos ultra vitam protraxisse, suis tuto colligere poteris, duplo plures casus esse, quibus & Titio intra decennium proximum naturæ debitum solvendum sit, quam quibus terminum hunc transgredi possit. Manifestum hinc est quid sentiendum sit de præstantia Artis Conjectandi, nam quanto minus rationis terminis comprehendi posse videntur, quæ fortuita sunt atque incerta, tanto admirabilior Ars censenda est, cui ista quoque subjacent, ut inquit Hugenius ad Schootenium in *præf. distrib. sue de ratiociniis in aleæ ludo*. Cujus asserti veritas clarius adhuc patefcet, si jam revera modum ostenderit probabilitatem vitæ humanæ calculo subducendi ex observationibus factis super Catalogis æmortalium, quales Parisiis & Londini menstruatim vel hebdomadarum

Mon illustre Oncle rapporte dans l'annexe 31 de sa Dissertation sur la Conversion et l'Opposition des Propositions, en référence au numéro 31 du Journal des Savants Français de l'année 1666, que la réunion de plusieurs de ces registres a permis d'observer que de cent enfants nés en même temps, il en reste en vie après six ans : 64, après 16 ans : 40, 26 ans : 25, 36 ans : 16, 46 ans : 10, 56 ans : 6, 66 ans : 3, 76 ans 1, 86 ans : 0. Ceci posé, s'il s'agit d'évaluer la vie d'un enfant nouveau-né, il faudra raisonner ainsi⁽⁷⁾ : cet enfant nouveau-né fait partie soit de ces 36 qui meurent dans les six premières années, soit de ces 24 qui meurent entre la sixième et la seizième année, *soit de ces 15 qui meurent entre la 16^{ème} et la 26^{ème} année, soit de ces 9 qui meurent entre la 26^{ème} et la 36^{ème} année, soit de ces 6 qui meurent entre la 36^{ème} et la 46^{ème} année, soit de ces 4 qui meurent entre la 46^{ème} et la 56^{ème} année, soit de ces 3 qui meurent entre la 56^{ème} et la 66^{ème} année, soit de ces 2 qui meurent entre la 66^{ème} et la 76^{ème} année, soit enfin il sera celui, unique, qui meurt entre la 76^{ème} et la 86^{ème} année**. Il y a donc 36 cas pour qu'il meure dans les six premières années, c'est-à-dire pour qu'il vive probablement encore 3 ans⁽⁸⁾ *(on prend en effet ici la moitié, parce que les observations portant sur chaque année faisant défaut, on doit supposer qu'il peut être aussi facile de mourir à chaque instant de ces six années et pour qu'il n'y ait pas grand péril de s'écarter du vrai on doit présumer qu'il doit mourir au milieu de cette période c'est-à-dire à trois ans)** , 24 autres cas pour qu'il meure entre la sixième et la seizième année, c'est-à-dire pour qu'il vive probablement encore 11 ans *(car outre les six ans qu'il dépasse certainement, on présume qu'il vivra encore 5 ans, parce qu'on doit à nouveau supposer qu'il peut mourir avec une égale facilité à chaque instant situé entre la sixième et la seizième année, et on doit procéder de même pour les décennies suivantes) ; de même il y a 15 autres cas pour qu'il vive encore 21 ans (s'il meurt entre la 16^{ème} et la 26^{ème} année), 9 autres pour qu'il vive 31 ans, six autres pour qu'il vive 41 ans, quatre pour qu'il vive 51 ans, trois pour qu'il vive 61 ans, deux pour qu'il vive 71 ans et un cas enfin pour qu'il vive 81 ans** ; d'où par la règle générale exposée *dans le chapitre précédent**, l'espérance de notre enfant vaut :

9 (E)

datim distribui solent. Refert Cl. Dn. Patruus p. m. in Dissertatione de Conversione & Oppositione Enunciationum annexo 31. ex Ephemeridibus Erud. Gall. Anni 1666. Num. 31. observatum fuisse ex collatione plurium istiusmodi catalogorum, quod ex centum infantibus eodem tempore natis elapso sexennio superstites remaneant 64. elapsis annis XVI. 40. annis XXVI. 25. annis XXXVI. 16. annis XLVI. 10. annis LVI. 6. annis LXVI. 3. annis LXXVI. 1. annis LXXXVI. 0. Quo posito, si agatur de æstimanda vita alicujus infantis recens nati, ita ratiocinandum erit: Infans hic recens natus comprehenditur vel inter illos 36. qui intra primum sexennium moriuntur; vel inter illos 24. qui moriuntur inter annum sextum & decimum sextum; vel inter illos 15. qui moriuntur inter annum 16. & 26; vel inter illos 9. qui moriuntur inter annum 26. & 36; vel inter illos 6. qui moriuntur inter annum 36. & 46; vel inter illos 4. qui moriuntur inter annum 46. & 56; vel inter illos 3. qui moriuntur inter annum 56. & 66; vel inter illos 2. qui moriuntur inter annum 66. & 76; vel denique erit ille unus, qui moritur inter annum 76. & 86. Ergo 36. sunt casus, ut moriatur intra primum sexennium h. e. ut probabiliter adhuc vivat 3. annos (sumitur enim hic dimidium, quia ob defectum observationum se non in singulos annos porrigentium supponendum est, aliquem singulis hujus sexennii momentis æque facile mori posse, adeoque ne magnum à vero aberrandi sit periculum, præsumi debet, illum medio tempore h. e. tertio anno moriturum;) 24. alii casus ut moriatur inter annum sextum & decimum sextum h. e. ut probabiliter adhuc vivat 11. annos (nam ultra sex annos, quos certo transgreditur, præsumitur adhuc vivere 5. annos, quia hic iterum supponi debet, illum singulis decenniis, quod inter annum sextum & decimum sextum intercedit, momentis æquali facilitate mori posse, quod idem in reliquis sequentibus decenniis intelligi debet;) item 15. alii sunt casus ut adhuc vivat 21. annos (si nempe moriatur intra 16. & 26. annum) 9. alii ut vivat annos 31. sex iterum alii ut 41. quatuor ut 51. tres ut 61. duo ut 71. unus denique est casus ut vivat annos 81; unde per generalem regulam præcedenti capite traditam infantis nostri expectatio valet

$$\frac{36 \cdot 3 + 24 \cdot 11 + 15 \cdot 21 + 9 \cdot 31 + 6 \cdot 41 + 4 \cdot 51 + 3 \cdot 61 + 2 \cdot 71 + 1 \cdot 81}{100} = \frac{1822}{100} = 18 \frac{11}{50} \text{ ans.}$$

*On trouvera de la même manière que la vie de celui qui a six ans sera probablement de :

$$\frac{24 \cdot 5 + 15 \cdot 15 + 9 \cdot 25 + 6 \cdot 35 + 4 \cdot 45 + 3 \cdot 55 + 2 \cdot 65 + 1 \cdot 75}{64} = \frac{1330}{64} = 20 \frac{25}{32} \text{ ans.}$$

(en effet sur 64 hommes qui passent la sixième année, il en meurt 24 dans la première décennie, 15 dans la deuxième, 9 dans la troisième, etc...). De même le temps de vie future de celui qui a seize ans est probablement de :

$$\frac{15 \cdot 5 + 9 \cdot 15 + 6 \cdot 25 + 4 \cdot 35 + 3 \cdot 45 + 2 \cdot 55 + 1 \cdot 65}{40} = \frac{810}{40} = 20 \frac{1}{4} \text{ ans.}$$

de celui qui a vingt-six ans :

$$\frac{9 \cdot 5 + 6 \cdot 15 + 4 \cdot 25 + 3 \cdot 35 + 2 \cdot 45 + 1 \cdot 55}{25} = \frac{485}{25} = 19 \frac{2}{5} \text{ ans.}$$

de celui qui a trente-six ans :

$$\frac{6 \cdot 5 + 4 \cdot 15 + 3 \cdot 25 + 2 \cdot 35 + 1 \cdot 45}{16} = \frac{280}{16} = 17 \frac{1}{2} \text{ ans.}$$

de celui qui a quarante-six ans :

$$\frac{4 \cdot 5 + 3 \cdot 15 + 2 \cdot 25 + 1 \cdot 35}{10} = \frac{150}{10} = 15 \text{ ans.}$$

de celui qui a cinquante-six ans :

$$\frac{3 \cdot 5 + 2 \cdot 15 + 1 \cdot 25}{6} = \frac{70}{6} = 11 \frac{2}{3} \text{ ans.}^{**}$$

de celui qui a soixante-six ans :

$$\frac{2 \cdot 5 + 1 \cdot 15}{3} = \frac{25}{3} = 8 \frac{1}{3} \text{ ans.}$$

*enfin, la vie probable⁽⁹⁾ de celui qui a soixante-seize ans est de 5 ans**. Une autre façon en fait plus concise, est d'obtenir les temps de vie en suivant un ordre rétrograde : celui qui a 66 ans a 2 cas pour mourir dans les dix ans et un pour parvenir à 76 ans *(et dans ce cas, outre 10 ans qu'il a certainement, il en espère encore 5)** donc son espérance vaut :

$$\frac{2 \cdot 5 + 1 \cdot (10 + 5)}{3} = \frac{25}{3} = 8 \frac{1}{3} \text{ ans.}$$

*celui qui a 56 ans, a trois ans pour mourir dans la décennie et trois autres cas pour parvenir à l'état de celui de 66 ans, c'est-à-dire qu'outre 10 ans il peut encore espérer $8 \frac{1}{3}$ ans, d'où son espérance qui est :

$$\frac{3 \cdot 5 + 3 \cdot (10 + 8 \frac{1}{3})}{6} = \frac{70}{6} = 11 \frac{2}{3} \text{ ans.}$$

De même, l'espérance de celui qui a 46 ans vaut :

$$\frac{4 \cdot 5 + 6 \cdot (10 + 11 \frac{2}{3})}{10} = \frac{150}{10} = 15 \text{ ans.}$$

($\frac{10}{3}$) 10 ($\frac{10}{3}$)

$$\frac{36^3 + 24^{11} + 15^{21} + 9^{31} + 6^{41} + 4^{51} + 3^{61} + 2^{71} + 1^{81}}{100} \propto \frac{1322}{100} \propto$$

$18\frac{11}{10}$ ann. Eodem modo invenietur, quod ejus, qui sex annos natus est, vita probabiliter erit

$$\frac{24^5 + 15^{15} + 9^{25} + 6^{35} + 4^{45} + 3^{55} + 2^{65} + 1^{75}}{64} \propto \frac{1330}{64} \propto 20\frac{55}{32} \text{ ann.}$$

(ex 64. enim hominibus, qui annum sextum egrediuntur, intra primum decennium moriuntur 24. intra secundum 15. intra tertium 9. &c.) Pariter ejus, qui est annorum sedecim, aetas probabiliter

$$\text{futura est } \frac{15^5 + 9^{15} + 6^{25} + 4^{35} + 3^{45} + 2^{55} + 1^{65}}{40} \propto \frac{810}{40} \propto 20\frac{1}{4} \text{ ann.}$$

ejus qui est annorum viginti sex

$$\frac{9^5 + 6^{15} + 4^{25} + 3^{35} + 2^{45} + 1^{55}}{25} \propto \frac{485}{25} \propto 19\frac{1}{5} \text{ ann. ejus qui est}$$

$$\text{annorum triginta sex } \frac{6^5 + 4^{15} + 3^{25} + 2^{35} + 1^{45}}{16} \propto \frac{280}{16} \propto 17\frac{1}{2} \text{ ann.}$$

$$\text{ejus qui est annorum quadraginta sex } \frac{4^5 + 3^{15} + 2^{25} + 1^{35}}{10} \propto \frac{160}{10} \propto$$

$$15. \text{ ann. ejus qui est annorum quinquaginta sex } \frac{3^5 + 2^{15} + 1^{25}}{6} \propto$$

$$\frac{70}{6} \propto 11\frac{1}{3} \text{ ann. ejus qui est annorum sexaginta sex } \frac{2^5 + 1^{15}}{3} \propto \frac{25}{3}$$

$$\propto 8\frac{1}{3} \text{ ann. ejus denique qui est annorum septuaginta sex vita pro-$$

babilis est annorum 5. Aliter & quidem brevius easdem aetates

retrogrado ordine sic invenimus: Ille qui 66. est annorum 2. habet

casus, ut moriatur intra decem annos, & unum, ut perveniat ad

annum 76. (quo casu ultra 10. annos quos certo habet adhuc ex-

pectat 5. annos) ergo ejus expectatio valet $\frac{2^5 + 1^{10+5}}{3} \propto \frac{25}{3} \propto 8\frac{1}{3}$ ann.

Ille qui est annorum 56. tres habet casus, ut moriatur intra decen-

nium, tres alios ut perveniat in statum alicujus 66. annorum h. e.

ut ultra 10. annos adhuc expectare possit $8\frac{1}{3}$ annos, unde ejus ex-

pectatio est $\frac{3^5 + 3^{10+8\frac{1}{3}}}{6} \propto \frac{70}{6} \propto 11\frac{1}{3}$ ann. Sic illius qui est anno-

rum 46. expectatio valet $\frac{4^5 + 6^{10+11\frac{1}{3}}}{10} \propto \frac{150}{10} \propto 15$ ann. illius qui

est

de celui qui a 36 ans :

$$\frac{6 \cdot 5 + 10 \cdot (10 + 15)}{16} = \frac{280}{16} = 17 \frac{1}{2} \text{ ans.}$$

de celui qui en a 26 :

$$\frac{9 \cdot 5 + 16 \cdot (10 + 17 \frac{1}{2})}{25} = \frac{485}{25} = 19 \frac{2}{5} \text{ ans.}$$

de celui qui en a 16 :

$$\frac{15 \cdot 5 + 25 \cdot (10 + 19 \frac{2}{5})}{40} = \frac{810}{40} = 20 \frac{1}{4} \text{ ans.}$$

de celui qui en a 6 :

$$\frac{24 \cdot 5 + 40 \cdot (10 + 20 \frac{1}{4})}{64} = \frac{1330}{64} = 20 \frac{25}{32} \text{ ans.}$$

enfin** l'espérance de l'enfant nouveau-né est :

$$\frac{36 \cdot 3 + 64 \cdot (6 + 20 \frac{25}{32})}{100} = \frac{1822}{100} = 18 \frac{11}{50} \text{ ans.}$$

On déterminera encore de la même manière la vie de celui dont l'âge est intermédiaire entre les années 0, 6, 16, 26 etc... par exemple 20 ans ; *en effet sur 40 jeunes-gens de seize ans, il en meurt 15 dans la décennie qui suit ; donc, si nous supposons qu'il leur est aussi facile de mourir à chaque instant de cette décennie, il en mourra 6 en l'espace de quatre ans, et ainsi il en restera 34 après la vingtième année dont à nouveau 9 meurent durant les six années suivantes, 9 encore durant la décennie suivante, 6 durant la deuxième décennie, 4 durant la troisième, 3 durant la quatrième, 2 durant la cinquième, 1 durant la sixième, ce qui fait pour la valeur de l'espérance de ce jeune de 20 ans** :

$$\frac{9 \cdot 3 + 9 \cdot 11 + 6 \cdot 21 + 4 \cdot 31 + 3 \cdot 41 + 2 \cdot 51 + 1 \cdot 61}{34} = \frac{662}{34} = 19 \frac{8}{17} \text{ ans.}$$

*Ou bien, on procèdera ainsi : il y a 9 cas pour qu'il meure dans les six ans, 25 autres pour qu'il parvienne à la 26ème année, c'est-à-dire qu'outre 6 ans qu'il est alors certain d'avoir à vivre, il peut en plus espérer $19 \frac{2}{5}$ ans qui est le temps de vie probable de quelqu'un qui est né il y a 26 ans, et en conséquence son espérance est :

$$\frac{9 \cdot 3 + 25 \cdot (6 + 19 \frac{2}{5})}{34} = \frac{662}{34} = 19 \frac{8}{17} \text{ ans. comme précédemment.}$$

Mais il importe surtout de remarquer que lorsque nous disons que l'espérance d'un nouveau-né ou de celui qui a 6 ans, 16 ans, etc... vaut $18 \frac{11}{50}$ ans, $20 \frac{25}{32}$ ans, $19 \frac{2}{5}$ ans⁽¹⁰⁾ etc..., il ne faut pas entendre par là que les hommes de cet âge doivent probablement prolonger leur vie de $18 \frac{11}{50}$ ans, $20 \frac{25}{32}$ ans, $19 \frac{2}{5}$ ans⁽¹¹⁾ etc... ou qu'il soit aussi probable pour eux de mourir avant qu'après ce temps de vie, c'est-à-dire que parmi un très grand nombre d'hommes de cet âge il y en ait autant qui dépassent ce temps de vie qu'il y en a qui meurent avant ; mais on doit entendre par là le temps de vie moyen entre le plus long et le plus court auxquels les hommes peuvent parvenir, car les différentes années et les deux extrêmes se compensent mutuellement,

§ 11 (E)

est 36. annorum $\frac{6^5 + 10 \cdot 10 + 15}{16} \propto \frac{280}{16} \propto 17\frac{1}{2}$ ann. ejus qui 26.

$\frac{9^5 + 16 \cdot 10 + 17\frac{1}{2}}{25} \propto \frac{495}{25} \propto 19\frac{1}{2}$ ann. ejus qui 16. $\frac{15^5 + 25 \cdot 10 + 19\frac{1}{2}}{40} \propto$

$\frac{310}{40} \propto 20\frac{1}{4}$ ann. ejus qui 6. $\frac{24^5 + 40 \cdot 10 + 20\frac{1}{4}}{64} \propto \frac{1530}{64} \propto 20\frac{15}{32}$ ann.

infantis denique recens nati expectatio est $\frac{36^3 + 64 \cdot 6 + 26\frac{2}{3}}{100} \propto \frac{1822}{100} \propto$

$18\frac{11}{25}$ ann. Simili etiam modo determinabitur vita ejus, qui est ætatis intermediæ inter annos 0. 6. 16. 26. &c. ex gr. 20. annorum, nam ex 40. juvenibus sedecim annorum intra proximum decennium moriuntur 15. ergo, si ponamus illos singulis hujus decennii momenti æquali facilitate morti esse obnoxios, intra quadriennium morientur 6. adeoque post annum vigesimum supererunt 34. ex quibus iterum intra proximos sex annos moriuntur 9. intra sequens decennium etiam 9. intra secundum decennium 6. intra tertium 4. intra quartum 3. intra quintum 2. intra sextum 1. quod expectationem juvenis alicujus 20. annorum valere facit

$\frac{9^3 + 9 \cdot 21 + 6 \cdot 21 + 4 \cdot 31 + 3 \cdot 41 + 2 \cdot 51 + 1 \cdot 61}{34} \propto \frac{662}{34} \propto 19\frac{8}{17}$ ann. Vel

sic: 9. sunt casus ut moriatur intra sex annos, 25. alii ut perveniat ad annum 26. h. e. ut ultra 6. annos, quos tunc certo habiturus est, adhuc sperare possit $19\frac{8}{17}$ ann. quæ est ætas probabilis unius qui 26.

annos natus est, proinde ejus expectatio est $\frac{9^3 + 25 \cdot 6 + 19\frac{8}{17}}{34} \propto \frac{662}{34} \propto$

$19\frac{8}{17}$ ann. ut antea. Maxime autem hic notandum est, quod, cum dicimus expectationem infantis aut ejus qui est annorum 6. 16. &c. valere $18\frac{11}{25}$. $20\frac{25}{31}$. $19\frac{1}{2}$. ann. &c. hæc non ita intelligenda sint, quod hujus ætatis homines vitam suam probabiliter perducantur sint ad annos $18\frac{11}{25}$. $20\frac{25}{31}$. $19\frac{1}{2}$ &c. aut quod æque probabile sit illos infra hanc ætatem quam supra morituros h. e. quod inter plurimos ejusdem ætatis homines tot superent dictam ætatem, quot infra illam moriuntur; sed hæc omnia intelligi debent de ætate media inter summam & infimam, ad quam homines pervenire possunt, contempnantur enim hic singuli anni & duo extrema cum scilicet, id

c'est-à-dire la vie la plus longue avec la mort prématurée et anticipée, ce que les Allemands expriment en disant : *ein jahr in das ander gerechnet* et les Français : *l'un portant l'autre*⁽¹²⁾, de telle sorte qu'il est différent de dire que le temps de vie de cet homme le plus probable et moyen est par exemple de 20 ans et que cet homme atteindra probablement la vingtième année⁽¹³⁾. La raison de cette différence est que dans le premier cas le temps de vie le plus long entre aussi en considération, ce qui n'a pas lieu dans le second, car dans la question qui porte sur l'année jusqu'à laquelle sa vie va se prolonger on ne demande pas si elle dépassera ce temps de vie de trois, dix, vingt, quarante ans, etc..., mais seulement quelle est la probabilité qu'elle le dépasse⁽¹⁴⁾. Ainsi, suivant ce qui a été trouvé ci-dessus, on dit que l'enfant nouveau-né espère $18 \frac{11}{50}$ ans, bien qu'il soit à peu près deux fois plus probable que sa vie ne se prolongera pas de ce temps de vie, car de cent enfants nouveau-nés, passés $18 \frac{11}{50}$ ans, il en survit à peine 37. Ainsi, de même, de celui qui a par exemple deux cas pour obtenir 100, un cas pour obtenir 1000, on doit dire qu'il espère 400 parce que, bien qu'il soit deux fois plus probable que ces 100 échoient plutôt que les mille, la perte que dans ce cas il a cependant à craindre est deux fois plus petite que le gain qu'il peut espérer⁽¹⁵⁾. C'est pourquoi, si nous voulons en outre déterminer le moment où cet enfant nouveau-né va le plus probablement⁽¹⁶⁾ mourir, il faudra chercher au bout de combien d'années sur tant d'enfants nouveaux-nés il en reste la moitié, c'est-à-dire que sur cent, 50 soient décédés et procéder alors ainsi : sur ces 100 il en meurt 36 dans les six ans et 24 dans la décennie suivante ; mais cela fait que leur nombre dépasse déjà 50, et l'on doit poursuivre ainsi : 24 meurent en l'espace de 10 ans, en combien d'années en meurt-il 14 ? (C'est en effet le nombre de ceux qui manquent pour faire la moitié avec les 36 qui meurent pendant la première décennie) ; on trouvera $5 \frac{5}{6}$ années qui ajoutées aux 6 premières donneront le moment cherché, à savoir $11 \frac{5}{6}$ années**.

Or, on peut non seulement déterminer probablement⁽¹⁷⁾ par ce moyen le temps de vie moyen d'un homme, mais encore celui de deux, trois ou d'un plus grand nombre d'hommes, c'est-à-dire le temps de vie moyen de celui qui vit le plus longtemps de deux, trois, quatre hommes, etc... du même âge ou d'âges différents ; mais avant de pouvoir supputer ce temps de vie, il faut d'abord résoudre le problème suivant⁽¹⁸⁾ : soit **a** le terme des années de la vie la plus longue pendant laquelle un certain nombre d'hommes **b** peuvent mourir à chaque instant avec une égale facilité ; on demande combien d'années pourra probablement obtenir celui qui vivra le plus longtemps. Réponse : $\frac{ba}{b+1}$ années, c'est-à-dire que s'il y a 1 personne, le temps de vie cherché sera

§ 12 (E)

est, longissima vita cum immatura & anticipata morte, id quod Germani vocant ein Jahr in das ander gerechnet / & Galli *l'un portant l'autre*, adeo ut diversum sit dicere, ætas hujus hominis probabilissima & media sunt ex. gr. anni 20. & , hic homo probabiliter attinget annum vigesimum. Ratio diversitatis est, quod priori casu longissima etiam ætas in considerationem venit, posteriori non, nam in quæstione utrum quis vitam suam ad datum annum sit protrahaturus, non quæritur, an quis tribus, decem, viginti, quadraginta &c. annis superet dictam ætatem, sed duntaxat quanta sit probabilitas ut superet. Ita infans secundum superius inventa dicitur expectare $18\frac{1}{10}$ ann. Licet duplo fere probabilius sit, illum vitam suam ad hanc ætatem non esse perditurum, nam ex centum infantibus post annos $18\frac{1}{10}$ vix supersunt 37. Ita etiam qui duos ex. gr. casus habet ad obtinendum 100. unum ad obtinendum 1000. dicendus est expectare 400. quia, quamvis duplo probabilius sit, ut ipsi 100. tantum obveniant, quam ut mille, vicissim quoque jactura, quam eo casu metuendum habet, duplo minor est quam lucrum, quod hoc casu sperare potest. Quod si vero illud etiam tempus determinare velimus, quo infans hic probabilissime moriturus sit, oportebit tantum quærere intra quot annos dimidia pars infantum h. e. ex centum 50. decedunt, quod sic fit: Ex his 100. intra sexennium moriuntur 36. intra sequens decennium 24. quia autem numerus horum jam excedit 50. sic inferendum est: 24. moriuntur intra annos 10. intra quot annos moriuntur 14. (tot enim illis 36. qui intra primum sexennium moriuntur ad complendum dimidium defunt) & invenientur anni $5\frac{1}{2}$, qui additi ad primos 6. annos dabunt quæsitum tempus annos sc. $11\frac{1}{2}$. Non autem unius tantum hominis ætas media hoc modo probabiliter determinari potest, sed & duorum, trium, pluriumve h. e. ætas mediæ diutissime viventis duorum, trium, quatuor &c. ejusdem aut diversæ ætatis hominum; sed antequam hanc ætatem supputare possimus præmittenda est solutio sequentis Problematis: Data meta a annorum vitæ longissimæ intra quam aliquot homines numero b singulis momentis æquali facilitate mori possunt, quæritur ad quot annos longissime victurus probabiliter pertingere queat. Ψ . ad $\frac{ba}{b+1}$ annos h. e. si sint personæ 1. erit ætas quæ-

$\frac{1}{2} a$, s'il y en a 2, $\frac{2}{3} a$, s'il y en a 3, $\frac{3}{4} a$, s'il y en a 4, $\frac{4}{5} a$, etc... En effet, si on divise le temps a en un très grand nombre de parties égales ou instants m , n étant ce nombre infini⁽¹⁹⁾, de sorte que $nm = a$, celui qui vit le plus longtemps meurt au dernier instant, les autres meurent au même instant ou en quelque autre qui le précède, et il y a autant de cas qu'il y a de riens, d'unités, de couples, de triples, etc... qui sont contenus en n objets, selon que les autres sont 0 ou 1 ou 2 ou 3 etc... c'est-à-dire : 1 ou n ou $\frac{n \cdot (n+1)}{2}$ ou $\frac{n \cdot (n+1) \cdot (n+2)}{2 \cdot 3}$

etc... cas⁽²⁰⁾ ; d'où le produit du nombre de cas par le nombre d'instant qu'espère celui qui vit le plus longtemps, si on suppose qu'il meurt au dernier instant, sera :

$1 \cdot n m, n \cdot n m, \frac{n \cdot (n+1)}{2} \cdot n m, \frac{n \cdot (n+1) \cdot (n+2)}{2 \cdot 3} n m, \text{ etc...}$ et la somme de tous les produits divisée par la somme de tous les cas, c'est-à-dire l'espérance totale de celui qui vit le plus longtemps, dont on suppose qu'il peut également mourir à chaque instant :

$$\int nm : n, \int n \cdot nm : \frac{n \cdot (n+1)}{2}, \int \frac{n \cdot (n+1)}{2} nm : \frac{n \cdot (n+1) \cdot (n+2)}{2 \cdot 3}$$

$$\int \frac{n \cdot (n+1) \cdot (n+2)}{2 \cdot 3} nm : \frac{n \cdot (n+1) \cdot (n+2) \cdot (n+3)}{2 \cdot 3 \cdot 4}, \text{ etc...}$$

ou parce que $n = \infty$

$$\int \frac{n}{n} m, \int \frac{n n}{\frac{1}{2} n n} m, \int \frac{\frac{1}{2} n^3}{\frac{1}{6} n^3} m, \int \frac{\frac{1}{6} n^4}{\frac{1}{24} n^4} m, \text{ etc...}$$

c'est-à-dire : $\frac{1}{2} nm, \frac{2}{3} nm, \frac{3}{4} nm, \frac{4}{5} nm, \text{ etc...}$

= (parce que $nm = a$) $\frac{1}{2} a, \frac{2}{3} a, \frac{3}{4} a, \frac{4}{5} a, \text{ etc...}$

Pour cela, on peut aussi procéder Géométriquement de la façon suivante : si on a construit une Courbe de telle sorte que les abscisses x expriment le temps pendant lequel meurent ces hommes, que les ordonnées⁽²¹⁾ y représentent les nombres de cas dans lesquels ils peuvent mourir pendant ce temps, la distance du centre de gravité de cette Courbe au

sommet c'est-à-dire $\frac{\int xy dx}{\int y dx}$, donnera le nombre d'années cherché (car nous avons montré

plus haut la convenance mutuelle qui existait entre la valeur de l'espérance et le centre de gravité⁽²²⁾) ; ensuite, dans notre cas où les ordonnées sont toujours prises comme la puissance des abscisses dont l'exposant est inférieur d'une unité au nombre de personnes, on

(ayant posé $-y = x^{b-1}$) $\frac{\int xy dx}{\int y dx}$ c'est-à-dire le temps de vie le plus probable de celui qui aura

vit le plus longtemps $\frac{\int x^b dx}{\int x^{b-1} dx} = \frac{\frac{1}{b+1} x^{b+1}}{\frac{1}{b} x^b} = \frac{bx}{b+1}$ ou,

439

§ 13 (20)

quæsitæ $\frac{1}{2}a$, si 2. $\frac{2}{3}a$, si 3. $\frac{3}{4}a$, si 4. $\frac{4}{5}a$, &c. Nam si dividatur tempus a in innumeras partes æquales seu momenta m , quorum numerus sit n infinitus, ita ut nm sit ∞a ; & moriatur diutissime vivens ultimo momento, morientur cæteri eodem momento vel aliquo præcedentium, & quidem tot casibus, quot nulliones, uniones, biniones, terniones, &c. continentur in rebus n , prout cæteri illi sunt vel 0. vel 1. vel 2. vel 3. &c. nempe vel 1. vel n . vel $\frac{n \cdot n + 1}{2}$, vel $\frac{n \cdot n + 1 \cdot n + 2}{2 \cdot 3}$ &c. casibus, unde productum ex numero casuum in numerum momentorum, quæ expectat diutissime vivens si mori supponatur ultimo momento, erit 1. nm , $n \cdot nm$, $\frac{n \cdot n + 1}{2} nm$, $\frac{n \cdot n + 1 \cdot n + 2}{2 \cdot 3} nm$, &c. & summa omnium productorum divisa per summam omnium casuum i. e. totalis expectatio diutissime viventis, qui singulis momentis æque morti obnoxius supponitur, $\int nm : n$, $\int n \cdot nm : \frac{n \cdot n + 1}{2}$, $\int \frac{n \cdot n + 1}{2} nm : \frac{n \cdot n + 1 \cdot n + 2}{2 \cdot 3}$, $\int \frac{n \cdot n + 1 \cdot n + 2}{2 \cdot 3} nm : \frac{n \cdot n + 1 \cdot n + 2 \cdot n + 3}{2 \cdot 3 \cdot 4}$, &c. seu quia $n \infty \infty$, $\frac{\int n}{n} m$, $\frac{\int n n}{\frac{1}{2} n n} m$, $\frac{\int \frac{1}{2} n^3}{\frac{1}{6} n^3} m$, $\frac{\int \frac{1}{6} n^4}{\frac{1}{24} n^4} m$, &c. h. e. $\frac{1}{2} nm$, $\frac{2}{3} nm$, $\frac{3}{4} nm$, $\frac{4}{5} nm$, &c. ∞ (quia $nm \infty a$) $\frac{1}{2}a$, $\frac{2}{3}a$, $\frac{3}{4}a$, $\frac{4}{5}a$, &c. Idem Geometrice quoque sic inveniri potest; si construatur Curva talis naturæ, ut abscissis x exprimentibus tempus, intra quod dati homines moriuntur, applicatæ y representent numeros casuum, quibus dicto tempore mori possunt, denotabit distantia centri gravitatis hujus Curvæ à vertice i. e. $\frac{\int xy dx}{\int y dx}$ numerum annorum quæsitum, (supra enim ostendimus, mutuam esse convenientiam inter valorem expectationis & centrum gravitatis;) hinc in nostro casu, ubi applicatæ semper deprehenduntur esse ut abscissarum potestates, quarum exponens unitate minor est numero personarum, erit (posito $y \infty x^{b-1}$) $\frac{\int xy dx}{\int y dx}$ h. e. ætas probabilissima diutissime viventis $\infty \frac{\int x^b dx}{\int x^{b-1} dx} \infty \frac{\frac{1}{b+1} x^{b+1}}{\frac{1}{b} x^b} \infty \frac{bx}{b+1}$ seu (po-

(ayant posé $x=a$) $\frac{ba}{b+1}$ CQFD.

C'est pourquoi, si nous voulons maintenant supputer le temps de vie probable, par exemple de deux nouveaux-nés A et B, il est clair que : ou bien chacun des deux mourra dans les six premières années (dans ce cas le temps de vie moyen de celui qui vit le plus longtemps, comme on l'a exposé, sera de $\frac{2}{3} \cdot 6$ c'est-à-dire 4 ans) ou bien A mourra entre 6 ans et 16 ans et B avant 6 ans, ou réciproquement B entre 6 ans et 16 ans et A avant 6 ans (dans ces deux cas le temps de vie de celui qui vit le plus longtemps est de $6 + \frac{1}{2} \cdot 10 = 11$ ans) ou bien chacun, A et B, mourra entre 6 ans et 16 ans (dans ce cas le temps de vie de celui qui vit le plus longtemps est de $6 + \frac{2}{3} \cdot 10 = 12\frac{2}{3}$ ans) ou bien A mourra entre 16 ans et 26 ans et B avant 16 ans ou réciproquement B entre 16 ans et 26 ans et A avant 16 ans (dans ces cas le temps de vie de celui qui vit le plus longtemps est de $16 + \frac{1}{2} \cdot 10 = 21$ ans) ou bien chacun mourra entre 16 ans et 26 ans (dans ce cas le temps de vie de celui qui vit le plus longtemps est de $16 + \frac{2}{3} \cdot 10 = 22\frac{2}{3}$ ans) et ainsi de suite ; il y a d'autre part 36×36 cas pour que chacun meure dans les six premières années ; 36×24 cas pour que A meure entre 6 ans et 16 ans et B avant 6 ans, et tout autant pour que B meure entre 6 ans et 16 ans et A avant 6 ans ; 24×24 cas pour que chacun meure entre 6 ans et 16 ans ; $(36+24) \cdot 15 = 60 \cdot 15$ cas pour que A meure entre 16 ans et 26 ans et B avant 16 ans, et tout autant pour que B meure entre 16 ans et 26 ans et A avant 16 ans, 15×15 cas pour que chacun meure entre 16 ans et 26 ans etc... ; et c'est pourquoi l'espérance de celui qui vit le plus longtemps sera :

$$= 36 \cdot 36 \cdot 4 + 2 \cdot 36 \cdot 24 \cdot 11 + 24 \cdot 24 \cdot 12\frac{2}{3} + 2 \cdot 60 \cdot 15 \cdot 21 + 15 \cdot 15 \cdot 22\frac{2}{3}$$

$$+ 2 \cdot 75 \cdot 9 \cdot 31 + 9 \cdot 9 \cdot 32\frac{2}{3} + 2 \cdot 84 \cdot 6 \cdot 41 + 6 \cdot 6 \cdot 42\frac{2}{3} + 2 \cdot 90 \cdot 4 \cdot 51$$

$$+ 4 \cdot 4 \cdot 52\frac{2}{3} + 2 \cdot 94 \cdot 3 \cdot 61 + 3 \cdot 3 \cdot 62\frac{2}{3} + 2 \cdot 97 \cdot 2 \cdot 71 + 2 \cdot 2 \cdot 72\frac{2}{3}$$

$$+ 2 \cdot 99 \cdot 1 \cdot 81 + 1 \cdot 1 \cdot 82\frac{2}{3} \text{ divisé par } 100 \cdot 100, \text{ c'est-à-dire } = \frac{278238}{10000} = 27\frac{4119}{5000}.$$

*Si c'est le temps de vie probable de celui qui vit le plus longtemps de deux personnes dont l'une a 16 ans et l'autre 46, il est :

$$= 4 \cdot 15 \cdot 6\frac{2}{3} + 9 \cdot 4 \cdot 15 + 15 \cdot 3 \cdot 15 + 3 \cdot 9 \cdot 16\frac{2}{3} + 6 \cdot 7 \cdot 25$$

$$+ 24 \cdot 2 \cdot 25 + 2 \cdot 6 \cdot 26\frac{2}{3} + 4 \cdot 9 \cdot 35 + 30 \cdot 1 \cdot 35 + 1 \cdot 4 \cdot 36\frac{2}{3} + 3 \cdot 10 \cdot 45$$

$$+ 2 \cdot 10 \cdot 55 + 1 \cdot 10 \cdot 65 \text{ divisé par } 40 \cdot 10, \text{ ce qui est } = \frac{10191 \frac{2}{3}}{400} = 25 \frac{23}{48}$$

Et il serait ainsi possible de supputer le temps de vie le plus probable non seulement de deux mais de trois ou d'un plus grand nombre d'hommes d'un âge quelconque ; mais pour abrégé nous omettons ce calcul trop long.

§ 14 (E)

fito $x \infty a$) $\frac{bx}{b+1}$. Q. E. D. Quod si jam ætatem probabilem duorum exempl. grat. recens natorum A & B supputare velimus, patet vel utrumque A & B moriturum esse intra primum sexennium (quo casu ætas media diutissime viventis per modo ostensa erit $\frac{1}{2}6$ h. e. 4. ann.) vel A moriturum inter annum 6. & 16. & B intra 6. annos, aut vicissim B inter annum 6. & 16. & A intra annos 6. (quibus duobus casibus ætas diutissime viventis est $6 + \frac{1}{2}10 \infty 11$. ann.) vel utrumque A & B moriturum intra ann. 6. & 16. (quo casu ætas diutissime viventis est $6 + \frac{1}{2}10 \infty 12\frac{1}{2}$ ann.) vel A morit. inter annum 16. & 26. & B intra annos 16. aut vicissim B inter ann. 16. & 26. & A intra annos 16. (quibus casibus ætas diut. vivent. est $16 + \frac{1}{2}10 \infty 21$. ann.) vel utrumque moriturum inter annum 16. & 26. (quo casu ætas diut. viv. est $16 + \frac{1}{2}10 \infty 22\frac{1}{2}$ ann.) & ita porro; sunt autem 36×36 casus ut uterque moriatur primo sexennio, 36×24 casus ut A moriatur inter ann. 6. & 16. & B intra annos 6. totidemque ut B moriatur inter ann. 6. & 16. & A intra annos 6, 24×24 casus ut uterque moriatur inter ann. 6. & 16, $36 + 24 \times 15 \infty 60 \times 15$ casus ut A moriatur inter ann. 16. & 26. & B intra 16. annos, totidemque ut B moriatur inter ann. 16. & 26. & A intra 16. annos, 15×15 casus ut uterque moriatur inter ann. 16. & 26. &c. quare expectatio diutissime viventis erit $\infty 36. 36.^4 + 2. 36. 24.^{11} + 24. 24.^{12} + 2. 60. 15.^{21} + 15. 15.^{22} + 2. 75. 9.^{31} + 9. 9.^{32} + 2. 84. 6.^{41} + 6. 6.^{42} + 2. 90. 4.^{51} + 4. 4.^{52} + 2. 94. 3.^{61} + 3. 3.^{62} + 2. 97. 2.^{71} + 2. 2.^{72} + 2. 99. 1.^{81} + 1. 1.^{82}$ divis. per 100. 100. h. e. $\infty \frac{27112}{10000} \infty 27\frac{112}{1000}$. Sic ætas probabilis diutissime viventis inter duos, quorum unus est sedecim, alter 46. annorum, est $\infty 4. 15.^{61} + 9. 4.^{11} + 15. 3.^{11} + 3. 9.^{16} + 6. 7.^{11} + 24. 2.^{21} + 2. 6.^{26} + 4. 9.^{11} + 30. 1.^{11} + 1. 4.^{36} + 3. 10.^{41} + 2. 10.^{11} + 1. 10.^{61}$ divis. per 40. 10. hoc est $\infty \frac{101912}{400} \infty 25\frac{23}{40}$. Et sic ætas probabilissima non tantum duorum, sed & trium pluriumve cujuscunque ætatis hominum supputari poterit, sed nos brevitatis gratia prolixiorum calculum hic omittimus,

unico

et n'ajoutons qu'un seul exemple pour montrer comment on obtient, lorsque deux hommes sont d'âges différents, la probabilité que l'un survive à l'autre. Précisément, mon illustre Oncle affirme dans l'annexe citée plus haut qu'il a découvert que contre 59 cas dans lesquels une jeune femme de 16 ans disparaît avant un vieux de 56 ans, il y a 101 cas dans lesquels le contraire arrive, de telle sorte qu'il est à peu près deux fois plus probable que la jeune femme survive au vieux plutôt que celui-ci à celle-là ; mais il a omis le calcul par lequel il arrive à ce résultat, et c'est pour cela que nous y suppléons : sur 40 jeunes gens de seize ans il en meurt 15 pendant la première décennie, 9 pendant la deuxième, 6 pendant la troisième, 4 pendant la quatrième, 3 pendant la cinquième, 2 pendant la sixième, 1 pendant la septième. De même, sur 6 hommes qui parviennent à l'âge de 56 ans, 3 décèdent pendant la première décennie, 2 pendant la deuxième, 1 pendant la troisième. Donc pour avoir l'espérance de celui de 56 ans, c'est-à-dire la probabilité qu'il survive à un jeune de 16 ans, je pose successivement que celui-là meurt dans la première, dans la deuxième, dans la troisième décennie ; s'il meurt dans la première, alors ou bien le jeune meurt dans la même décennie (dans ce cas, puisqu'à chaque moment ils peuvent mourir avec une égale facilité, chacun possède la moitié de la certitude, c'est-à-dire qu'aucun des deux n'a un espoir de survivre à l'autre plus grand que celui de l'autre), ou bien il meurt dans les autres décennies (dans ce cas le vieux n'a aucun degré de probabilité, mais le jeune est certain de survivre au vieux) ; or il y a 15 cas dans lesquels cette situation-là peut arriver, 25 cas celle-ci, donc l'espérance du vieux, s'il meurt

dans la première décennie est $= \frac{15 \cdot \frac{1}{2} c + 25 \cdot 0}{40} = \frac{15}{80} c = \frac{3}{16}$ de la certitude, c'est-à-dire qu'il y

a trois degrés de probabilité dont 16 font toute la certitude pour que le vieux survive au jeune ; si on suppose que le vieux meurt dans la deuxième décennie, il y aura 15 cas pour que le jeune meure dans la première décennie et que le vieux ait ainsi la certitude intégrale, 9 cas pour qu'il meure dans la deuxième et que le vieux ait une demie certitude, et 16 cas pour qu'il meure dans les autres décennies, cas dans lesquels le vieux n'a aucune partie de la

certitude ; c'est pourquoi l'espérance du vieux sera alors $\frac{15c + 9 \cdot \frac{1}{2} c + 16 \cdot 0}{40} = \frac{39}{80} c$.

Enfin, si le vieux meurt dans la troisième décennie, il y aura 24 cas qui lui donnent la certitude entière si le jeune meurt dans les deux premières décennies, 6 cas qui lui donnent la moitié, et 10 cas qui ne lui donnent aucune partie de la certitude ; d'où l'on obtient l'espérance du vieux

§ 2) | 15 (22)

unico tantum adhuc exemplo ostensuri modum inveniendi, quanta sit probabilitas, ut è duobus diversæ ætatis hominibus unus alteri supervivat. Cl. Patruus quidem in annexo supra citato se deprehendisse ait, quod contra 59. casus, qui juvenulam annos sedecim egressam ante senem 56. annorum vita privant, sint 101. casus, quibus accidit contrarium, adeoque quod duplo fere probabilius sit, ut juvenula seni supervivat, quam ut hic illi; sed calculum, quo ad id pervenit, ibidem omisit, quem ideoque hic supplebimus: Ex 40. juvenibus sedecim annorum intra primum decennium moriuntur 15. intra secundum 9. intra tertium 6. intra quartum 4. intra quintum 3. intra sextum 2. intra septimum 1. Item ex 6. hominibus, qui ad ætatem 56. annorum perveniunt, intra primum decennium decedunt 3. intra secundum 2. intra tertium 1. Ad habendam igitur expectationem alicujus 56. annorum, h. e. quanta sit probabilitas, ut juveni 16. annorum supervivat, pono successive illum mori primo, secundo, tertio decennio; si moritur primo, tunc juvenis moritur vel eodem decennio (quo casu uterque, quia singulis momentis æquali facilitate mori possunt, semissem certitudinis possidet, h. e. neuter altero potiore supervivendi spem habet) vel reliquis decenniis (quo casu senex nullum gradum probabilitatis habet, sed juvenis seni certo supervivit;) illud autem 15. hoc 25. casibus contingere potest, ergo expectatio senis, si moriatur primo decennio, est $\infty \frac{15 \cdot 1^c + 25 \cdot 0}{40} \infty \frac{15}{80} c \infty \frac{3}{16}$ certitudinis h. e. tres sunt gradus probabilitatis, quorum 16. integram faciunt certitudinem, ut senex supervivat juveni; si senex ponatur mori secundo decennio, erunt 15. casus ut juvenis moriatur primo decennio, adeoque ut senex habeat integram certitudinem, 9. casus ut moriatur secundo, senexque habeat dimidiam certitudinem, & 16. casus ut moriatur reliquis decenniis, quibus casibus senex nullam certitudinis partem habet, quare expectatio senis nunc erit $\frac{15 \cdot c + 9 \cdot 1^c + 16 \cdot 0}{40} \infty \frac{10}{80} c$. si denique senex moriatur tertio decennio, erunt 24. casus, qui ipsi dant integram certitudinem, si nempe juvenis moriatur primis duobus decenniis, 6. casus, qui ipsi dant semissem, & 10. casus, qui ipsi dant nullam partem certitudinis, unde expectatio senis tertio decennio

de mourir dans la troisième décennie : $\frac{24.c + 6.\frac{1}{2}c + 10.0}{40} = \frac{27}{40}c$. Cependant, puisqu'il y a trois cas pour que le vieux meure dans la première décennie, deux dans la deuxième et un dans la troisième, l'espérance totale du vieux sera en conséquence = $3 \cdot \frac{3}{16}c + 2 \cdot \frac{39}{80}c + 1 \cdot \frac{27}{40}c = \frac{177}{480}c = \frac{59}{160}$ de la certitude et il restera pour l'espérance du jeune

$\frac{101}{160}$ de la certitude, de telle sorte que leurs espérances sont entre elles comme 59 à 101, c'est-à-dire que sur 160 cas il y a 59 cas dans lesquels le vieux arrive à survivre au jeune et 101 cas dans lesquels c'est le jeune qui survit au vieux ; c'est exactement ce que trouve mon Oncle.

Il faut du reste noter que nous avons dû supposer ici et dans les calculs précédents (parce que les observations utilisées sont faites sur les temps de vie de personnes mortes dont on dit qu'elles sont de moins de six ans, de moins de seize ans, de moins de vingt-six ans, etc...) qu'on est exposé à mourir avec une égale facilité pendant n'importe qu'elle période intermédiaire, ce qui s'éloigne assez de la vérité⁽²³⁾ ; aussi ai-je essayé de disposer d'observations plus exactes, et finalement un Ami d'une grande ville de notre Suisse m'a envoyé les temps de vie d'environ deux mille hommes ayant, pour les uns la même année de naissance, pour les autres la même année de décès ; mais contre toute attente je trouvai d'après ces observations que les hommes de tout âge parvenaient à un temps de vie beaucoup plus élevé que ce qui ressortait du Journal Français, et même, la différence n'était pas mince ; en effet, je découvrai, et encore en négligeant la partie fractionnaire, que l'espérance d'un enfant nouveau-né était de 27 ans, celle de quelqu'un né depuis cinq ans, de 38 ans ; né depuis 10 ans, de 37 ; né depuis 15 ans, de 33 ; né depuis 20 ans, de 30 ; né depuis 25 ans, de 27 ; né depuis 30 ans, de 25 ; né depuis 35 ans, de 22 ; né depuis 40 ans, de 20 ; né depuis 45 ans, de 18 ; né depuis 50 ans, de 15 ; né depuis 55 ans, de 12 ; né depuis 60 ans, de 10 ; né depuis 65 ans, de 8 ; né depuis 70 ans, de 7 ; né depuis 75 ans, de 5 ; né depuis 80 ans, de 4 ; né depuis 85 ans, de 3. La raison de cette différence est vraiment douteuse : est-ce le fait que le nombre des observations aurait été insuffisant, car si j'avais observé les temps de vie d'un plus grand nombre d'hommes, par exemple trois, quatre, dix mille etc... j'aurais pu m'écarter moins de la vérité, ou bien (ce que j'ai plutôt pensé) que dans notre Suisse les hommes jouiraient peut-être d'une vie plus tempérée ou d'une meilleure composition de l'air qui leur permettraient d'atteindre en plus grand nombre un temps de vie plus long qu'en France où apparemment furent faites ces observations qui se trouvent dans le Journal,

(16) 16 (16)

cennio morituri invenitur $\frac{24.c + 6.\frac{1}{2}.c + 10.0}{40} \infty \frac{17}{40} c$. Quia autem tres sunt casus, ut senex moriatur primo, duo ut secundo, & unus ut tertio decennio, idcirco erit totalis expectatio senis ∞

$\frac{3.\frac{1}{16}c + 2.\frac{39}{80}c + 1.\frac{27}{40}c}{6} \infty \frac{177}{480} c \infty \frac{59}{160}$ certitudinis, & relinquetur pro expectatione juvenis $\frac{101}{160}$ certitud. adeo ut ipsorum expectationes se habeant ut 59. ad 101. h. e. ut ex 160. casibus sint 59. casus, quibus senem juveni, & 101. casus, quibus juvenem seni supervivere contingit; plane ut invenit Patruus. Cæterum notandum est, nobis in hac & præcedentibus computationibus (quia prædictæ observationes factæ super ætates demortuorum tantum loquuntur de anno sexto, decimo sexto, vigesimo sexto &c.) supponendum fuisse, quemlibet intermedio tempore æquali facilitate morti obnoxium esse, quod quia à veritate aliquantum aberrat, tentavi accuratiores observationes instituire, quem in finem ab Amico ex celebri aliqua Helvetiæ nostræ Civitate mihi mitti curavi ætates bis mille fere hominum iisdem annis partim natorum partim denatorum, sed præter omnem spem inveni, cujusvis ætatis homines secundum hæc observationes ad multo proventiorem ætatem pervenire, quam in Ephemeridibus Gallicis notatum fuit, differentiamque non adeo esse exiguam, reperi enim expectationem alicujus infantis, & quidem neglecta fractione, esse annos 27. alicujus qui quinque annos natus est annos 38. qui 10. ann. 37. qui 15. ann. 33. qui 20. ann. 30. qui 25. ann. 27. qui 30. ann. 25. qui 35. ann. 22. qui 40. ann. 20. qui 45. ann. 18. qui 50. ann. 15. qui 55. ann. 12. qui 60. ann. 10. qui 65. ann. 8. qui 70. ann. 7. qui 75. ann. 5. qui 80. ann. 4. qui 85. ann. 3.

Quoniam vero dubium est, quænam sit ratio hujus differentiæ, an quod numerus observationum factarum fuerit insufficiens, etenim si plurius hominum ætates ex. gr. trium, quatuor, decem &c. milium observassent, minus à vero aberrare potuissent; an (quod potius crediderim) quod in Helvetia nostra homines forsitan ob vitam temperantiorem aut æris meliorem constitutionem frequentius ad longissimam ætatem pervenire valeant, quam in Gallia, ubi forte illæ observationes, quæ in Ephemeridibus habentur, factæ fuerunt;

ou bien pour quelque autre raison ⁽²⁴⁾ ? Pour cela, nous nous en tiendrons à ces premières observations comme à une hypothèse, jusqu'à ce que nous en ayons de meilleures ; on devrait demander à cette fin que dans chaque ville, et sans doute spécialement dans la nôtre, les Pasteurs consignent avec plus de soin dans les Registres les temps de vie des morts et qu'il n'omettent point cela comme une chose inutile (comme cela se fait jusqu'à présent) : en effet, outre que le doute peut quelquefois survenir dans les successions ab intestat⁽²⁵⁾ ou d'autres, à propos de l'année de la mort d'une personne d'un certain âge et qu'on a alors besoin du témoignage public pour en décider, les Registres de décès de ce genre nous sont encore utiles en ce qu'ils nous fournissent le fondement pour le calcul de la probabilité du temps de vie de n'importe quel homme, calcul qui dans la vie civile et surtout dans notre Droit (comme nous le verrons par la suite) a la plus grande utilité, car il nous est ainsi possible de déterminer qu'elle est la probabilité que quelqu'un atteigne telle ou telle année et par conséquent en quel temps un absent peut être tenu probablement pour mort ; aussi, quel est le juste prix d'un Contrat sur la Vie, si et quand il y a lieu de recourir dans un tel contrat à la loi sur la rescision des ventes, quelle est la vraie manière d'estimer les legs d'annuités, de pensions alimentaires, d'usufruit, etc..., comment la quarte Falcidie doit être prélevée dans ce genre de legs, et plusieurs autres questions dont nous traiterons par la suite⁽²⁶⁾ ?

CHAPITRE III

L'absent à tenir pour mort

Le terme d'absent⁽¹⁾, pour autant qu'il s'applique aux personnes, a d'ordinaire dans notre Droit diverses acceptions ; on dit en effet de quelqu'un qu'il est absent, improprement ou au sens propre. Dans le premier cas, par une interprétation ou une fiction du droit, on tient pour absents les fous, ceux qui n'ont pas toute leur raison, les mineurs en tutelle, ceux qui sont ivres, endormis, et même quelquefois les sourd-muets, bien qu'ils soient physiquement présents⁽²⁾ : on cite habituellement ce proverbe :

17 (17)

an aliud quid, ideo prioribus illis observationibus tanquam hypothesei inhærebimus tamdiu, donec meliores habeamus, in quem finem optandum esset, ut in unaquaque civitate, præcipue etiam hac nostra, Pastores in Albis demortuorum ipsorum ætates accuratius consignarent, nec hoc tanquam rem inutilem (uti hucusque factum est) negligenter: præterquam enim quod in successibus ab intestato, aut alias, dubium nonnunquam incidere potest, quo quis ætatis anno mortuus fuerit, ad quod decidendum publico testimonio opus est, hoc insuper commodi ex ejusmodi Catalogis demortuorum habemus, quod iis tanquam fundamento superstruere possumus computationem probabilitatis ætatis cujusvis hominis, quæ computatio in vita civili & præsertim in Jure nostro (uti mox videbimus) maximam utilitatem habet, hinc enim determinare nobis licet, quanta sit probabilitas, ut quis hunc vel illum annum attingat, & per consequens quo tempore absens probabiliter pro mortuo haberi queat, item quid sit justum pretium in Contractu Vitalitio, an & quando in hoc contractu locus sit remedio legis 2. C. de resind. vend. quænam sit vera ratio æstimandi legatum annuum, alimentorum, ususfructus &c. quo modo ex ejusmodi legato quarta Falcidia detrahi debeat, aliaque plura, de quibus jam ordine in sequentibus agemus.

CAPUT III.

De Absente pro mortuo habendo.

Absentiæ vocabulum in Jure nostro, quatenus ad personas refertur, varie accipi solet, dicitur enim quis absens aut improprie aut proprie. Priori modo per interpretationem & fictionem juris pro absentibus habentur furiosi, mente capti, pupilli, ebrii, dormientes, aliquando etiam muti & surdi, licet corpore sint præsentibus l. 2. §. 3. ff. de jur. codicill. l. 27. §. 2. ff. de recept. arb. l. 17. §. 11. de injur. l. 124. §. 1. de R. J. l. 10. quib. ex caus. in poss. eat. l. 1. §. 1. de auct. tut. l. 209. l. ult. de V. S. in quos dici solet adagium illud

C

παιδί

παρων αποθμοι, **il est là sans y être**⁽³⁾ ; de même, on dit aussi qu'ils ne sont pas chez eux mais au-dehors ceux dont la pensée vagabonde les empêche de faire attention à ce qui est dit. C'est à cela que Térence⁽⁴⁾ fait allusion dans l'Eunuque : **Avec ce militaire sois à la fois présent et absent**. C'est tout le contraire chez ceux qui sont amoureux pour lesquels les absents sont présents comme l'exprime Virgile⁽⁵⁾ à propos de Didon dans la quatrième partie de l'Enéide : **Seule en son palais, elle git éplorée et oisive sur sa couche défaite ; absente elle-même, elle voit et entend l'absent qui l'a délaissée**. Encore plus improprement parle-t-on des morts comme des absents de ce monde - Alciati⁽⁶⁾ - dont on dit cependant correctement qu'ils ont cessé de vivre ou bien qu'ils n'appartiennent plus au monde sensible. L'absence qui dans le Droit Civil s'attache aux esclaves n'est pas d'un type différent ; parce qu'ils n'ont dans la cité aucun droit civil, on les tient pour morts⁽⁷⁾.

Au sens propre, le terme d'absent est lui aussi habituellement utilisé de diverses manières suivant les différents sujets considérés comme l'enseignent Cujas, Goeddaeus, et Gaius⁽⁸⁾. Ainsi, en matière de prescription⁽⁹⁾, on décrète absent celui qui n'a pas de domicile dans la même province que celui qui fait valoir la prescription - Schneidewein⁽¹⁰⁾. Dans les contrats, principalement dans les stipulations⁽¹¹⁾, on dit que sont absents ceux qui sont à une distance telle qu'ils ne peuvent mutuellement s'entendre parler⁽¹²⁾. Dans les actions judiciaires et les assignations⁽¹³⁾ est absent celui qui étant en cause et ne se trouvant pas devant le tribunal ou bien n'est pas chez lui⁽¹⁴⁾ ou bien se cache⁽¹⁵⁾. Quant on donne une procuration, cette absence est décrétée si le constituant de la procuration n'est pas dans le voisinage immédiat, car s'il était dans les jardins, au forum, dans la ville, ou dans des édifices avoisinants on parlerait d'un procureur⁽¹⁶⁾ de présent⁽¹⁷⁾. On admet la même chose lorsqu'il s'agit de nommer un tuteur et un curateur⁽¹⁸⁾ - Goeddaeus⁽¹⁹⁾.

Mais nous, ici, nous entendons par absent celui dont on ignore où il est et s'il existe⁽²⁰⁾, ou pour lequel il n'est pas évident qu'il soit vivant ou mort et dont la vie et l'état sont incertains⁽²¹⁾ ; les Allemands appellent les absents de ce type : **die Verschollenen, von denen man nicht enfahren kan, do sie noch im Leben oder todt seynd**⁽²²⁾. Ainsi, ces absents dont on n'a rien entendu dire ou dont on ne sait rien depuis de nombreuses années, on se demande s'ils peuvent être tenus pour morts et à quel moment, afin que les héritiers puissent leur succéder comme s'ils étaient morts ; en effet, celui qui

πρεσβ. ἀποδερμ. 18 (88)

πρεσβ. ἀποδερμ. *praesens peregrinatur*, sicut etiam dicuntur domi non esse sed foris, qui cogitatione peregrinantes non animadvertunt ea quae dicuntur. Pertinet huc illud Terentii in Eunucho Act. 1. Sc. 2. *Cum milite isto praesens absens ut sis.* Contra qui amant absentes praesentes sunt, veluti de Didone Virgilius Aeneidos quarto: *Sola domo mæret vacua stratisque relicta incubat: illum absens absentem auditque videtque.* Magis adhuc improprie abesse dicuntur mortui seu absentes ex hoc mundo c. 7. de offic. deleg. in 6. Alciat. ad l. 3. de V. S. n. 11. qui tamen rectius dicuntur defuisse esse, aut in rerum natura non esse. §. 1. 1. de inutil. stipul. Huic absentiae non absimilis est illa, qua servi Jure Civili abesse intelliguntur, eo quod in civitate nullum caput habeant, unde pro mortuis habentur. l. 32. l. 209. ff. de R. I. Proprio sensu nomen absentiae iterum diversimode pro diversitate subjectae materiae usurpari solet, ut docent Cujac. l. 7. obs. 35. Coëd. ad l. absentem 199. ff. de V. S. Gail. l. 1. obs. 49. n. 10. Sic in materia praescriptionis absens censetur qui domicilium non habet in eadem cum praescribente provincia. l. fin. C. de long. temp. praescri. Schneidew. ad tit. inst. de usucap. de specul. praescrip. num. 3. In contractibus & imprimis in stipulationibus absentes dicuntur qui tanto intervallo absunt, ut seinvicem loquentes exaudire nequeant. l. 1. ff. de V. O. In judiciis & denuntiationibus absens est, qui in jure aut domi non est. l. 4. §. 5. ff. de Jura. inf. l. 7. §. 4. ff. de oper. nov. nunt. qui à tribunali abest, aut qui latitat. l. 51. §. 5. 9. ff. de fideic. libert. In dando procuratore absentia censetur ea, si extra continentia sit dominus procuratorem constituens, nam si fuerit in hortis, in foro, in urbe & in continentibus aedificiis, praesentis procurator dicitur. l. 5. 6. 7. ff. de procur. Idem obtinet in constituendo tutore & curatore l. 173. §. 1. l. 199. de V. S. Coëd. ad dd. II. Nos autem hic per absentem intelligimus eum, qui ignoratur ubi sit & an sit l. 10. ff. de rit. nupt. seu de quo non constat an in vivis sit, an mortem obierit, cujusque incerta vita ac fortuna est, ut loquuntur Impp. in l. 4. C. de possim. revers. cujus generis absentes Germani nostri appellant die Verschollenen/ von denen man nicht erfahren kan/ ob sie noch im Leben oder todt seynd. De his igitur absentibus, de quibus sc. per multos annos nihil auditum vel compertum est, quaeritur an & quando pro mortuis haberi debeant, ita ut heredes ipsis tanquam defunctis succedere possint; quia enim ille, qui hereditatem

adire

veut accepter l'héritage doit être certain de la mort de celui dont il veut être l'héritier⁽²³⁾ et il ne peut être reconnu l'héritier d'une personne vivante ou de quelqu'un dont la mort est incertaine⁽²⁴⁾ ; cependant la mort de ce type d'absent peut difficilement être prouvée, aussi suffit-il de la prouver par des conjectures - Struve⁽²⁵⁾ - et à la vérité l'avis des Jurisconsultes⁽²⁶⁾ est habituellement de pencher pour la présomption de mort dans le cas où cette personne a été absente durant une longue période, mais ils varient de façon étonnante dans la manière de fixer cette durée. Certains pensent que du seul fait que cela n'a pu être acquis par une recherche soigneuse, on doit décréter qu'il n'est plus de ce monde - Baldo, et après lui Godefroy, Mascardi, Carpzov, Mevius⁽²⁷⁾. D'autres sont d'avis qu'il suffit pour cela de cinq ans : ainsi, selon Bartolo⁽²⁸⁾, si un jeune homme belliqueux, joueur ou débauché s'est mis à courir le monde et que pendant cinq ans on n'a rien entendu dire ou rien appris à son sujet, il doit être présumé mort - Bartolo, Mascardi. Ainsi, dans le Droit Civil il suffisait d'un espace de cinq ans pour présumer la mort qui permette à la femme de l'absent de convoler en d'autres noces, selon le Jurisconsulte Julien⁽²⁹⁾, durée qui fut même restreinte à quatre ans par le Code de Droit de l'Empereur Constantin⁽³⁰⁾. Christijnen⁽³¹⁾, qui suit en cela René Choppin⁽³²⁾, enseigne que l'absent est considéré comme mort au bout de sept ans et que son héritier peut entrer en possession des biens d'héritage de main privée et sans recours à la justice (parce que selon le proverbe français **le mort saisit le vif**). D'autres exigent une absence de dix ans parce qu'en général en droit une longue durée est fixée à dix ans - Besold⁽³³⁾. Par ailleurs, selon le témoignage de Fabre⁽³⁴⁾, chez les habitants d'Augusta⁽³⁵⁾ en Savoie, on considère comme mort celui qui a été absent quinze ans. D'autres, par ailleurs, exigent pour présumer la mort un laps de temps de vingt ans - Klock⁽³⁶⁾. Ainsi Johann Buntz⁽³⁷⁾ rapporte qu'à Nuremberg, par un statut particulier, il y a une disposition selon laquelle si quelqu'un a été absent pendant vingt ans et que pendant ce temps on n'a rien entendu dire à son sujet, il doit être tenu pour mort et ses biens remis à ses proches parents

४३) १९ (६९)

442

adire vult, certus esse debet de morte ejus, cujus vult esse heres. *l. 19. ff. de acquir. vel omitt. hered. §. ult. l. de hered. qual. & differ. & viventis aut ejus, cujus mors incerta est, hereditas dici nequit. l. 1. ff. de hered. vel ad. vend.* mors autem ejusmodi absentium difficulter probari potest, ideo per conjecturas mortem probari sufficit. *Struv. Exerc. 10. §. 66.* & quidem per diuturnitatem temporis, quo quis absuit, mortis præsumtionem inferri communis est Jurisconsultorum sententia, qui tamen in definiendo isto tempore mirum in modum variant. Quidam eo ipso, quod quis facta diligenti inquisitione inveniri non potuit, è rebus humanis excessisse censendum putant. *Baldus & post eum Gothofred. in l. etsi certus 6. §. si unus 2. ff. de SCro Silariano. Mascard. de probat. concl. 1076. n. 3. Carpzov. Ipr. For. part. 1. const. 16. defn. 38. n. 3. part. 3. const. 15. def. 57. n. 13. Mev. p. 5. dec. 134.* Alii ad hoc sufficere credunt quinquennium, sic juxta doctrinam Bartoli si juvenis bellicosus, lusor aut luxuriosus per mundum vagari cœperit, & de eo per quinquennium nihil auditum aut cognitum fuerit, mortuus præsumi debet. *Bartol. in testimon. §. mortuum. n. 38. Mascard. conclus. 1076. n. 5.* Ita Jure Civili sufficiebat spatium quinquennii ad præsumendam mortem ad hoc, ut uxor absentis posset ad alias migrare nuptias, ut respondit Julianus Jctus in *l. uxores 6. ff. de divor. & repud.* quod quidem tempus de Jure Codicis ab Imperatore Constantino fuit restrictum ad quadriennium. *l. 7. C. de repud.* Post septennium absentem pro mortuo haberi, ejusque heredem bona hereditaria privata manu & sine judice (quia secundum Gallorum proverbium *le mort saisit le vis*) apprehendere posse docet *Christinæus vol. 2. dec. 180. n. 7.* secutus Renatum Choppinum *ad leg. municip. And. lib. 3. de util. And. domin. tit. 2. n. 4.* Alii absentiam decennii requirunt, ideo quod longum tempus plerumque decem annorum spatium in jure definitur. *Besold. conf. 167. n. 127. part. 4.* Apud Augustanos vero in Sabaudia pro mortuo haberi eum, qui quindecim annis absuit, testis est *Faber in suo Codice lib. 5. tit. 40. def. 3.* Iterum alii ad mortem præsumendam desiderant lapsum viginti annorum. *Klock. de arar. lib. 2. c. 48. n. 17.* Ita singulari statuto apud Norimbergenses cautum esse refert *Johannes Buntz in Dissert. de absente pro mortuo declarando. cap. 3.* ut si quis per vicennium absuerit, & nihil de illo intra hoc tempus auditum sit, pro mortuo haberi debeat, ejusque bona proximis co-

comme s'il n'était plus en vie. Ensuite, il y en a d'autres qui ne veulent se résoudre à une forte présomption de mort qu'après une absence de trente ans. Richter⁽³⁸⁾ rapporte que dans le royaume de Bohême, par un édit Royal daté de Prague le 29 mars 1616, il a été statué qu'après trente années, un an et un jour, l'absent doit être tenu pour mort, et ses biens attribués sans caution à ses proches parents. Dans un statut analogue, le prudent Sénat de Torgau⁽³⁹⁾ requiert deux choses : (1) que la personne ait été absente pendant trente années, un an et un jour et (2) qu'elle ait achevé sa soixante-dixième année, comme cela se voit dans la disposition de ce statut que rapporte Sigismund Finckelthaus⁽⁴⁰⁾. Besold témoigne qu'il est d'un usage général en Allemagne d'admettre que si on n'a rien appris de l'absent pendant un espace de temps de trente ans, il est tenu pour mort, quoique ne soit pas nul le nombre de ceux qui exigent un temps encore plus long, comme cinquante ou soixante ans ainsi qu'on le voit aussi chez Besold. Il y en a même, entre autres Finckelthaus qui fixent cette durée à cent ans, comme si un homme était présumé vivre aussi longtemps, et ils étendent la présomption d'autant, pour que ceux qui allèguent la mort en infligent la preuve - Alciati, Cothmann, Stéphanus Gratianus⁽⁴¹⁾. Et c'est ainsi que la Faculté de Droit de Leipzig a répondu le 13 novembre 1611 dans les termes suivants : *Dieweil auß Vermùthung der Rechten der Mensch biss in hundert Jahr zù leben geachtet wird und also auch N. durch die Rechtliche Vermùthung noch im Leben seyn kan so wird ihm sein gebührendes Müttertheil billich außgesetz und desselben vollbürtigen Brüderer auß Caution so lange gefolget biss ihr seinen Todt wie recht darthüt und erweist von Rechts wegen*⁽⁴²⁾. Finckelthaus écrit que le Consistoire Electoral a jugé de la même manière en matière matrimoniale le 5 juillet 1609. Mais cette opinion ridicule est bien réfutée par Carpzov et Richter qui exposent que tout cela doit être laissé à l'arbitrage d'un juge avisé qui pourra s'informer d'office : quel était l'âge de l'absent au moment de sa disparition, depuis combien de temps est-il absent, vers où est-il parti, et si c'est à la guerre est-ce que beaucoup d'hommes sont morts pendant le conflit, et s'il est parti en mer est-ce que ceux qui sont partis avec lui sont revenus ou non ? etc. - Menochio⁽⁴³⁾**.

§ 20 (20)

gnatis tanquam vita functi permittenda sint. Sunt deinde alii qui triginta denuum annorum absentiam validam mortis præsumptionem inducere volunt. Richter. *part. 1. decis. 66. n. 6.* ubi refert, in Regno Bohemæ edito Regio de dato Pragæ die 29. Martii Anno 1616. constitutum esse, quod absens per triginta annos, annum & diem pro mortuo haberi, ejusque bona sine cautione proximis cognatis deferri debeant. Simile quid Statuto Senatus Torgaviensis cautum, quo requiruntur duo (1) ut absens quis fuerit per 30. annos, annum & diem, & (2) compleverit annum septuagesimum, prout apparet ex tenore hujus statuti adducto à Sigism. Finckelth. *obs. 100. num. 10.* Et communi quadam Germaniæ consuetudine receptum esse testatur Besold. *conf. 167. n. 98. part. 4.* ut si triginta annorum spatio de absente nihil compertum sit, pro mortuo habeatur, quamvis sint nonnulli, qui longius etiam tempus exigunt, ut quinquaginta & sexaginta annorum; uti videre est apud Besold. *loc. cit.* Imo quidam, & inter alios Finckelth. *diel. obs. 100.* tempus hoc ad centum annos determinant per *l. 23. §. 1. C. de SS. Eccles. l. 56. ff. de usuf. l. 8. ff. de usu & usuf. leg.* quasi homo tamdiu vivere præsumeretur, quam præsumptionem in tantum extendunt, ut mortem alleganti probationem imponant. Alciat. *1. præf. 44.* Cothmann. *resp. 48. num. 4.* Steph. Gratian. *discept. for. tom. 3. c. 562. num. 26. & seqq.* Et ita Facultas Juridica Lipsiensis Anno 1611. die 13. Novemb. respondit verbis sequentibus: Diemeil auß Vermuthung der Nechten der Mensch biß in hundert Jahr zu leben geachtet wird/ und also auch N. durch die Nechtliche Vermuthung noch im Leben seyn kan/ so wird ihm sein gebührendes Mutterheil billich aufgesetzt/ und desselben vollbürtigen Brüdern auff Caution so lange gefolget/ biß ihr seinen Todt/ wie recht/ darthut und erweist/ von Nechts wegen. Eodem modo in causa matrimoniali Consistorium Electorale Anno 1609. die 5. Julii judicasse scribit Finckelth. *d. obs. 100. num. 27.* Sed ridiculam hanc opinionem satis refellunt Carpz. *part. 3. constit. 15. def. 57.* Richter. *decis. 66. part. 1.* qui hæc omnia prudentis Judicis arbitrio relinquenda statuunt, hic enim ex officio poterit perquirere, cujus esset ætatis ille absens, quando abesse cœpit? quamdiu absit? quo in loco profectus sit? Et si in castris, an multi in conflictu decesserint? Si vero navigavit mare, an qui cum eo profecti sunt reversi sint vel non? &c.

Menoch.

Cependant, quand le Juge a-t-il le droit de déclarer mort l'absent à partir du seul laps de temps ? *Je pense que la meilleure façon d'être en état d'avoir ce droit est que ce laps de temps soit défini à partir d'observations faites sur des registres de décès ; en effet, nous pouvons tirer de ceux-ci au bout de combien de temps il est deux fois, trois fois, quatre fois, etc... plus probable que quelqu'un soit mort plutôt qu'encore vivant. Ainsi, comme on appelle probable tout court ce qui excède notablement la moitié de la certitude, comme on l'a dit plus haut dans le **chapitre I****, j'estime qu'il est assez probable que quelqu'un soit mort s'il est deux fois plus probable qu'il soit mort plutôt que vivant, car alors la probabilité dépasse notablement la moitié de la certitude, à savoir de la sixième partie de la certitude. Et cela est deux fois plus probable lorsque se sont écoulées tant d'années que d'un grand nombre d'hommes de son âge, le nombre de ceux qui pendant ces années sont décédés est deux fois plus grand que le nombre de ceux qui sont encore vivants. Ainsi pour trouver au bout de combien de temps il est deux fois plus probable qu'un enfant nouveau-né, par exemple, soit mort que vivant, je cherche en combien d'années sur cent enfants 67 sont décédés de telle sorte qu'il n'en reste que 33, le nombre qui est le plus proche de la moitié de celui-là, et je trouve $20\frac{2}{3}$ ans. En effet, sur cent enfants nouveau-nés, il en meurt 60 dans les 16 ans et 15 dans la décennie suivante, d'où pour avoir le temps dans lequel il en meurt 67, je dis ainsi grâce à la Règle de Trois : quinze meurent en 10 ans, donc sept meurent en $4\frac{2}{3}$ ans qui ajoutés aux 16 ans font $20\frac{2}{3}$. *De la même manière, j'ai trouvé pour celui qui a six ans, $24\frac{4}{9}$ ans ; pour celui qui a seize ans, 25 ans ; pour celui qui a vingt-six ans, de même 25 ; pour celui qui a trente-six ans, $23\frac{1}{3}$ ans ; pour celui qui a quarante-six ans, 20 ans ; pour celui qui a cinquante-six ans, 15 ans ; pour celui qui a soixante-six ans, 10 ans ; et enfin pour celui qui a soixante-seize ans, $6\frac{2}{3}$ ans. Donc, si quelqu'un s'est absenté, par exemple à l'âge de vingt ou trente ans et qu'il a été absent pendant vingt-cinq ans de telle sorte que pendant ce temps on n'a pas entendu parler de lui, le Juge pourra le déclarer mort et attribuer ses biens sans caution à ses proches parents.

Je dis **sans caution** car ainsi que le soutient fort bien Johann Buntz il paraît absurde d'accorder une caution à un absent qui cependant est considéré comme mort et de le favoriser, lui qui néglige ses affaires au point de paraître les avoir abandonnées ;

⌘) 21 (⌘)

Menoch. l. 6. *presunt.* 49. n. 79. Quando autem ex solo temporis lapsu Judici absentem pro mortuo declarare liceat, optime definiri posse puto ex observationibus factis super catalogis demortuorum, ex his enim invenire possumus, quo tempore duplo, triplo, quadruplo &c. probabilius sit, ut quis sit mortuus quam ut adhuc vivat. Igitur cum simpliciter probabile esse dicatur, quod semissem certitudinis notabiliter superat, uti supra *cap.* 1. dictum fuit, existimo satis probabile esse ut quis mortuus sit, si duplo probabilius sit eum esse mortuum quam vivum, tunc enim probabilitas semissem certitudinis notabiliter sexta scil. certitudinis parte excedit. Tunc autem illud duplo probabilius est, quando tot anni elapsi sunt, ut ex pluribus ejusdem ætatis hominibus numerus eorum, qui intra hos annos decesserunt, duplo major sit quam numerus eorum, qui adhuc superstites sunt. Sic ad inveniendum quo tempore duplo probabilius sit, ut infans ex. gr. recens natus sit mortuus quam ut vivat, quæro intra quot annos ex centum infantibus decedant 67. ita ut superstites remaneant tantum 33. qui numerus illo quam proxime duplo minor est, & invenio annos $20\frac{2}{3}$; Ex centum enim infantibus intra 16. annos moriuntur 60. & sequente decennio 15. unde ad habendum tempus, intra quod moriuntur 67. per Regulam Trium sic dico: Quindocim moriuntur intra 10. annos, ergo septem moriuntur intra annos $4\frac{2}{3}$, qui additi ad 16. annos faciunt $20\frac{2}{3}$. Eodem modo pro eo, qui sex annorum est, inveni annos $24\frac{2}{3}$, pro eo qui sedecim annos 25. pro eo qui viginti sex itidem 25. pro eo qui triginta sex, ann. $23\frac{1}{3}$. pro eo qui quadraginta sex, ann. 20. qui quinquaginta sex, ann. 15. qui sexaginta sex, ann. 10. pro eo denique qui est annorum septuaginta sex, ann. $6\frac{2}{3}$. Quod si quis igitur ætatis suæ anno ex. gr. vigesimo aut trigesimo abesse cœperit, & per viginti quinque annos absuerit, ita ut intra hoc tempus nihil de eo inauditum sit, poterit Judex eum pro absente declarare, ejusque bona proximis cognatis sine cautione concedere. Dico *sine cautione*: nam ut optime ait Johannes Buns in *dicta Dissertatione de Absente pro mortuo declarando cap.* 8. absurdum videtur absenti, qui tamen mortuus reputatur, per cautionem consulere, atque ei favere, qui res suas tantopere negligit, ut eas pro derelictis habere videatur:

ou alors on charge d'une caution celui auquel le droit accorde la propriété perpétuelle et irrévocable des biens de l'absent comme si celui-ci était mort et qui acquiert par là l'hérédité qui doit persister à perpétuité pour lui et les siens. Car du fait même que quelqu'un est déclaré mort, tout espoir de son retour est supprimé. Et il n'y a pas à objecter ici que par cette disposition l'absent est privé frauduleusement à son corps défendant de ses biens contre la règle de droit qui veut que ce qui est à nous ne peut être transféré à autrui sans notre accord et contre l'équité naturelle qui interdit d'enlever une chose à son propriétaire s'il n'a pas commis de faute et d'enrichir sans raison l'un au détriment de l'autre. On répond en effet : le dommage que quelqu'un éprouve par sa faute on ne juge pas qu'il l'éprouve ; en outre il est difficile que soit exempt de faute celui qui durant tant d'années n'envoya aux siens ni lettres ni nouvelles, et on doit décréter qu'il est coupable d'avoir abandonné toute pensée pour sa patrie et ses affaires et même de négligence paresseuse, de telle sorte qu'il souffre en quelque sorte volontairement le dommage comme quelqu'un qui consent à ce que son bien soit acquis par prescription. Et si quelqu'un trouve que c'est tout à fait injuste, cela est compensé au détriment de chacun par l'utilité publique, pour la même raison que dans les usucapions⁽⁴⁴⁾ qui furent ainsi introduites pour ne pas laisser plus longtemps dans l'incertitude la propriété des biens et pour mettre un terme aux procès.

CHAPITRE IV

L'achat de l'espoir et en particulier l'achat de rentes viagères

Quoique dans un contrat d'achat-vente doivent nécessairement intervenir d'un côté les marchandises, de l'autre les prix, il y a cependant un certain genre d'achat particulier qui se traite sans objet matériel et qui a pour objet** l'achat de l'espoir ou du hasard *comme lorsqu'on achète au pêcheur le coup de filet futur ou au chasseur le dispositif de pièges ou la panthère à celui qui est à l'affût ou ce qui aura été atteint par

ou alors on charge d'une caution celui auquel le droit accorde la propriété perpétuelle et irrévocable des biens de l'absent comme si celui-ci était mort et qui acquiert par là l'hérédité qui doit persister à perpétuité pour lui et les siens. Car du fait même que quelqu'un est déclaré mort, tout espoir de son retour est supprimé. Et il n'y a pas à objecter ici que par cette disposition l'absent est privé frauduleusement à son corps défendant de ses biens contre la règle de droit qui veut que ce qui est à nous ne peut être transféré à autrui sans notre accord et contre l'équité naturelle qui interdit d'enlever une chose à son propriétaire s'il n'a pas commis de faute et d'enrichir sans raison l'un au détriment de l'autre. On répond en effet : le dommage que quelqu'un éprouve par sa faute on ne juge pas qu'il l'éprouve ; en outre il est difficile que soit exempt de faute celui qui durant tant d'années n'envoya aux siens ni lettres ni nouvelles, et on doit décréter qu'il est coupable d'avoir abandonné toute pensée pour sa patrie et ses affaires et même de négligence paresseuse, de telle sorte qu'il souffre en quelque sorte volontairement le dommage comme quelqu'un qui consent à ce que son bien soit acquis par prescription. Et si quelqu'un trouve que c'est tout à fait injuste, cela est compensé au détriment de chacun par l'utilité publique, pour la même raison que dans les usucapions⁽⁴⁴⁾ qui furent ainsi introduites pour ne pas laisser plus longtemps dans l'incertitude la propriété des biens et pour mettre un terme aux procès.

CHAPITRE IV

L'achat de l'espoir et en particulier l'achat de rentes viagères

Quoique dans un contrat d'achat-vente doivent nécessairement intervenir d'un côté les marchandises, de l'autre les prix, il y a cependant un certain genre d'achat particulier qui se traite sans objet matériel et qui a pour objet** l'achat de l'espoir ou du hasard *comme lorsqu'on achète au pêcheur le coup de filet futur ou au chasseur le dispositif de pièges ou la panthère à celui qui est à l'affût ou ce qui aura été atteint par

des armes de jet ou bien l'espoir d'un héritage. Il faut distinguer de cet achat celui des choses futures, comme c'est le cas par exemple lorsqu'on achète les fruits à venir, l'enfant de l'esclave, ou les petits des troupeaux ; car si ce qui a été vendu - ce sont des choses naturellement du futur, comme des fruits, on entend alors par là l'achat de la chose, mais si elles ne sont à l'évidence pas ainsi ou bien que ces choses futures ne sont fixées que par la raison des contractants, on estime que c'est l'espoir qui est acheté ; le premier achat a la condition tacite que quelque chose adviendra, d'où s'il n'en est rien l'annulation rétroactive du contrat ; le second, dans lequel on vend un événement que l'on sait douteux, est sans condition et le prix est dû même si rien ne survient - Schütz, Struve, Gomez, Doneau, Hilliger, Molina⁽¹⁾ - . En effet, dans un tel achat, la marchandise qui est vendue est le seul et simple espoir, qu'il produise des fruits ou non, cet espoir qui réside dans le droit d'acquiescer et de posséder ce qui sera obtenu ; si rien n'est obtenu, l'acheteur ne peut donc se plaindre d'être lésé par un tel fait puisque dès le départ il peut également être porté au gain ou à la perte bien que par la suite le funeste se mette à apparaître et que personne n'est tenu pour lésé là où le compte des cas fortuits est le même de part et d'autre - Cravetta⁽²⁾ - . Réciproquement, si ce qui est obtenu dépasse de beaucoup le prix et que le vendeur veuille alléguer un préjudice qui dépasse la moitié⁽³⁾, on ne doit pas l'écouter, car pour connaître le juste prix on ne doit pas considérer le préjudice lorsqu'il arrive après le fait mais au moment même du contrat - Struve, Mascardi, Mevius, Carpzov, Richter, Mynsinger⁽⁴⁾ - .

Cependant ce remède ne doit pas être entièrement exclu comme le prétendent à peu près tous les auteurs, car** l'espoir bien qu'il soit incertain peut néanmoins être estimé à une valeur et à un prix certains par cette règle *générale que nous avons rapportée plus haut dans le **chapitre I****. Par exemple, si quelqu'un achète à un autre le droit pour une année de pratiquer la pêche dans un fleuve, la valeur de l'espoir sera déterminée si le nombre de poissons capturés dans ce fleuve au cours de quelques années passées est divisé par le nombre d'années, car le quotient indiquera le nombre de poissons qui seront probablement pris cette année et ainsi dans cet achat le juste prix sera celui auquel on devrait vendre cette quantité de poissons ; *de là,

23 (60)

filibus, aut spes hereditatis emitur. *l. 11. §. ult. in fin. l. 12. ff. de act. emt. l. 8. §. 1. de contrah. emt. l. 7. l. 11. de hered. vel act. vend.* Ab hac emtione diversa est emtio rerum futurarum, cum ex. gr. emuntur fructus nascituri, partus ancillæ, aut fœtus pecorum; si enim venierint res naturaliter futuræ, ut fructus, emtio rei intelligitur, sin apparenter tales, aut quæ ratione contrahentium tantum futuræ dicuntur, spes emta censetur; prior emtio habet conditionem tacitam, si aliquid natum fuerit, unde si nihil natum fuerit contractus redditur retro nullus; posterior ubi sc. eventus dubius venditur, est pura & pretium debetur, licet nihil evenerit. *d. l. 8. pr. & §. 1. ff. de contrah. emt. & d. l. 11. §. ut. de act. emt.* Schütz. *compend. Lauterbach. ad tit. de contr. emt. pag. 300. 301.* Struv. *Exerc. 23. §. 26.* Gomez. *reso. tom. 2. c. 2. n. 7.* Donell. & ibi Hilliger. *l. 13 c. 1. lit g.* Molina *de iust. & iur. tr. 2. disp. 340. n. 14.* In tali enim emtione merx quæ venditur est nuda & sola spes, sive fructum ferat sive non, quæ spes consistit in jure percipiendi & habendi illud quod captum erit; emtor igitur si nihil captum fuerit de læsione conqueri non potest ob tale factum, quod se ab initio ad lucrum & damnum peræque habere potest, licet postea damnosum apparere incipiat, cum nemo videatur lædi, ubi casus fortuiti par in utramque partem est ratio. Cravett. *consil. 598. num. 10.* Vice versa si captum excedat pretium longo intervallo, & venditor læsionem ultra dimidium allegare velit, non est audiendus, nam ad cognoscendum justum pretium non læsio, quæ ex post facto contingit, sed ipsum tempus contractus inspicere debet. *l. 8. C. de rescind. vend.* Struv. *Exerc. 23. §. 86.* Mascard. *de probat. conclus. 962. num. 4.* Mev. *part. 2. dec. 320.* Carpz. *part. 2. constit. 34. def. 6.* Richt. *part. 2. dec. 99. num. 147. & seqq.* Myns. *4. obs. 72. n. 7.* Non tamen profus hic exulare debet remedium *l. 2. C. de resc. vend.* ut fere omnes Dd. videntur velle, spes enim etsi sit incerta, nihilominus certo valore & pretio æstimari potest per generalem illam regulam, quam supra *cap. 1.* tradidimus. Ex. gr. si quis ab aliquo emat jus per annum exercendi piscationem in flumine, valor spei determinabitur, si numerus piscium ab aliquot retro annis in illo flumine captorum dividatur per numerum annorum, nam quotiens denotabit numerum piscium, qui probabiliter hoc anno capientur, adeoque justum pretium in hac emtione erit illud, quod alias pro tot piscibus solvendum esset; hinc

omni-

on doit sans doute dire que le bénéfice de la loi 2c sur la rescision⁽⁵⁾ des ventes s'applique à l'acheteur s'il a acquitté plus du double de ce prix ou au vendeur s'il en a reçu moins de la moitié. C'est l'avis de Brunnemann⁽⁶⁾ qui statue que dans la vente d'un coup de filet on doit intervenir avec équité en faveur de l'acheteur si par erreur ou fausses persuasions de la part du vendeur il avait donné plus du double de ce qu'aurait été prêt à donner une personne connaissant l'état du fleuve dans lequel la pêche a lieu. Ainsi ce que prétend Pufendorf⁽⁷⁾, que dans cette sorte d'achats le juste prix est celui qui fut convenu, ce n'est pas vrai sinon si l'on suppose que les contractants, dans la définition du prix, ont considéré ce qui a l'habitude d'arriver normalement, en suivant cette opinion commune que les futurs contingents sont évalués selon la contingence usuelle ; et cette conception de Pufendorf, d'après ses propres termes, la voilà : *s'il y a accord entre les contractants sur le prix de quelque chose dont la quantité est suspendue à une circonstance obscure pour les contractants ou bien à des causes naturelles, considère, si ce prix vend à quelqu'un le pouvoir de pêcher dans un fleuve ou la production espérée de jardins, d'une vigne, etc..., qu'il sera égal à celui fixé par la convention même si après, la capture ou la récolte aura été plus abondante ou bien moindre que ce prix ; comme ces choses-là ont une amplitude considérable il est habituel de considérer à leur sujet ce qu'il est ordinairement normal d'obtenir ; l'excès et le défaut sont attribués au hasard et le contrat ne perd rien de sa solidité à cause d'eux.*

Jusqu'ici** pour les achats d'espoir *en général** le modèle principal et celui qui est actuellement le plus utilisé c'est l'Achat de rentes viagères annuelles qui pour un prix fixé, acquitté sur le champ, achète des annuités d'intérêt qui doivent être versées pendant la durée de vie de l'acheteur *(ce qui arrive la plupart du temps)** ou du vendeur ou d'une tierce personne. *Les rentes ainsi achetées on a coutume de les nommer rentes viagères, redevances viagères, en Allemand. **Leibrente, Leibgeding, Leibpfrund**⁽⁸⁾ ; elles s'éteignent avec le corps et la personne et ne perdurent pas ni ne sont transmises aux héritiers, *dann Leibrente heissen derowegen Leibrente, dass sie nicht länger dann der Leib dem sie verschrieben währet gegeben werden und also die Obligation mit der Person ein End nimmt*⁽⁹⁾ de même que l'usufruit⁽¹⁰⁾ qui s'éteint avec la personne et les privilèges personnels qui n'échappent pas à la personne. Certes il y en a qui

§ 24 (E. 24)

omnino dicendum est, competere beneficium legis 2. C. de resc. vend. emtori si plus quam duplum, aut venditori si minus quam dimidium istius pretii solutum fuerit. Consentit Brunnemann, ad d. l. 2. C. de rescind. vend. num. 19. qui in venditione jactus retis ex æquitate subveniendum esse statuit emtori, si errore aut falsis persuasioneibus à venditore seductus duplo plus dederit, quam alius, conditionis istius fluminis gnarus, in quo piscatio facta est, daturus fuisset. Illud igitur quod asserit Pufendorf. in elementis jurispr. univers. lib. 1. def. 12. §. 55. in ejusmodi emtionibus pretium justum esse illud, in quod conventum fuit, aliter verum non est, quam si supponatur, contrahentes in definiendo pretio ad id respexisse, quod ordinarie solet obtingere, secundum id quod vulgo dicitur, futura contingentia judicantur secundum communem contingentiam; & hæc etiam ipsius Pufendorfi mens videtur fuisse, ita enim se habent verba ejus: Quodsi à contrahentibus consentiatur in pretium alicujus rei, cujus quantitas contrahentibus obscura à casu aut causis naturalibus dependeat, puta, si quis pretio potestatem piscandi in fluvio alicui vendat, aut proventum speratum hortorum, vineæ, &c. pro æquali illud habeatur, in quod conventum fuit, etsi post vel uberior pretio illo, vel minor captura aut proventus fuerit; Quia cum res istæ insignem habeant latitudinem, spectari solet in iis, quod ordinarie solet obtingere, excessus & defectus casui imputantur, nec ex illis contractus firmitati quid decedit. Haftenus de emtione spei in genere, ejus præcipua & hodiernum maxime usitata species est Emtio annuorum reddituum ad vitam, qua pro certo pretio statim exsoluto emuntur pensiones annuæ, præstandæ ad dies vitæ vel emtoris (quod plerumque contingit) vel venditoris vel alicujus tertii. Reditus ita emti appellari solent reditus vitales, census vitalitii, Germ. Leibrente / Leibgeding / Leibpfund / & cum corpore & persona extinguuntur, nec ultra durant, nec ad heredes transeunt, dann Leibrente heißen derowegen Leibrente / daß sie nicht länger dann der Leib / dem sie verschrieben / währet / gegeben werden / und also die Obligation mit der Person ein End niht / quemadmodum & ususfructus, qui cum persona extinguuntur. S. finitur 3. l. de usufr. & privilegia personalia, quæ personam non egrediuntur. c. privilegium 7. de R. l. in 6. l. privilegia 196. ff. eod. Wehner in obs. pract. lit. L. voce Leibgeding. Sunt quidem qui emtio-

nient qu'un tel achat puisse être traité licitement parce qu'il paraît conduire à souhaiter la mort et avoir le goût de la perversité usuraire⁽¹¹⁾ ; c'est ainsi que Henri de Gand⁽¹²⁾ condamne ce contrat comme usuraire et injuste, ce que par contre Guillaume Bont⁽¹³⁾ réfute abondamment dans son traité où il montre que les rentes sont établies justement et licitement ; Stéphane Gratianus enseigne que l'on ne peut pas douter de la validité de ces rentes. Dumoulin, Rodriguez, Sordi, Scaccia, Binsfeld, Decio, Bohier⁽¹⁴⁾ sont du même avis qu'eux. S'ajoute à cela que dans le Droit Canon, la concession précaire par laquelle l'Église concède à quelqu'un l'usufruit à vie de biens Ecclésiastiques est licite ; bien plus, Clément V⁽¹⁵⁾ accorde au supérieur, en cas d'impérieuse nécessité ou pour l'utilité du monastère, de concéder pour l'argent d'une personne une certaine propriété ou bien une rente annuelle du monastère sur la vie de cette personne en se conformant à l'usage ; car ce n'est rien d'autre que de concéder à vie à quelqu'un - Molina -. Mais à propos de ce genre de contrats, il y a aussi parmi les auteurs que l'on cite, ceux qui considèrent qu'il faut s'abstenir, non pas certes pour raison d'injustice mais pour qu'une occasion de pécher ne survienne pas. C'est le cas de Sordi qui présente l'exemple de Jean Pici auquel un riche Florentin a promis de verser pour une forte somme d'argent une pension alimentaire et qui est empoisonné par celui-ci qui ne peut supporter le délai qu'il y a à attendre le jour d'une mort naturelle. Mais, puisque ce ne sont pas les rentes viagères elles-mêmes qui fournissent l'occasion de rechercher la mort, cela ne devra pas être imputé au contrat lui-même mais à la malignité des contractants, car le fait que cela arrive par accident ne peut entraîner qu'on les considère comme illicites ; de même, ce n'est pas parce qu'il peut arriver que des enfants désirent la mort de leurs parents afin d'hériter de leurs biens que la loi qui établit que les enfants héritent de leurs parents est rejetée : ainsi, c'est pour cela que les contrats sur la vie ne doivent pas être rejetés - Molina -. Lincker⁽¹⁶⁾ en expose et réfute un grand nombre qui paraissent aller contre le fait que cette redevance soit juste. Cependant, ce n'est pas l'événement douteux isolé et l'incertitude de la vie humaine qui rendent juste la constitution de la rente viagère comme le prétendent Müller, Gailius, Rodriguez

83) 25 (83)

emtionem talem licite contrahi posse negant, quia vōtum captandæ mortis inducere, & usurariam pravitatem sapere videtur; & in specie hunc contractum tanquam usurarium & injustum reprobat Henricus Gandensis *quodlibeto* 1. *quest.* 39. *quodlib.* 2. *quest.* 25. quem autem prolixè refutat Guilielmus Bont *tr. de usur. & emtione reddit. vital. ac perpet.* num. 58. & *seqq.* ubi redditus vitales juste ac licite constitui ostendit; & de validitate horum redituum dubitari non posse, tradit Steph. Gratian. *discept. forens.* c. 756. n. 1. & 2. His consentiunt Molinæus *de usuris quest.* 72. n. 473. Roderic. *de ann. redditib. lib.* 1. *qu.* 5. num. 5. & *seqq.* Surd. *de aliment. tit.* 9. *quest.* 11. n. 2. & 3. Scacc. *de commerc.* §. 1. *qu.* 1. n. 295. Binsfeld. *in c. in civitate.* X. *de usur.* *qu.* 11. Decius *consil.* 123. n. 1. Boër. *decis.* 44. n. 37. & *seqq.* Molina *de l. & l. tr.* 2. *disp.* 388. n. 2. *seqq.* Accedit quod de Jure Canonico licita est concessio precariæ, per quam Ecclesia alicui usumfructum in rebus Ecclesiasticis ad vitam concedit. c. 2. §. *si economu.* c. 10. *quest.* 2. imo Clement. 2. *de rebu. Eccl. non alien.* permittit Prælato, exigente necessitate aut utilitate monasterii, pro pecunia alteri concedere possessionem quandam aut annum reditum monasterii ad vitam illius servatis solennitatibus; quod nihil aliud est, quam vitalitium alicui concedere, vid. Molin. *d. disp.* 388. n. 3. *sub fin.* Sunt tamen etiam inter Auctores modo allegatos, qui ab ejusmodi contractu, non quidem ratione injustitiæ, sed ne peccandi occasio præbeat, abstinendum putant, ut Surdus *d. quest.* 11. n. 30. ubi profert exemplum Johannis Pici, qui magna pecuniarum data quantitate alimenta stipulatus à divite quodam Florentino veneno absumptus est, quod is moræ impatiens naturalis mortis diem expectare non posset. Verum cum reditus vitalitius per se non præbeat occasionem captandæ mortis, hoc non ipsi contractui sed malitiæ contrahentium erit impu-
tandum, non enim quod per accidens evenit rem ipsam in se consideratam illicitam facere potest; & quemadmodum ex eo, quod filii desiderare possint mortem parentum, ut eis succedant in bonis, non improbat lex quæ statuit, ut filii succederent parentibus: sic ex eo capite improbari non debet contractus vitalitii. Molin. *de l. & l. tr.* 2. *disp.* 388. num. 9. Plura quæ contra justitiam hujus census facere videntur profert ac refellit Lincker. *dissert. de redditu vitalitio* c. 2. n. 13. *seqq.* Solus autem dubius eventus atque incertitudo vitæ humanæ constitutionem vitalitii non justificat, ut volunt Müller *ad Strut. Exerc.* 27. §. 58. *lit.* λ. *not.* 6. Gail. *lib.* 2. *obs.* 8. n. 2. & 3. Roderic.

D

& Surd.

et Sordi, Giambattista Lupo et Wehner⁽¹⁷⁾ qui lui s'exprime ainsi : le contrat d'achat d'une rente viagère ou **Leibgeding** est licite en raison de l'incertitude de la vie à venir même si par la suite on le juge excessif *wann der Pfründer zu lang lebt oder gar bald Stirbt*⁽¹⁸⁾. En effet, pour la justice de ce contrat, afin que la clause intervienne à égalité entre l'acheteur et le vendeur et que chacun des deux soit également exposé au péril de perdre, ceci ne peut avoir lieu que si on exige que le prix soit établi selon la conjecture de vie probable et vraisemblable.

Afin de voir clairement quand ce contrat viager est licite et quand il ne l'est pas, ce sera donc un travail utile de montrer comment on doit estimer le juste prix des rentes viagères ; en vérité, les Docteurs et les usages varient beaucoup dans la définition de ce prix. Dumoulin rapporte six opinions : la première d'Oldradi⁽¹⁹⁾ qui a fixé le juste prix en raison de un pour six ; la deuxième de Baldo qui a dit que le juste prix d'achat d'une rente sur la vie de deux personnes est en raison de un pour neuf ; la troisième de ce même Baldo qui a conclu que la rente vaut dans un rapport de un pour dix pour l'achat sur la vie d'une personne ; la quatrième à nouveau de Baldo qui a prétendu soutenir le même rapport pour l'achat de la rente sur la vie de deux personnes ; la cinquième de Romani⁽²⁰⁾ qui a défendu l'achat de rentes à un pour huit sur la vie de l'homme et de sa femme ; la sixième de Cumani⁽²¹⁾ qui pense que le juste prix d'achat d'une rente sur la vie d'un père et de ses deux enfants dont l'un avait 17 ans et l'autre à peine deux ans, est de dix pour une annuité. Dumoulin rejette la première et la dernière de ces opinions ; la deuxième, la quatrième et la cinquième, il soutient qu'elles doivent être conçues par des individus d'un âge assez avancé ou bien fatigués, et la troisième, il prétend qu'elle convient aisément pour un individu d'un âge moyen ; en outre, il comprend par âge moyen, entre trente et quarante ans pour un homme et un peu moins pour une femme. Si on achète une rente sur la vie de deux personnes solides, il considère que le prix doit en être fixé quelque peu plus haut, à savoir dans un rapport de douze ou à peu près, à moins qu'ils ne soient pas tous les deux d'un âge moyen mais d'un âge et d'une santé un peu plus fragiles. Gailius soutient qu'un tel contrat est juste et licite et même que les vendeurs sont tenus de le respecter s'il est fait dans un rapport d'une annuité pour dix ou douze, pour une seule personne

§ 26 (E)

& *Surd. locū cit.* Joh. Bapt. Lup. in l. 2. C. de pact. inter emt. & vendit. §. 2. num. 10. Wehner in *abs. pract. lit. P. verb.* Pfünd. ubi ita ait: Contractus emtionis annui reditus ad vitam vulgo ein Leibgeding est licitus ob incertitudinem vitæ ementis, etsi ex post facto videatur excessivus, wann der Pfündner zu lang lebt / oder gar bald stirbt. Ad justitiam enim hujus contractus requiritur, ut æqualis inter emtorem & venditorem intercedat conditio, & uterque æqualiter versetur in periculo perdendi, quod fieri non potest, nisi pretium constituarur secundum probabilem & verisimilem conjecturam vitæ. Ut igitur appareat, quando contractus iste vitalitius licitus sit nec ne, operæ pretium erit ostendere, quomodo æstimari debeat justum redituum vitalium pretium; Equidem in definiendo isto pretio multum variant Doctores & mores. Molinæus *tr. de usuris quest. 72. num. 472.* refert sex opiniones, primam Oldradi *quest. 207.* qui justum pretium esse voluit ad rationem unius pro sex; secundam Baldi *consil. 292. lib. 5.* qui justum pretium emti reditus ad vitam duorum dicit esse ad rationem unius pro novem; tertiam ejusdem Baldi *consil. 410. lib. 1.* ubi decidit valere reditum ad rationem unius pro decem emtum ad vitam unius; quartam iterum Baldi *consil. 18. lib. 1.* ubi idem obtinere dixit in reditu emto ad vitam duorum; quintam Romani *consil. 302.* qui defendit reditum unius pro octo emtum ad vitam viri & uxoris; sextam Cumani *consil. 181.* qui opinatur decem pro uno annuo esse justum pretium reditus emti ad vitam patris & duorum filiorum, quorum unus erat 17. annorum, alter bimulus. Harum opinionum primam & ultimam rejicit Molin. *d. quest. 72. num. 480.* secundam, quartam & quintam intelligendas esse ait de hominibus ætatis provectioris aut male affectis, tertiam vero expedire procedere vult in homine mediocri ætatis; intelligit autem mediocrem esse ætatem à tricesimo anno ad quadragesimum in masculo, & paulo minori tempore in fœmina. *d. quest. 72. n. 474.* Si ematur reditus ad vitam duorum in solidum, auctius aliquanto pretium, ad rationem scilicet duodecimæ vel circiter constituendum esse putat. *d. num. 480.* nisi ambo non mediocri sed paulo inclinatiois essent ætatis & valetudinis. Gail. l. 2. *obs. 8.* talem contractum justum & licitum esse ait, adeoque venditores ad observantiam obligari, si fiat ad rationem unius annui pro decem aut duodecim ab unica persona
medio-

d'âge moyen, disons de 30 ans. Guillaume Bont dit que l'estimation usuelle est que le droit de recevoir 10 par an sur la vie de quelqu'un vaut autant que cent en argent disponible en une seule fois. De même Frantzke⁽²²⁾ détermine le juste prix à raison de 1 pour 10 parce qu'il considère que l'estimation vraie doit être faite en proportion de la rente rachetable⁽²³⁾, en admettant que (ce sont les mots de Frantzke) de même que l'on trouve ce prix à partir de celui d'une rente perpétuelle par une diminution du prix, on trouve de même le prix de la rente viagère et incertaine à partir de la rente rachetable : c'est-à-dire que de même que la perpétuelle outrepassa la rachetable d'une tierce partie, de même celle-ci excède pareillement la viagère. Et il ajoute que c'est ce que l'on constate sur le territoire de l'Empire lorsque ce prix est fixé à raison d'un intérêt en quinconce⁽²⁴⁾ ou à raison de un pour vingt, ce qui représente deux parties d'une rente perpétuelle communément estimée à raison de un pour 30 dont la tierce partie est 10 qu'il juge être ce à quoi l'on doit estimer les rentes viagères. Frantzke affirme de même que c'est aussi pour cette raison qu'en Saxe les dots des épouses nobles sont fixées à raison de un pour dix. D'après Feliciano de Solis, Rodriguez et Gutierrez⁽²⁵⁾, dans la constitution Espagnole du Roi Philippe II de 1583, le prix est évalué à raison de 1 pour 7. Cependant Covarrubias⁽²⁶⁾ affirme que l'on observe le plus souvent que ces annuités de rente viagère sont en raison de un pour huit. Il faut ajouter ce fait qu'il y a cinq ans nous avons pu lire dans notre journal public les Nouvelles⁽²⁷⁾ qu'en Angleterre de telles rentes ont été fixées à raison de un pour neuf sur la vie d'un seul, à raison de un pour 11 sur la vie de deux, de un pour 12 sur la vie de trois et à raison de un pour 15 pour une rente temporaire de 99 ans ; les termes publiés dans les Nouvelles et qui sont datés de Londres le 7 mars 1704 sont les suivants :

So bald die Königin gestern die Verordnung wegen den Leibrenten gut geheissen so seynd in 2. Stunden hernach 10000 lb. und heute 100 000 lb. Sterlings eingeschrieben worden ; Dieses seynd die Conditionen der Leibrenten : wenn man nemlich 10.1b. Sterlings jährlichen Eintommens haben und solches biss auf das Leben dreyer nacheinander folgender Personen erstrecken wil fo bezahlt man für ein Leben 90 für 2. Leben 110. und für 3. Leben nacheinander folgender Personen 120.1b.

§ 3) 17 (E)

mediocri aetate, puta 30. annorum. Guil. Bont *tr. de usur. num. 61.* dicit communi aestimatione hominum tantum valere jus recipiendi 10. in anno ad vitam alicujus, quantum centum semel in promptis denariis. Sic & Frantzck. *resol. l. 1. quest. 2. n. 93. & seq.* justitiam pretii ad rationem 1. pro 10. determinat ob eam rationem, quod veram aestimationem ad proportionem redditus redimibilis faciendam esse putat, ut, (verba sunt Frantzckii) sicut in illo decrefcentia pretii sese habet ad pretium redditus perperui, ita quoque se habeat ea, quae fit in reditu hoc vitalitio & incerto ad redimibilem: nempe quod sicut perpetuus redimibilem tertia parte supergreditur, ita & hic vitalitium in simili excedat. Et hoc in terris Imperii perspicuum esse subjungit, dum pretium illius ad rationem quincuncis usurae, seu ad rationem unius pro viginti constituitur, quae sunt duae partes redditus perpetui communiter ad rationem unius pro 30. aestimati, quorum tertia pars 10. sunt, quibus redditum vitalitium aestimandum censet. Hanc ob causam etiam in Saxonia dotalitia nobilium uxoribus ad rationem unius pro decem constitui asserit idem Frantzck. *d. quest. 2. num. 96.* In Hispania constitutione Regia Philippi II. de anno 1583. taxarum est pretium ad rationem 1. pro 7. teste Feliciano de Solis *de censib. lib. 2. cap. 10.* Roderic. *de ann. redit. lib. 1. quest. 5. n. 11.* Guttier. *de pract. qq. lib. 2. in calce q. 17.* Covarruvias autem *lib. 3. var. resol. c. 9. n. 7.* affirmat frequentissime observari, ut isti annui redditus ad vitam sint ad rationem unius pro octo. Hisce addi meretur, quod ante quinquennium in Novellis nostris publicis habuimus, in Anglia scilicet tales redditus fuisse constitutos ad rationem unius pro novem ad vitam unius, ad rationem unius pro 11. ad vitam duorum, unius pro 12. ad vitam trium, & ad rationem unius pro 15. pro reditu temporali usque ad 99. annos; Verba Novellarum scripta Londini sub dato 7. Martii 1704. ita se habent: So bald die Königin gestern die Verordnung wegen den Leibrenten gut geheissen, so seynd in 2. Stunden hernach 10000. lb. und heute 100000. lb. Sterlings eingeschrieben worden; Dieses seynd die Conditionen der Leibrenten: wann man nemlich 10. lb. Sterlings jährlichen Einkommens haben/ und solches biß auff das Leben dreyer nacheinander folgender Personen erstrecken wil/ so bezahlt man für ein Leben 90. für 2. Leben 110. und für 3. Leben nacheinander folgender Personen 120. lb.

Sterlings ; und wann man 14.1b. jährlicher Leibrenten 99. Jahr lang haben wil so bezahlt man dafür 210.1b. Sterlings⁽²⁸⁾.

Mais il est évidemment clair que le prix ne peut être établi aussi simplement sans considération de l'âge et de l'état de santé de l'acheteur dont on doit en effet avoir la meilleure connaissance pour fixer le prix des rentes viagères, et la même rente ne doit pas être vendue au même prix indistinctement à un homme d'un âge quelconque ; c'est ce que fait Ulpien⁽²⁹⁾ qui soutient à propos d'une transaction de pensions alimentaires que la règle de paiement qui intervient dans la transaction doit être décidée suivant l'âge et l'état de santé de celui qui traite parce qu'il s'agit manifestement tantôt d'un enfant, tantôt d'une jeune personne, tantôt d'un vieux. Ensuite, il y en a beaucoup qui prétendent ne rien décider de certain à ce sujet, mais que toute l'affaire doit être laissée à l'arbitrage d'un Juge avisé, comme Scaccia qui soutient cependant que si l'acheteur était octogénaire et peu solide, l'achat juste d'une rente annuelle serait à raison de trente pour cent. D'autre part Molina expose la règle selon laquelle le juste prix du viager doit être apprécié en raison de l'âge, en prenant garde bien entendu au terme ultime auquel normalement et naturellement peut parvenir la vie de celui sur lequel il est concédé et en retenant la moitié des années qui vont du jour où commence le viager jusqu'à son terme de telle sorte que le juste prix soit égal aux paiements de toutes ces années : si le viager est tous les ans de dix ducats, celui sur la vie duquel il est concédé sexagénaire et si l'on s'attend à ce qu'il puisse vivre jusqu'à quatre vingts ans, le juste prix de ce viager est de 100 pièces d'or qui égalent les paiements de dix années, précisément la moitié de l'amplitude entre 60 et 80. A propos de cette règle, il fait peu après la distinction entre la redevance personnelle et la redevance réelle⁽³⁰⁾, et précisément il ne pense pas que légalement la redevance personnelle des viagers soit licite mais qu'elle est plutôt usuraire si l'on procède selon cette règle ; cependant, quand le viager consiste en une redevance réelle, il considère que le juste prix ne doit pas être évalué selon cette règle, mais qu'il doit être alors fixé par un juge avisé.

Mais, quoi qu'il en soit de la redevance réelle ou personnelle, cette règle ne peut en aucune façon être admise car, par exemple, quoique le sexagénaire puisse atteindre la quatre vingtième année et puisse ainsi vivre encore vingt ans, néanmoins on ne doit pas tenir probablement pour son temps de vie future la moitié de l'amplitude entre 60 et 80, c'est-à-dire une décennie, parce qu'il n'est pas exposé à la mort avec une égale facilité (comme

83) 28 (26)

Sterlings; und wann man 14. Th. jährlicher Leibrenten 99. Jahr lang haben wil / so bezahlt man dafür 210. Th. Sterling. Sed facile liquet pretium non ita simpliciter constitui posse circa respectum ad ætatem & valetudinem ementis, harum enim in definiendo pretio reddituum vitalium potissima ratio haberi, nec indistincte cujuscunque ætatis homini idem reditus eodem pretio vendi debet; facit huc quod de transactione super alimentis ait Ulpianus *in l. 8. §. 10. ff. de transact.* modum pecuniæ, quæ in transactionem venit, pro ætate & valetudine ejus, qui transigit, arbitrandum esse, quia palam sit alias cum puero, alias cum juvene, alias cum sene transigi. Hinc etiam multi nihil certi hac in re statuere, sed totam rem prudenti Judicis arbitrio relinquendam esse volunt, ut Scacc. *de commerc. §. 2. qu. 1. n. 267.* ubi tamen ait quod, si emtor esset octogenarius & infirmus, justa sit emtio annui redditus ad rationem triginta pro centum. Molina autem *tr. 2. de just. & jur. disp. 388. num. 5.* regulam profert, quomodo ratione ætatis taxandum sit pretium justum vitalitii, attendendo scil. ad ultimum terminum, ad quem moraliter ac naturaliter pervenire potest vita ejus, in quam conceditur, & sumendo dimidium annorum, qui sunt à die, in quo vitalitium incipit, usque ad terminum illum, ita ut pretium justum sit quod in quantitate adæquet pensiones illorum omnium annorum: Ut si vitalitium sit decem ducatorum quotannis, & is in cujus vitam conceditur sit sexagenarius, spereturque vivere posse usque ad annos octoginta, pretium justum ejus vitalitii sint 100. aurei, qui pensiones æquant decem annorum, atque adeo dimidii latitudinis, quæ est à sexaginta usque ad 80. Circa quam regulam paulo post distinctionem facit inter censum personalem & realem, & quidem vitalitium census personalis regulariter non arbitratur esse licitum, sed potius usurarium, nisi juxta eam regulam fiat; at quando vitalitium consistit in censu reali, tum pretium justum non juxta illam regulam taxandum esse, sed prudentis arbitrio constituendum putat. *d. disp. 388. n. 8.* Sed quicquid sit de censu reali aut personali, hæc saltem regula nullo modo admitti potest, nam licet sexagenarius ex. gr. annum octogesimum attingere, & ita viginti adhuc annos vivere possit, non tamen dimidium latitudinis, quæ est à 60. usque ad 80. h. e. decennium pro ætate ejus probabiliter futura haberi debet, quia non æque facile (uti ta-

cela est tacitement supposé) en chacune de ces vingt années ; en outre, même si l'on a jugé à l'avance que le sexagénaire est disposé à vivre dix ans, c'est aussi pour cela que le juste prix du viager ne devrait pas être égal à dix années de paiement mais, à cause du profit, comme on dit, on doit déduire l'intérêt intermédiaire du paiement au comptant pendant la moitié du temps ; en effet, cent pièces d'or dans l'immédiat valent plus que dix pièces d'or à verser chaque année d'une décennie⁽³¹⁾.

C'est pourquoi une fois rejetées toutes ces opinions qui sont accumulées sans fondement, nous exposons** une façon vraie et authentique d'estimer les rentes viagères. D'abord, comme le capital ou le prix versé ne peut être récupéré, il est clair que les paiements annuels devraient être supérieurs aux intérêts ordinaires qui seraient versés pour le même capital si la redevance était éteignable ; ensuite, il est juste que ce qui est versé chaque année au-delà de l'intérêt ordinaire soit attribué au capital, ce capital qui est diminué chaque année et qui à la fin est entièrement épuisé ; mais, afin que la condition intervienne également pour l'acheteur et le vendeur, cela doit être nécessairement atteint au bout du nombre d'années qu'est présumé devoir rester en vie celui sur la vie duquel la rente a été fixée. Par conséquent, pour trouver quelle doit être la raison entre le prix et les paiements annuels *afin que la rente soit éteinte après tant d'années**, on pose le capital ou le prix = s ; le paiement annuel = p ; le nombre des années pendant lequel une personne quelconque est présumé devoir rester en vie, et que nous avons obtenu plus haut *dans le chapitre 2**, = n ; la raison du capital au capital augmenté de l'intérêt de la première année comme 1 à m de telle sorte que le capital avec l'intérêt de la première année est = sm , duquel, si on soustrait p le paiement de la première année, il reste $sm - p$ pour quantité du capital après la première année. Ensuite, pour trouver quel est le capital après la deuxième année, il faut que comme de 1 à m , de même de $sm - p$ à $sm^2 - pm$ le capital soit augmenté de l'intérêt de la seconde année duquel on doit à nouveau soustraire le paiement annuel ce qui donne $sm^2 - pm - p$ pour la quantité du capital après la deuxième année ; à nouveau, en multipliant par m et en soustrayant p on a $sm^3 - pm^2 - pm - p$ pour capital après la troisième année ; pareillement après la quatrième année le capital sera $sm^4 - pm^3 - pm^2 - pm - p$; après la cinquième $sm^5 - pm^4 - pm^3 - pm^2 - pm - p$; après la dernière ou $n^{\text{ième}}$ année $sm^n - pm^{n-1} - pm^{n-2} - pm^{n-3} \dots - p$. Parce que cela doit être = 0 , on aura $sm^n = p + pm + pm^2 + pm^3 + \dots + pm^{n-1} = \frac{pm^n - p}{m - 1}$ (parce que cette série est une Progression Géométrique),

§ 29 (E)

447

cite hic supponitur) singulis hujus vicennii annis morti obnoxius est: præterea quamvis sexagenarius decem annos victurus præsumeretur, ideo tamen pretium justum vitalitii non adæquare deberet pensiones decem annorum, sed propter commodum, ut vocant, repræsentationis deduci debet interusurium medii temporis. arg. l. 45. l. 66. in 17. ff. ad L. Falcid. plus enim valent centum aurei in promptu, quam decem aurei singulis decenniis annis solvendi. Missis itaque his omnibus quæ sine fundamento astruuntur opinionibus, verum atque genuinum redditus vitales æstimandi modum ostendemus. Primo patet quod, quia fors seu pretium datum repeti nequit, pensiones annuæ excedere debeant usuras ordinarias, quæ alias pro eadem sorte solverentur, si census esset redimibilis; secundo æquum est, ut id quod singulis annis ultra usuram convenientem solvitur, sorti impu-
tetur, quo fit ut fors singulis annis imminuatur, & tandem plane exhaustiatur, sed hoc, ut æqualis inter emtorem & venditorem intercedat conditio, necessario contingere debet post tot annos, quot ille, ad cujus vitam redditus constituitur, victurus præsumitur. Ad inveniendum igitur quænam ratio esse debeat inter pretium & annuas pensiones, ut redditus post tot annos extinguantur, ponatur fors seu pretium ∞s , pensio annua ∞p , numerus annorum, quos quilibet victurus præsumitur, & quos supra cap. 2. invenimus ∞n , sitque ratio sortis ad sortem auctam usura primi anni ut 1. ad m , ita ut fors cum usura primi anni sit ∞sm , de hac si detrahatur p pensio primi anni, relinquatur $sm - p$ pro quantitate sortis post primum annum; hinc ad inveniendum quænam sit fors post secundum annum, faciendum est ut 1 ad m ita $sm - p$ ad $smm - pm$ sortem auctam usura secundi anni, ex qua iterum detrahi debet pensio annua, ut habeatur $smm - pm - p$ pro quantitate sortis, quæ est post secundum annum; rursus multiplicando per m & subtrahendo p habebitur $sm^2 - pmm - pm - p$ pro sorte post tertium annum; similiter fors post quartum annum erit $sm^3 - pm^2 - pmm - pm - p$; post quintum $sm^4 - pm^3 - pmm - pm - p$; post ultimum seu n annum $sm^n - pm^{n-1} - pmm - pm - p$, quæ quia debet esse $\infty 0$, erit $sm^n \infty p + pm + pmm + pm^2 + pm^{n-1} \infty$ (quia hæc series est Progressio Geometrica) $\frac{pm^n - p}{m-1}$,

D 3

unde

d'où en divisant de part et d'autre par $\frac{m^n}{m-1}$ il résultera $s \cdot (m-1) = p - \frac{p}{m^n}$ et l'équation obtenue par analogie $ps :: (m-1) \cdot \left(1 - \frac{1}{m^n}\right) :: \frac{1}{20} \left(1 - \left(\frac{100}{105}\right)^n\right) :: 1 \cdot \left(20 \cdot \left(1 - \left(\frac{100}{105}\right)^n\right)\right)$ (en substituant la valeur de $m = \frac{105}{100}$ et $m-1 = \frac{5}{100} = \frac{1}{20}$, car aujourd'hui sont légalement autorisés des intérêts exactement en quinconce, *c'est-à-dire de cinq pour cent ; alors, le capital est au capital avec l'intérêt de la première année comme **100 à 105** ou comme **1 à $\frac{105}{100}$**) ;** ce qui montre que le paiement annuel doit être au prix en raison de un à $20 \cdot \left(1 - \left(\frac{100}{105}\right)^n\right)$, raison qui sera parfaitement déterminée si l'on substitue désormais à n le nombre des années que l'on sait que l'acheteur doit rester en vie. *Ainsi, si quelqu'un veut acheter une rente annuelle sur la vie d'un nouveau-né qui selon ce qu'on a trouvé plus haut vivra encore probablement $18 \frac{11}{50}$ ans, le juste prix sera en raison de 1 pour $20 \cdot \left(1 - \left(\frac{100}{105}\right)^{18 \frac{11}{50}}\right)^{(32)}$; or**, on trouve la valeur de cette expression très facilement au

moyen des Logarithmes car le Logarithme de tout nombre élevé à la puissance n est obtenu en multipliant le Logarithme de ce nombre par n ; *donc, ayant multiplié le Logarithme de la fraction $\frac{100}{105}$, c'est-à-dire - **0,0211893**, par $18 \frac{11}{50}$ ou $\frac{1822}{100}$, il vient - **0,3860690** ; le nombre le plus proche de ce Logarithme est $\frac{1000}{2433} = \left(\frac{100}{105}\right)^{18 \frac{11}{50}}$; si ensuite on le soustrait de l'unité et qu'on multiplie le reste $\frac{1433}{2433}$ par **20** on aura $\frac{28660}{2433} = 11 \frac{1897}{2433}$ pour le juste prix d'une rente sur la vie d'un nouveau-né. En substituant pareillement $20 \frac{25}{32}$ à n il viendra

$$20 \cdot \left(1 - \left(\frac{100}{105}\right)^{20 \frac{25}{32}}\right) = 20 \left(1 - \frac{1000}{2756}\right) = \frac{20 \cdot 1756}{2756} = 12 \frac{512}{689}$$

pour le prix qui doit être donné pour le droit de recevoir une annuité sur la vie de quelqu'un qui est né il y a six ans. De même le prix à payer pour une rente sur la vie de quelqu'un

30 (23)

unde dividendo utrinque per $\frac{m^n}{m-1}$ proveniet $s \times m - 1 \propto p - \frac{p}{m^n}$,
 & æquatione in analogiam versa $p. s :: m - 1. 1 - \frac{1}{m^n} ::$ (substi-
 tuto valore ipsius $m \propto \frac{105}{100}$, & $m - 1 \propto \frac{5}{100} \propto \frac{1}{20}$, hodie enim re-
 gulariter permittuntur usuræ duntaxat quincunces h. e. quinque pro
 centum, proinde fors ad sortem cum usura primi anni se habet ut
 100 ad 105 seu ut 1 ad $\frac{105}{100}$ $\frac{1}{20}$. $1 - \frac{100^n}{105^n} :: 1. 20 \times 1 - \frac{100^n}{105^n}$; quod
 indicat pensionem annuam ad pretium debere esse in ratione unius
 ad $20 \times 1 - \frac{100^n}{105^n}$, quæ ratio plene determinabitur, si pro n porro
 substituetur numerus annorum, quos emtor victurus intelligitur. Ita
 si quis redditus annuos emere velit ad vitam infantis recens nati, qui
 secundum superius inventa probabiliter adhuc vivet annos $18 \frac{11}{10}$, pre-
 tium justum erit ad rationem unius pro $20 \times 1 - \frac{100^{18 \frac{11}{10}}}{105^{18 \frac{11}{10}}}$, invenitur
 autem valor hujus expressionis facillime ope Logarithmorum, cujus-
 cunque enim numeri ad potestatem cujus index $\propto n$ elevati Loga-
 rithmus habetur multiplicando Logarithmum ipsius numeri per n ,
 multiplicato igitur Logarithmo fractionis $\frac{100}{105}$ id est -0.031189 ,
 per $18 \frac{11}{10}$ sive per $\frac{1821}{100}$ provenit -0.3860690 , cujus Logarithmi nu-
 merus quamproxime est $\frac{1000}{2433} \propto \frac{100^{18 \frac{11}{10}}}{105^{18 \frac{11}{10}}}$, qui si porro ab unitate
 subtrahatur, & residuum $\frac{1433}{2433}$ per 20, multiplicetur, habebitur
 $\frac{28660}{2433} \propto 11 \frac{1897}{2433}$ pro pretio justo redditus emti ad vitam infantis re-
 cens nati, Similiter substituendo pro n $20 \frac{11}{10}$ invenitur $20 \times 1 -$
 $\frac{100^{20 \frac{11}{10}}}{105^{20 \frac{11}{10}}} \propto 20 \times 1 - \frac{1000}{2756} \propto \frac{20 \times 1756}{2756} \propto 12 \frac{512}{629}$ pro pretio quod dari
 debet pro jure recipiendi unum annum ad vitam unius, qui sex
 annos natus est. Sic pretium solvendum pro reditu ad vitam ab-
 cujus

qui a seize ans, sera :

$$20 \cdot \left(1 - \left(\frac{100}{105}\right)^{20\frac{1}{4}}\right) = 20 \cdot \left(1 - \frac{1000}{2686}\right) = 12 \frac{744}{1343};$$

pour une rente sur la vie de quelqu'un qui a 26 ans :

$$20 \cdot \left(1 - \left(\frac{100}{105}\right)^{19\frac{2}{5}}\right) = 20 \cdot \left(1 - \frac{1000}{2577}\right) = 12 \frac{616}{2577};$$

sur la vie de quelqu'un de 36 ans :

$$20 \cdot \left(1 - \left(\frac{100}{105}\right)^{17\frac{1}{2}}\right) = 20 \cdot \left(1 - \frac{1000}{2349}\right) = 11 \frac{1141}{2349};$$

qui a 46 ans :

$$20 \cdot \left(1 - \left(\frac{100}{105}\right)^{15}\right) = 20 \cdot \left(1 - \frac{1000}{2079}\right) = 10 \frac{790}{2079};$$

qui a 56 ans :

$$20 \cdot \left(1 - \left(\frac{100}{105}\right)^{11\frac{2}{3}}\right) = 20 \cdot \left(1 - \frac{1000}{1767}\right) = 8 \frac{1204}{1767};$$

qui a 66 ans :

$$20 \cdot \left(1 - \left(\frac{100}{105}\right)^{8\frac{1}{3}}\right) = 20 \cdot \left(1 - \frac{1000}{1502}\right) = 6 \frac{514}{751};$$

qui a 76 ans :

$$20 \cdot \left(1 - \left(\frac{100}{105}\right)^5\right) = 20 \cdot \left(1 - \frac{1000}{1276}\right) = 4 \frac{104}{319};$$

de même, pour l'achat d'une rente sur la vie de deux enfants nouveau-nés pour lesquels le temps de vie future du dernier survivant (comme on l'a trouvée plus haut au chapitre 2) est probablement de $27 \frac{4119}{5000}$; le juste prix sera :

$$20 \cdot \left(1 - \left(\frac{100}{105}\right)^{27\frac{4119}{5000}}\right) = 20 \cdot \left(1 - \frac{1000}{3904}\right) = 14 \frac{107}{122};$$

et pour une rente sur la vie de deux personnes dont l'une a seize ans et l'autre 46 ans :

$$20 \cdot \left(1 - \left(\frac{100}{105}\right)^{25\frac{23}{48}}\right) = 20 \cdot \left(1 - \frac{1000}{3466}\right) = 14 \frac{398}{1733} . **$$

Mais tandis que j'écris cela, je remarque que la valeur de ces rentes n'est pas correctement estimée quand on suppose que la rente durera autant d'années que celles que quelqu'un doit probablement rester en vie⁽³³⁾ ; en effet, les prix ne croissent pas dans la même proportion avec les années et pour cette raison le juste prix d'une rente viagère achetée sur la vie d'une personne qui, par exemple, doit certainement mourir dans la décennie, cependant qu'elle peut mourir en chaque année de cette décennie avec une égale facilité, ne doit pas être le même que le prix d'une rente temporaire de cinq ans bien que la vie probable de cet homme soit de cinq ans, mais la moyenne Arithmétique entre chacun des prix auxquels sont achetés les rentes temporaires de un, deux, trois, etc..., jusqu'à dix ans. Ainsi, pour avoir le véritable prix des rentes viagères,

*) 31 (20)

cujus, qui sedecim est annorum, erit $20 \times 1 - \frac{100^{20\frac{1}{2}}}{105} \infty 20 \times 1 - \frac{1000}{2686}$
 $\infty 12 \frac{744}{1343}$; pro reditu ad vitam alicujus qui est 26. annorum
 $20 \times 1 - \frac{100^{19\frac{1}{2}}}{105} \infty 20 \times 1 - \frac{1000}{2577} \infty 12 \frac{616}{2577}$; ad vitam alicujus qui
est 36. annorum $20 \times 1 - \frac{100^{17\frac{1}{2}}}{105} \infty 20 \times 1 - \frac{1000}{2349} \infty 11 \frac{1141}{2349}$; qui
46. annorum $20 \times 1 - \frac{100^{15}}{105} \infty 20 \times 1 - \frac{1000}{2079} \infty 10 \frac{790}{2079}$; qui 56.
annorum $20 \times 1 - \frac{100^{11\frac{1}{2}}}{105} \infty 20 \times 1 - \frac{1000}{1767} \infty 8 \frac{1204}{1767}$; qui 66. an-
norum $20 \times 1 - \frac{100^{8\frac{1}{2}}}{105} \infty 20 \times 1 - \frac{1000}{1502} \infty 6 \frac{514}{751}$; qui 76. annorum
 $20 \times 1 - \frac{100^5}{105} \infty 20 \times 1 - \frac{1000}{1276} \infty 4 \frac{104}{319}$; item pro reditu emto
ad vitam duorum infantum recens natorum, inter quos diutissime
viventis ætas (ur supra *cap.* 2. inventum) probabiliter futura est
annorum 27 $\frac{4119}{5000}$, pretium justum erit $20 \times 1 - \frac{100^{27\frac{4119}{5000}}}{105} \infty 20 \times 1 -$
 $\frac{1000}{3904} \infty 14 \frac{107}{121}$; & pro reditu ad vitam duorum, quorum unus est
sedecim alter 46. annorum, $20 \times 1 - \frac{100^{25\frac{21}{48}}}{105} \infty 20 \times 1 - \frac{1000}{3466} \infty$
 $14 \frac{393}{1733}$.

Verum dum hæc scribo, animadverto valorem horum
redituum non recte æstimari supponendo reditum duraturum esse tot
annos, quot quis probabiliter victurus præsumitur; quia enim pre-
tia non in eadem proportione crescunt cum annis, ideo pretium ju-
stum reditus vitalitii emti ad vitam unius, qui intra decennium ex. gr.
certo moriturus est, at singulis hujus decennii annis æquali facilitate
mori potest, non idem esse debet cum pretio reditus temporalis ad
quinque annos, licet vita probabilis hujus hominis sint quinque an-
ni, sed medium Arithmeticum inter singula pretia, quibus emuntur
reditus temporales unius, duorum, trium &c. annorum usque ad
decem. Ut igitur verum habeatur redituum vitalium pretium,
opor-

il faut trouver les prix pour chaque année que n'importe quel homme peut vivre, les multiplier chacun par leurs cas de facilité, et diviser la somme de tous ces produits par le nombre de tous les cas ; à la suite de cela j'ai dressé une Table qui contient les prix des rentes temporaires de chaque année depuis un an jusqu'à cent ans, dans laquelle pour faciliter le calcul j'exprime les fractions avec des décimales, et d'où il ressort qu'étant donné une pension annuelle = 1000, le prix de la rente, par exemple pour dix ans doit être payé 7.723, c'est-à-dire en raison de 1 à $7 \frac{723}{1000}$ ou de 1000 à 7723.

An.	Prix	An.	Prix	An.	Prix	An.	Prix	An.	Prix
1.	0.952	21.	12.821	41.	17.294	61.	18.980	81.	19.616
2.	1.868	22.	13.162	42.	17.423	62.	19.029	82.	19.634
3.	2.729	23.	13.490	43.	17.546	63.	19.075	83.	19.651
4.	3.553	24.	13.798	44.	17.663	64.	19.119	84.	19.668
5.	4.326	25.	14.093	45.	17.774	65.	19.161	85.	19.684
6.	5.075	26.	14.376	46.	17.880	66.	19.201	86.	19.699
7.	5.787	27.	14.642	47.	17.981	67.	19.239	87.	19.713
8.	6.459	28.	14.898	48.	18.077	68.	19.275	88.	19.727
9.	7.105	29.	15.141	49.	18.169	69.	19.310	89.	19.740
10.	7.723	30.	15.373	50.	18.256	70.	19.343	90.	19.752
11.	8.304	31.	15.593	51.	18.339	71.	19.374	91.	19.764
12.	8.864	32.	15.803	52.	18.418	72.	19.404	92.	19.775
13.	9.396	33.	16.002	53.	18.493	73.	19.432	93.	19.786
14.	9.899	34.	16.193	54.	18.565	74.	19.459	94.	19.796
15.	10.380	35.	16.374	55.	18.634	75.	19.485	95.	19.806
16.	10.838	36.	16.547	56.	18.699	76.	19.509	96.	19.815
17.	11.274	37.	16.712	57.	18.761	77.	19.533	97.	19.824
18.	11.691	38.	16.868	58.	18.819	78.	19.555	98.	19.832
19.	12.085	39.	17.017	59.	18.876	79.	19.576	99.	19.840
20.	12.461	40.	17.159	60.	18.929	80.	19.596	100.	19.848

Grâce à cette Table, j'ai trouvé *que la valeur et le prix des rentes viagères s'établissent comme suit** : étant donné une pension annuelle = 1000

32 (23)

oportet invenire pretia in singulos annos, quos quilibet homo vivere potest, eademque per singulos facilitatis casus multiplicare, & summam omnium productorum per numerum omnium casuum dividere; in quem finem sequentem construxi Tabellam, quæ continet pretia redituum temporalium in singulos annos ab uno usque ad centum, ubi facillioris calculi gratia fractiones reduxi ad decimales, ita ut posita pensione annua ∞ 1.000. pretium reditus per decem ex. gr. annos solvendi sit 7.723. h. e. in ratione unius ad $7\frac{723}{1000}$ sive 1000 ad 7723.

An.	Pret.								
1	0.952	21	12.821	41	17.294	61	18.980	81	19.616
2	1.868	22	13.162	42	17.423	62	19.029	82	19.634
3	2.729	23	13.490	43	17.546	63	19.075	83	19.651
4	3.553	24	13.798	44	17.663	64	19.119	84	19.668
5	4.326	25	14.093	45	17.774	65	19.161	85	19.684
6	5.075	26	14.376	46	17.880	66	19.201	86	19.699
7	5.787	27	14.642	47	17.981	67	19.239	87	19.713
8	6.459	28	14.898	48	18.077	68	19.275	88	19.727
9	7.105	29	15.141	49	18.169	69	19.310	89	19.740
10	7.723	30	15.373	50	18.256	70	19.343	90	19.752
11	8.304	31	15.593	51	18.339	71	19.374	91	19.764
12	8.864	32	15.803	52	18.418	72	19.404	92	19.775
13	9.396	33	16.002	53	18.493	73	19.432	93	19.786
14	9.899	34	16.193	54	18.565	74	19.459	94	19.796
15	10.380	35	16.374	55	18.634	75	19.485	95	19.806
16	10.838	36	16.547	56	18.699	76	19.509	96	19.815
17	11.274	37	16.712	57	18.761	77	19.533	97	19.824
18	11.691	38	16.868	58	18.819	78	19.555	98	19.832
19	12.085	39	17.017	59	18.876	79	19.576	99	19.840
20	12.461	40	17.159	60	18.929	80	19.596	100	19.848

Hujus Tabellæ beneficio inveni valorem & pretium redituum vitalium se habere ut sequitur: Existente pensione annua ∞ 1.000. reditus

la rente à vie de celui qui a :

ans	0	6	16	26	36	46	56	*66	76**
vaut	9.420	10.600	10.593	10.576	10.164	9.457	8.148	6.545	4.558

*Quant à la façon d'établir les prix à trouver, pour abrégé, nous la montrons sur le seul exemple d'une jeune personne de seize ans**. Il est clair *d'après ce qui est exposé dans le **chapitre 2**** qu'une jeune personne de 16 ans dans 15 cas meurt pendant la première décennie, dans 9 cas pendant la seconde, dans 6 cas pendant la troisième, dans 4 cas pendant la quatrième, dans 3 cas pendant la cinquième, dans 2 cas pendant la sixième et dans 1 cas pendant la septième. Si cette personne devait mourir pendant la première décennie le prix juste serait 4.558 (on adopte en effet la moyenne Arithmétique des dix premiers nombres de cette Table, c'est-à-dire de chacun des prix pour une rente de un, deux, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 ans parce que par hypothèse, notre jeune personne s'expose à mourir aussi facilement en chacune des années de cette décennie) ; si elle devait mourir pendant la deuxième décennie le prix serait 10.519 qui est tout pareillement la moyenne Arithmétique des prix pour des rentes de 11, 12, 13, ... 20 ans ; semblablement, si elle devait mourir pendant la troisième décennie, le prix serait 14.179 ; pendant la quatrième 16.427 ; pendant la cinquième 17.086 ; pendant la sixième 18.653 ; et enfin pendant la septième 19.173 ; alors, d'après notre règle générale la valeur de cette rente est :

$$= \frac{15 \cdot 4.558 + 9 \cdot 10.519 + 6 \cdot 14.179 + 4 \cdot 16.427 + 3 \cdot 17.086 + 2 \cdot 18.653 + 1 \cdot 19.173}{40}$$

$$= \frac{423.720}{40} = 10.593$$

*On voit là, à quel point les prix que nous trouvons se rencontrent avec ces rentes qu'établit dans les années soixante dix du siècle passé l'Administration d'Amsterdam pour supporter les charges de la funeste guerre qui accablait alors la Belgique⁽³⁴⁾, si l'on en croit Caspar Commelin⁽³⁵⁾ qui écrit dans sa *Description de la ville d'Amsterdam* ces mots :

Amsteldam resolveerde, om de onkosten te dragen, tot verdadinge van haar Stad en Burgers, door nieuwe conditien Lijfrenten te negotieren, en lieten de volgende Notificatie uijt gaan : Commissarissen in gevolge en tot voldoeninge van d'opgelijde Commissie van desen Achtbaren Raad, van date 18. deses, (Julii 1672) hebbende ge-examineert op vvat wijze op het gevoeglykst eenige Geldmiddelen door t'negotierez op Lijfrenten, na proportie van de Jaren uijtgevenden zouden kunnen vverden, en dienende den Rade van haar Ed : adijs, zouden vermeijnen dat daarin op de volgende wijze een Egalisatie, zo na als

33 (20)

449

ditus ad vitam ejus qui est

annorum 0 6 16 26 36 46 56 66 76

valet 9.420 10.600 10.593 10.576 10.164 9.457 8.148 6.545 4.558

Quomodo autem operatio in hisce pretiis inveniendis instituta fuerit, brevitatis causa unico duntaxat exemplo juvenis sedecim-annorum ostendemus. Ex iis quæ capite 2. dicta sunt liquet 15. esse casus, ut juvenis 16. annorum moriatur primo decennio, 9. ut secundo, 6. ut tertio, 4. ut quarto, 3. ut quinto, 2. ut sexto, & 1. ut septimo; si moriturus esset primo decennio, pretium justum esset 4.558 (sumitur enim medium Arithmeticum inter decem primos hujus Tabulæ numeros h. e. inter singula pretia pro reditu unius, duorum, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. annorum, quia per hypoth. juvenis noster singulis decennii annis æque facile morti obnoxius est;) si moriturus esset secundo decennio, pretium esset 10.519, quod item est medium Arithmeticum inter pretia pro reditu ad 11. 12. 13 20. annos; Similiter si moriturus esset tertio decennio, pretium esset 14.179; si quarto 16.427; si quinto 17.806; si sexto 18.653; & denique si septimo 19.173; ergo per generalem nostram regulam valor hujus reditus est

$$\infty \frac{15 \cdot 4.558 + 9 \cdot 10.519 + 6 \cdot 14.179 + 4 \cdot 16.427 + 3 \cdot 17.806 + 2 \cdot 18.653 + 1 \cdot 19.173}{40}$$

$$\infty \frac{423.720}{40} \infty 10.593.$$

Hinc apparet in quantum pretia nostra inventa convenient cum illis reditibus, quos præteriti seculi anno septuagesimo secundo Magistratus Amstelodamensis ad sustinenda funesti illius, quo tunc temporis universum Belgium premebatur, belli onera constituit, teste Casparo Commelino in *Descriptione Urbis Amstelodamensis lib. 6. cap. 56. pag. 1205.* ubi hæc ejus sunt verba: *Ansteldam resolveerde, om de onkosten te dragen, tot verdadinge van haar Stad en Burgers, door nieuwe conditien Lijfrenten te negotieren, en lieten de volgende Notificatie uijt gaan: Commissarissen in gevolge en tot voldoeninge van d'opgeleyde Commissie van desen Achtbaren Raad, van date 18. deses, (Julii 1672.) hebbende ge-examineert op wat wyjse op het gevoeglyk eenige Geldmiddelen door negotieren op Lijfrenten, na proportie van de Jaren uytgeronden zouden kunnen vverden, en dienende den Rade van haar Ed: advijs, zoude vermeynen dat daarin op de volgende wyjse een Egalisatie, zo na als*

E doentlyk

doenlijk is, zoude kunnen vverden geobserveert.

Van	1 tot 20 Jaren		1000 gl.	
	20 - 30		950	
	30 - 40		900	
	40 - 45		850	
	45 - 50	Exclusive van	800	100 Guld. jaarlijkse
	50 - 55		750	renten
	55 - 60		675	
	60 - 65		600	
	65 - 70		500	
	70 - 75		400	
	75 - 80 en daar boven		300	

Waar op gedelibereert zijnde, is het zelve Concept, zoo als t'leijt, bij den Raad geapproveert, en zijn Commissarissen voor haar Ed ; genomen mæijte bedanka ; En vviijders de Heeren Thresorieren verzocht en geauthoriseert, om bij provisie met de Negotiatie voort te gaan. Was getekent D. Schaap⁽³⁶⁾.

Et il ajoute que peu après, parce les acheteurs de ces rentes sont presque toujours d'un âge très avancé et qu'ainsi seule une petite quantité d'argent peut être retirée de leurs prix, cette disposition fut changée et qu'il fut proclamé par une Notification en date du 18 janvier 1673 que les acheteurs qui auraient déjà dépassé leur cinquantième année acquitteraient un prix de 800 florins pour des annuités de 100. Ainsi, bien que ces prix diffèrent quelque peu de ceux que nous avons trouvés plus haut, du moins le défaut des premières années est-il compensé par l'excès des suivantes, pendant lesquelles le prix est indistinctement fixé à raison de 1 pour 8, alors que selon notre calcul il devrait être fixé à raison de 1 pour 6 ou 4 ; et nous ne trouvons entre eux qu'une faible différence, pour ainsi dire rien.

Les rentes viagères que créa il y a vingt ans le Roi de France Louis XIV en diffèrent plus, comme on le voit d'après l'Edit publié à ce sujet au mois de Novembre de l'année 1689 dont voici le principal :

34 (63)

doenlijk is, zoude kunnen verder geobserveert.

Van 1 tot 20 Jaren } 20 — 30 — } 30 — 40 — } 40 — 45 — } 45 — 50 — } 50 — 55 — } 55 — 60 — } 60 — 65 — } 65 — 70 — } 70 — 75 — } 75 — 80 en daar boven }	Exclusi- ve van	{ 1000 gl. 950 — 900 — 850 — 800 — 750 — 675 — 600 — 500 — 400 — 300 —	} 100. Guld. } jaarlijkse } renten.
--	--------------------	--	---

Waar op gedelibereert zijnde, is het zelve Concept, zoo als t'lejt, bij den Raad geapprobeert, en zijn Commissarissen voor haar Ed: genomen moeyte bedankt; En vryders de Heeren Thesourieren verzocht en geauthoriseert, ons bij provisie met de Negotiatie voort te gaan.

Was getekent

D. Schaap.

Et paulo post subdit, quod constitutio hæc, quia emtores horum reddituum plerumque essent ætatis provectioris, & ita nonnisi exigua pecuniæ quantitas ex eorum pretiis redigi posset, immutata & per Notificationem de dato 18. Januarii 1673. declaratum fuerit, ut illi emtores, qui ætatis suæ annum quinquagesimum jam præterissent, solverent pretium 800. florenorum pro 100. annuis; Quamvis igitur hæc pretia à nostris, quæ supra invenimus, aliquo modo differant, si ramen defectus priorum annorum cum excessu posteriorum, in quibus pretium indistincte ad rationem unius pro octo constituitur, cum secundum nostram computationem ad rationem unius duntaxat pro 6. aut 4. constitui deberet, compensetur, invenimus inter illa exiguam imo nullam intercedere differentiam. Magis ab his differunt illi Reditus Vitales, quos ante vicennium constituit Rex Galliarum Ludovicus XIV. uti patet ex Edicto super hac re publicato mense Novembri An. 1689. cujus hæc sunt principaliora:

LOUIS

LOUIS &c. A cet effet Nous avons fait examiner en nôtre Conseil la proposition qui Nous a été faite, de créer des Rentes Viageres à Fonds perdu, assignées sur le même Fonds que celles de nôtre bonne Ville de Paris, qui ne seroient sujettes à aucunes saisies, même pour nos deniers & affaires, & qui seroient constituées sur un pied proportionné à l'âge des Rentiers, lesquels seroient distribués en différentes Classes, suivant la différence de leur âge. A la charge que la part de ceux qui decederoient accroîtroit aux survivans : En sorte que le dernier vivant de chaque Classe reçût seul le revenu entier du capital des Rentes de sa Classe : laquelle proposition &c. A CES CAUSES, & autres à ce Nous mouvans, de l'avis de Nôtre Conseil, & de nôtre certaine science, pleine puissance & autorité Royale, Nous avons Dit, Statué & Ordonné, & par ces Présentes signées de nôtre main, Disons, Statuons & Ordonnons, Voulons & Nous plaît,

1. Que par les Commissaires qui seront par nous députés, il soit vendu & aliéné à nos chers & bien-aimés les Prévôt des Marchands & Echevins de nôtre bonne Ville de Paris, la somme de 1.400.000 livres actuelles & effectives des Rentes Viageres, à prendre sur tous les deniers provenant de nos droits d'Aydes & Gabelles, & de Cinq Grosses Fermes, que Nous avons Déclaré & Declarons spécialement & par privilège affecté & hypothéqués aux payement & continuation desdites Rentes, même par préférence à la partie de nôtre Trésor Royal. Voulons que les Constitutions en soient faites par les Prévôt des Marchands & Echevins de nôtre dite Ville de Paris, à ceux de nos Sujets, qui les voudront acquerir &c.

2. Qu'aucuns des Acquereurs desdites Rentes Viageres venant à deceder, les interêts dont jouissoient les Acquereurs decedés appartiennent aux survivans de la même Classe par droit d'accroissement, & soient distribués entre eux d'année en année au sol la livre &c.

4. Et pour établir un ordre plus naturel & plus juste parmi ceux qui voudront prendre & lever desdites Rentes. & faire en sorte que chacun se trouve associé avec des personnes à peu près de son âge, Voulons que tous lesd. Rentiers soient distribués en quatorze Classes. La 1re des enfans jusques à l'âge de 5 ans accomplis. La 2de de 5 ans jusques à 10 ans. La 3me de 10 ans jusques à 15 ans. La 4me de 15 ans jusques à 20 ans. La 5me de 20 ans jusques à 25 ans. La 6me de 25 ans jusques à 30 ans. La 7me de 30 jusques à 35 ans. La 8me de 35 ans jusques à 40 ans. La 9me de 40 ans jusques à 45 ans. La 10me de 45 ans jusques à 50 ans.
La

35 (E.2)

LOUIS &c. A cet effet Nous avons fait examiner en nôtre Conseil la proposition qui Nous a été faite, de créer des Rentes Viageres à Fonds perdu, assignées sur le même Fonds que celles de nôtre bonne Ville de Paris, qui ne seroient sujettes à aucunes saisies, même pour nos deniers & affaires, & qui seroient constituées sur un pied proportionné à l'âge des Rentiers, lesquels seroient distribués en différentes Classes, suivant la différence de leur âge; À la charge que la part de ceux qui decederoient accroîtroit aux survivans: En sorte que le dernier vivant de chaque Classe reçût seul le revenu entier du capital des Rentes de sa Classe: laquelle proposition &c. A CES CAUSES, & autres à ce Nous mouvans, de l'avis de nôtre Conseil, & de nôtre certaine science, pleine puissance & autorité Royale, Nous avons Dit, Statué & Ordonné, & par ces Presentes signées de nôtre main, Disons, Statuons & Ordonnons, Voulons & Nous plaît,

1. Que par les Commissaires qui seront par Nous députés, il soit vendu & aliéné à nos chers & bien-aimés les Prévôt des Marchands & Echevins de nôtre bonne Ville de Paris, la somme de 1400000. livres actuelles & effectives des Rentes Viageres, à prendre sur tout les deniers provenant de nos droits d'Aydes & Gabelles, & de Cinq Grosses Fermes, que Nous avons Declaré & Declavons spécialement & par privilège affectés & hypothequés au payement & continuation desdites Rentes, même par préférence à la partie de nôtre Tresor Royal. Voulons que les Constitutions en soient faites par les Prévôt des Marchands & Echevins de nôtre dite Ville de Paris, à ceux de nos Sujets, qui les voudront acquerir, &c.

2. Qu'aucuns des Acquiteurs desdites Rentes Viageres venant à deceder, les interêts dont jouissoient les Acquiteurs decedés appartiennent aux survivans de la même Classe par droit d'accroissement, & soient distribués entre eux d'année en année au sol la livre &c.

4. Et pour établir un ordre plus naturel & plus juste parmi ceux qui voudront prendre & lever desdites Rentes, & faire en sorte que chacun se trouve associé avec des personnes à peu près de son âge, Voulons que tous lesd. Rentiers soient distribués en quatorze Classes. La 1^{re} des enfans jusques à l'âge de 5. ans accompli. La 2^{de} de 5. ans jusques à 10. ans. La 3^{me} de 10. ans jusques à 15. ans. La 4^{me} de 15. ans jusques à 20. ans. La 5^{me} de 20. ans jusques à 25. ans. La 6^{me} de 25. ans jusques à 30. ans. La 7^{me} de 30. ans jusques à 35. ans. La 8^{me} de 35. ans jusques à 40. ans. La 9^{me} de 40. ans jusques à 45. ans. La 10^{me} de 45. ans jusques à 50. ans. La

11^{me} de 50 ans jusques à 55 ans. La 12^{me} de 55 ans jusques à 60. La 13^{me} de 60 ans jusques à 65 ans. La 14^{me} & dernière Classe de 65 ans jusques à 70 & au-dessus.

7. Que chaque Constitution soit de trois cens livres de Capital, & nē puisse être de plus grosses sommes ; mais sera loisible à chaque Rentier de prendre tel nombre qu'il lui plaira de parties de Rentes de trois cens livres de Capital chacune &c.

8. Et d'autant qu'il ne seroit pas juste que les Enfans & autres personnes d'un âge robuste, qui selon le cours de nature doivent plus long-tems jouir desd. Rentes, en tirassent un aussi gros interêt que ceux d'un âge plus avancé, les Rentiers des deux premières Classes jusques à l'âge de dix ans accomplis, ne seront payés des interêts de leur Capital que sur le pied du denier vingt. Ceux de la 3^{me} & 4^{me} Classe de 10 ans à 20 ans sur le pied du denier 18. Ceux de la 5^{me} & 6^{me} de 20 à 30 ans sur le pied du denier 16. Ceux de la 7^{me} & 8^{me} de 30 à 40 ans sur le pied du denier 14. Ceux de la 9^{me} & 10^{me} depuis 40 à 50 ans sur le pied du denier 12. Ceux de la 11^{me} & 12^{me} depuis 50 jusques à 60 ans, sur le pied du denier 10. Et ceux de la 13^{me} & 14^{me} depuis 60 ans & au-dessus, à raison du denier 8. &c.

D'abord, on voit clairement d'après ces articles, pour quelle raison le prix de ces rentes a été fixé à un niveau plus élevé que dans les rentes viagères habituelles dont nous avons traité jusqu'ici ; c'est en raison du droit d'accroissement⁽³⁷⁾ dont jouissent ceux qui survivent aux décédés de la même classe ; mais ce droit d'accroissement ne produit rien d'autre que dans le cas où l'on présume que tous doivent être parvenus à l'âge le plus avancé, par exemple 86 ans ; c'est qu'en effet, sur environ trois cents hommes qui se trouvent dans la même classe, un probablement atteint l'âge de 86 ans et à un seul qui survit sont versées les rentes annuelles de tous comme si chacun vivait encore ; pour cette raison, qu'un seul parvienne à cet âge c'est la même chose que si tous y parvenaient. D'où l'on voit bien qu'on paye chaque année moins qu'il ne faut aux acquéreurs de la première et de la seconde classe en fixant pour eux la rente à raison de un pour 20. En effet, toute rente temporaire, même si elle dure cent ou mille ans, parce qu'ici le capital ou le prix donné ne peut pas être repris, vaut toujours moins que la redevance remboursable qui cependant s'achète normalement au prix de vingt pour un. Par contre, ceux qui sont placés dans les autres classes et

36 (E6)

11^{me} de 50. ans jusques à 55. ans. La 12^{me} de 55. ans jusques à 60. ans. La 13^{me} de 60. ans jusques à 65. ans. La 14^{me} & dernière Classe de 65. ans jusques à 70. & au-dessus.

7. Que chaque Constitution soit de trois cens livres de Capital, & ne puisse être de plus grosses sommes; mais sera loisible à chaque Rentier de prendre tel nombre qu'il lui plaira de parties de Rentes de trois cens livres de Capital chacune &c.

8. Et d'autant qu'il ne seroit pas juste que les Enfans & autres personnes d'un âge robuste, qui selon le cours de nature doivent plus long-temps jouir desd. Rentes, en tirassent un aussi gros intérêt que ceux d'un âge plus avancé, les Rentiers des deux premières Classes jusques à l'âge de dix ans accomplis, ne seront payés des intérêts de leur Capital que sur le pied du denier vingt. Ceux de la 3^{me} & 4^{me} Classe de 10. ans à 20. ans sur le pied du denier 18. Ceux de la 5^{me} & 6^{me} de 20. à 30. ans sur le pied du denier 16. Ceux de la 7^{me} & 8^{me} de 30. à 40. ans sur le pied du denier 14. Ceux de la 9^{me} & 10^{me} depuis 40. à 50. ans sur le pied du denier 12. Ceux de la 11^{me} & 12^{me} depuis 50. ans jusques à 60. ans, sur le pied du denier 10. Et ceux de la 13^{me} & 14^{me} depuis 60. ans & au-dessus, à raison du denier 8. &c.

Ex his articulis manifesta primo est ratio, cur in his redivibus majus pretium constitutum fuerit, quam in ordinariis redivibus vitalitiis, de quibus hucusque egimus, nempe propter jus accrescendi, quo gaudent illi, qui defunctis in eadem Classe constitutis supervivunt; verum jus istud accrescendi nihil aliud efficit, quam ut omnes præsumi debeant perventuri ad ætatem longissimam, puta 86. annorum; quia enim ex trecentis circiter hominibus, qui in eadem Classe constituti sunt, probabiliter unus saltem ad annum 86. perveniet, & uno tantum superstite redivus annui pro omnibus solvuntur, ac si singuli adhuc viverent, ideo uno ad hanc ætatem perveniente idem est ac si omnes ad illam pervenirent. Unde patet quod emtoribus primæ & secundæ Classis singulis annis justo minus solvitur, constituendo ipsis redivum ad rationem unius pro 10. Omnis enim redivus temporalis, etiamsi centum vel mille annos duret, ideo quod fors seu pretium datum hic repeti nequit, semper minus valet quam census redimibilis, qui tamen regulariter emitur pretio viginti pro uno. Qui autem in reliquis constituuntur Classibus, & decem an-

sont âgés de plus de dix ans sont trop favorisés par cette agréable clause ; par exemple un quadragénaire qui est présumé devoir vivre 46 ans (on suppose en effet qu'il doit parvenir à l'âge le plus avancé de 86 ans) reçoit une annuité de un pour douze, alors que selon notre Table une rente de 46 ans devrait être à raison de un pour $17^{880/1000}$ c'est-à-dire à peu près de un pour 18. On peut observer la même chose dans toutes les autres classes, à la seule exception de ceux qui sont dans l'âge le plus avancé et qui peuvent seulement espérer une dizaine d'années ou moins, car on doit leur payer une pension annuelle supérieure à 1 pour 8, soit 1 pour 7, 6 ou 5 etc..., comme cela est évident d'après la Table. Cependant, il me semble que la raison pour laquelle dans cette constitution les prix sont presque toujours inférieurs et à l'inverse les pensions annuelles supérieures à ceux de notre Table, c'est que nos prix sont calculés sur une base d'intérêt en quinconce ou de cinq pour cent alors que là où les pratiques commerciales sont importantes, comme en France, des intérêts plus élevés de six, sept ou même huit pour cent sont autorisés de telle sorte que si dans notre Table je les avais utilisés à la place d'un intérêt en quinconce j'aurais abouti à la même proportion que celle qui est mentionnée dans la susdite constitution**.

Il existe une autre sorte de contrat sur la vie qui a une grande affinité avec les rentes viagères ; c'est cette convention encore très pratiquée de nos jours chez les Italiens qu'un Père qui vient d'avoir une fille convient avec une autre personne que pour le prix reçu immédiatement, celui-ci rende le quadruple ou le quintuple (ce qui alors constituera la dot de sa fille), s'il arrive que la fille parvienne à l'âge nubile, c'est-à-dire 16 ans, mais qu'il garde tout si elle meurt avant. Avec cette convention on demande donc quelle doit être la somme qu'il faut rembourser au bout de ce laps de temps. C'est ainsi que nous le déterminons : nous posons que l'argent versé est = 1, qui après une année vaut m *c'est-à-dire que cet argent avec l'intérêt de la première année est = m (comme cela a été dit plus haut)** , vaudra ensuite m^2 après deux années, m^3 après 3, m^4 après 4, et m^{16} après seize années ; c'est pourquoi, si la fille devait atteindre 16 ans à coup sûr il devrait acquitter m^{16} , mais parce qu'il peut arriver qu'elle meure avant cet âge, il est équitable de rembourser plus que m^{16} pour que cette nouvelle incertitude soit compensée par un autre profit ; appelons donc x ce qui doit être remboursé et il y aura 40 cas pour obtenir x et 60 pour 0, car il y a (comme cela ressort *des registres

37 (E)

nis sunt majores, nimis laeta fruuntur conditione; ex. gr. quadragenarius qui praesumitur victurus annos 46. (supponitur enim perventurus ad aetatem longissimam 86. annorum) recipit unum annum pro duodecim, cum secundum Tabulam nostram reditus 46. annorum esse debeat ad rationem unius pro $17 \frac{832}{1000}$ h. e. ad rationem unius fere pro 18. Idem in reliquis omnibus observare licet, exceptis solum illis, qui in extrema sunt senectute & qui decem tantum aut pauciores annos sperare possunt, illis enim major pensio annuatim solvenda est quam r. pro 8. nempe unum pro 7. 6. vel 5. &c. ut ex Tabula liquet. Ratio autem quod in hac constitutione pretia plerumque sint minora, & e contra pensiones annuae majores, quam quae in Tabula nostra habentur; mihi haec videtur esse, quod pretia nostra sint supputata ad modum usurarum quincuncium seu quinque pro centum, cum tamen iis in locis, ubi magnus est commerciorum usus, ut in Gallia, majores usurae sint permissae, ut sex, septem vel etiam octo pro centum, adeo ut si loco usurarum quincuncium has in Tabula nostra substituissim, in eandem proportionem, quae in dicta constitutione observatur, incidissim. Est & alia species contractus vitalitii, quae cum reditibus vitalibus magnam habet affinitatem, illa scilicet conventio, Italis hodiernum maxime usitata, qua Pater cui recens nata est filia, cum alio ita contrahit, ut ille pretio statim accepto ejus quadruplum vel quintuplum (quod deinde filiae in dotem cedit) restituat, si contigerit, filiam pervenire ad aetatem nubilem puta 16. annorum, totum autem retineat, si infra hanc aetatem moriatur. In hac igitur conventionem quaeritur quantum debeat esse illud, quod dicto tempore restitui oporteat; nos illud ita determinamus: Ponamus pecuniam erogatam esse $\infty 1$, illamque post annum valere m , h. e. illam cum usura primi anni esse ∞m . (uti supra etiam positum fuit) hinc illa post duos annos valebit m^2 , post tres m^3 , post quatuor m^4 , & post sedecim m^{16} ; itaque si filia certo ad 16. annos perventura esset, ipsi solvi deberet m^{16} , sed quia contingere potest illam infra hanc aetatem mori, ideo aequum est plus restitui quam m^{16} , ut haec incertitudo iterum cum alio lucro compensetur, vocemus igitur id quod restitui debet x , eruntque 40; casus ad obtinendum x & 60. ad 0, sunt enim (ut apparet ex catalogo

de décès mentionnés plus haut dans le **chapitre 2)**** 40 cas où quelqu'un atteint la seizième année et 60 où il meurt pendant les 16 années ; en conséquence l'espérance de celui qui passe un tel contrat est :

$$\frac{40x + 60 \cdot 0}{100} = \frac{2}{5}x$$

et parce que son espérance doit valoir autant que ce que vaut le prix versé après seize années, c'est-à-dire m^{16} , on aura $\frac{2}{5}x = m^{16}$ et $x = \frac{5m^{16}}{2}$ (en posant $m = \frac{105}{100}$ parce que les intérêts légaux sont en quinconce) $\frac{5}{2} \times \frac{105^{16}}{100}$, quantité que l'on obtient facilement par les logarithmes, car le Logarithme de $\frac{105^{16}}{100}$ est seize fois le Logarithme de $\frac{105}{100}$; donc en multipliant le Logarithme de ce nombre, c'est-à-dire 0,0211893 par 16 on obtient le Logarithme 0,3390288, qui est à peu près celui du nombre 2,183 ; puis en multipliant ce nombre par $\frac{5}{2}$ on obtient 5,457 qui doit être remboursé à la fille après 16 années et qui comme on le constate est plus que le quintuple de l'argent initialement versé. *De plus, il faut enfin noter que ce que nous avons dit plus haut au sujet du remède de la loi⁽³⁸⁾ sur l'acquisition de l'espoir en général doit être admis pour cette convention et pour les rentes viagères, de telle sorte qu'il y ait lieu à rescision si l'acquéreur a donné plus du double du juste prix ou si le vendeur en a reçu moins de la moitié ; à moins qu'on ne soupçonne un vice usuraire, car en ce cas le vendeur, même lésé de moins de la moitié, doit être entièrement remboursé.

CHAPITRE V

La manière de déduire la Quarte Falcidie des legs de Pensions Alimentaires, d'Usufruit, de Rentes Viagères, etc...

Dans les legs qui dépendent du futur, par exemple pour l'usufruit, les legs de pensions sur la durée de vie, alimentaires et assimilées savoir si la Loi Falcidie⁽¹⁾

38

logo demortuorum supra cap. 2. memorato) 40. casus ut quis per-
 veniat ad annum decimum sextum, & 60, ut moriatur intra 16. an-
 nos, proinde expectatio ejus, qui hoc modo contrahit, est $\frac{40.^x + 60.^0}{100}$
 $\infty \frac{2}{3} x$, & quia hæc ejus expectatio tantundem valere debet ac il-
 lud quod valet pretium erogatum post sedecim annos h. e. m^{16} , id-
 circo habebitur $\frac{2}{3} x \infty m^{16}$, & $x \infty \frac{2m^{16}}{3} \infty$ (posito $m \infty \frac{105}{100}$ quia
 usuræ legitimæ sunt quincunces) $\frac{2}{3} x \frac{105^{16}}{100}$, quæ quantitas per Lo-
 garithmos facile habetur, nam Logarithmus ipsius $\frac{105^{16}}{100}$ est sede-
 cuplus Logarithmi ipsius $\frac{105}{100}$, multiplicato igitur Logarithmo hujus
 numeri i. e. 0.0211893. per 16. provenit Logarithmus 0.3390288.
 cujus numerus quam proxime est 2.183, qui porro multiplicatus per
 $\frac{2}{3}$ dat 5.457, pro eo quod filia post 16. annos restitui debet, & quod,
 ut apparet plus est quam quintuplum pecuniæ ab initio erogatæ.
 Cæterum ultimo loco & hoc notandum est, quod id quod supra de
 remedio legis 2. C. de rescind. vend. circa emtionem spei in genere dixi-
 mus, etiam in hac conventione & in rebus vitalitiis obtinere de-
 beat, adeo ut rescissioni locus sit, si vel emtor plus quam duplum
 justii pretii dederit, vel venditor minus quam dimidium ejusdem ac-
 ceperit; nisi forte subsit suspicio usurariæ pravitatis, tunc enim ven-
 ditor etsi infra dimidium læsus in integrum restitui debet.

CAPUT V.

*De modo deducendi quartam Falcidiam ex
 legato alimentorum, ususfructus,
 reddituum vitalium &c.*



Uia in legatis ex eventu pendentibus, utputa
 usufructu, pensionibus tempore tantum vitæ legatis, alimen-
 tis & similibus, incertum est an & in quantum Lex Falcid-
 dia

s'applique et dans quelle mesure, est incertain ; aussi différentes règles sont-elles exposées qui permettent à l'héritier de conserver sa quote ; en effet, ou bien dans l'immédiat les legs n'excèdent pas les trois quarts, mais on soupçonne cependant que par suite du prolongement de la vie du légataire ils dépasseront les trois quarts et les annuités entières de pension sont alors réglées jusqu'à ce qu'arrive une année où, contrairement à la Loi Falcidie, quelque chose qui dépasse les trois quarts commence à être dû ; dans ce cas, on diminue rétroactivement tous les legs de chaque année et à cette fin, dans les legs de ce genre il faut demander au légataire une caution égale à ce qu'il a reçu en trop⁽²⁾ ; ou bien il est clair dès le début que la Falcidie s'applique et le legs sera alors estimé valoir autant que ce qu'il peut devenir au moment de l'héritage car alors ceci est équivalent à cela, c'est-à-dire ce qu'un tel legs peut être vendu est incertain de l'incertitude de la vie du légataire⁽³⁾ ; et c'est pourquoi dans la loi 68⁽⁴⁾ on expose la règle qui doit permettre d'établir le calcul dans ce genre de legs, de pensions alimentaires, d'usufruit, etc... Le texte en est très remarquable et s'exprime ainsi : "Ulpien⁽⁵⁾ écrit que pour le calcul des pensions alimentaires on doit procéder de la

façon suivante :

que du premier âge jusqu'à la vingtième année on compte une quantité de trente années de pension alimentaire, quantité sur laquelle s'acquitte la Falcidie ; de cette vingtième année à la vingt-cinquième, vingt-huit annuités ; de la vingt-cinquième à la trentième, vingt-cinq annuités ; de la trentième à la trente-cinquième, vingt-deux annuités ; de la trente-cinquième à la quarantième, vingt annuités ; de la quarantième à la cinquantième autant d'annuités que le nombre d'années moins une qui lui manquent pour atteindre la soixantième année ; de cette cinquantième année jusqu'à la cinquante-cinquième, neuf annuités ; de la cinquante-cinquième jusqu'à la soixantième, sept annuités ; de la soixantième année pour tout âge, cinq annuités ; et Ulpien affirme que nous avons bon droit d'en user, et que cela convient dans le cas du calcul de l'usufruit. La coutume est cependant de compter du premier âge à la trentième année, trente annuités ; à partir de cette trentième année de faire entrer dans le compte autant d'annuités que l'on voit qu'il en manque pour atteindre la soixantième année : ainsi le compte ne fait jamais intervenir plus de trente annuités".

Les termes de cette loi sont tout à fait clairs, aussi je m'étonne que G.G. Titius⁽⁶⁾ l'éclaire ainsi : il convient de diminuer sans cesse d'une année en raison de l'âge dans lequel se trouve la personne, à savoir de cette manière : un nouveau-né est présumé vivre 30 années, un homme d'un an encore 29, de deux ans encore

第39 (二)

452

dia locum habeat, ideo in legibus nostris varii proponuntur modi; quibus heres quartam suam salvare queat; vel enim legata in præsens dodrantem non excedunt, suspicio tamen est, ne ob longiorem legatarii vitam in posterum superent dodrantem, & tunc integræ pensiones annuæ solvuntur tamdiu, donec annus venerit, quo contra Legem Falcidiam aliquid ultra dodrantem deberi incipiat, quo casu retro omnia legata singulorum annorum imminuuntur *l. 47. ff. ad L. Falcid.* in quem finem opus fuit cautionem, quanto amplius acciperit reddi, in huiusmodi legatis à legatario interponi *l. 1. §. 16. eod.* vel statim apparet locum esse Falcidiæ, & tunc id legatum tanti æstimabitur, quanti venire potest *l. 55. eod.* quia autem id ipsum hoc, quanti sc. venire possit tale legatum, incertum est ob incertitudinem vitæ legatarii, idcirco in *l. 68. eod.* proponitur regula, quomodo computatio instituenda sit in ejusmodi legato alimentorum, usufructus &c. textus in d. l. est valde notabilis, & ita sonat: *Computationi in alimentis faciende hanc formam esse Ulpianus scribit, ut à prima ætate usque ad annum vicesimum quantitas alimentorum triginta annorum computetur, ejusque quantitatis Falcidia præstetur: ab annis vero viginti usque ad annum vicesimum quintum, annorum viginti octo: ab annis viginti quinque usque ad annos triginta, annorum viginti quinque: ab annis triginta usque ad annos triginta quinque, annorum viginti duo: ab annis triginta quinque usque ad annos quadraginta, annorum viginti: ab annis quadraginta usque ad annos quinquaginta, tot annorum computatio sit, quot ætatis ejus ad annum sexagesimum deerunt, remisso uno anno: ab anno vero quinquagesimo usque ad annum quinquagesimum quintum, annorum novem: ab annis quinquaginta quinque usque ad annum sexagesimum, annorum septem: ab annis sexaginta cujuscunque ætatis sit, annorum quinque: eoque nos jure uti, Ulpianus ait, & circa computationem usufructus faciendam. Solitum est tamen à prima ætate usque ad annum trigesimum, computationem annorum triginta fieri: ab annis vero triginta, tot annorum computationem inire, quot ad annum sexagesimum deesse videntur: nunquam ergo amplius quam triginta annorum computatione initur.* Verba hujus legis adeo sunt clara, ut mirer G. G. Titium in observationibus ratiocinantibus in compend. Lauterbach. observ. 945. pag. 629. illam ita explicare, ut pro ratione ætatis, in qua homo reperitur, semper annum demere oporteat, eo scilicet modo, ut homo recens natus 30. annos, homo unius anni adhuc 29. duorum annorum ad-

huc

28, de trois encore 27 années et ainsi de suite ; et on doit continuer ainsi d'en calculer la raison jusqu'à la vingtième année : à partir de cette vingtième année il est censé vivre encore 28 ans, de la vingt et unième 27, de la vingt-deuxième 26 et ainsi de suite ; et de même pour les autres périodes. De fait, si l'on effectuait le calcul de cette façon on devrait présumer qu'une personne de 19 ans n'est pas disposée à vivre plus de 11 années alors qu'une autre qui n'aurait qu'un an de plus est présumée disposée à vivre 28 années, c'est-à-dire plus de deux fois plus ; ce qui est par rapport au bon sens une absurdité si manifeste que l'on doit plutôt appliquer à Titius lui-même ce qu'il dit des autres : "*Il tombe en Scylla celui qui veut éviter Charybde*". Il n'a pas l'air non plus de s'inquiéter de l'absurdité qu'il commet lorsqu'il objecte à Johann Thomae⁽⁷⁾ que sans aucun doute ce calcul place parfois la limite de la vie plus loin qu'elle n'est cependant disposée à être située et qu'elle est en fait plus proche ; par exemple, une jeune personne de 24 ans dont on croit qu'elle est disposée à vivre encore 28 ans, atteint l'âge de 52 ans là où une autre de 26 ans, puisque l'on croit qu'elle doit vivre pendant 25 ans, doit quant à elle atteindre la 51ème année ; mais (comme le soutient Titius) la jeune personne de 24 ans doit aller au-delà de la 26ème, et donc en respectant cela atteindre 52 ans aussi bien que 51 ans ce qui étant contradictoire ne peut arriver en même temps⁽⁸⁾. En vérité on répond à cela et aux objections semblables que Titius dresse maladroitement contre ce calcul d'Ulprien que l'on prête une signification inexacte à la loi 68 quant on dit que selon ce calcul on croit que la jeune personne de 24 ans est disposée à vivre encore 28 ans et la jeune personne de 26 ans encore 25 ans de telle sorte que celle-là soit disposée à parvenir à la 52ème année, celle-ci à la 51ème, car la loi n'affirme pas que l'on doit présumer, ou bien qu'il est probable, que ces personnes sont disposées à vivre autant d'années et elle ne leur fixe pas 52 ans ou 51 ans comme le terme de la vie, mais elle prétend seulement que dans le calcul de la quarte Falcidie, le legs de pensions alimentaire transmis à vie à une jeune personne, par exemple de 24 ans, doit être estimé⁽⁹⁾. Si les pensions alimentaires ont été accordées pour 28 années on prend ce nombre de 28 années comme une certaine moyenne entre tous les âges auxquels peut parvenir ce légataire ; c'est parce que sur un grand nombre de jeunes de 24 ans certains meurent plus vite, d'autre plus lentement, que les anciens ont considéré que chacun des deux, l'héritier et le légataire, a un péril égal d'être lésé

§ 40 (23)

huc 28. trium adhuc 27. annos, & ita porro, vivere præsumatur, atque ista computandi ratio usque ad annum vicesimum observetur; ab anno vero vigesimo adhuc 28. vigesimo primo 27. vigesimo secundo 26. annos, & ita porro, vivere quis censetur; & ita in reliquis annorum periodis. Etenim si computatio hoc modo institueretur, homo 19. annorum præsumi deberet victurus annos duntaxat 11. cum tamen alius, qui hunc unico tantum anno superat, præsumatur victurus 28. annos, atque adeo plus quam duplo plures; quæ sane absurditas est tam manifesta, ut sibi potius applicare debeat Titius id quod ipse de aliis dixit *Incidit in Syllam qui vult vitare Charybdim.* Nec illum movere debet imaginaria illa absurditas, quam & objicit Joh. Thomæ *de noxia animal. l. 9. n. 9.* quod nimirum ista computatio terminum vitæ interdum præfigat remotiori, quem tamen attacturus non sit, qui propior jam est; ex. gr. juvenis annorum 24. qui per 28. annos adhuc creditur esse victurus, perveniet ad ætatem 52. annorum, ubi alter annorum 26. quoniam tantum per 25. annos creditur victurus esse, perventurus vix est ad annum 51. juvenis autem 24. annorum (ut ait Titius) utique etiam transire debet annum vigesimum sextum, ergo illius respectu perveniet ad annos 52. hujus tantum ad annos 51. quæ contradictoria simul stare nequeunt. Respondetur enim ad hanc & alias similes objectiones, quas contra Ulpianeam hanc computationem inepte format Titius, falsum legi nostræ 68. assigni sensum, quando dicitur, quod secundum istam computationem juvenis 24. annorum creditur victurus esse adhuc annos 28. & juvenis annorum 26. adhuc annos 25. &c. adeoque quod ille perventurus sit ad annum 52. hic ad annum 51, lex enim non ait, quod præsumi debeat, aut quod probabile sit, illos per tot annos victuros esse, nec illis annum 52. aut 51. præfigit tanquam vitæ terminum, sed hoc tantum vult ut in computatione quartæ Falcidiæ legatum alimentorum juveni ex. gr. 24. annorum ad vitam relictum æstimandum sit, ac si alimenta in 28. tantum annos relicta fuissent, & æsumitur hic numerus 28. annorum tanquam medium quoddam inter omnes ætates, ad quas pervenire potest iste legatarius h. e. quia inter plures juvenes 24. annorum quidam citius, quidam tardius moriuntur, putarunt antiqui utrumque & heredem & legatarium æqualiter in periculo perdendi constitui, adeo-

et qu'ainsi aucun des deux n'est lésé s'ils imaginaient que la vie du légataire devrait durer 28 années, de telle sorte que l'on compte une quantité de 28 années de pension alimentaire, quantité sur laquelle on applique la Falcidie.

Cependant, il ne suit pas de là que le calcul doit être effectué de la même manière si, par exemple, des annuités de dix ont été léguées et si c'est 280, comme le veulent Meyer⁽¹⁰⁾ et plusieurs autres ; car on doit déduire de cette quantité, avant que n'intervienne la raison de la loi Falcidie, l'intérêt intermédiaire ou le profit pendant la moitié du temps que toucherait l'héritier s'il acquittait successivement ces annuités de dix - Frantzke -. Il apparaît par là que la Falcidie ne doit pas être déduite de 280 mais seulement de 149, valeur à laquelle on doit estimer des annuités de dix à acquitter pendant 28 ans, car (ce qui est clair d'après la Table du chapitre précédent) une rente de 28 années a une valeur ou un prix dans un rapport de 1 à 14 $\frac{898}{1000}$ c'est-à-dire très proche de 10 à 149⁽¹¹⁾. De plus Titius met encore en avant une autre objection, mais ridicule et a priori pas tellement différente, et prétend ainsi conclure : celui qui a 20 ans est présumé disposé à parvenir à la 48ème année et donc pendant son temps de vie il parvient à la 25ème année et atteint donc la 50ème année, car selon ce calcul celui qui a 25 ans doit être présumé disposé à parvenir à la cinquantième année. Mais il faut noter que même si nous donnions à la dite *loi 68* le sens que ceux qui ont 20, 25 ans etc... doivent être présumés disposés à parvenir à la 48ème année, la 50ème année etc... il ne suivrait cependant pas de là qu'une jeune personne, par exemple de 20 ans, devrait certainement parvenir à 25 ans encore moins à 48 ans, parce que ces 50 années qui sont attribuées à celui qui a déjà 25 ans est un fait au contraire incertain (on ne croit pas certain ce qui est seulement futur)⁽¹²⁾, autant que le fait que celui qui a 20 ans soit disposé à atteindre la 25ème année ; et c'est en raison de cette incertitude qu'on ne doit pas lui attribuer 50 années mais moins, disons 48⁽¹³⁾. En outre, si quelqu'un voulait raisonner ainsi comme Titius, il pourrait très facilement montrer que n'importe quel individu devrait être présumé disposé à atteindre n'importe quel âge, cent ans, mille ans et plus, ce qu'à juste titre on doit juger absurde⁽¹⁴⁾.

Cependant, quoique ce calcul d'Ulpien n'ait rien à craindre en soi des objections de Titius, il ne peut toutefois être utilisé de nos jours pour déduire la Falcidie ; encore moins celui postérieur d'Aemilius Macrus⁽¹⁵⁾, car le nombre d'années qui est pris comme âge moyen dans notre *loi 68*

ἄλλο) 41 (ἔξ)

adeoque neutrum lædi, si fingerent vitam legatarii duraturam esse annos 28. ita ut quantitas alimentorum 28. annorum computetur, huiusque quantitatis Falcidia præstetur; unde tamen non sequitur, quod computatio, si ex. gr. annua decem legata essent, eodem modo instituenda sit, ac si 280. legata essent, ut volunt Meyerus in *Colleg. Argent. ad tit. ff. ad L. Falcid. §. 17.* aliique plures; nam ex hac quantitate deducendum est, antequam legis Falcidiæ ratio ineatur, inter-usurium seu commodum medii temporis, quod haberet heres, si decem illa annua successive solveret per *l. 45. pr. l. 66. pr. l. 73. §. 4. ff. ad L. Falcid. l. 2. §. 2. 3. si cui plus quam per L. Falc.* Conf. Frantzk. *lib. 1. resol. 2. num. 108. & 109.* hinc apparet Falcidiam non esse deducendam ex 280. sed tantum ex 149. quanti æstimari debent annua decem solvenda 28. annis, est enim (ut ex Tabula præcedentis capituli liquet) reditus 28. annorum ad valorem seu pretium suum in ratione 1 ad 14 $\frac{898}{1000}$ h. e. quam proxime ut 10. ad 149. Cæterum aliam adhuc, sed ridiculam & non multum à priori differentem objectionem movet Titius, qui ita concludere vult: Ille qui est annorum 20. præsumitur perventurus ad annum 48. ergo suo tempore perveniet ad annum 25. ergo assequetur annum 50. qui enim est annorum 25. secundum hanc computationem præsumi debet perventurus ad annum 50. Sed hic notandum est, quod etiamsi daremus sensum dictæ *l. 68.* esse, quod qui sunt annorum 20. & 25. &c. præsumi debeant perventuri ad annos 48. & 50. &c. inde tamen non sequeretur, quod juvenis ex. gr. 20. annorum certo pervenire debeat ad 25. multo minus ad 48. annos, hinc quia 50. anni attribuuntur illi, qui jam est (non qui demum futurus creditur) annorum 25. incertum autem est, quod qui 20. annos habet perventurus sit ad annum 25. ideo ipsi ob incertitudinem hanc non 50. sed pauciores puta 48. anni attribui debent. Præterea si quis ita, ut Titius, ratiocinari vellet, posset facillime ostendere, quod quilibet homo præsumi deberet perventurus ad quamlibet ætatem centum, mille, & plurium annorum, quod non immerito absurdum censeretur. Quamvis autem computatio ista Ulpiani nihil sibi ab hisce Titii objectionibus metuendum habeat, non potest tamen ea, multo minus posterior illa Æmilii Macri, hodiernum in deducenda Falcidia locum habere, numerus enim annorum qui in d. l. nostra 68. pro cuiusque hominis

et selon lequel, d'après Ulpien, on doit faire le calcul, est toujours pris plus grand qu'il ne faut jusqu'à la quarante-troisième année environ et plus petit ensuite ; en outre jamais l'âge moyen d'un homme n'atteint 30 ans mais au plus 21 ans comme il ressort du **chapitre 2** où nous avons supputé la probabilité de la vie humaine, certes pas à partir des jugements de quelques Médicastre, Physiognomiste, Chiromancien, Aruspice⁽¹⁶⁾ ou charlatan de même farine dont Titius pense que les Romains en ont accepté certains dans la manière de calculer que rapporte cette loi, mais à partir des observations faites sur le nombre de personnes qui meurent à chaque âge. Dans ce cas, j'estime donc que l'on peut parfaitement entreprendre le calcul de la loi Falcidie si les legs de ce type sont estimés selon la valeur et le prix des rentes viagères, comme nous l'avons déterminé dans le chapitre précédent. L'auteur Français Domat⁽¹⁷⁾ soutient le même point de vue dans son *Traité des Lois Civiles*⁽¹⁸⁾, où, entre autres, il remarque finement à propos de la dite loi 68 :

Mais on ne peut se dispenser de remarquer que cette loy 68 qui est communement considerée comme la principale regle de cette matiere, que les années des âges y sont sur deux pieds differens, dont on n'en prendroit aucun aujourd'huy pour regle dans l'estimation d'un usufruit ou d'une rente viagere, après les calculs qui ont été faits sur les experiences du nombre de personnes qui meurent à chaque âge. Car suivant ces calculs il n'y a que peu d'enfans qui arrivent à l'âge de 30 ans : peu qui de vingt ans aillent à cinquante. Ainsi quand un legataire d'un usufruit n'auroit que quatre ou cinq ans, on n'estimeroit pas son usufruit sur le pied d'une durée de 30 années, & pour cet âge, & pour tous les autres on suivroit plutôt le pied qui est enusage pour les rentes viageres à fonds perdu. Mais quand il seroit certain qu'un legataire d'un usufruit devoit vivre 30 ans, ou que même un revenu annuel eût été donné à une personne & à ses successeurs pour 30 années, cet usufruit ou ce revenu ne vaudroit pas la somme à laquelle se monteroient ces 30 années, puisqu'une rente perpetuelle ne les vaudroit pas. Ainsi il seroit très injuste de regler la Falcidie sur le pied d'une telle estimation, qui feroit qu'un legs d'un usufruit, ou d'une rente viagere de 1000 livres par an seroit estimé plus haut pour la Falcidie qu'un legs d'une rente perpetuelle de pareille somme qui ne vaudroit que 20000 livres &c.

Mais afin de rendre la chose claire, imagine par exemple que le défunt a laissé 3000, qu'à Titius il a légué 800, à Sempronius 900 et à Maevius, un enfant de six ans, une annuité de 100 ; je dis que le legs

§ 42 (E)

ætate media assumuntur, & secundum quos computationem faciendam esse ait Ulpianus, semper justo major ponitur usque ad annum circiter quadragessimum tertium, & dein justo minor, nec ullius hominis ætas media unquam ad 30. annos ascendit, sed ad summum ad annos 21. ut apparet ex *cap. 2.* ubi probabilitatem vitæ humanæ supputavimus, non quidem ex sententia alicujus Medicastri, Physiognomonis, Chiromantæ, Aruspiciis vel similis farinæ præstigiatoris, à quorum aliquo modum computandi, qui hac lege traditur, fortean accepisse Romanos auguratur Titius, sed ex observationibus factis super numerum eorum, qui in qualibet ætate moriuntur. Optime igitur hoc casu legis Falcidiæ rationem iniri posse existimo, si ejusmodi legata æstimentur secundum valorem & pretia reddituum vitalium, prout ea in *præced. cap.* determinavimus. Similem sententiam fovet Domat Auctor Gallus *au Traité des Loix Civiles dans l'article 8. de la section 2. De la Falcidie. pag. 496.* ubi inter alia ad dictam legem 68. eleganter annotat sequentia: *Mais on ne peut se dispenser de remarquer sur cette loy 68. qui est communement considerée comme la principale regle de cette matiere, que les années des âges y sont sur deux pieds differens, dont on n'en prendroit aucun aujourd'buy pour regle dans l'estimation d'un usufruit ou d'une rente viagere, après les calculs qui ont été faits sur les experiences du nombre de personnes qui meurent à chaque âge. Car suivant ces calculs il n'y a que peu d'enfans qui arrivent à l'âge de 30. ans: peu qui de vingt ans aillent à cinquante. Ainsi quand un legataire d'un usufruit n'auroit que quatre ou cinq ans, on n'estimeroit pas son usufruit sur le pied d'une durée de 30. années, & pour cet âge, & pour tous les autres on suivroit plutôt le pied qui est en usage pour les rentes viageres à fonds perdu. Mais quand il seroit certain qu'un legataire d'un usufruit devoit vivre 30. ans, ou que même un revenu annuel eût été donné à une personne & à ses successeurs pour 30. années, cet usufruit ou ce revenu ne vaudroit pas la somme à laquelle se monteroient ces 30. années, puisqu'une rente perpetuelle ne les vaudroit pas. Ainsi il seroit très-injuste de regler la Falcidie sur le pied d'une telle estimation, qui seroit qu'un legs d'un usufruit, ou d'une rente viagere de 1000. livres par an seroit estimé plus haut pour la Falcidie qu'un legs d'une rente perpetuelle de pareille somme qui ne vaudroit que 20000. livres. &c. Sed ut rem exemplo illustremus, finge defunctum reliquisse 3000. Titio legasse 800. Sempronio 900. & Mævio puero sexenni annua 100. dico legatum*
Mævii

de Maevius vaut autant que 1060. Prenez en effet ce qui a été obtenu précédemment, à savoir que le prix d'une annuité de mille sur la vie de quelqu'un qui est âgé de 6 ans est de 10600, tu ajoutes donc 800, 900 et 1060 ; la somme totale des legs est de 2760 sur lesquels au nom de la Falcidie on doit déduire 510 qui excèdent 2250 qui représentent les trois-quarts de l'héritage qui sont légués, d'où il suit combien il convient d'enlever à chaque legs ce qui donne par la règle de la société :

De 2760 on doit soustraire 510, donc :

	800		à Titius	$147\frac{20}{23}$ ⁽¹⁹⁾
de	900	doivent être soustraits	à Sempronius	$166\frac{7}{23}$
	100 annuels		à Maevius annuellement	$18\frac{11}{23}$

Ou si Maevius préfère recevoir sur le champ l'estimation de son legs, déduis $195\frac{19}{23}$ ⁽¹⁹⁾ de 1060, et l'héritier lui paiera $864\frac{4}{23}$ ⁽¹⁹⁾.

Par suite de cela, ce que l'on doit penser de cette façon de déduire la Falcidie que Titius prescrit *vers la fin de la remarque 945* est clair ; il s'exprime ainsi : "*suppose que le défunt ait laissé 12000, 6000 légués à deux personnes, 6000 accordées à une troisième en usufruit ou pension alimentaire ; le plus facile n'est-il pas que l'héritier déduise 1500 aux deux premiers et autant à celui qui a reçu en héritage un usufruit ou une pension alimentaire ?*" Je reconnais que rien n'est plus facile mais que rien n'est plus injuste, car on déduit plus qu'il ne faut ou plus précisément il est évident que les 6000 qui sont laissés en usufruit ou en pension alimentaire ne valent pas autant que le legs des deux premiers ; ainsi l'héritage légué n'est pas entièrement acquitté, de telle sorte que plus rien ne revienne à l'héritier ; en effet la propriété qui est réservée à l'héritier et l'usufruit qui finissant avec la vie du légataire doit revenir à l'héritier, ne sont pas d'un prix nul et c'est pourquoi l'héritier fera entrer cet avantage dans le compte de son quart et ôtera d'autant moins à chaque legs ; et précisément dans le cas précédent, si la volonté du défunt a été que l'intérêt de 6000, c'est-à-dire 300 soit consacré chaque année à la pension alimentaire du légataire, âgé par exemple de six ans, la déduction devra être faite de la manière suivante : parce qu'une annuité de 100 sur la vie d'une personne de six ans vaut 1060, alors une annuité de 300 vaudra trois fois 1060 c'est-à-dire 3180 ; si tu leur ajoutes 6000 (le legs des deux premiers) tu auras 9180 pour somme totale du legs ; pour respecter la Falcidie on doit déduire de cette somme 180 et par conséquent des 6000 des deux premiers l'héritier retire $117\frac{11}{17}$ et à celui qui touche la pension alimentaire autant qu'il faut sur le capital, ou bien $5\frac{15}{17}$ sur chaque annuité de la pension⁽²⁰⁾.

Voici la façon d'estimer les annuités léguées d'usufruit, de pensions alimentaires etc... et la méthode pour déduire

163) 43 (20)

Mævii tantundem valere ac 1060. capite enim præced. inventum est, pretium mille annuorum ad vitam alicujus, qui sex annos natus est, esse 10600. additis igitur 800. 900. & 1060. habetur summa omnium legatorum 2760. ex qua Falcidiæ nomine deducenda sunt 510. quæ ultra 2250. dodrantem scilicet hereditatis legata sunt, unde porro, quantum ex singulis legatis detrahi oporteat, invenitur per Regulam Societatis hoc modo: Ex 2760. detrahi debent 510. ergo

$$\text{ex } \left\{ \begin{array}{l} 800. \\ 900. \\ 100. \text{ annuis} \end{array} \right\} \text{ detrahi debent } \left\{ \begin{array}{l} \text{Titio} \\ \text{Sempronio} \\ \text{Mævio annuatim} \end{array} \right\} \begin{array}{l} 147 \frac{10}{11} \\ 166 \frac{7}{11} \\ 18 \frac{11}{11} \end{array}$$

Vel si Mævius statim æstimationem legati sui accipere malit, detrahis $195 \frac{10}{11}$ ex 1060. solvet ipsi heres $864 \frac{4}{11}$. Patet hinc quid sentiendum sit de illo modo deducendi Falcidiam, quem præscribit Titius *circa fin. d. obs. 945.* ubi ita ait: *Fac defunctum reliquisse 12000. duobus legasse 6000. tertio 6000. in usumfructum vel alimenta concessisse, quid expeditus erit, quam si heres duobus prioribus 1500. & usufructuario aut alimentario tantundem detrahat?* Fateor, nihil est expeditius, sed & nihil injustius, nimis enim deduci vel ex eo apparet, quod illa 6000. quæ in usumfructum vel alimenta relinquuntur, non tantundem valent ac legatum duorum priorum, & quod non tota hereditas ita legatis est exhausta, ut nihil heredi relinquatur; nam proprietas quæ apud heredem manet, & usufructus qui finita legatarii vita ad heredem rediturus est, non sunt nullius pretii, hoc igitur emolumentum heres in quartam suam imputabit, & tanto minus à singulis legatis detrahet; & quidem in prædicto casu, si hæc fuit defuncti voluntas, ut usuræ ex 6000. h. e. 300. singulis annis impendantur in alimentationem legatarii, qui sit ex. gr. sex annorum, detractio ita facienda erit: Quia 100. annua ad vitam alicujus, qui est sex annorum, valent 1060. ideo 300. annua valebunt ter 1060. i. e. 3180. his si addas 6000. (legatum duorum priorum) habebis 9180. pro summa totius quod legatum est, ex qua ad complendam Falcidiam deduci debent nonnisi 180. & proinde ex 6000. heres duobus prioribus detrahit $117 \frac{11}{11}$, & alimentario tantundem ex sorte, sive ex singulis pensionibus annuatim $5 \frac{11}{11}$. Hæc de modo æstimandi legata annua, usufructus, alimentorum &c. & de ratione deducendi ex

ainsi des legs de quarte Falcidie. En outre, il faut noter qu'on doit effectuer l'estimation de cette façon, non seulement pour établir la raison de la loi Falcidie mais dans toutes les autres controverses où la présomption et la conjecture sur la vie humaine doivent être ramenées à une limite certaine et pour lesquelles du reste la plupart des Docteurs pensent qu'on doit suivre le modèle de la dite loi 68 de *la Loi Falcidie*. Par exemple, si on est conduit à estimer un loyer à vie, une location faite à un fermier à vie, si quelqu'un en a blessé ou tué un autre et que le blessé ou l'héritier de la personne tuée cherchent à obtenir l'estimation des activités à venir qui ont été interrompues, et dans d'autres cas encore - Sande, Gomez, Cavarrubias⁽²¹⁾ -.

CHAPITRE VI

Les Assurances et l'Usure Nautique ⁽¹⁾

De nombreuses questions tournant autour de la probabilité de la vie humaine pourraient encore être résolues par l'Art de Conjecturer mais la concision exige que nous mettions en évidence l'usage de cet Art dans d'autres questions, par exemple dans les assurances, les jeux, les paris, etc... Et en premier lieu se présente précisément l'assurance ; pour ce type de** contrat on pourrait estimer le péril comme on va le montrer sur le cas suivant : un commerçant avise un marchand que trois navires, A, B, C ont quitté le port chargés de marchandises ; précisément, le troisième C avec 100 colis **(Balles)** dont trois marquées n°1, n°2, n°3 sont destinés au marchand qui en tirerait un prix de 1000 florins pour le colis n°1, de 2000 florins pour le n°2, de 2400 florins pour le n°3. Un certain temps après on lui annonce que l'un de ces trois navires a sombré dans un naufrage et que 20 colis seulement ont été arrachés aux flots. Le marchand apeuré et ne supportant pas plus longtemps l'incertitude qui se tient entre l'espoir et la crainte, de ne pas savoir s'il est concerné par cette perte, préfère vendre à un autre l'espoir qui lui reste. On demande à combien doit être estimé ce qu'il peut espérer en droit et raisonnablement⁽²⁾. Réponse : à 3960 florins. Car si le navire qui a fait naufrage est le troisième C qui transportait les marchandises de notre marchand, comme

§) 44 (E)

ejusmodi legati quartam Falcidiam. Hoc adhuc notandum venit, quod hunc in modum æstimatio fieri debeat, non solum in legis Falcidiæ ratione ponenda, sed & in aliis quibuscunque controversiis, ubi de humanæ vitæ præsumptione conjecturaque ad certum litem reducenda agitur, & in quibus alias normam d. legis 68. ad L. Falcid. sequendam esse, statuunt plerique Doctores; ex. gr. si agatur de æstimanda habitatione ad vitam, de locatione facta ad vitam conductoris, si quis alterum vulneraverit aut occiderit, & vulneratus aut heredes occisi petant æstimationem operarum deinceps cessaturarum, aliisque in casibus. Conf. Sande *lib. 3. tit. 14. def. 14.* Gomez. *variæ. resol. tom. 3. c. 3. num. 38.* Covarruv. *lib. 3. var. resol. cap. 9. num. 8.*

CAPUT VI.

De Affecurationibus & Fœnore nautico.

Multæ adhuc quæstiones circa probabilitatem vitæ humanæ occurrentes ex Arte Conjectandi decidi possent, sed brevis postulat, ut usum hujus Artis etiam in aliis, ex. gr. affecurationibus, ludis, sponsonibus &c. ostendamus. Et primo quidem se offert affecuratio, in quo contractu quomodo periculum æstimari possit, ex sequentis casus resolutione patet: Insitor nuntiat mercatori, tres naves A, B, C, solvissè è portu mercibus onustas, & tertiam quidem C. 100. sarcinis (*Balles*) ex quibus tres signatæ N^o. 1. N^o. 2. N^o. 3. pertineant ad mercatorem, capiatque sarcina N^o. 1. pro 1000. N^o. 2. pro 2000. N^o. 3. pro 2400. florenis merces. Aliquamdiu post nuntiatur illi, unam illarum trium navium naufragio periissè, nec nisi 20. sarcinas fluctibus ereptas fuisse. Mercator timidiusculus incertitudinis impatiens, utrum jactura se quoque tetigerit, mavult quod sibi superest spei alteri vendere, quam sperem & metum diutius versari. Quæritur quanti sit æstimandum illud, quod jure & rationabiliter sperare possit. 27. 3960. florenis. Nam si navis illa, quæ naufragium passa est, fuisset tertia C, quæ merces nostri mercatoris vexit, expectare posset mercator, quia

ex

sur 100 colis, 20 seulement sont sauvés c'est-à-dire la cinquième partie, le marchand pourrait espérer seulement la cinquième partie de ses marchandises, c'est-à-dire 1080 ; en outre, si on considère uniquement le nombre de navires *(il en serait autrement si l'un des trois avait surpassé les autres en délabrement et en vétusté, mal armé de voiles et d'antennes, et pourvu d'un capitaine débutant et inexpérimenté, etc...)** l'infortune peut arriver aussi facilement à chacun des trois, et c'est pourquoi il y a deux cas dans lesquels toutes les marchandises sont sauvées, un dans lequel seulement la cinquième partie l'est, et l'espérance du commerçant vaut donc :

$$\frac{2 \cdot 5400 + 1 \cdot 1080}{3} = \frac{11880}{3} = 3960 .$$

*comme je l'ai dit.

On peut estimer de la même manière le péril que doit courir le navire qui n'a pas encore quitté le port si l'on observe sur de nombreux navires qui ont effectué le même trajet le nombre de ceux qui sont arrivés indemnes au lieu de leur destination. Par exemple si l'on a assez souvent constaté que sur cent il y en a 90 qui sont arrivés indemnes, le péril sera estimé à la dixième partie du prix que vaut un navire avec les marchandises qu'il contient**. De là on voit aussi comment doit être déterminé le taux d'intérêt dans l'usure nautique, *parce que, comme l'observe très bien Grotius⁽³⁾, pour ce qui est composé d'un contrat de prêt et d'un péril adverse**, on doit estimer le péril que supporte le créancier de la somme d'argent engagée, et l'intérêt nautique doit être plus élevé que l'intérêt ordinaire, *peut être d'un peu plus ou d'un peu moins de un pour cent par mois, selon que le péril est plus ou moins grand. Afin de déterminer en toute généralité l'intérêt qui doit être acquitté chaque mois, posons** le capital prêté à intérêt ou la quantité d'argent engagée = a , l'intérêt mensuel ordinaire = b , l'intérêt nautique = x , le nombre de mois *pendant lesquels courent ces intérêts, c'est-à-dire** pendant lesquels le navire est en mer = n , le nombre de cas dans lesquels le navire arrive au port indemne = p , et le nombre de cas dans lesquels le contraire arrive = q , ou que de $p+q$ navires le nombre de ceux qui sont indemnes soit = p et le nombre de ceux qui font naufrage = q . Ainsi, parce qu'il y a p cas dans lesquels le créancier recevrait tout le capital prêté à intérêts a avec les intérêts qui sont égaux à x chaque mois, et atteignent donc nx en n mois, et q cas dans lesquels il ne recevrait rien, son espérance sera :

$$= \frac{p(a+nx) + q \cdot 0}{p+q} = \frac{pa + pnx}{p+q}$$

mais cette espérance doit valoir autant que ce

§ 45 (E)

ex 100. sarcinis duntaxat 20. i. e. quinta pars salvatæ sunt, nonnisi quintam partem suarum mercium, id est 1080. quia autem infortunium, si solus navium numerus spectetur (aliud foret dicendum, si una harum trium præ cæteris carie & vetustate fuisset exesa, velis & antennis male armata, nauclero quoque novitio & inexperto instructa &c.) singulis tribus A, B, & C, æque facile accidere poterit, ideo duo sunt casus ut omnes merces salvatæ sint, unus ut quinta tantum pars, adeoque expectatio mercatoris valet $\frac{2.5400 + 1.1080}{3} \infty$

$\frac{11880}{3} \infty 3960$. ut dictum. Simili modo æstimari potest periculum, quod subitura est navis, quæ nondum è portu solvit, si ex pluribus navibus, quæ idem iter fecerunt, observetur numerus earum, quæ salvæ ad destinatum locum pervenerunt. Ex. gr. si sæpius compertum fuisset, ex centum nonnisi 90. salvas evasisse, periculum æstimabitur decima parte pretii, quod valet navis una cum mercibus ea contentis. Hinc etiam patet, quomodo determinari debeat quantitas usurarum in fœnore nautico, quod, ut optime notat Grotius de I. B. & P. l. 2. c. 12. §. 5. mixtum quid est ex contractu mutui & periculi aversi, quanti enim æstimari debet periculum, quod sustinet creditor pecuniæ trajectitiæ, tanto usuras ordinarias superare debent usuræ nauticæ, quæ proin majores vel minores esse possunt quam centesimæ, pro ratione periculi majoris vel minoris; ut autem generaliter definiamus, quantæ usuræ singulis mensibus præstandæ sint, ponatur sort seu quantitas pecuniæ trajectitiæ ∞a , usura menstrua ordinaria ∞b , nautica ∞x , numerus mensium, quibus usuræ nauticæ currunt i. e. quibus navis navigat ∞n , numerus casuum quibus navis salva in portum venit ∞p , & numerus casuum quibus contrarium accidit ∞q , sive quod ex $p + q$ navibus numerus earum quæ salvantur sit ∞p , & numerus earum quæ pereunt ∞q . Quia igitur p casus sunt, ut creditor accipiat totam sortem a una cum usuris nauticis, quæ singulis mensibus sunt x , adeoque n mensibus conficiunt nx , & q casus ut nihil accipiat, ideo erit ejus expectatio $\infty \frac{p \cdot a + nx + q \cdot 0}{p + q}$

$\infty \frac{p \cdot a + pnx}{p + q}$, hæc autem expectatio tantundem valere debet ac illud,

F 3.

quod

qu'aurait dû recevoir le créancier s'il avait prêté son argent au taux d'intérêt ordinaire *c'est-à-dire $a+nb$ ** ; on aura donc : $(pa+pnx) / p+q = a+n\bar{a}$ ou $*pa+pnx = pa+qa+pnb+qnb$ et en soustrayant pa de part et d'autre, $pnx = qa+pnb+qnb$ d'où il viendra en divisant ensuite par pn ** : $x = \frac{qa+pnb+qnb}{pn}$.

*Si la navigation durait alors trois mois et que le nombre de cas p et q soient comme 9 à 1 (c'est-à-dire si on a observé que de 100 navires seulement 90 ou de 10 un seul⁽⁴⁾ sont parvenus à destination), que le capital prêté à intérêts ou l'argent prêté soit $a=1200$, l'intérêt mensuel de ce capital $b=5$ (en effet l'annuité d'intérêt ordinaire est de 5 pour 100 et l'annuité mensuelle de 5 pour 1200) substituant dans l'équation obtenue à l'instant aux lettres leur valeur, la quantité cherchée de l'intérêt nautique qui doit être acquittée chaque mois ou $x = 1350/27 = 50$ qui comme on le voit est beaucoup plus grande que le centième⁽⁵⁾, vu qu'elle est la vingt-quatrième partie du capital. Si n était égal à 5, p à 35, q à 1, l'intérêt à 12 alors ce serait précisément le centième⁽⁶⁾**.

*Ordinairement, on ramène aussi à un contrat d'assurance ce contrat, dans lequel quelqu'un s'assure sur la vie pour un certain prix, de telle sorte que s'il meurt avant un temps déterminé, l'assureur verse une somme d'argent fixée ; consulte à propos de ce contrat Molina et Scaccia qui présentent une Police ou formule d'assurance sur la vie d'un homme, à durée limitée. Certes il y en a qui nient qu'un tel contrat soit licite et avancent pour cela les raisons suivantes : que les hommes ne peuvent pas être considérés comme des marchandises, qu'on ne peut acheter ou vendre un homme libre, qu'un corps libre ne supporte pas d'estimation. Mais qui ne voit que ces règles sont objectées inutilement puisque dans ce contrat ce n'est pas un homme ou une personne libre qui est soumise à estimation mais seulement la probabilité de la vie humaine ; en effet pour que le contrat soit juste on ne demande rien d'autre que le profit de l'assureur dans le cas où la personne en question parvient à l'âge fixé soit à la perte qu'il supporte s'il meurt avant cet âge en raison inverse des cas de facilité dans lesquels cela peut arriver après aux cas dans lesquels cela peut arriver avant : d'où l'on peut facilement obtenir par la Règle de Trois combien l'assureur devrait rendre au-delà

(S) 46 (S)

quod accepturus fuisset creditor, si pecuniam suam sub usuris ordinariis credidisset h. e. $a + nb$, proinde habebitur $\frac{pa + pnx}{p+q} \propto a + nb$, sive $pa + pnx \propto pa + qa + pnb + qnb$, & demto utrinque pa , $pnx \propto qa + pnb + qnb$; unde porro dividendo per pn proveniet $x \propto \frac{qa + pnb + qnb}{pn}$. Quod si jam navigatio duraret ex. gr. tres menses, & numeri casuum p & q se haberent ut 9. & 1. (h. e. si observatum fuisset, ex 100. navibus nonnisi 90. sive ex 10. unam ad destinatum locum pervenisse) essetque fors seu pecunia credita $a \propto 1200$. & usura hujus sortis menstrua $b \propto 5$ (sunt enim ordinariæ usuræ annuæ 5. pro 100. & menstruæ 5. pro 1200.) foret, substitutis in æquatione modo inventa pro literis ipsarum valoribus, quæ sita quantitas usuræ nauticæ singulis mensibus solvendæ seu $x \propto \frac{1210}{27} \propto 50$. quæ ut apparet multo major est quam centesima, sortis utpote pars vigesima quarta. Si n esset $\propto 5$, $p \propto 35$, $q \propto 1$, usura foret $\propto 12$. adeoque præcise centesima. Ad asssecurationem vulgo etiam refertur ille contractus, quo quis pro aliquo pretio vitam alicujus securam reddit, ita ut, si ante determinatum tempus mortuus fuerit, asssecurator certam pecuniæ summam solvat; de quo contractu vide *Molin. de L. & I. 17. 2. disp. 507. num. 12. Scacc. de commeri. §. 1. q. 1. n. 128. 132. & 142.* ubi Pollicem seu formulam asssecurationis de vita hominis, certo tempore duratura, exhibet. Sunt quidem qui talem contractum licitum esse negant, & ob id proferunt sequentes rationes, quod mercis nomine homines non contineantur. *l. 207. de V. S. quod liberi hominis non sit emtio & venditio l. 6. in pr. l. 34. §. 2. l. 70. de contrab. emt. quod liberum corpus æstimationem non recipiat l. 3. si quadr. pomp. fec. dic. l. 1. §. 5. de his qui effud. vel dejec.* Sed quis non videt, frustra has leges objici, cum in hoc contractu non homo aut liberum corpus, sed duntaxat probabilitas vitæ humanæ in æstimationem veniat; nam ut contractus sit justus, nihil aliud requiritur, quam ut lucrum, quod habet asssecurator, si homo de quo agitur ad determinatam ætatem perveniat, ad damnum quod patitur, si infra eam ætatem moriatur, reciproce se habeat ut casus facilitatis quibus hoc posterius, ad casus quibus prius contingere potest: unde facile per Regulam Trium invenire licet, quantum debeat esse, quod ultra il-

lud

de ce qu'il a reçu pour que ce soit équitable s'il arrivait que la personne meure avant l'âge fixé. Par exemple, si l'assureur s'est engagé à assurer la vie d'un enfant nouveau-né jusqu'à 16 ans et que le prix accepté joint aux intérêts de 16 années, que l'assureur réalise comme bénéficiaire s'il arrive que l'enfant vive au-delà de seize ans, vaille 3000, on devra dire : les cas étant comme 60 à 40 (en effet, d'après les observations que nous avons rapportées dans le **chapitre 2**, il est clair que sur cent enfants il y en a 60 qui meurent avant la seizième année) ce que l'assureur sera tenu de payer au-delà de ce qu'il a reçu de l'assuré si l'enfant meurt avant 16 ans, sera donc comme 3000 à 2000⁽⁷⁾.

CHAPITRE VII

Les Jeux, les Paris et les Loteries

Les jeux et les paris sont licites pourvu qu'ils soient modérés, qu'ils portent sur des choses honnêtes et ensuite qu'il y ait égalité, c'est-à-dire que le péril de perdre et l'espoir de gagner de part et d'autre soient proportionnés à ce qui est en jeu ; c'est ainsi que dans un jeu qui dépend de l'agilité du corps ou de l'esprit si l'agilité de l'un est deux fois plus grande que celle de l'autre il convient que celui-ci mise un prix double ; ou s'ils sont dix, que chacun d'eux mise une pièce d'or et qu'ils jouent selon cette règle que celui qui a jeté le plus emporte le tout, on peut certes trouver injuste que quelqu'un qui a seulement risqué une pièce d'or en gagne neuf, mais il faut aussi penser que le péril de perdre est neuf fois plus grand que l'espoir de gagner - Pufendorf -. Ainsi, on voit bien ici à quel point l'Art de Conjecturer est nécessaire car, de fait, les qualités des joueurs ou des adversaires peuvent varier beaucoup et dépendre de nombreux cas ; c'est pourquoi, sans le secours de cet Art personne ne pourra rechercher facilement le nombre des cas qui sont favorables ou défavorables à celui-ci ou à celui-là, au joueur ou au parieur, et déterminer à partir de cela si l'un et l'autre sont également placés face à la condition de perdre ou

§) 47 (EG)

Iud quod accepit affecuratore[m] restituere æquum sit, si contigerit, hominem infra præscriptam ætatem mori. Ex. gr. si affecurator promiserit, infantem aliquem recens natum vitam suam ultra 16. annos protrahaturum esse, & pretium acceptum una cum usuris 16. annorum, quod affecurator lucratur, si contingat, infantem sedecim annis supervivere, valeret 3000. dicendum erit: ut se habent 60. ad 40. (nam, ut ex observationibus, quas supra cap. 2. retulimus, liquet, inter centum infantes sunt 60. qui infra annum decimum sextum moriuntur) ita se habent 3000. ad 2000. quæ affecurator ultra id quod jam accepit affecurato solvere tenebitur, si infans intra 16. annos mortuus fuerit.

CAPUT VII.

De Ludis, Sponsionibus & Lotariis.

 Udi & Sponsiones sunt licitæ, dummodo sint modicæ, & fiant de rebus honestis, & hinc inde sit æqualitas h. e. periculum amittendi & spes lucrandi utrinque proportionem habeat ad rem, circa quam certatur; v. gr. in ludo qui dexteritate corporis aut ingenii constat, si unius dexteritas alterius dexteritatem duplo superaverit, par est, ut hic quoque duplum pretium deponat; vel si decem sint, quorum singuli aureum deponant, atque ea lege certent, ut qui plurimum jecerit, omnes auferat, iniquum quidem videri posset, ut qui unius tantum aurei periculum fecit, novem lucretur, sed simul cogitandum est, heic noncuplo majus esse periculum perdendi, quam spem lucrandi. Pufend. de l. N. & G. l. 5. c. 9. §. 7. Lique[m] hinc quam necessaria hic sit Ars Conjectandi, cum enim conditiones ludentium seu certantium admodum variare & innumeris casibus obnoxia[m] esse possint, idcirco nemo sine auxilio hujus Artis facile investigare poterit numerum casuum, qui huic illive collusori aut sponsori faveant vel adversentur, atque exinde determinare, utrum uterque æqualiter in conditione perdendi & lucran-

de gagner, ou non. C'est pourquoi, afin de bien voir ce qu'il en est, nous exposons un exemple pris dans les paris ; Huygens dans son *remarquable ouvrage sur le calcul dans les jeux de hasard* et mon Oncle dans *toute la troisième partie de son traité de l'Art de Conjecturer* ont amplement exposé la manière dont on peut en effet définir dans les jeux le sort ou l'espérance des joueurs**.

Nous connaissons très bien de nos jours ces paris Gênois⁽¹⁾ qui sont organisés publiquement à l'occasion des élections qui ont lieu annuellement à Gênes où parmi les cent Sénateurs cinq sont désignés par le sort qui remplissent les plus hautes charges pendant un an ; c'est ainsi qu'à ce moment-là, **avant que le tirage au sort ait lieu***, les riches marchands ont coutume d'engager avec les autres un concours dont le règlement est que toute personne qui y participe dise quelle mise elle engage et désigne cinq sénateurs parmi les cent ; si après le tirage au sort il y en a un d'élus parmi les désignés, le parieur doit recevoir une certaine somme d'argent dont il a été convenu à l'avance ; s'il y en a deux d'élus, une somme plus importante ; s'il y en a trois, une somme encore plus importante ; quatre, une somme encore plus importante ; cinq, une somme encore une fois plus importante ; mais** si aucun **des désignés n'a été élu***, il perd la mise payée ; on demande le gain qui doit être fixé dans chaque cas afin de viser à un sort égal. Soit *a* la mise **ou le prix à payer*** ; les gains **fixés ou plutôt*** à fixer =*t* si un **des désignés*** est élu, =*u* s'il y en a deux, =*x* s'il y en a trois, =*y* s'il y en a quatre, =*z* s'il y en a cinq ; posons **alors pour abrégé*** que le nombre de cas **ou d'alternatives*** dans lesquels cinq sont élus est =*b*, =*c* pour quatre, =*d* pour trois, =*e* pour deux, =*f* pour un, =*g* quand il n'y en a aucun. Il y a alors *b* cas dans lesquels on acquiert *z*, *c* cas dans lesquels c'est *y*, *d* cas où c'est *x*, *e* cas où c'est *u*, *f* cas où c'est *t* et *g* cas où c'est rien, et c'est pourquoi l'espérance vaudra

$$\frac{b.z + c.y + d.x + e.u + f.t + g.o}{b + c + d + e + f + g}$$
 qui doit être égale au prix payé *a* ; d'où on aura

l'équation $b.z + c.y + d.x + e.u + f.t = b.a + c.a + d.a + e.a + f.a + g.a$; donc, comme le problème est indéterminé on peut effectivement en prendre quatre comme on le désire, mais parce qu'il est conforme à la nature de la chose que les gains et les nombres de cas soient en proportion inverse, c'est-à-dire que dans la situation où les cas sont les moins nombreux ils procurent le gain le plus important, il s'en suit qu'à la place de *z*, *y* etc. nous posons une seule inconnue *z*, les autres lui étant proportionnelles,

$\frac{bz}{c}$, $\frac{bz}{d}$, $\frac{bz}{e}$ et $\frac{bz}{f}$, d'où l'équation $5bz = ba + ca + da + ea + fa + ga$ ou

§ 48 (28)

lucranda constitutus sit, nec ne. Quod ut magis pateat, proferemus exemplum in sponsonibus, quomodo enim in ludis sortes seu expectationes collusorum definiiri possint, fuse ostenderunt Hugenus *singulari diatriba de ratiociniis in aleæ ludo*, & Cl. Patruus meus *totâ Parte tertia Tractatus sui de Arte Conjectandi*. Celebres admodum sunt hodie Sponsones illæ Genuenses, quæ publice instituuntur occasione electionum, quæ singulis annis Genuæ fiunt, ubi ex centum Senatoribus sorte eliguntur quinque, qui eo anno principalioribus funguntur muneribus; solent igitur tunc temporis, antequam sortitio fiat, mercatores quidam opulenti cum aliis concertationem inire hac lege, ut quicumque certare voluerit, symbolum quantum velit exponat, & quinque ex illis centum nominet, & si postmodum fors tulerit, ut unus ex nominatis electus fuerit, recepturus sit certam pecuniæ summam, de qua conventum fuit; si duo electi fuerint, majorem; si tres, adhuc majorem; si quatuor, iterum majorem; si quinque, rursus majorem; sin vero nullus ex nominatis electus fuerit, soluti symboli jacturam faciat; quæritur, quantum præmium cuique casui debeat statui, ut æqua sorte contendatur? Sit symbolum seu pretium erogandum ∞a , præmium statutum vel potius statuendum, si unus ex nominatis eligatur ∞s , si duo ∞u , si tres ∞x , si quatuor ∞y , si quinque ∞z ; ponatur jam brevitas causa numerus casuum seu vicium, quibus quinque eliguntur ∞b , quibus quatuor ∞c , quibus tres ∞d , quibus duo ∞e , quibus unus ∞f , quibus nullus ∞g . Ergo b casus sunt ut quis acquirat x , c casus ut y , d casus ut x , e casus ut u , f casus ut t , & g casus ut nihil, quare expectatio valebit $\frac{b \cdot x + c \cdot y + d \cdot x + e \cdot u + f \cdot t + g \cdot 0}{b + c + d + e + f + g}$ quæ æqualis debet esse pretio erogato a , unde habebitur æquatio $bz + cy + dx + eu + ft \infty ba + sa + da + ea + fa + ga$, ergo cum problema sit indeterminatum, possunt quidem quatuor sumi ad libitum, verum quia naturæ rei conveniens est, ut præmia numeris casuum reciproce proportionentur, h. e. qua ratione casus sunt pauciores, ea præmia exhibeantur lautiora, hinc loco $z, y, \&c.$ ponamus unam tantum incognitam z , reliquis illi proportionatis existentibus $\frac{b \cdot x}{c}, -\frac{b \cdot x}{d}, \frac{b \cdot x}{e}$ & $\frac{b \cdot x}{f}$, unde æquatio foret talis $\zeta bz \infty ba + cu + da + ea + fa + ga$ seu $z \infty$

$$z = \frac{ba + ca + da + ea + fa + ga}{5b} \text{ et (si on pose } h \text{ *pour le nombre de tous les cas**}$$

$$b + c + d + e + f + g)$$

$$z = \frac{ha}{5b}, \text{ d'où } y = \frac{*bz**}{c} = \frac{ha}{5c}, x = \frac{*bz**}{d} = \frac{ha}{5d}, u = \frac{*bz**}{e} = \frac{ha}{5e}$$

Si maintenant la mise que l'on doit verser ou a est d'une pièce d'or et qu'on remplace les lettres b, c, d etc... par leur valeur que l'on obtient par les règles connues des combinaisons, c'est-à-dire :

$$b = 1, c = \frac{*5.4.3.2}{1.2.3.4} \times \frac{95**}{1} = 475, d = \frac{*5.4.3}{1.2.3} \times \frac{95.94**}{1.2} = 44650,$$

$$e = \frac{*5.4}{1.2} \times \frac{95.94.93**}{1.2.3} = 1384150, f = \frac{*5}{1} \times \frac{95.94.93.92**}{1.2.3.4} = 15917725,$$

$$g = \frac{*95.94.93.92.91**}{1.2.3.4.5} = 57940519,$$

$$h = \text{*somme des valeurs précédentes} = \frac{100.99.98.97.96**}{1.2.3.4.5} = 75287520.$$

Il en résulte les gains : $z = 15057504$ pièces d'or, $y = 31700 \frac{4}{475}$ *pièces d'or**,

$$x = 337 \frac{6227}{23325} \text{ *pièces d'or**, } u = 10 \frac{608002}{692075} \text{ *pièces d'or**,}$$

$$t = \frac{15057504}{15917725} \text{ d'une pièce d'or}^{(2)}$$

Maintenant, on voit bien l'importance de la fraude que commettent les marchands Gênois lorsqu'ils promettent, selon le règlement, pour une pièce d'or seulement 10000 pièces d'or si les cinq personnes désignées ont été élues, 1500 s'il y en a quatre, 300 s'il y en a trois, 10 s'il y en a deux et une s'il y en a une, car bien que dans ce dernier cas ceux qui jouent ainsi contre les marchands aient un certain avantage, néanmoins le préjudice qu'ils subissent dans les quatre autres cas est plus important ; ce que l'on verra plus clairement si nous recherchons leur espérance ; or celle-ci est

$$= \frac{1.10000 + 475.1500 + 44650.300 + 1384150.10 + 15917725.1 + 57940519.0}{75287520}$$

$$= \frac{43876725}{75287520} = \frac{2925115}{5019168} \text{ d'une pièce d'or ; mais ils devraient espérer autant que ce qu'ils ont}$$

mis en jeu, c'est-à-dire une pièce d'or, aussi les marchands frustrent-ils chaque joueur de $\frac{2094053}{5019168}$ d'une pièce d'or *d'où il s'ensuit assurément que l'Autorité Publique ne devrait pas

autoriser par un acte officiel cette sorte de jeux, étant donné qu'ils sont tout à fait injustes⁽³⁾, et les marchands devraient restituer ce qu'ils ont reçu en trop. Juan Caramuel⁽⁴⁾, lui aussi, affirme dans sa Mathesi Nova que ces paris Gênois qu'il désigne du vrai terme de Concours Cosmopolites sont injustes ;

49 (20)

$z \propto \frac{ba+ca+da+ea+fa+ga}{5b}$ vel (si pro numero omnium casuum
 $b+c+d+e+f+g$, ponatur b) $z \propto \frac{ba}{5b}$, unde $y \propto \frac{bz}{c} \propto \frac{ba}{5c}$,
 $x \propto \frac{bz}{d} \propto \frac{ba}{5d}$, $u \propto \frac{bz}{e} \propto \frac{ba}{5e}$ & denique $t \propto \frac{bz}{f} \propto \frac{ba}{5f}$. Si jam
 symbolum quod deponi debet seu a sit unus aureus, & pro literis b ,
 c , d , &c. substituantur ipsarum valores, qui per notas combinatio-
 num regulas hi reperiuntur, nempe $b \propto 1$, $c \propto \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \times \frac{95}{1} \propto 475$,
 $d \propto \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 3} \times \frac{95 \cdot 94}{1 \cdot 2} \propto 44650$, $e \propto \frac{5 \cdot 4}{1 \cdot 2} \times \frac{95 \cdot 94 \cdot 93}{1 \cdot 2 \cdot 3} \propto 1384150$,
 $f \propto \frac{5}{1} \times \frac{95 \cdot 94 \cdot 93 \cdot 92}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \propto 15917725$, $g \propto \frac{95 \cdot 94 \cdot 93 \cdot 92 \cdot 91}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} \propto 57940519$,
 $h \propto$ summae praecedentium $\propto \frac{100 \cdot 99 \cdot 98 \cdot 97 \cdot 96}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} \propto 75287520$. inve-

nientur praemia $z \propto 15057504$. aur. $y \propto 31700 \frac{4}{475}$ aur. $x \propto 337 \frac{6227}{12325}$
 aur. $u \propto 10 \frac{608002}{692075}$ aur. $t \propto \frac{15057504}{15917725}$ unius aurei. Liquet hinc quan-
 tam fraudem committant mercatores Genuenses, dum regulariter pro
 uno aureo nonnisi 10000. aureos promittunt, si quinque, 1500. si qua-
 tuor, 300. si tres, 10. si duo, & unum si unus ex nominatis electus
 fuerit, licet enim hoc postremo casu ii, qui cum mercatoribus dicto
 modo concertant, aliquid lucri habeant, multo tamen majus est
 damnum, quod reliquis quatuor casibus patiuntur, quod clarius pa-
 tebit, si quaeramus ipsorum expectationem, est autem illa

$$\propto \frac{1 \cdot 10000 + 475 \cdot 1500 + 44650 \cdot 300 + 1384150 \cdot 10 + 15917725 \cdot 1 + 57940519 \cdot 0}{75287520}$$

$\propto \frac{43876725}{75287520} \propto \frac{2925115}{5019168}$ unius aurei, sed expectare deberent tantum,
 quantum deposuerunt, h. e. unum aureum, ergo mercatores Ge-
 nuenses singulos concertatores defraudant $\frac{2094053}{5019168}$ partibus unius au-
 rei, unde consequens est, nequidem Magistratum ejusmodi concer-
 tationes, utpote admodum injustas, auctoritate publica permittere
 posse, & teneri mercatores ad restitutionem ejus, quod plus justo
 acceperunt. Injustas quidem esse sponsiones has Genuenses, quas
 recto nomine vocat *Concertationes Cosmopolitanas*, etiam asserit Joh. Ca-
 ramuel

toutefois les gains qu'il attribue dans chaque cas s'écartent encore plus de la vérité ; quant aux erreurs et paralogismes qu'il commet ça et là dans la détermination des espérances des jeux, ce serait trop s'étendre que d'en parler.

Nous ajouterons plutôt quelque chose à propos des Jarres de la Fortune⁽⁵⁾ ou Loteries, appelées en Flamand *Loten*, en Latin *Sortiri*, qui sont très répandues de nos jours. Voilà comment on établit la jarre de la fortune : on dépose dans une urne un certain nombre de billets qui portent ou non une marque ; on achète à prix la possibilité de tirer, de telle sorte que le tirage étant fait chacun reçoive ce qui est marqué sur ses billets ; la justice impose que le prix total de tous les billets ne dépasse pas beaucoup le prix de ce qui est offert : sans doute parce qu'il y a des frais et que de telles jarres sont la plupart du temps utilisées pour collecter l'argent que nécessitent les affaires publiques ou même pour venir en aide à des personnes dénuées de tout, on s'éloigne alors de la stricte égalité d'une quantité telle que ce dépassement, par lequel le prix de l'ensemble des billets excède les gains offerts, soit justifié par un impôt volontaire ou par une aumône obtenue sans peine comme le dit fort bien l'Illustre Pufendorf. Cette sorte de jarre de la fortune, constituée de véritables rentes viagères, a été tout récemment organisée aux Pays-Bas dans les conditions les plus équitables ; nous en avons la reproduction dans les Nouvelles de Berne où daté d'Amsterdam le 15 mars 1709, nous avons ce texte écrit en Français :

"Voici le plan de la Loterie de Rentes Viagères, qu'on propose de faire en ce País, & qui a été envoyé aux Villes, pour avoir leur approbation. Il y en aura 8000 Billets à 250 Florins chacun, ce qui monte à 2000000. De ces 8000 Billets il y en 1300 Noirs ou Prix & 6700 Blancs. Ces derniers porteront 6 pour cent d'intérêt pendant la vie. Cet intérêt, de même que les Prix, sera exempt du 100^e & 200^e denier & de toutes autres Charges. Les Prix seront partagés de la manière suivante. Deux Lots à 3000 Florins de Rente chacun, faisant 6000. Quatre L. à 2000. fl. de R. ft 8000. Quatre L. à 1000. fl. d. R. ft. 4000. Huit L. à 500 fl. d. R. ft. 4000. Quatorze L. à 250 fl. de R. ft. 3500. Trente L. à 150 fl. d. R. ft. 4500. Trente L. à 100 fl. d. R. ft. 3000. Douze cens huit L. à 30. fl. de R. ft. 36240. Ce qui fait 1300 Lots, & 69240 florins de Rentes Viagères. Les 6700 Billets Blancs à 6 pour cent produisent 100500 florins de Rentes Viagères. Le premier & le dernier Billet chacun de 150 florins de Rentes Viagères. Ce qui

৯৩) ১০ (৬৫)

Samuel in *Mathefi Nova*, *syntagm.* 7. attamen præmia, quæ singulis casibus attribuit, adhuc à vero deficiunt, ejus autem errores & paralogismos, quos passim in definiendis expectationibus lusorum committit, hic ostendere nimis prolixum foret. Addamus potius aliquid de Ollis Fortunæ sive Lotariis, sic dictis à voce Belgica *Loten*, Lat. *fortiri*, quarum usus hodie est frequentissimus. Instituitur autem olla fortunæ hoc modo: Dejecto in urnam certo schedularum numero, inscriptarum & inanium, pretio redimitur facultas easdem extrahendi, ita ut extrahens id accipiat, quod illarum inscriptio præ se fert; ad justitiam ejus requiritur, ut pretium omnium schedularum junctim sumptarum non multum excedat pretium rerum ibi expositarum: quia enim & sumtus faciendi sunt, & tales ollæ plerumque adhibentur ad colligendam pecuniam publicis operibus insumentam, vel etiam sublevandæ aliorum egestati, ideo ab exacta æqualitate aliquantum receditur, adeo ut excessus iste, quo vulgo pretium omnium simul schedularum præmia proposita superat, rationem habeat tributi cujusdam ultronei, aut eleemosynæ hilari modo elicite, ut bene loquitur Celeb. Pufend. *loc. supra cit.* Hujusmodi olla fortunæ, constans ex meris redditibus vitalibus, nuperrime in Belgio instituta est sub æquissimis conditionibus, quarum descriptionem habuimus in *Novellis Bemensibus*, in quibus sub dato Amstelodami 15. Martii 1709. hæc habentur verba Gallico sermone scripta: *Tout le plan de la Loterie de Rentes Viagères, qu'on propose de faire en ce Pais, & qui a été envoyé aux Villes, pour avoir leur approbation. Il y en aura 8000. Billets à 250. Florins chacun, ce qui moule à 2000000. De ces 8000. Billets il y en aura 1300. Noirs ou Prix & 6700. Blancs. Ces derniers porteront 6. pour cent d'intérêt pendant la vie. Cet intérêt, de même que les Prix, sera exempt du 100^e & 200^e denier & de toutes autres Charges. Les Prix seront partagés de la manière suivante. Deux Lots à 3000. Florins de Rente chacun, faisant 6000. Quatre L. à 2000. fl. de R. fl. 8000. Quatre L. à 1000. fl. de R. fl. 4000. Huit L. à 500. fl. de R. fl. 4000. Quatorze L. à 250. fl. de R. fl. 3500. Trente L. à 150. fl. de R. fl. 4500. Trente L. à 100. fl. de R. fl. 3000. Douze cens huit L. à 30. fl. de R. fl. 36240. Ce qui fait 1300. Lots, & 69240. florins de Rentes Viagères. Les 6700. Billets Blancs à 6. pour cent produisent 100500. florins de Rentes Viagères. Le premier & le dernier Billet chacun de 150. florins de Rentes Viagères.* Ce qui

revient à 8000 Billets de 250 florins chacun, faisant 2000000 de Florins en fond ou Capital, produisant par an 170040 Florins de Rentes Viagères. Ceux, qui voudront convertir leurs Rentes Viagères en Obligations à 4 pour cent sur l'Etat, pourront le faire en tout ou en partie, de sorte que le Prix de 3000 Florins de Rentes Viagères pourra être changé pour la somme de 35250 fl. & les autres prix à proportion. On conte de tirer cette Lotterie le 1 de Mai prochain, & 6 semaines après on sera obligé de donner les noms de ceux, qu'on voudra mettre dans les lettres de Rentes Viagères. On pourra les mettre sur plusieurs Têtes, mais pas moins de 100 florins de rente sur chacune.

Il ressort de ce texte que le prix de l'ensemble des billets s'élève à 2000000 de florins qui produisent chaque année 170040 florins en rentes viagères ; cependant, parce que celui qui le veut peut convertir les rentes viagères en obligations, étant donné que pour une rente de 3000 florins il reçoit un capital de 35250 florins et que sur cette somme un taux d'intérêt de 4 pour 100 vaut 1410 florins par an, on considère que la rente viagère de 3000 florins vaut autant que 35250 florins, de telle sorte que 170040 florins d'annuités vaudront autant que 1997970 florins ; le prix de l'ensemble des billets dépasse donc la valeur de l'ensemble de tous les gains qui est de 1997970 florins de 2030 florins et on établit qu'une rente viagère de un florin par an vaut $11 \frac{3}{4}$ florins (en effet $\frac{3000}{35250} = \frac{1}{11 \frac{3}{4}}$) alors que son prix, selon ce que nous

avons trouvé plus haut dans le **chapitre 4**, devrait être tout au plus dans un rapport de un à $10 \frac{600}{1000}$ ou $10 \frac{3}{5}$ ⁽⁶⁾ ; cependant cet excès compense assez le privilège que possèdent ces rentes viagères d'être exonérées de l'impôt du centième ou du deux centième⁽⁷⁾ et de toutes autres charges ; ajoute que si dans le **chapitre 4** où nous avons fixé l'intérêt à cinq pour cent, les rentes viagères avaient été estimées avec un taux d'intérêt d'un tiers pour cent par mois ou quatre pour cent (comme on devrait le faire ici⁽⁸⁾) le prix qui en résulterait serait supérieur à $10 \frac{3}{5}$ pour 1 ; il s'en suit à quel point cette loterie est plus avantageuse que celles qui sont habituellement organisées et dans lesquelles celui qui tire un billet blanc ou vierge perd tout l'argent qu'il a exposé, et où par ailleurs lorsqu'il en tire un noir il perd selon la règle la dixième partie de son lot, alors que dans cette loterie celui qui tire un billet vierge, a chaque année 6 pour cent, c'est-à-dire pour 250 florins Hollandais ou 100 thalers Impériaux, 6 Impériaux, qui si on les multiplie par $11 \frac{3}{4}$ se trouvent valoir $70 \frac{1}{2}$ Impériaux et qu'ainsi

103) 51 (20)

revient à 8000. Billets de 250. florins chacun, faisant 2000000. de Florins en fond ou Capital, produisant par An 170040. Florins de Rentes Viagères. Ceux, qui voudront convertir leurs Rentes Viagères en Obligations à 4. pour cent sur l'Etat, pourront le faire en tout ou en partie, de sorte que le Prix de 3000. Florins de Rentes Viagères pourra être changé pour la somme de 35250. fl. & les autres prix à proportion. On conte de tirer cette Lotterie le 1. de Mai prochain, & 6. semaines après on sera obligé de donner les noms de ceux, qu'on voudra mettre dans les lettres de Rentes Viagères. On pourra les mettre sur plusieurs Têtes, mais pas moins de 100. florins de vente sur chacune. Ex his verbis apparet, pretium omnium schedularum simul sumtarum esse 2000000. florenos, pro quibus singulis annis solvuntur 170040. floreni in redditibus vitalitiis, quia autem quis, si velit, redditus vitales mutare potest in redimibiles, ita ut pro redditu 3000. flor. accipiat sortem 35250. florenorum, & ex hac summa singulis annis usurarum loco 4. pro 100. i. e. 1410. florenos, atque adeo redditus vitalitius 3000. florenorum tantundem valere censetur ac 35250. floreni, idcirco 170040. floreni annui tantundem valebunt ac 1997970. flor. quamvis igitur pretium omnium schedularum valorem omnium præmiorum simul sumtorum, id est 1997970. fl. superet 2030. florenis, & redditus vitalitius unius floreni annui ponatur valere $11\frac{1}{4}$ fl. (est enim $3000.35250 : : 1. 11\frac{1}{4}$) cum pretium ejus, ut supra cap. 4. invenimus, ad summum sit in ratione unius ad $10\frac{600}{1000}$ seu $10\frac{3}{5}$, abunde tamen iste excessus compensatur hoc commodo, quod sc. redditus isti vitales immunes sint à tributo nummi centesimi aut ducentesimi, aliisque oneribus; adde quod, si in d. cap. 4. ubi pro usuris posuimus quinque pro centum, redditus vitales supputati fuissent ad normam usuræ trientis seu quatuor pro centum (uti hic fieri debet) auctius pretium proditurum fuisset quam $10\frac{3}{5}$ pro 1. unde liquet, quanto favorabilior sit hæc lotaria, quam aliæ quæ vulgo institui solent, ubi qui schedulam albam sive inanem extrahit, omne quod exposuit argentum, qui vero nigram, regulariter decimam præmii sui partem perdit, cum in hac lotaria ille, qui schedulam inanem extrahit, singulis annis habeat 6. pro centum, id est, pro 250. florenis Hollandicis seu 100. thaleris Imperialibus, sex Imperiales, qui si multiplicentur per $11\frac{1}{4}$ inveniuntur valere $70\frac{1}{2}$ Imperiales, proinde

celui qui tire un billet blanc ne perd que $29\frac{1}{2}$ Impériaux sur cent Impériaux que lui ont coûté le billet.

CHAPITRE VIII

La Femme enceinte et le nombre d'enfants qu'elle enfantera probablement⁽¹⁾

Si le défunt a laissé en mourant un fils unique et une épouse enceinte, on demande à quelle part d'héritage peut prétendre le fils parce qu'il est incertain si c'est un, deux ou un plus grand nombre d'enfants qui doivent naître ; si on suit les Lois Romaines on devrait dire que le fils ne peut prétendre qu'à un quart ; en effet, comme cinq enfants peuvent naître et que cependant la plupart du temps un seul a l'habitude d'être enfanté à chaque accouchement, les Jurisconsultes romains ont décidé pour cette raison, tenant le milieu entre un et cinq, que trois ventres étaient enfermés dans le sein maternel ; étant donné qu'en ce qui concerne les intérêts de ces trois enfants, à savoir l'acquisition de l'héritage, on procède comme s'ils étaient déjà nés, il s'ensuit que dans ces conditions, l'héritage du fils n'est que de la quatrième partie d'après cette réplique du Jurisconsulte Paul⁽²⁾ : *"Avec la plus grande sagesse, les auteurs de droit ont suivi une sorte de milieu parce qu'ils ont considéré qu'il n'est pas rare du tout que cela arrive : parce qu'il pouvait arriver que naissent des triplés ils ont attribué au fils survivant le quart, τὸ γὰρ ἄηαξ ἢ δις, c'est-à-dire parce que (comme dit Théophraste⁽³⁾) ce qui existe une fois ou deux παραβαιδουσι οἱ νομοθέται, les législateurs le négligent. Et pour cette raison si un accouchement doit avoir lieu, l'héritage ne sera pas de la moitié mais en cette circonstance du quart"* ; ajoute à cela la loi 28. A la vérité, je ne vois pas comment cette disposition s'accorde avec les mots de Théophraste qui sont cités dans cette loi : *"Parce que ce qui existe une fois ou deux, les législateurs le négligent"*, alors qu'il arrive très rarement que naissent trois enfants lors d'un accouchement et encore plus rarement un plus grand nombre⁽⁴⁾ ; en outre ce n'est pas à juste titre que *"les auteurs de droit ont suivi le milieu"* en choisissant le nombre trois pour nombre des enfants qui doivent naître,

103) 52 (20)

is, qui albam schedulam extrahit, ex centum Imperialibus, quibus schedulam mercatus est, perdit nonnisi 29½ Imperiales.

CAPUT VIII.

*De Gravida, quot infantes probabiliter sit
enixura, ad l. 3. ff. si pars hered.
petat.*

 Ueritur si defunctus unum filium & uxorem prægnantem reliquerit, quam partem hereditatis filius petere possit, quia incertum est, an unus, an duo, an plures sint nascituri; heic si secundum Leges Romanas respondendum foret, dicendum esset, filium nonnisi quartam partem petere posse; cum enim quinque nasci possint infantes l. 36. ff. de solut. & unus tamen plerunque uno partu edi soleat, ideo Jcti Romani medium tenentes inter unum & quinque censuerunt, tres ventres utero materno claudi; hi tres igitur, quia de ipsorum commodo, acquirenda scilicet hereditate, agitur, pro jam natis habentur l. 7. l. 26. de stat. bom. adeoque filius interim nonnisi ex quarta parte heres est per l. 3. si pars hered. pet. ubi ita respondet Jctus Paulus: Prudentissime juru auctores medietatem quandam secuti sunt, ut quod fieri non raro admodum potest intuerentur, id est, quia fieri poterat, ut tergemini nascerentur, quartam partem supersititi filio assignaverint, τὸ γὰρ ἀπὸ τῆς ἑτέρας, id est, quod enim semel aut bis existit, (ut ait Theophrastus) περιελάμβανον οἱ νομοδῆται, id est, prætereunt legulatores. Ideoque & si unum paritura sit, non ex parte dimidia, sed ex quarta interim heres erit. adde l. 28. §. fin. de judic. Verum non video, quomodo hæc dispositio conveniat cum his, quæ hac ipsa lege citantur, Theophrasti verbis: Quod semel aut bis existit, prætereunt legulatores, cum rarissime contingat, ut uno partu tres, nedum plures nascantur; præterea non recte juru auctores medietatem secuti sunt eligendo numerum temarium pro numero infantum nasciturorum,

car si sur quelques milliers de femmes qui ont été enceintes on a observé combien d'enfants sont nés à chaque accouchement et qu'on divise le nombre de tous les enfants par le nombre de femmes, le nombre qu'on obtiendra au quotient sera certainement plus distant de trois que de un ; bien plus, s'il faut dire ce qu'il en est, le nombre de circonstances dans lesquelles plus d'un enfant sont nés est au nombre de circonstances dans lesquelles un seul est né dans un rapport si faible qu'il peut être totalement négligé et si quelqu'un voulait encore répliquer que certes le nombre de circonstances dans lesquelles sont nés trois enfants ou plus est très petit et peut être négligé mais qu'il n'est pas rare qu'il arrive que des jumeaux naissent d'un accouchement au point que l'on doit présumer du moins que deux enfants doivent naître nous répondrions : si ce n'est pas plus fréquent du moins ce n'est pas plus rare qu'il arrive aussi que les femmes enceintes avortent ou qu'elles mettent au monde un enfant mort-né plutôt que d'avoir des jumeaux, et par conséquent comme l'avorté ou le mort-né ne doit pas être compté pour une naissance, l'excès sera compensé par le défaut si nous décidons qu'il y en a un qui naîtra ; car si **par exemple sur mille femmes enceintes il y en a peut-être une qui a deux enfants, il y en aura sans doute au moins une qui met au monde un avorté ou un mort-né ; pour cette raison, si on doit conjecturer à propos de la femme enceinte combien d'enfants elle mettra au monde, nous en aurons deux dans un cas, un dans 998 cas et aucun dans un cas et ainsi l'espérance sera : $\frac{1.2 + 998.1 + 1.0}{1000} = \frac{1000}{1000} = 1$; *c'est pourquoi nous concluons que la disposition de cette loi de tierce⁽⁵⁾ ne doit absolument pas être observée mais qu'il est préférable, en attendant, s'il n'est pas possible de suspendre le partage jusqu'à la naissance posthume, de diviser l'héritage en deux parties dont l'une doit être attribuée au fils et l'autre au ventre ; et s'il arrivait par la suite qu'il n'y ait pas même un seul enfant vivant qui naisse, le fils recevrait alors le reliquat ; si par contre en naissait effectivement plus d'un on diminuerait sa part de ce qu'il a perçu en trop.

§ 3 (E)

459

tutorum, si enim ex aliquot millibus mulierum, quæ ventrem gesserunt, observaretur quot infantes singulæ uno partu ediderint, & numerus omnium infantum divideretur per numerum mulierum, numerus qui in quotiente proveniret, longius certe à ternario distaret, quam ab unitate; imo si dicendum quod res est, numerus vicium, quibus plures quam unus nascuntur, ad numerum vicium, quibus unus tantum editur, adeo exiguam habet rationem, ut tuto negligi possit; si quis vero adhuc revertere velit, numerum quidem vicium, quibus tres aut plures nascuntur, exiguum esse & negligi posse, sed haud raro contingere, ut gemini uno partu edantur, adeoque præsumendum esse, duos saltem editum iri: respondebimus, si non sæpius, saltem non rarius quoque evenire, ut mulieres prægnantes abortum faciant vel ut mortuos edant, quam ut geminos pariant, cum igitur abortus vel qui mortuus editus est pro nullo partu censendus sit, compensabitur excessus cum defectu, si statuamus unum nasciturum esse, nam si inter mille ex. gr. gravidas una forte sit, quæ duos pariat, una etiam ad minimum erit, quæ abortum vel mortuum partum edit, ideoque si de gravida conjiciendum sit, quot infantes illa sit editura, habebimus unum casum ut duo, 998. ut unus, & unum ut nullus nascatur, proinde expectatio erit

$$\frac{1^2 + 998 \cdot 1 + 1^0}{1000} \infty \frac{1000}{1000} \infty 1; \text{concludimus itaque, dispositionem}$$

hujus legis tertiæ nullatenus observandam esse, sed potius, si divisio usque ad nativitatem posthumi suspendi nequeat, hereditatem in duas partes dividendam, quarum altera filio, altera ventri interim adjudicari debet; & si postmodum contigerit, ut ne unus quidem vivus editus sit, residuum filio adcrefcet, sin vero plures quam unus nati fuerint, decrefcet ipsi tantum, quantum plus justo accepit, arg. l. 4. si pars hered. petat.



CHAPITRE IX

La bonne foi des témoins et les soupçons ; le commodataire⁽¹⁾ est-il tenu pour responsable d'une chose qui n'était pas destinée à être perdue par le prêteur ?

Puisqu'avant que les témoignages soient admis, la bonne foi des témoins doit-être soigneusement examinée⁽²⁾, il n'est pas sans intérêt d'exposer la Règle sur laquelle s'appuyer pour mesurer la bonne foi de quelqu'un et avoir la possibilité de ****supputer** quelle est la probabilité qu'il dise la vérité ou qu'il ne la dise pas ; ***aussi** voici cette Règle****** : Divise le nombre de circonstances dans lesquelles il a été reconnu qu'il parlait vrai par la somme de celui-ci et du nombre de circonstances dans lesquelles on a observé qu'il mentait et tu auras le degré de bonne foi⁽³⁾ ; ou bien si quelques hommes connus pour leur bonne foi se portent garant de la vérité de son témoignage et que d'autres non moins dignes d'estime dénoncent sa perfidie divise le nombre de ceux-ci par la somme des deux⁽⁴⁾. De même si quelqu'un est soupçonné de quelque crime et que militent contre lui quelques circonstances ou indices, mais qu'aucun d'entre eux ne constitue une preuve que le crime a été commis, nous pourrions estimer la probabilité qu'il soit innocent ou coupable ; en effet si par exemple dans chaque circonstance il est deux fois plus probable qu'il soit innocent plutôt que coupable et qu'en premier lieu il n'y ait aucun indice contre lui on considérera que son innocence qui est hors de doute vaut 1 ; s'il y a un indice, son innocence vaudra moins que 1 et précisément (parce qu'il y a deux cas pour que le crime n'ait pas été commis et un qu'il l'ait été) $(\frac{2 \cdot 1 + 1 \cdot 0}{3} = \frac{2}{3})$. Si maintenant s'ajoute un deuxième indice, il y aura deux cas pour qu'il soit faux c'est-à-dire dans lequel il ne reste qu'un seul indice et l'innocence dans ce cas, comme nous l'avons trouvé vaut $\frac{2}{3}$ et un cas pour qu'il soit

CAPUT IX.

De fide testium & de suspicionibus; item de commodatario, an teneatur casum præstare, si res apud commodantem peritura non fuisset.

Cum in testimoniis fides testium, antequam admittantur, diligenter sit examinanda per l. 2. & 3. ff. de testib. non ab re fuerit hic ostendere Regulam, cujus ope fidem alicujus metiri, & supputare liceat, quanta sit probabilitas, ut veritatem dicat, vel non dicat; est autem Regula hæc: Divide numerum vicium, quibus vera loqui deprehensus fuerit, per summam illarum viciumque quibus mentiri fuit observatus, & habebis gradum fidei; aut si nonnulli probatæ fidei homines ipsi testimonium præbeant veritatis, alii non minus probatæ fidei ipsum perfidiæ insimulent, divide numerum illorum per summam amborum. Simili modo si quis sit in suspitione alicujus criminis, & contra eum militent aliquot circumstantiæ aut indicia, ex quibus tamen singulis probari nequit, crimen esse commissum, poterimus invenire, quanta sit probabilitas, ut quis sit nocens vel innocens; nam si ex. gr. in singulis circumstantiis duplo probabilius sit, ut quis sit innocens, quam nocens, & primo nullum contra eum adesset indicium, innocentia ejus poneretur extra dubium h. e. valeret 1. si vero unum adsit indicium, innocentia minus valebit quam 1. & quidem (quia duo

sunt casus ut crimen commissum non sit, & unus ut sit) $\frac{2 \cdot 1 + 1 \cdot 0}{3}$

$\infty \frac{1}{3}$. Si jam accedat secundum indicium, erunt duo casus ut hoc indicium sit falsum, h. e. ut remaneat unum tantum indicium, quo casu innocentia, ut modo invenimus, valet $\frac{1}{3}$, & unus casus ut sit
verum

vrai c'est-à-dire pour que le crime ait été commis, de telle sorte que l'innocence vaudra $\frac{2 \cdot \frac{2}{3} + 1.0}{3} = \frac{4}{9}$; de même s'il y avait trois indices, l'innocence vaudrait $\frac{2 \cdot \frac{4}{9} + 1.0}{3} = \frac{8}{27}$; s'il y en avait quatre : $\frac{2 \cdot \frac{8}{27} + 1.0}{3} = \frac{16}{81}$; et ainsi de suite; d'où il est clair que l'innocence décroît continuellement en proportion géométrique et est toujours égale à la fraction $\frac{2}{3}$ élevée à la puissance dont la valeur est égale au nombre d'indices, de telle sorte que s'il y avait par exemple 10 indices contre quelqu'un, son innocence vaudrait $\left(\frac{2}{3}\right)^{10} = \frac{1024}{59049}$ ce qui est si petit qu'il est presque moralement certain que le crime a été commis⁽⁵⁾.

*Il resterait encore différentes sortes de questions à traiter, mais afin de ne pas m'étendre plus qu'il ne convient j'ajouterai seulement ici la question de Coras⁽⁶⁾ au sujet du commodataire, à savoir s'il est tenu de restituer le prix d'estimation de la chose ou une semblable, étant donné qu'elle a été perdue accidentellement et qu'il ne se l'était pas appropriée; de nombreux jurisconsultes le nient simplement. Mais moi, avec Pufendorf et Mornac⁽⁷⁾, pour tout dire je considère qu'il faut distinguer, dans le cas où la chose n'aurait pas été prêtée, s'il était très possible ou fort peu qu'elle ait été perdue par le propriétaire; dans le premier cas le commodataire n'y est pas tenu, mais dans le second il en va autrement, car il est inique qu'il soit porté préjudice à celui qui rend service ce qui serait le cas si c'est lui qui supporte l'infortune et qu'il doive ainsi en plus d'avoir prêté gratuitement la chose en être privé. Certes il y en a qui répliquent qu'il serait inique que quelqu'un supporte un grand dommage pour un profit de peu d'importance et momentané car ce serait comme s'il risquait 100 Impériaux contre un; mais au contraire nous répondrons d'après notre Art de Conjecturer que cela ne serait pas inique, car dans les jeux que nous avons rappelé plus haut dans le **chapitre 7** il n'y a aucune inégalité si le péril de perdre et l'espoir de gagner sont de part et d'autre proportionnés à ce qui est en jeu; or il est évident qu'un tel cas fortuit arriverait à peine une fois sur cent et même mille ou plus et qu'il n'est donc pas inique que quelqu'un engage cent Impériaux contre un s'il a réciproquement un espoir cent fois plus grand de gagner que de perdre: ainsi

§ 55 (28)

460

verum h. e. ut crimen sit commissum, adeoque innocentia valebit $\frac{2 \cdot \frac{1}{3} + 1 \cdot 0}{3} \propto \frac{2}{9}$; Sic si tria adessent indicia, innocentia valeret $\frac{2 \cdot \frac{1}{9} + 1 \cdot 0}{3} \propto \frac{2}{27}$; si quatuor $\frac{2 \cdot \frac{1}{27} + 1 \cdot 0}{3} \propto \frac{16}{81}$, & ita porro; unde perspicuum est, innocentiam continuo decrescere in proportione Geometrica, & semper æquari fractioni $\frac{2}{3}$ elevatae ad eam potestatem, cujus index est æqualis numero indiciorum, adeo ut si 10. ex. gr. contra aliquem essent indicia; ejus innocentia valeret $\frac{2^{10}}{3} \propto \frac{1024}{59049}$ quæ tam exigua est, ut moraliter fere certum sit, crimen esse commissum. Superessent adhuc varii generis quæstiones tractandæ, sed ne prolixior sim, quam decet, unicam tantum quæstionem Coronidis loco subjungam, de commodatario sc. an teneatur rei æstimationem, aut aliam ejusdem generis restituere, siquidem ea perierit casu fortuito, quem avertisse ipsius non erat; plerique Jcti hoc simpliciter negant per l. 5. §. 4. l. 18. pr. ff. commod. l. 1. C. eod. l. 1. §. 4. de V. O. §. 2. l. quib. mod. re contr. obl. ego autem hic distinguendum esse putem cum Pufend. de I. N. & G. lib. 5. cap. 4. §. 6. & Mornacio ad l. 1. C. commod. an res omnino apud dominum fuisset peritura, si vel maxime commodato non foret data, an vero minus; priori casu non tenetur commodatarius, secus autem posteriori, iniquum enim est, commodanti officium suum esse damnosum l. 7. ff. testam. quemadm. aper. quod fieret; si ipse casum ferre, & ita præter usum gratuitum re quoque sua carere deberet. Regerunt quidem nonnulli; iniquum esse, ut quis ob emolumentum exiguum & momentaneum magnum damnum patitur, perinde enim esse, ac si 100. Imperiales poneret contra unum; verum his ex Arte nostra Conjectandi respondemus, imo hoc ipsum non esse iniquum, in ludis enim, ut supra ca. 7. monuimus, nulla subest inæqualitas, si periculum amittendi & spes lucrandi utrinque proportionem habeat ad rem, circa quam certatur; palam autem est, ex centum imo mille aut pluribus vicibus vix semel ejusmodi casum fortuitum accidere, unde quemadmodum iniquum non est, ut quis centum Imperiales contra unum deponat, si vicissim centies majorem vincendi quam perdendi spem habeat: ita nec

ne doit-on pas juger inique que si ce cas fortuit se présentait le commodataire soit contraint de réparer le préjudice du prêteur, en raison de l'usage de la chose qui lui est concédé gratuitement.

A présent, j'ai ainsi suffisamment exposé l'Usage de l'Art de Conjecturer en Droit.

COROLLAIRES⁽¹⁾

1. Les actes ne sont pas tenus pour honnêtes ou licencieux en eux-même antérieurement à la loi.
2. On peut démontrer Mathématiquement qu'il est licite de réclamer les intérêts des intérêts.
3. La Loi Falcidie s'applique aussi dans les envois en possession⁽²⁾ en cas de décès.
4. Dans le cas de la Loi 13⁽³⁾ l'héritage doit être partagé en 18 parts dont 5 doivent être attribuées à l'épouse, 10 au fils et 3 à la fille.
5. Chez les Romains le mois de Février n'a jamais eu 29 jours⁽⁴⁾.
6. Les Jurisconsultes ont le droit de discuter de poils de chèvres⁽⁵⁾.

Au très Docte Maître Candidat.

Puisqu'il y a tant de cas où la famille Bernoulli
A acquis pour toujours la gloire éternelle du renom,
Pourquoi ne serait-il pas possible de le conjecturer aussi pour toi,
Puisqu'à mes yeux l'Art de Conjecturer en fait autant ?

P.
F.C.J.St.⁽⁶⁾

FIN**

§ 56 (E)

nec hoc iniquum censeretur, ut commodatarius pro usu rei, qui ipsi gratis conceditur, damnum, si quod casu fortuito acciderit commodanti refarcire cogatur.

Hæc igitur de Usu Artis Conjectandi in Jure impræsentiarum dixisse sufficiat.

COROLLARIA.

1. **N**on dantur actus per se honesti aut turpes antecedenter ad legem.
2. Usuras usurarum licite exigi, Mathematicè demonstrare potest.
3. Lex Falcidia etiam in mortis causa capionibus locum habet.
4. In casu legis 13. ff. de lib. & posth. hereditas debet dividenda in 18. partes, quarum 5. uxori, 10. filio & filia sunt adjudicanda.
5. Apud Romanos mensis Februarius nunquam habuit 29. dies vid. l. 98. §. 2. de V. S.
6. *Œcis-lices de lana caprina disputare*, arg. l. 70. §. 9. de legat. 3.

Ad Doctissimum Dominum Candidatum.

Cum tot sint casus, quibus est Bernoullia proles
Nominis æternum semper adeptæ decus;
Cur non hoc de te quoque conjectare liceret,
Ars Conjectandi cum mihi monstret idem?

P.

F. C. J. St.

F I N I S.

NOTES

[La pagination renvoie à celle du texte latin]

PAGES DE TITRE ET PREFACE

- (1) . Le Droit Civil et le Droit Canon
- (2) . L'exemplaire reproduit dans les œuvres de Jacques Bernoulli (T.III, p.287) n'a pas de date de jour ; celui qui est reproduit ici se trouve à la bibliothèque Cujas de Droit et de Science Economique de Paris sous la côte : V.122269 et 14 a dû être ajouté à la main.
- . LHQS ?
- . Johann Conrad à Mechel (1642-1715).
- (3) . Johann Jacob Battier (1664-1720).
- (4) . Jean Bernoulli (1667-1748), le frère de Jacques (1654-1705). Tous deux sont les oncles de notre Nicolas, dont le père était peintre et notable.
- (5) . Traduire "Mathesis" par "Mathématique" comme le font Condorcet et Vastel ne me semble pas convenir ici ; il ne s'agit pas non plus de la "Mathesis Universalis" de Descartes, mais de la connaissance rationnelle ; dans A.C. (voir note 7) j'ai traduit "Mathesis" par connaissance ; je pense maintenant que la meilleure solution c'est de conserver en français le terme grec, pour garder l'idée qu'il s'agit bien d'un sujet qui relève de "la mathématique" en même temps qu'il s'agit précisément d'en convaincre le lecteur car ce n'est pas un fait acquis, loin s'en faut !
- (6) . Dans son ébauche de traduction Condorcet fait sauter toute référence à Dieu, au chœur céleste, les citations antiques, les juristes peu connus et le titre d'empereur de Constantin... !
- (7) . Jacques Bernoulli est mort en 1705 et l'Art de Conjecturer ne paraîtra qu'en 1713 (voir N. Meusnier : "J. Bernoulli et l'Ars Conjectandi").
- . "Ars Conjectandi" sera noté par la suite A.C.

CHAPITRE I

- (1) . "In nomine Jesui Christi domini nostri" : Au nom de notre Seigneur Jésus-Christ.
- (2) . Cicéron : De officiis, livre I. Concordet n'a pas traduit cette première phrase.
- (3) . A.C. : IV, 2, p.213.
- (4) . Condorcet traduit : "probabilités des événements" ; Nicolas utilise "événement" un peu plus loin.
- (5) . "Définir par des conjectures la probabilité, ..., ce qui doit probablement être, ... qu'un événement est plus probable qu'un autre..." ; Nicolas s'efforce ici de présenter le programme de recherche de son oncle, mais l'expression "définir par des conjectures" est plutôt mal venue !
- (6) . Le passage qui suit est une citation de A.C. : IV, 1, p.211.
- (7) . Dans A.C. "Probabilité" est souligné. En 1709 Nicolas se sert de A.C. sous forme manuscrite.
- (8) . "ambigu" n'est pas souligné dans A.C.
- (9) . A.C. : IV, 2, p.214.
- (10) . Nicolas a supprimé la référence astronomique et n'a gardé que celle qui a un rapport direct avec le droit.
- (11) . Le Calcul de l'espérance est le fondement du calcul des probabilités et il est valable pour tous les phénomènes "incertains et douteux".
- (12) . J'ai traduit "diatriba" par "dissertation" plutôt que par "discussion" étant donné le style du traité de Huygens. Condorcet traduit également par "dissertation".
- (13) . Le traité de Huygens est paru en latin en 1657.
- (14) . La première partie de l'Ars Conjectandi de Jacques Bernoulli contient le texte du traité de Huygens avec des commentaires très développés.
- (15) . Ceci n'est pas une citation de A.C. (contrairement aux apparences de présentation du texte !) mais une reformulation par Nicolas de la proposition III de Huygens qui s'énonce :

"Si le nombre de cas qui me rapportent a est p ; que d'autre part le nombre de cas qui me rapportent b soit q , tous les cas devant être supposés également prédisposés : mon espérance vaudra $\frac{pa + qb}{p + q}$." (A.C. : I, p.7).

Ni Huygens, ni Jacques Bernoulli à ce moment là, ne parlent de "probabilité". Jacques utilise le mot "probabilité" pour la première fois (et la seule en dehors de la 4e partie) dans le commentaire de la proposition IV (A.C. : I, p.12).

. Pour Nicolas Bernoulli "ce qui doit arriver probablement" signifie : ce qui a la plus forte probabilité d'arriver (voir la note 8 du Chapitre II). Le degré de probabilité c'est la valeur de l'espérance dans le cas où ce qui a la plus forte valeur vaut 1 ou la certitude. Dans la mesure où Nicolas se propose de mesurer des probabilités cette interprétation particulière de l'espérance de Huygens est cohérente (voir p.15 et Chapitre II note 7).

(16). A.C. : I, p.10.

(17). Nicolas Bernoulli est le premier à faire cette remarque que l'on ne trouve pas chez son oncle et à donner ainsi une interprétation "mécanique" des notions de probabilité et d'espérance. Mais en même temps il faut en déduire sans qu'il l'écrive explicitement que la probabilité est la probabilité de ce qui arrive et qu'elle est donnée par le rapport des cas dans lequel cela arrive au nombre total des cas.

(18). "ne pèse plus qu'une autre" veut dire : "ne provoque un déséquilibre, n'est plus importante qu'une autre par rapport à l'équilibre global". J'ai traduit ainsi "praeponderere" pour insister sur l'idée de poids.

Il faut donc revenir sur l'interprétation précédente de la notion de probabilité dans les notes 15 et 17 (voir Chapitre II note 7).

(19). De l'équilibre "mécanique" nous passons à l'équilibre "juridique".

. Nicolas Bernoulli utilise en latin deux termes "medium" et "medietas", qui tous les deux renvoient à la notion de "milieu", d'"intermédiaire" ; j'ai choisi de les traduire tous les deux par "milieu" sauf lorsque ce "milieu" ("medium") est obtenu par une règle de calcul qui en fait une "moyenne arithmétique" ("medium proportionale arithmeticum", voir p.5). Ainsi dans la même phrase : "Ce milieu que l'on obtient par la présente Règle... de part et d'autre de cette moyenne ne pèse plus qu'une autre" ai-je traduit successivement le même terme latin "medium" par "milieu" et "moyenne".

(20). Sous le règne de l'empereur JUSTINIEN [527-565] une énorme œuvre de compilation du corpus juridique fut réalisée dans trois domaines :

- a) législatif : Code et Nouvelles
- b) doctrinal : Digeste ou Pandecte (en grec)
- c) pédagogique : Institutes

L'ensemble est désigné sous le nom de "Corpus juris civilis" ; le Digeste est une énorme compilation de la jurisprudence pour laquelle 1625 livres furent dépouillés ; il est partagé en cinquante livres et sept parties, et contient des extraits de trente-neuf jurisconsultes.

Condorcet cite ici : "Digeste, livre V, titre 4" ; dans le texte latin "/3.ff" signifie "Loi 3 du Digeste" (sur la pétition d'hérédité).

(21). Dans la loi 3.

(22). Voir le Chapitre VIII qui est consacré à cette loi 3.

(23). Digeste, livre VI (?), Chapitre 30, l.9. Il faut comprendre : "Le moindre risque".

(24). Digeste, livre VI (?), Chapitre 45, l.115.

(25). Ce passage reprend l'idée énoncée plus haut (voir note 15) que la valeur de l'espérance est "ce qui doit arriver probablement", là où est le moindre péril de se tromper, la probabilité la plus élevée. Pour comprendre ce que veut dire Nicolas Bernoulli il faut rapprocher ce passage de ce qu'il vient de dire à propos du centre de gravité et de l'équilibre mécanique : la moyenne est le centre de gravité de toutes les probabilités, elle est le point d'équilibre ; d'un point de vue mécanique on peut considérer que le système de ce qui peut arriver est équivalent à un système concentré au centre de gravité avec toute la probabilité c'est-à-dire la certitude. L'équivalent des distances ce sont donc les "choses" qui arrivent, qui peuvent arriver et plus elles sont éloignées du centre de gravité, de la moyenne, moins leur poids, ici leur probabilité doit être important. ... Ce qui, bien sûr, n'est pas vrai, en général ! - mais c'est bien le cas avec les "distributions binomiales" ! - ; ce n'est pas vrai en général, si l'on prend les poids un par un, mais c'est vrai, disons "grosso modo", globalement, et globalement (voir note 18) plus les probabilités (les poids) sont éloignées de la moyenne (le centre de gravité) moins elles sont importantes. Si Nicolas n'est pas aussi explicite que Jacques - même si cela n'apparaît clairement chez ce dernier que dans l'élaboration de la démonstration de la "loi des grands nombres" - il semble bien qu'ils ne considèrent pas toujours des probabilités pour des valeurs ponctuelles, mais aussi pour des valeurs "à quelque chose près", des intervalles, mais sans avoir les moyens de l'explicitier quantitativement.

Dans son commentaire de la proposition I de Huygens, Jacques Bernoulli écrit ce passage, au premier abord extrêmement surprenant pour nous : "**chacun espère ou doit être considéré comme espérant ce qu'il obtiendra infailliblement (infaillibiliter)**", A.C., I, p.5.

Nicolas utilise le même terme ici (p.8) dans une citation (non signalée !) du journal scientifique de Jacques curieusement non reprise dans le texte de l'Ars Conjectandi (voir Chapitre II, note 4) : "... nous saisissons exactement et clairement les nombres de cas qui doivent être suivi infailliblement du gain ou de la perte...". Ainsi infailliblement - sans se tromper, à coup sûr - renvoie-t-il dans le premier cas à la certitude de

la justice (chacun est sûr d'avoir avec son adversaire la totalité des enjeux, et il est sûr que chacun d'entre eux a le même droit sur l'ensemble ; donc il est sûr que chacun a droit à la moitié de la totalité) et dans le second à la seule certitude matérielle (mais elle aussi, remarquons-le, conséquence d'une règle !). Certitude, sûreté "juridique" et sûreté "matérielle" sont donc des notions qui ici sont très proches les unes des autres. La moyenne c'est la valeur juste, la valeur sûre, la valeur "sans se tromper" dans un partage. De ce point de vue là, elle est donc certaine. Mais bien entendu, du point de vue du jeu réalisé ce n'est pas cette valeur qui sera obtenue, mais c'est cette valeur-là qui "grosso modo" aura la plus forte probabilité - ce qui n'est pas démenti par les "distributions binomiales" !

Ainsi l'analogie avec le centre de gravité permet-elle de renforcer, et même d'exprimer quasi concrètement en terme de probabilités la valeur juridique de la moyenne ou de l'espérance calculée. On passe ainsi de la démarche juridique - Pascal, Huygens, Jacques Bernoulli - permettant de fonder le calcul de la valeur de l'espérance, à une méthode mathématique de calcul de cette valeur permettant de fonder des décisions juridiques : "cependant, ont-ils alors suivi avec soin le milieu, nous le verrons plus loin". On pourrait voir dans ce passage la manifestation du retournement des rapports de fécondation entre Droit et Mathématique, le terrain d'élaboration d'un nouveau concept mathématique, ici l'espérance, devenant après l'autonomisation du modèle mathématique le terrain d'application. Il reste à convaincre les juristes - et les autres - que c'est finalement la science mathématique qui rendra la justice effectivement juste et sûre !

(26). A.C., I, p.5, mais Nicolas a ajouté le passage "comme nous avons appelé cette moyenne... par ce qui est acquis dans chaque cas" et supprimé par contre, l'expression "ici, et dans toute la suite" dans le passage "mais on doit comprendre [...], que comme notre espoir...".



CHAPITRE II

- (1) . Pour calculer à quel moment on peut considérer que quelqu'un dont on est sans nouvelle est mort (Chapitre III) et la valeur des rentes viagères (Chapitres IV et V).
- (2) . Dans sa traduction Condorcet supprime tout ce passage qui fait référence à Dieu (voir note 6 de la préface).
 . Dans le texte latin "OM" signifie "Optimo Maximo" : "notre bienveillant Maître" ; Nicolas prend la précaution de mentionner que c'est Dieu qui est le maître de la vie de chaque homme.
- (3) . "Probablement, probabilité" : il est impossible à ce stade du texte de Nicolas de savoir quelle est la signification précise de ces termes (voir les notes 8, 9, 11, 13, 14, 16, 17).
- (4) . Tout ce passage est repris de Jacques Bernoulli :
 a) "mortel qui puisse..... état futur de vie ou de mort [...] puisque tout cela ... notre connaissance", A.C., IV, 4, p.224. (Le passage éliminé par Nicolas concerne la météorologie, les jeux qui dépendent de l'habileté physique ou intellectuelle).
 b) "certes il en va autrement... plus probable que l'autre". Journal scientifique, article 77, p.104 [voir Meusnier 1987, p.147].
 c) "autre chemin... franchir cette borne", A.C., IV, 4, p.224-225 mais la parenthèse "en effet je peux m'écarter... plus souvent que moins" est extraite du Journal Scientifique, article 77, p.104 et 133a p.171 [voir Meusnier 1987 et 1990].
- (5) . Préface de Huygens p.1-2. On trouve la même idée exprimée par Jacques Bernoulli dans la 19ème thèse supplémentaire de son "Parallélisme du Calcul logique et algébrique" de 1685 [voir les œuvres de Jacques Bernoulli, T.I, p.269-270].
- (6) . Jacques Bernoulli : "Conversion et opposition des propositions" de 1685 [J. Bernoulli, T.I, p.283 ; Meusnier 1987, p.136].
 . L'article du Journal des Savants du 2 août 1666 est un compte-rendu par le "Sr GP" (William Petty ?) du livre de John Graunt "Natural and Political observations made upon the bills of mortality" paru à Londres en 1662.
 . C'est Jacques Bernoulli qui introduit dans sa thèse de 1686 le thème des Tables de Mortalité des *Parisiens* et des *Londoniens*, alors que dans le compte-rendu et bien sûr dans le livre il n'est question que de *Londoniens*. Nicolas reprend sans plus ce qu'a écrit son oncle 23 ans plutôt. A la page 16, Nicolas en vient même à ne plus garder que les *Parisiens* : "en France où apparemment furent faites ces observations qui se trouvent dans le Journal" !
- (7) . Nicolas va évaluer pour chacun des âges ce qu'il appelle pour le moment la "probabilité de la vie humaine" (p.8), "l'espérance d'une personne" (p.9) le "temps de vie

future probablement de" (p.10), "la vie probable" (p.10), "le temps de vie moyen" (pp.11-12-13) "le temps de vie probable" (p.14), ou "le temps de vie le plus probable" (pp.12-14) ; on voit donc que cette probabilité est en fait l'espérance (voir Chapitre I, note 15) ; il faut donc considérer que Nicolas prend le mot probabilité comme équivalent d'espérance et non pas seulement comme un cas particulier... il faut alors comprendre "la probabilité" comme la valeur possible la plus sûre, la plus vraisemblable (p.6). Bien sûr ce sens n'est pas, du tout (!) le même que celui de la définition de l'Art de Conjecturer reprise de Jacques (p.4). Il faut donc se résoudre à interpréter ces probabilités comme des possibilités dont le centre de gravité est l'espérance, les poids respectifs de ces différentes probabilités étant ce que nous nommerions, nous, leur probabilité (voir Chapitre I, note 18 et Chapitre II, note 17). Cette espérance ou degré de probabilité est bien "quelque intermédiaire entre le meilleur que nous souhaitons et le pire que nous redoutons" (p.5). Il faut donc rejeter la déduction de la note 17 du Chapitre I.

(8) . La durée de vie probable c'est selon sa définition l'espérance de vie de quelqu'un qui peut mourir aussi facilement à chaque instant entre 0 et 6 ans. "Intuitivement", sans faire le calcul, le "centre de gravité" est bien entendu au milieu. En accord avec ce qu'il a dit précédemment c'est là qu'il y a le moindre - ou à peu près - péril de s'écarter du vrai.

. Ici il ne fait pas de calcul explicite - le centre de gravité suffit ! - mais il le fera plus loin, p.13, dans le cas général du temps de vie de plusieurs personnes.

. On peut remarquer que dans le cas particulier où l'on suppose qu'il est aussi facile de mourir à chaque instant, la vie "probable" de 3 ans c'est également la durée pour laquelle il y a autant de cas dans lesquels on peut mourir avant et après.

(9) . La "vie probable" c'est donc pour le moment l'"espérance de vie", le "temps de vie", la "probabilité de vie".

(10) . En fait : $20\frac{1}{4}$ ans ; $19\frac{2}{5}$ ans c'est l'espérance d'une personne de 26 ans.

(11) . Même erreur.

. Nicolas Bernoulli fait maintenant la distinction entre le temps de vie moyen, ou espérance de vie, la vie "probablement" atteinte au sens de la plus sûre (voir Chapitre I, note (25) et le temps de vie probable pour lequel il y a autant de personnes qui meurent avant qu'après. Tout ceci est fort judicieux, mais pour ce qui est du vocabulaire (probable, probablement) en contradiction avec son utilisation dans les pages précédentes : car il lui faut distinguer maintenant un "probable/probablement" au sens du plus sûr, défini par le calcul de l'espérance, et un "probable/probablement" tout à coup défini comme une valeur médiane. Bien sûr, lorsqu'il est aussi facile de mourir à chaque instant, cette distinction n'a pas lieu d'être (voir note 8) et cela explique peut-être l'ambiguïté du vocabulaire (voir Chapitre IV, note 33).

(12). Ceci provient du Journal Scientifique de Jacques Bernoulli, Art. 77, p.105, mais à propos de la mesure de "la hauteur moyenne dans un baromètre".

. Traduction mot à mot de l'allemand : "Une année comptée dans l'autre".

(13). La discussion à laquelle se livre ici Nicolas Bernoulli est exactement celle qui eut lieu entre Christian et Louis Huygens dans leur échange de lettres de 1669 à propos d'"une table du temps qu'il reste à vivre à des personnes de toute sorte d'age" élaborée par Louis Huygens qui écrit encore "La question est jusqu'à quel aage *doibt vivre naturellement un enfant aussi tost qu'il est conçu. Puis un enfant de 6 ans, puis un de 16 ans, de 26, etc...*". Dans sa lettre du 28 novembre 1669 Christian écrit : "Ce sont deux choses différentes que l'espérance et la valeur de l'age futur d'une personne et l'age auquel il y a égale apparence qu'il parviendra ou ne parviendra pas. Le premier est pour régler les rentes à vie, et l'autre pour les gageures" [C. Huygens, *Œuvres complètes*, T.6, p.515-538]. Dans sa lettre du 21 novembre Christian explique à son frère comment il détermine "combien il reste *raisonnablement à vivre à une personne d'un aage proposé*".

. Dans leur commentaire, Jacques et Michel Dupâquier (*Histoire de la démographie*, Perrin, 1985, p.209) utilisent les termes de "vie moyenne" et de "vie probable" ; bien entendu ces termes ne se trouvent pas chez les frères Huygens, qui n'utilisent jamais les termes : "probable", "probabilité", "probablement", etc... ce qui n'est pas le cas de Nicolas Bernoulli qui introduit ici les termes de temps de vie "le plus probable et moyen" d'une part ("espérance de vie") et d'autre part la notion d'un temps de vie atteint "probablement".

. Dans sa traduction Condorcet "gomrait" le problème en traduisant "probabilissima et media" par "probable et moyen" !

. Dans leur livre J. et M. Dupâquier écrivent, p.229 : "La principale contribution d'A. Deparcieux [1746] au progrès de la statistique est d'avoir réinventé la notion de durée de vie moyenne (dite couramment "espérance de vie") qu'il distingue soigneusement de celle de durée de vie probable (ou médiane), seule utilisée avant lui : distinction déjà entrevue par Louis Huygens et pratiquée par Nicolas Struyck, mais jamais encore explicitée"... Pauvre Nicolas... Bernoulli ! Deparcieux écrit d'ailleurs : "J'entends par vie moyenne ou commune le nombre d'années qu'ont encore à vivre, *les uns portant les autres*, un nombre de personnes du même âge, et non le temps auquel il sera mort la moitié des personnes auxquelles appartient la vie moyenne" (voir note 12).

(14). Je comprends assez mal ce passage où Nicolas semble répondre aux deux questions du début du Chapitre (p.7), questions reprises à la fin du Chapitre (p.15). Peut-être faut-il comprendre simplement qu'il oppose d'un côté un calcul qui fait intervenir tous les temps de vie, l'espérance de vie, et de l'autre, le temps de vie probable ou l'on demande seulement la probabilité de dépasser ce temps, ce qui n'apparaît pas comme très convaincant ! J'ai

l'impression que Nicolas cherche à se convaincre d'une différence qu'il n'avait d'abord pas vue, ce qui d'ailleurs se traduit dans l'ambiguïté de son utilisation des termes "probable" et "probablement" (voir note 11).

(15). La perte est égale à 300 - c'est la différence entre l'espérance et le plus petit gain - et le gain est égal à 600 ; la force de l'argument ici c'est de convaincre sans calcul explicite avec cette idée simple - fondamentale - que les gains et les pertes doivent être inversement proportionnels aux cas.

. On peut imaginer que de même pour l'espérance de vie t , il y a 2 cas pour mourir en $t_1 < t$ et 1 cas pour mourir en $t_2 > t$ soit : $t = \frac{2t_1 + t_2}{3}$ et il est bien 2 fois plus probable de mourir avant t qu'après, mais t est l'espérance de vie.

(16). Condorcet traduit : "Si maintenant nous cherchons à déterminer l'âge où il est probable que cet enfant sera mort il faudra seulement chercher dans quel espace de temps doit périr la moitié d'un nombre donné d'enfants...". Mais Nicolas Bernoulli n'écrit pas simplement "probable" mais "le plus probablement"...

. Le temps "médian" est ainsi lui aussi conçu comme le plus probable et l'expression même paraît contradictoire avec celle du haut de la page : temps le plus probable et moyen d'un côté, temps probablement atteint de l'autre.

. Je constate que plus Nicolas nous donne d'explications, plus son utilisation des termes "probable" et "probablement" devient confuse, ce qui n'était pas le cas au bas de la page 11.

(17). "Probablement" ici semble vouloir signifier "en probabilité", c'est-à-dire : on peut déterminer le temps de vie moyen par un procédé qui fait intervenir les probabilités (au sens faible de possibilités).

(18). Le temps de vie d'un couple A et B s'obtient par une analyse des cas : ou bien les 2 meurent avant 6 ans, ou bien 1 meurt avant 6 ans l'autre entre 6 et 16 ans, ou bien 1 meurt avant 6 ans l'autre entre 16 ans et 26 ans, etc... Les cas du type 1 meurt avant 6 ans, l'autre entre 6 et 16 sont simples : le temps de vie est de $6 \text{ ans} + \frac{1}{2} (16 - 6) = 6 + 5 = 11$ ans, d'après le principe de la page 9 (note 8) ; mais rien ne permet encore de calculer le temps de vie quand les 2 meurent dans la même période.

. a n'est pas effectivement le terme de la vie la plus longue mais la durée du dernier intervalle de vie commune, car l'instant 0 est situé à l'origine de la période où il y a incertitude sur leur mort.

(19). C'est-à-dire un nombre aussi grand que l'on veut.

. Le passage "En effet si on divise le temps a ... $\frac{1}{2} a, \frac{2}{3} a, \frac{3}{4} a, \frac{4}{5} a$ " a été traduit une première fois par Condorcet, barré et retraduit mais en adaptant et interprétant considérablement le texte.



. Le dernier qui meurt, meurt en m_i , les autres au même moment ou avant, c'est-à-dire toutes les façons de distribuer $(b-1)$ personnes entre i possibilités, soit :

$$\begin{bmatrix} i \\ b-1 \end{bmatrix} = \binom{b+i-2}{i-1}$$

l'espérance de vie vaut donc :

$$\frac{\sum_{i=1}^n im \binom{b+i-2}{i-1}}{\sum_{i=1}^n \binom{b+i-2}{i-1}} = \frac{N_b}{D_b}$$

$$D_b = \sum_{i=1}^n \binom{b+i-2}{i-1} = \binom{b-1}{0} + \binom{b}{1} + \binom{b+1}{2} + \dots + \binom{b+n-2}{n-1}$$

$$b=1 : D_1 = 1 + 1 + 1 + \dots + 1 = n$$

$$b=2 : D_2 = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$b=3 : D_3 = 1 + 3 + 6 + \dots + \frac{(n+1)n}{2} = \frac{n(n+1)(n+2)}{2 \cdot 3}$$

$$b=b : D_b = \sum_{i=1}^n \binom{b+i-2}{i-1} = \binom{b+n-1}{n-1}$$

$$N_b = \sum_{i=1}^n im \binom{b+i-2}{i-1}$$

$$b=1 : N_1 = \sum_{i=1}^n im \binom{i-1}{i-1} = \sum_{i=1}^n im \cdot 1$$

$$b=2 : N_2 = \sum_{i=1}^n im \binom{i}{i-1} = \sum_{i=1}^n im \cdot i$$

$$b=3 : N_3 = \sum_{i=1}^n im \binom{i+1}{i-1} = \sum_{i=1}^n im \cdot \frac{i(i+1)}{2}$$

. Nicolas Bernoulli note, par exemple pour $b=3$:

$$\frac{N_3}{D_3} = \frac{\int \frac{n(n+1)}{2} \cdot nm}{\frac{n(n+1)(n+2)}{2 \cdot 3}} \quad \text{quand nous écrivons :}$$

$$\frac{N_3}{D_3} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{i(i+1)}{2} \cdot im}{\frac{n(n+1)(n+2)}{2 \cdot 3}}$$

c'est-à-dire que dans la sommation il ne distingue pas le terme courant i de la borne n , ce qui, malgré la difficulté de lecture que cela entraîne (pour nous), n'implique (ici) aucune ambiguïté.

Pour nous quand $n \rightarrow \infty$:

$$\begin{aligned} \frac{N_3}{D_3} &= \frac{\sum_{i=1}^n \frac{i^3+i^2}{2} m}{\frac{n(n+1)(n+2)}{2 \cdot 3}} = \frac{\frac{1}{2} \left(\frac{n^4}{4} + 0(n^3) + \frac{n^3}{3} + 0(n^2) \right) m}{\frac{n^3 + 0(n^2)}{2 \cdot 3}} \\ &= \frac{3}{4} \frac{n^4 + 0(n^3)}{n^3 + 0(n^2)} \cdot m + \frac{n^3 + 0(n^2)}{n^3 + 0(n^2)} \cdot m \\ &= \frac{3}{4} (n + 0(1)) \cdot m \\ &= \frac{3}{4} n \cdot m + m \cdot 0(1) = \frac{3}{4} a + m \cdot 0(1); \text{ quand } n \rightarrow \infty \text{ alors } m \rightarrow 0 \text{ et} \\ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{N_3}{D_3} &= \lim_{m \rightarrow 0} \frac{N_3}{D_3} = \frac{3}{4} a. \end{aligned}$$

De manière plus "expéditive", Nicolas écrit :
parce que "n= ∞ " (sous-entendu : $n = n+1 = n+2$, pour le dénominateur et également pour le numérateur car "m=0" et "i= ∞ " - voir note 22 -)

$$\frac{N_3}{D_3} = \frac{\int \frac{n(n+1)}{2} \cdot nm}{\frac{n(n+1)(n+2)}{2 \cdot 3}} = \frac{\int \frac{1}{2} n^3}{\frac{1}{6} n^3} m$$

et, résultat dû à Jacques Bernoulli : $\int n^3 = \frac{1}{4} n^4 + 0(n^3)$ $\left(\sum_{i=1}^n i^3 = \frac{1}{4} n^4 + \frac{1}{2} n^3 + \frac{1}{4} n^2 \right)$

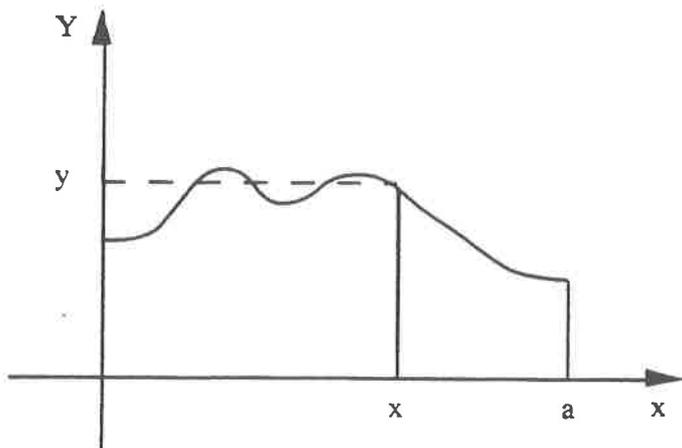
$$\text{donc : } \frac{N_3}{D_3} = \frac{\frac{1}{8} n^4}{\frac{1}{6} n^3} \cdot m = \frac{3}{4} nm$$

. Ici Nicolas Bernoulli propose, simplement par induction, une conjecture pour le cas général : $\frac{ba}{b+1}$.

. Contrairement à ce qu'écrivit Hald [1990] p.113, Jacques Bernoulli n'a ni évoqué ni encore moins résolu ce problème précis.

(21) . Ordonnée ou "appliquée" terme utilisé au 18^{ème} siècle.

(22) . Voir Chapitre I, p.6, note 17.



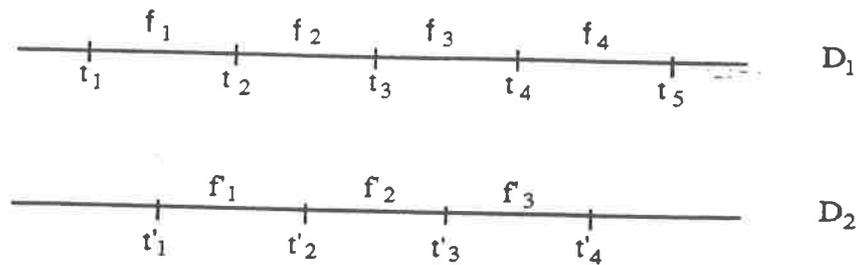
. Pour $x = im$ avec " $i=\infty$ " et " $m=0$ ",

$$y = \binom{b+i-2}{i-1} = \binom{b+i-2}{b-1} = \frac{i^{b-1}}{(b-1)!} \quad (\text{voir note 20})$$

. La distance à l'origine du centre de gravité (procédures de calcul infinitésimal élaborées tout récemment par les oncles de Nicolas) est donnée par l'expression :

$$\frac{\int xy \, dx}{\int y \, dx} = \frac{\int x \frac{x^{b-1}}{m^{b-1}} \, dx}{\int \frac{x^{b-1}}{m^{b-1}} \, dx} = \frac{\int x^b \, dx}{\int x^{b-1} \, dx}$$

(23) . L'hypothèse de l'égalité de mourir dans les périodes intermédiaires si on la pousse dans toute sa logique aboutit à permettre de démontrer que cette facilité est toujours la même - car ces périodes intermédiaires sont arbitrairement choisies - ou au contraire que cette hypothèse débouche sur une contradiction - dans la même période on a 2 ou plus, valeurs de la "facilité de mourir" selon le découpage des périodes intermédiaires :



- a) dans la période $[t'_1, t'_2]$ $f'_1 = f_1$ et $f'_1 = f_2$ donc $f_1 = f_2$
 et ainsi de suite donc f est constante.
- b) avec D_1 : $f_1 \neq f_2$
 avec D_2 et le raisonnement précédent $f_1 = f_2$ il y a contradiction.
 . Voir Chapitre V note 8.

(24) . Espérance de vie à partir du tableau de Graunt :

0	6	16	26	36	46	56	66	76
18	21	20	19	17,5	15	12	8	5

. Espérance de vie à partir des données suisses :

0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85
27	38	37	33	30	27	25	22	20	18	15	12	10	8	7	5	4	3

. Contrairement à ce que dit Nicolas, il n'y a plus de différence à partir de l'âge de 45 ans. Pourquoi ne nous donne-t-il pas une table de mortalité comparable à celle de Graunt qu'il a utilisée précédemment ?

(25) . Successions sans testament.

(26) . Pour la quarte Falcidie voir le Chapitre V.

. Les questions qui dépendent de l'établissement d'une table de mortalité sont celles qui portent sur l'absent (Chapitre III) la valeur des rentes viagères (Chapitre IV), la valeur des legs qui "dépendent du futur" (Chapitre V) ; ce serait aussi le cas des assurances sur la vie (Chapitre VI) s'il n'était pas escamoté. C'est d'ailleurs au début de ce Chapitre VI p.44 que Nicolas écrit : "**De nombreuses questions tournant autour de la probabilité de la vie humaine pourraient encore être résolues par l'Art de Conjecturer, mais la concision exige...**". Quel dommage qu'il ne les ait pas au moins évoquées ces questions ! Ou bien n'est-ce qu'une figure de rhétorique ?

CHAPITRE III

(1) . Dans l'Encyclopédie Méthodique (Mathématiques - 1784 - il y a un remarquable article "Absent" repris en partie de la première édition de l'Encyclopédie de d'Alembert et Diderot - 1751-1772 -. N'est pas repris le début de l'article qui est de Toussaint (un juriste), mais l'est le texte de d'Alembert et une addition de Diderot. Par contre Condorcet a ajouté un long commentaire qui est en partie une critique de la théorie de la certitude morale développée par Buffon et utilisée par Diderot.

L'article de d'Alembert qui date donc à peu près de 1750 commence ainsi : "Lorsque M. Nicolas Bernoulli, neveu des célèbres Jacques et Jean Bernoulli, soutint à Bâle, en 1709, sa thèse de docteur en droit ; comme il était grand géomètre, aussi bien que jurisconsulte, il ne put s'empêcher de choisir une matière qui admit la Géométrie. Il prit donc pour sujet de sa thèse, *de usu artis conjectandi in jure* ; c'est-à-dire *de l'application du calcul des probabilités aux matières de Jurisprudence*, et le troisième chapitre de cette thèse traite du temps où *un absent doit être réputé pour mort*. Selon lui, il doit être censé tel, lorsqu'il y a deux fois plus à parier qu'il est mort que vivant. Supposons donc un homme parti de son pays à l'âge de vingt ans, et voyons, suivant la théorie de M. Bernoulli, en quel tems il peut être censé mort.

Suivant les Tables données par M. Deparcieux, J'ai choisi ici la Table de M. Deparcieux, et je l'ai préférée à celle dont M. Bernoulli paraît s'être servi, me contentant d'y appliquer son raisonnement. D'un côté la Table de M. Deparcieux a été faite sur des rentiers des tontines, qui comme il le remarque lui-même, vivent ordinairement plus que les autres. Cette question serait plus facile à décider, si on avait des Tables de mortalité des voyageurs : mais ces Tables nous manquent encore, parce qu'elles sont très difficiles et peut-être impossible dans l'exécution". (voir ici p.21).

(2) . Je n'ai pas repris dans la traduction les références aux lois du Digeste, car la traduction est ici accompagnée du texte latin qui permet de retrouver ces références (sur le Digeste voir Chapitre II, note 20). C'est également ce que Condorcet semblait avoir décidé de faire, probablement pour ne pas alourdir le texte qui par ailleurs ne s'adressait plus de son point de vue à des juristes mais aux "philosophes".

(3) . "Le présent fait un long voyage" mot à mot.

(4) . Publius Térence né à Carthage vers -190, mort en -159, auteur comique latin. Eunuque : Acte I, scène 2.

(5) . Publius Virgile (70 - 19), poète latin. Enéide, chant IV.

(6) . Andrea Alciati (1492-1550), juriste italien, né près de Côme, mort à Pavie.

- (7) . Digeste l 32 et l 209 de RI ? - plus haut VS ? - (voir note 12).
- (8) . Jacques Cujas (1522-1590), juriste français né à Toulouse, mort à Bourges.
 . Johann Goaddaeus (1555-1632), juriste allemand.
 . Andréas Gailius (1525-1587), juriste allemand.
- (9) . Prescription : "moyen d'acquérir ou de se libérer par un certain laps de temps, et sous les conditions déterminées par la loi" (code civil).
- (10) . Johann Schneidewein (1519-1568), juriste allemand.
- (11) . Stipulation : clause (ou condition ou convention) énoncée dans un contrat.
- (12) . Digeste loi 1 de VO ?
- (13) . Assignation : action d'assigner à comparaître devant un juge ou un tribunal.
 Condorcet a traduit par "dénonciation". (Un lapsus prémonitoire ?).
- (14) . Digeste.
- (15) . Digeste.
- (16) . Procurateur : "qui agit par procuration" mais au sens de qui donne procuration à un autre d'agir à sa place.
- (17) . Digeste.
- (18) . Tuteur : personne chargée de veiller sur un mineur ou un interdit.
 . Curateur : personne qui a la charge d'assister un mineur émancipé dans certains actes, d'administrer les biens, ou de veiller aux intérêts d'une autre personne.
- (19) . VS ?
- (20) . Digeste.
- (21) . Loi 4 C ?
- (22) . "Les disparus, au sujet desquels il n'est pas possible de savoir s'ils sont encore vivants ou déjà décédés".
 . Condorcet intègre cette définition dans le cours de sa traduction sans mentionner "les Allemands".

- (23). Digeste.
- (24). Digeste.
- (25). Georg Adam Struve (1619-1692), juriste allemand né à Magdebourg et mort à Iéna.
- (26). Jurisconsulte : c'est le terme "classique" pour désigner jusqu'à l'époque contemporaine, les juristes et les personnes qui font profession de donner des avis sur des questions juridiques.
- (27). Baldo degli Ubaldi (~ 1320-1400), juriste italien né à Pérouse et mort à Pavie.
 . Denis Godefroy - Gothofred - (1549-1621), professeur de droit à Gand, Strasbourg et Heidelberg. Emigré Calviniste.
 . Giuseppe Mascardi (? - 1588), canoniste italien né près de Gênes.
 . Benedikt Carpzov (1595-1666), juriste allemand né à Wittemberg et mort à Leipzig.
 . David Mevius (1609-1670), juriste.
- (28). Bartolo da Sassoferato (1313-1357), juriste italien né près de Sassoferato et mort à Pérouse ("conservé" par Condorcet).
- (29). Salvius Julien, juriste romain du II^e siècle, consul en 148. Il rédigea un Digeste en 90 livres. Il est considéré comme le dernier chef de la grande école de droit romain dite "Salvinienne" (I^{er}-II^e siècles).
- (30). Caius Flavius Constantin (274-337). Empereur romain, fondateur de l'Empire chrétien Byzantin. Garçon plutôt cruel mais très bien vu des chrétiens.
- (31). Paul van Christijnen - Christinaeus - (1553-1631), juriste d'Anvers.
- (32). René Chopin (1537-1606), juriste français né à Bailleul, mort à Paris.
- (33). Christoph Besold (1577-1638), juriste allemand.
- (34). Antoine Fabre (1557-1624), juriste français, Président du Parlement de Savoie.
- (35). "Augusta" en Savoie, il s'agit probablement de Turin. (Genève s'est également appelée Augusta et se trouvait en Savoie au XIV^{ème} siècle).
- (36). Caspar Klock (1583-1655), juriste allemand.
- (37). Johann Buntz (XVII^{ème} siècle).
 . Condorcet a rajouté en marge de sa traduction : "Voyez Jean Buntz : dissertation sur la présomption de la mort des absents" (titre de sa thèse de droit de 1608 : Disputatio juridica

"De absente pro mortuo declarando").

Ce qui est remarquable c'est que Jacques Bernoulli dans l'article 77b de ses Méditationes où il aborde le problème des absents a placé en marge la même note à propos de Buntz ! (AC, p.65).

(38) . Christoph Richter (1602-1673), juriste allemand.

(39) . Torgau : Ville d'Allemagne en Saxe, située entre Leipzig et Wittemberg.

(40) . Sigismund Finckelthaus (? - 1644), juriste allemand.

(41) . Ernst Cothmann (1557-1624), juriste allemand.

. Stephanus Gratianus (XVI^{ème}-XVII^{ème} siècles), avocat à Rome en 1609.

(42) . "Etant donné que sur la base d'une hypothèse juridique l'être humain est considéré comme pouvant atteindre cent ans et que du fait de cette hypothèse N peut être encore de ce monde, sa part d'héritage maternel est équitablement versée et portée sous forme d'avoir inaliénable au compte de ses frères légitimes, du moins jusqu'à ce que le décès de N soit démontré et prouvé légalement, ainsi que l'exige la loi" (traduction de Jean-Claude Mailho).

Bizarrement, Condorcet dans sa traduction à mis une date totalement différente : "12 - 1701" ! ?

(43) . Giacomo Menochio (1532-1607), juriste italien né et mort à Pavie.

(44) . Usucapion : mode d'acquisition de la propriété fondé sur une possession prolongée pendant un certain temps.

CHAPITRE IV

- (1) . Johann Jacob Schütz (XVII^{ème} siècle), éditeur de Lauterbach.
 Antonio Gomez (XVI^{ème} siècle), juriste espagnol.
 Hugues Doneau (1527-1591), juriste français, né à Châlon-sur-Saône et mort à Altdorf.
 Oswald Hilliger (1583-1619), juriste allemand.
 Luis Molina (1536-1600), théologien espagnol né à Cuenca et mort à Madrid.
- (2) . Aimone Cravetta (1504-1569), juriste italien né à Savigliano et mort à Marene.
 Professeur à Avignon, Ferrare, Pavie, Turin.
- (3) . p_v : prix de vente ; p_o : prix de la valeur obtenue.
 . Je suppose qu'il faut comprendre $p_o - p_v > \frac{1}{2} p_o$ c'est-à-dire $p_v < \frac{1}{2} p_o$.
- (4) . Joachim Mynsinger von Frundeck (1517-1588), juriste allemand.
- (5) . Rescission : annulation d'un acte pour cause de lésion.
- (6) . Johann Brunnemann (1608-1672), juriste allemand.
 . p_e : prix estimé ; pour l'acheteur $p_v > 2p_e$
 pour le vendeur $p_v < \frac{1}{2} p_e$.
- (7) . Samuel von Pufendorf (1632-1694), juriste allemand né à Chamnitz et mort à Berlin.
 Professeur à Heidelberg.
 . Dans son projet de traduction, Condorcet s'est arrêté à cet endroit et à rajouté en marge à la fin du chapitre III : "s'arrêter ici".
- (8) . "Rente à vie, annuité forfaitaire, bénéfice viager" (traduction de Jean-Claude Mailho).
- (9) . "Car les rentes viagères se nomment rentes viagères pour la raison qu'elles ne peuvent être concédées plus longtemps que ne vit le corps auquel elles sont attribuées et par conséquent l'obligation prend fin en même temps que la personne" (traduction de Jean-Claude Mailho).
- (10) . Usufruit : droit réel de jouissance sur une chose appartenant à autrui qui s'éteint nécessairement à la mort de l'usufruitier.
- (11) . L'intérêt courant aux XVII^e et XVIII^e siècles est dit "au denier 20", c'est-à-dire de 1 denier pour 20 deniers, c'est-à-dire de 5 pour 100.

. Mais il faut aussi avoir présent à l'esprit que dans la tradition Aristotélécienne et chrétienne (droit Canon) c'est tout intérêt (usura) qui est condamné : en 1516, le cinquième concile du Latran reprend la phrase d'Aristote "pecunia pecuniam non parit" - l'argent n'enfante pas l'argent - et jusqu'au XIX^e siècle le prêt à intérêt est officiellement condamné par le droit Canon. Par contre, Calvin en 1545 avec sa "Lettre sur l'usure" prépare la reconnaissance rapide dans les pays réformés du prêt à intérêt. En France il ne deviendra légal que par la loi du 12 octobre 1789 (voir note 24).

. Voir Jacques Le Goff : *Marchands et banquiers du Moyen Age*, P.U.F., 1972.

. Ainsi, celui qui voit dans les rentes viagères la "perversité usuraire" voit très clair dans la mesure où elles "contournent" l'interdit sur le prêt à intérêt en en dérobant la réalité au regard !

(12) . Henri de Gand (~1217-1293), philosophe, professeur à Paris.

(13) . Guillaume Bont (? - 1454),

(14) . Charles Dumoulin - Molinaeus - (1500-1566), juriste français né et mort à Paris. Il se convertit au calvinisme en 1542.

. Il publie à Paris en 1554 : "Sommaire du livre analytique des contractz usures, rentes constituées, interestz et monnoyes".

. Gaspar Rodriguez - Rodericus - (XVI^e siècle), juriste espagnol.

. Giampiero Sordi - Johannes Petrus Surdus - (XVI^e siècle), juriste italien.

. Sigismondo Scaccia (? - ~1620), juriste italien.

. Petrus Binsfeld (? - 1598),

. Filippo Decio (1454 - ~1535), juriste italien, né à Milan, mort à Sienne.

. Nicolas Bohier - Boërius - (1469-1539), juriste français, né à Montpellier et mort à Bordeaux.

(15) . Je pense, sans en être certain, que Nicolas Bernoulli cite ici les "Clementines" de Clément V (Bertrand de Got, pape de 1305 à 1314 et le premier des papes à résider en Avignon à partir de 1309) qui ont contribué au début du XIV^e siècle à l'achèvement du "Corpus juris canonici".

(16) . Nicolaus Christoph von Lincker (1643-1726), juriste allemand.

(17) . Peter Müller (1640-1696), juriste allemand.

. Giambattista Lupo (XVI^e siècle), juriste italien.

. Paul Matthiās Wehner (1583-1612), juriste allemand.

(18) . "Lorsque le bénéficiaire vit trop longtemps ou au contraire décède à bref délai" (traduction de Jean-Claude Mailho).

(19). Oldradi da Ponte (? - 1335), juriste italien.

(20). Ludovicus de Roma - Romani - (1409-1439), juriste né à Spolète et mort à Bâle.

(21). Raffaele Cumani (? - 1427), juriste italien né à Côme.

(22). Georg Frantzke (1594-1659), juriste allemand.

(23). *Rente rachetable* : celle dont le sort principal peut être remboursé au créancier ; les rentes constituées sont toujours rachetables de leur nature ; il y a des rentes foncières qui sont stipulées rachetables et quelques-unes dont il est dit que le rachat ne pourra être fait que dans un certain temps ou en avertissant quelque temps d'avance... On ne peut pas stipuler qu'une rente constituée sera non rachetable, parce qu'il doit toujours être permis à un débiteur de se libérer.

. *Rente personnelle (ou constituée) à prix d'argent* : est celle qui est constituée par une somme d'argent dont le principal est aliéné (inconnue des Romains parce que le prêt à intérêt y était permis). (Voir note 30).

. *Rente héréditaire* : ni viagère, ni perpétuelle (le remboursement est indiqué).

. *Rente héritière* : peut être cédée à un étranger.

. *Rente perpétuelle* : est celle qui doit être payée à perpétuité, c'est-à-dire jusqu'au rachat, à la différence de la rente viagère qui ne dure que pendant la vie de celui au profit de qui elle est constituée.

(Encyclopédie de d'Alembert et Diderot, édition de 1777).

. Ce qui est cité ici de Frantzke sur le rapport entre rente rachetable et rente perpétuelle paraît être en contradiction avec ce qui en est dit p.36 (il ne peut y avoir de rente "temporaire" même "perpétuelle" à plus de 20 pour 1 pour un intérêt égal de 5 pour 100) ; (voir également la citation de Domat, p.42).

(24). Chez les Romains le "denier courant" (l'intérêt) était de 12 pour 100 par an, c'est-à-dire de 1 par mois. Cet intérêt permis et ordinaire revient à peu près "au denier 8" ; on l'appelait *usura centesima* parce que le capital se trouvait doublé à la fin du centième mois. Cette "usure centésime" était aussi nommée *as usura* et *as* tout court parce que toutes les autres usures moindres tiraient d'elle leur qualification et en étaient comme les parties :

usura semis : 6 pour 100 par an (1/2)

bes : 8 pour 100 par an (2/3)

quadrans : 3 pour 100 par an (1/4)

quincunx : ~2,5 pour 100 par an (1/5) c'est-à-dire "le denier quarante". Comment l'intérêt en "quinconce" peut-il désigner également le "denier 20", je n'en ai pas trouvé l'explication. Mais l'expression est utilisée au premier siècle en ce sens d'un intérêt de 5 pour 100 ! (Ma première source est l'Encyclopédie (1777), la deuxième le Dictionnaire Latin-Français de Gaffiot !).

(25). Feliciano de Solis (XVI^e siècle), juriste espagnol.
 . Juan Gutierrez (XVI^e siècle), juriste espagnol.

(26). Diego Covarrubias y Leiva (1512-1577), juriste espagnol né à Tolède et mort à Madrid.

(27). Le titre du journal Suisse les "Nouvelles" était *Nova Litteraria Helvetica* (merci Jeanne !), car je suppose qu'il s'agit ici du même journal que celui dont il est question à la p.50 : "Les Nouvelles de Berne".

(28). "Dès que la reine, hier, eut approuvé l'édit sur les rentes viagères, ce sont dans les deux heures qui suivirent 10.000 livres et en cette journée-ci 100.000 livres sterling qui furent portées sur les registres.

. Voici les conditions des rentes viagères : si l'on a l'intention de bénéficier d'un revenu annuel du montant de 10 livres sterling et que l'on veuille reporter ce revenu sur la tête de trois personnes désignées l'une après l'autre, il faudra payer pour une personne 90 livres, pour 2 personnes 110, pour 3 personnes 120 livres sterling ; et pour 14 livres annuelles de viager pendant 99 ans il faut engager 210 livres sterling" (traduction de Jean-Claude Mailho).

(29). Domitianus Ulpien (? - 223), originaire de Tyr en Phénicie, est l'un des plus grands jurisconsultes romains et près du tiers du Digeste provient de ses œuvres. Il est l'un des cinq jurisconsultes - Gaius, Papinien, Paul, Ulpien et Modestin - aux écrits desquels la loi des citations de 426 donna une autorité particulière.

. C'est par le Digeste et une citation d'Aemilius Macrus (voir notes 5 et 14, Chapitre V), lui-même citant Ulpien, que nous connaissons la "Table d'Ulpien" qui à propos de la loi Falcidie (voir note 1, Chapitre V) et les legs de rentes énonce une règle d'estimation des durées de vie (voir note 5, Chapitre V).

(30). *Rente personnelle* : "est celle qui est dûe principalement par la personne et non par le fonds, encore bien qu'il soit hypothéqué à la rente ; telles sont les rentes constituées à prix d'argent que par cette raison l'on qualifie quelquefois de rentes personnelles, pour les distinguer des rentes foncières que l'on qualifie de *rente réelles*, parce qu'elles sont dûes principalement par le fonds et non par la personne" (Encyclopédie 1777) (voir note 23).

(31). Voir note 11, Chapitre V.

. Combien valent dix pièces d'or à verser pendant 10 ans ? ...

. Supposons que chaque année on verse r ; cette somme versée dans un an vaut *actuellement* a_1 , et si le taux de l'intérêt est α :

$$r = a_1 (1 + \alpha).$$

. De même pour la somme r versée dans 2 ans :

$$r = a_2 (1 + \alpha)^2$$

etc... jusqu'à la n^{ème} année :

$$r = a_n (1+\alpha)^n$$

et ainsi A la valeur actuelle de nr est :

$$A = a_1 + a_2 + \dots + a_n = r \left(\frac{1}{1+\alpha} + \frac{1}{(1+\alpha)^2} + \dots + \frac{1}{(1+\alpha)^n} \right)$$

$$A = \frac{r}{1+\alpha} \cdot \frac{1 - \frac{1}{(1+\alpha)^n}}{1 - \frac{1}{1+\alpha}} = \frac{r}{\alpha} \left(1 - \frac{1}{(1+\alpha)^n} \right)$$

Soit ici avec $\alpha = 0,05$

$$A = \frac{10}{0,05} \cdot \frac{1}{1,05^{10}} = 77,21735 .$$

C'est le calcul que Nicolas effectue pp.29-32 (mais il trouve 77,23 !).

(32). Le texte reproduit dans AC p.308 contient tout au long de ce passage une suite d'erreurs et de coquilles !

. En particulier le fait "typographique" d'écrire 100/105 au lieu de $\frac{100}{105}$ conduit à remplacer $\frac{100^n}{105}$ par $100^n/105$!

(33). Voir chapitre II, p.11, note 11 pour le vocabulaire.

Tableau comparatif des valeurs obtenues par le premier calcul et le nouveau

	0	6	16	26	36	46	56	66	76
p.31	11,780	12,743	12,554	12,239	11,486	10,380	8,681	6,684	4,326
p.33	9,420	10,600	10,593	10,576	10,164	9,457	8,148	6,545	4,558

(34). C'est-à-dire les Provinces Unies alors dirigées par Jan de Witt (1625-1672) [voir Meusnier 1987.2].

(35). Caspar Commelin (1667-1731), libraire et éditeur hollandais, né à Amsterdam. Sa "Description de la ville d'Amsterdam" a été publiée en 1694.

(36). "Amsterdam décida, afin de subvenir aux dépenses et en engageant la responsabilité de la cité ainsi que de ses habitants, de placer des rentes viagères à de nouvelles conditions et fit publier la notification suivante : Des commissaires en application et exécution de la Commission délivrée par la respectable Municipalité à la date du 18^{ème} jour du présent mois (juillet 1672), ayant examiné de quelle façon la plus aisée quelques moyens financiers pourraient être dégagés par le placement de rentes viagères en rapport avec l'âge des intéressés et étant au service de la Ville par leurs bons avis, pensaient que dans ce domaine une Équivalence, pour autant que ce soit possible, pouvait être observée sous la forme indiquée ci-dessous :

Age de 1 à 20 ans		1000 florins	
"		"	
"		"	
"	minimum de	"	pour une rente annuelle
"		"	de 100 florins
"		"	
75 à 80 ans et au-dessus		300 florins	

De quoi il fut délibéré et le dit plan, ainsi qu'exposé, fut approuvé par le Conseil, les Commissaires étant remerciés pour leur bonne collaboration. A la suite de quoi, Messieurs les Trésoriers furent priés et autorisés sous réserve d'un pourcentage, à placer les rentes dans le public. Signé par D. Schaap (traduit du Néerlandais par Jean-Claude Mailho).

(37). Droit d'accroissement : droit par lequel une chose revient (en plus) à une personne ou à un fonds.

(38). C'est la loi 2C de la page 24 sur la rescision des ventes.

CHAPITRE V

(1) . "La loi falcidie (lex falcidia) du nom du tribin Falcidius qui l'avait proposé (41 avant J.-C.), décidait que le testateur ne pourrait pas léguer plus des trois-quarts de l'héritage, de manière que le quart au moins des biens laissés par lui restât à l'héritier ou aux héritiers, s'ils étaient plusieurs. Cette réserve reçut dans l'ancien droit français le nom de *quarte falcidie* ou *falcidienne*", Dictionnaire Encyclopédique Quillet, 1969.

(2) . Je ne comprends pas comment la caution qui est une garantie versée au moment du legs peut-être égale à une quantité d'argent que l'on ne pourra connaître qu'à la mort du légataire ! Ou alors caution a ici un autre sens, celui justement de valeur du remboursement d'une somme perçue en trop, mais je n'ai pas trouvé de trace de ce sens là !

(3) . Si je comprends bien, dans la première situation, la falcidie n'a pas lieu d'être appliquée dans l'immédiat et on ne fait les calculs qu'au moment où l'on constate qu'en valeur non actualisée le légataire a touché plus des 3/4 de l'héritage ; dans la deuxième situation, la question se pose d'emblée et il faut donc faire une estimation de la valeur actuelle du legs.

(4) . Digeste. Loi 68 sur la Loi Falcidie.

(5) . Voir Chapitre IV, note 29.

. Aemilius Macrus, livre 2. Commentaire de la vingtième loi sur les héritages. Ulpien écrit que pour le calcul, etc..."

(6) . Gottlieb Gerhard Titius (1661-1714), juriste allemand.

Wolfgang Adam Lauterbach (1618-1678), juriste allemand.

(7) . Johann Thomae - Thomasius - (1624-1680), juriste allemand.

(8) . L'objection de Titius présente l'intérêt de montrer comment peuvent s'affronter raisonnements "déterministe" et aléatoire" (voir p.41, et la note 23 du Chapitre II).

(9) . Le probable est associé ici au versant "déterministe" des raisonnements sur le futur et cela est remarquable car pour mettre en évidence la différence fondamentale entre ce qui sera et le calcul d'estimation, Nicolas Bernoulli n'hésite pas à parler de probable à propos de ce qui sera, ce qui est d'ailleurs cohérent ! Le probable ici n'est pas associé à l'aléatoire au sens moderne du terme mais à un fait déterminé qui est pondéré. Le probable ici c'est le vraisemblable d'un fait ponctuel (voir note 13).

(10) . Justus Meyer (~1566-1622), juriste hollandais.

(11). Voir le tableau de la p.70.

. On retrouve ici l'expression : l'intérêt *pendant la moitié du temps* déjà utilisée p.29 ; à la p.29 je pensais pouvoir interpréter cette expression en fonction du fait que les 10 années représentaient la moitié du temps entre 60 ans et 80 ans, mais cette interprétation ne tient plus ici ! Faut-il comprendre non pas "la moitié du temps" mais "le temps intermédiaire" ?

(12). J'ai gardé la traduction mot à mot pour ne pas introduire des notions qui ne sont pas explicitement exprimées, mais cela veut dire en fait : *on ne tient pas pour certain ce qui est seulement disposé à être* (ce qui seulement peut être). Le participe futur latin, très utilisé dans ce texte par Nicolas Bernoulli, exprime parfaitement toute l'ambiguïté du futur qui est à la fois possible (avant) et certain (après), qui doit arriver dans un sens fort (déterministe), ou dans un sens faible (indéterministe) qui a une forte possibilité. Tout le raisonnement de Titius est d'ailleurs basé sur cette ambiguïté et c'est en cela qu'il est remarquablement intéressant !

(13). Comme il n'est pas sûr d'atteindre 25 ans, il est un peu moins sûr d'atteindre 50 ans que celui qui a effectivement 25 ans ; Nicolas argumente pour montrer que la table d'Ulpian est cohérente.

. Bien sûr, le problème de la table c'est la "continuité" à 25 ans.

. Nicolas semble reprendre ici, simplement la critique développée à la page précédente contre l'argumentation de Titius ; la sienne se développe donc ainsi :

- a) l'âge que doit vivre une personne est une "estimation" nécessaire pour le calcul de la *falcidia* ;
- b) cette estimation est un "milieu" entre des âges possibles ;
- c) les différentes estimations sont cohérentes entre elles et non pas contradictoires.

. Le point de vue de Titius a, je suppose, toute la force paradigmatique de l'interprétation "réaliste" des mathématiques, "vériste" même — et au XVII^{ème} siècle y-en-a-t-il une autre qui soit développée ? Sinon précisément celle qui s'amorce dans le fait de traiter mathématiquement les phénomènes incertains, non pas pour les rendre certains, atteindre leur vérité cachée, mais pour construire avec certitude, mathématiquement, les réponses les plus sûres à des questions qui se posent et qui font intervenir des phénomènes incertains — une interprétation qui revient à considérer ici qu'à partir du moment où l'on a fait un calcul, où l'on a procédé mathématiquement, à propos de la durée de vie, cette durée de vie *doit être* ce que le calcul *indique* [destinée à être plus que *disposée à être*].

(14). De 55 à 60 ans, un homme "doit vivre" encore 7 ans, donc à 67 ans il "doit vivre" 5 ans, donc à 72 ans il "doit vivre" 5 ans, donc à 77 ans il "doit vivre" 5 ans, donc à 82 ans, il "doit"... etc.

(15). Aemilius Macrus - Macer - (II^{ème}-III^{ème} siècles), juriste romain.

. Quel est ce calcul auquel fait allusion Nicolas Bernoulli ? Probablement est-ce dans un passage du Digeste faisant suite à la citation indiquée (voir note 5).

(16). Médicastre : mauvais médecin.

. Physiognomoniste : qui prétend connaître l'avenir d'une personne d'après sa physionomie.

. Chiromancien : qui prétend deviner l'avenir d'une personne d'après les lignes de la main.

. Aruspice : qui prétend tirer des présages de l'examen des entrailles de victimes.

(17). Jean Domat (1625-1696), né à Clermont-Ferrand et mort à Paris ; très important juriste du XVII^{ème} siècle, ami de Blaise Pascal (1623-1662) qui lui confia à sa mort ses papiers personnels, et comme lui janséniste.

(18). Le "Traité des lois civiles" est paru de 1689 à 1694.

(19). En fait $147 \frac{19}{23}$; $147 \frac{19}{23} + 166 \frac{7}{23} = 314 \frac{3}{23}$;

$$510 - 314 \frac{3}{23} = 195 \frac{20}{23} ;$$

$$\text{donc la part de Maevius est : } 1060 - 195 \frac{20}{23} = 864 \frac{3}{23} .$$

(20). L'héritier a droit à 3000 sur les 12000 laissés, donc 180 sont versés en trop aux légataires.

$$\text{soit de } 6000 : \frac{6000 \times 180}{9180} = 117 \frac{11}{17}$$

et pour l'autre qui reçoit la pension alimentaire $62 \frac{6}{17}$;

or 106 correspond à une annuité de 10 donc $62 \frac{6}{17}$ correspond à une annuité de $5 \frac{15}{17}$; la pension alimentaire du deuxième doit donc être de $294 \frac{2}{17}$.

(21). Johann van den Sande (? - 1638), juriste.

CHAPITRE VI

(1) . C'est-à-dire le "prêt à la grosse" ou "prêt à la grosse aventure".

J'ai traduit "nauticus foenum" par intérêt nautique, car le terme actuel pour l'*usure* est intérêt, mais on disait au XVIII^{ème} siècle l'*usure maritime* ou l'*usure nautique* (Encyclopédie 1777).

(2) . Ce problème est mot pour mot — mais dans un cas plus simple : 3 colis au lieu de 4 — celui que pose Jacques Bernoulli dans l'article 77b de ses *Méditations* (voir AC, p.64). Dans l'article 87, Jacques a tenté une réponse qu'il n'a pas achevée devant la complexité des calculs que sa méthode engendrait (voir AC, p.71).

(3) . Hugo Grotius (Huig de Groot) (1583-1645), juriste et homme d'état hollandais, né à Delft et mort à Rostock. En 1625 il a publié le "De jure pacis et belli", mais il avait également collaboré au texte latin des œuvres mathématiques de Simon Stevin (1608).

(4) . Nicolas Bernoulli intervertit les nombres de ceux qui ont disparu et de ceux qui arrivent à bon port et veut dire "ou de 10 neuf sont parvenus".

(5) . Le base de calcul est la prescription de Grotius : l'intérêt du prêt à la grosse doit être supérieur à l'intérêt ordinaire et égal à 1 pour 100 par mois (il faut noter que c'est justement le taux de l'*usure centésime romaine* - voir la note 24 du Chapitre IV - qui devait être considérée comme l'*usure maximale* (tolérable ! puisque romaine).

. Nicolas montre mathématiquement qu'un intérêt de 50 pour 100 peut-être "juste".

. "Voici le texte d'un mémorandum, en date du 3 août 1384, extrait d'un de ses registres [Francesco di Marco da frato, un grand marchand Pisan] qui porte en titre : *Voici un registre de Francesco di Prato et compagnie, résidant à Pise, dans lequel nous écrivons toutes les assurances que nous ferons pour aurui. Que Dieu nous en fasse tirer profit et nous protège des dangers*" : nous assurons Baldo Ridolfi et Cie pour 100 florins d'or de laine chargés sur le bateau de Bartolomeo Vitale en transit de Peñisola à Porto Pisano. De ces 100 florins que nous assurons contre tous les risques, nous recevons 4 florins d'or comptant, comme en témoigne un acte de la main de Gherardo d'Ormanno que nous avons contresigné... Le dit bateau est arrivé à bon port à Porto Pisano, le 4 août 1384 et nous sommes déchargés des dits risques" (J. le Goff, *Marchands et banquiers du Moyen Age*, P.U.F., 1972, pp.27-28).

Soit 4 pour cent pour un voyage d'une journée !

(6) a : capital engagé

b : intérêt mensuel ordinaire (en valeur absolue)

x : intérêt nautique mensuel (en valeur absolue)

n : nombre de mois

p : nombre de bateaux indemnes

q : nombre de bateaux perdus

Dans p cas, a rapporte $a + nx$

Dans q cas, a rapporte 0

donc $\frac{p(a+nx) + q \cdot 0}{p+q}$ doit valoir autant que le prêt ordinaire $a + nb$

soit : $p(a+nx) = (p+q)(a+nb)$, c'est-à-dire $x = b + \frac{q(a+nb)}{pn}$.

Pour $a = 1200$ et $x = 12$ Nicolas cherche les valeurs de p, q, n :

donc : $12 = 5 + \frac{q(1200 + 5n)}{pn}$

et posons $q = 1$ (comme base de calcul de la proportion de bateaux qui arrivent à bon port)

$$7 = \frac{1200}{pn} + \frac{5}{p}$$

n	p
1	172,14...
2	86,42...
3	57,85...
4	43,57...
5	35
6	29,28...

. Nicolas a choisi la première valeur du paramètre n qui donne pour p un nombre entier, ce qui est nécessaire puisque p est un nombre de cas (un nombre de bateaux) ; il y a d'ailleurs 2 autres valeurs pour $n = 12$ et $p = 15$; $n = 40$ et $p = 5$.

. Nicolas aurait pu profiter de cet exemple pour mettre en évidence par des tableaux que l'intérêt nautique variait en fonction de la durée du voyage et des risques. Mais ce n'est pas du tout son but ici ! En fait, son calcul vise à montrer que ce que dit Grotius n'est pas "valable" ou réaliste puisqu'il ne conviendrait que pour des voyages assez long (5 mois) et avec des risques de perte assez faible, je suppose ! (1 sur 36) puisque plus de trois fois plus faible que le taux initial. Mais Grotius n'est pas n'importe qui, aussi faut-il probablement être discret dans la critique ! La question est plutôt, en dehors du traitement théorique qu'il pouvait développer, pouvait-on se procurer au début du XVIII^{ème} siècle des données statistiques sur les naufrages, le comportement des assureurs "nautiques".? Bien sûr, à Bâle !!

(7) . Il me semble que le raisonnement de Nicolas Bernoulli — peut-être par désir de rapidité — est ici fautif.

. En effet, si l'assureur a un profit de 3000 au bout des 16 ans, c'est qu'il a touché à la signature du contrat une somme C telle que :

$$C(1+\alpha)^{16} = 3000 \quad (\alpha \text{ le taux de l'intérêt légal : } 0,05).$$

Soit $C = 1374,334566$. D'après Nicolas, l'assureur devrait donc verser à la mort de l'enfant 2000 en plus de cette somme, soit $C' = 3374,334566$. Mais il me semble que Nicolas ne tient pas compte du fait que l'assureur a ce profit de 3000 au bout de 16 ans alors que l'assuré peut avoir son "profit" à n'importe quel moment au cours de ces 16 années... et le faire fructifier à 5 pour 100 jusqu'à la 16^{ème} année... Non ?

. Si l'assureur a un profit de 3000 dans 40 cas sur 100 au bout de 16 ans l'assuré a un profit qui dépend du moment où meurt l'enfant qui ne peut être comparé à celui de l'assureur que s'il est "actualisé" à 16 ans. Ainsi l'équivalence ne doit pas être entre 3000 dans 2 cas sur 5 contre 2000 dans 3 cas sur 5, mais de 3000 dans 2 cas sur 5 contre P "actualisé" et "pondéré" en fonction de la table de mortalité avec 60 cas en 16 ans qu'il faut redécomposer "au mieux" par année : soit 6 par année pour les 6 premières années (36) et 2,4 par année pour les 10 suivantes (24). Pour rester dans l'"ambiance" de Nicolas, prenons donc 500 personnes au lieu de 100 et les cas seront donc alors : 200 cas pour mourir après 16 ans, 30 cas pour mourir dans chacun des 6 premières années et 12 dans chacune des 10 suivantes.

. Si l'enfant meurt dans les 6 premières années, l'assuré touche P et peut le faire fructifier pendant 15 ans, sa valeur au bout des 16 ans est donc $P(1+\alpha)^{15}$ et cela dans 30 cas.

etc...

L'espérance de l'assuré est donc :

$$\frac{30 P(1+\alpha)^{15} + 30 P(1+\alpha)^{14} + \dots + 30 P(1+\alpha)^{10} + 12 P(1+\alpha)^9 + \dots + 12 P(1+\alpha) - 200.3000}{500}$$

et bien sûr elle doit être nulle.

$$\text{Donc } 1200 = \frac{3}{50} P ((1+\alpha)^{15} + \dots + (1+\alpha)^{10}) + \frac{6}{250} P ((1+\alpha)^9 + \dots + (1+\alpha))$$

$\beta = 1+\alpha$ et

$$1200 = \frac{P}{250} (15 \beta^{10} (1+\beta+\dots+\beta^5) + 6\beta(1+\beta+\dots+\beta^8))$$

$$300\,000 = P \left(15 \beta^{10} \frac{1-\beta^6}{1-\beta} + 6\beta \frac{1-\beta^9}{1-\beta} \right)$$

$$300\,000 = \frac{P}{\alpha} (15(\beta^{16} - \beta^{10}) + 6(\beta^{10} - \beta))$$

$$15\,000 = P(15 \cdot 0,553979961 + 6 \cdot 0,578894627)$$

$$\text{Soit } P = \frac{15000}{11,78306718} = 1273,013196.$$

C'est la quantité que l'assureur doit verser en plus de C si l'enfant meurt avant 16 ans.

Effectivement P est la valeur "actualisée" à 16 ans des 2000 que fait intervenir Nicolas Bernoulli et j'aurais pu écrire :

$$2000 = \frac{30 P(\beta^{15} + \dots + \beta^{10}) + 12 P(\beta^9 + \dots + \beta)}{300}$$

Je comprends maintenant que Nicolas n'est pas du tout "fautif" mais que "être comme 3000 à 2000" signifie en fait : selon le calcul que je viens de faire et qu'il ne fait pas, soit pour aller vite, soit plutôt (mais ce n'est pas exclusif du premier cas !) pour protéger un "secret" de professionnel "intéressant" !

CHAPITRE VII

(1) . Le problème des "Sénateurs Gênois" est posé, et partiellement résolu par Jacques Bernoulli dans l'article 89 des Méditations (voir AC, p.74).

$$(2) N = \binom{100}{5} = 75287520 \quad (\text{nombre de quintuplés de sénateurs})$$

$$n_5 = \binom{5}{5} \binom{95}{0} = 1 \quad (\text{avec les 5 sénateurs choisis, élus})$$

$$n_4 = \binom{5}{4} \binom{95}{1} = 475$$

$$n_3 = \binom{5}{3} \binom{95}{2} = 44650$$

$$n_2 = \binom{5}{2} \binom{95}{3} = 1384150$$

$$n_1 = \binom{5}{1} \binom{95}{4} = 15917725$$

$$n_0 = \binom{5}{0} \binom{95}{5} = 57940519$$

$$N = n_0 + n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5$$

Soit a_1, a_2, \dots, a_5 les gains selon le nombre de sénateurs choisis, élus :
avec une mise de 1 : $1 = \frac{a_1 n_1 + a_2 n_2 + \dots + a_5 n_5}{N}$

Avec le principe que les gains soient inversement proportionnels aux nombre de cas, on a en posant comme Nicolas a_5 comme inconnue :

$$\frac{n_1}{n_5} = \frac{a_5}{a_1} \quad \text{d'où} \quad a_1 = a_5 \frac{n_5}{n_1}$$

etc...

$$a_4 = a_5 \frac{n_5}{n_4}$$

$$\text{et } N = a_5 n_5 + a_5 \frac{n_5}{n_4} + \dots + a_5 n_5 = 5 a_5 n_5$$

$$\text{et } a_5 = \frac{N}{5 n_5} = \frac{75287520}{5} = 15.057.504$$

Petit tableau permettant de "visualiser" la fraude :

	Valeurs calculées	Valeurs promises
5	15.057.504	10.000
4	31.700	1.500
3	337,27	300
2	10,88	10
1	0,946	1

(3) . La "fraude" est donc d'environ 42%...

. A notre époque, où la justice triomphe chaque jour un peu plus, le "loto" redistribue aux joueurs 54,6% des sommes mises ("fraude" : 45,4%) ; la loterie nationale et les courses de chevaux, peut-être moins fascinantes, redistribuent respectivement 64% et 70% des mises.

(4) . Juan Caramuel y Lobkowitz (1606-1682), né à Madrid et mort à Milan, il entre dans l'ordre des cisterciens, étudie en Espagne et obtient un doctorat en théologie à Louvain. Il occupe ensuite des postes importants dans l'ordre Cistercien en Flandre, Bohême et Italie où il est évêque de Campagna quant il meurt. Parmi de très nombreux ouvrages (environ 70) sur de nombreux sujets, l'un des plus importants est sa "Mathesis biceps : Vetus et Nova" publiée à Campagna en 1670.

. Dans sa correspondance avec Montmort, Nicolas Bernoulli écrit dans sa lettre du 30 décembre 1712 (de Bruxelles où il se trouve venant d'Angleterre et allant en France) après avoir reconnu que De Moivre n'est venu qu'après lui, Montmort, dans le développement des idées de Pascal et Huygens sur la "Science du hasard" : "*Un jésuite nommé Caramuel, que j'ai cité dans ma thèse, a voulu pousser ces matières, et même critiqué M. Huyguens dans le traité qu'il nomme KYBEIA et qu'il a inséré dans ses grands Ouvrages de Mathématique ; mais comme tout ce qu'il donne n'est qu'un amas de paralogismes, je ne le compte pour rien*" [Montmort, Essay d'Analyse sur les jeux de Hasard, 2^e édition, 1713, p.387].

. Le livre "*Mathesis Biceps*" contient une partie intitulée "*Combinatoria*" (p.921-1036) et une partie intitulée "*Kybeia, quae Combinatoria genus est, de Alea et Ludis Fortunae serio disputans*" qui contient une réimpression du traité de Huygens mais qu'il attribue à l'astronome danois Longomontanus (1562-1647) [Todhunter-A history of the mathematical theory of probability, 1865, p.44-46].

(5) . J'ai traduit mot à mot, mais je n'ai pas trouvé l'expression en français à l'époque ; il existe par contre des "Roues de la Fortune" !

(6) . Il y a 8000 billets à 250 florins qui font 2.000.000 florins.

Les 1300 prix (noirs) se décomposent comme suit :

2 lots à	3.000 florins	font	6.000 florins
4 "	2.000 florins	"	8.000 florins
4 "	1.000 florins	"	4.000 florins
8 "	500 florins	"	4.000 florins
14 "	250 florins	"	3.500 florins
30 "	150 florins	"	4.500 florins
30 "	100 florins	"	3.000 florins
1208 "	30 florins	"	36.240 florins

Soit 1300 lots qui font 69.240 florins de rentes viagères.

. Les 6700 billets blancs produisent 100.500 florins de rentes viagères, plus 300 florins pour le premier et le dernier billet, c'est-à-dire un total de 100.800 florins.

. La loterie produit donc un total de 170.040 florins de rentes viagères.

. L'équivalence de 35.250 florins en obligation à 4% pour une rente viagère implique une équivalence pour 170.040 florins de rentes viagères de 1.997.970 florins en obligation. Le prix de l'ensemble des billets est donc plus élevé de 2.030 florins.

. Nicolas Bernoulli écrit que la rente viagère vaut 11,75 florins mais son prix réel, payé par les participants à la loterie est :

$$p = \frac{2.000.000}{170.040} = 11,762 \text{ florins pour 1 florin.}$$

. Effectivement, d'après les résultats de la page 33, le prix maximal d'une rente viagère doit être de 10,6 pour 1.

(7) . Il s'agit d'une taxe de 1 pour cent ou de 2 pour cent, perçue à toute mutation de propriété.

(8) . Effectivement, il faudrait le faire ! ... Comment peut-on être convaincu par quelqu'un qui après avoir fait des calculs aussi sophistiqués est aussi approximatif... (Voir les critiques qu'il fait dans le Chapitre IV !) ... à quoi bon !

CHAPITRE VIII

- (1) . Relativement à la loi 3 du Digeste dans le cas où elle demande une part d'héritage.
- (2) . Julius Paul (II-III^{ème} siècles), jurisconsulte romain (voir la note 29 du Chapitre IV).
- (3) . Théophraste (~371/70 - ~288/87), disciple d'Aristote, il lui succéda à la tête du Lycée (~322).
- (4) . Je suppose que pour Paul, ce qu'il néglige parce que cela arrive "une fois ou deux" ce sont les cas des quadruplés et des quintuplés ; son raisonnement est donc le suivant : les législateurs ont choisi une voie moyenne entre 1 et 5, c'est-à-dire 3 ; et 3 n'est pas "rare" du tout et c'est la sagesse de considérer ce qui peut arriver, alors que 4 ou 5 sont des nombres qui n'arrivent quasiment jamais. Voilà comment Paul, je suppose, utilise la citation de Théophraste.
- . La voie moyenne des législateurs est un mélange d'a priori arithmétique (la moyenne) et de justification d'ordre "statistique pifométrique". La voie moyenne de Nicolas Bernoulli est argumentée de manière parallèle.
- . Sa critique est que si on néglige ce qui arrive très rarement il faut prendre 2 mais alors il n'y a plus d'accord avec la moyenne arithmétique. On voit comment la "prudence qualitative", 2 ou même 3 ça peut arriver quelques fois, donc la moyenne arithmétique est "raisonnable", est remplacée par la "prudence quantitative" calculée effectivement ou presque (!) puisque Nicolas ne dispose pas — et ne cherche pas à avoir — de réelles statistiques. Son calcul d'espérance est "manipulé" pour obtenir une valeur entière !
- (5) . C'est-à-dire qui tient compte de 3 enfants.

CHAPITRE IX

- (1) . Commodataire : bénéficiaire d'un prêt à usage, c'est-à-dire d'un prêt gratuit qui oblige l'emprunteur à rendre la chose dans son individualité même. Le commodat ou prêt à usage (mutuum) est un prêt gratuit qui s'oppose au prêt non gratuit (foenus) ou prêt à usure.
- (2) . Digeste
- (3) . Cela paraît bien théorique ! Comment peut-on imaginer avoir des statistiques de ce type à propos des témoins ? (alors qu'il ne se pose même pas la question à propos des naissances).
- (4) . Là, c'est déjà plus réaliste !
 . Une fois encore (voir Chapitre II notes 4 et 12, Chapitre VI note 2, Chapitre VII note 1) notre Nicolas est pris en flagrant délit de "pillage" des Meditaciones de Jacques Bernoulli. En effet, à la fin de l'article 77, p.105, dans les exemples, le cinquième est très exactement celui que reprend ici Nicolas mot pour mot : "Divise le nombre de circonstances... par la somme des deux". (Voir AC p.47-48 et Meusnier 87, p.151).
- (5) . Nous voilà très, très loin de la subtilité de l'analyse de Jacques Bernoulli dans le Chapitre III de la IV^{ème} partie de l'Ars Conjectandi.
 . Il peut paraître surprenant que Nicolas qui a tant utilisé les travaux de son Oncle au début de sa thèse n'y ait pas recours ici... Il me semble surtout que les derniers chapitres sont de plus en plus "bâclés" et qu'il considère qu'il en a déjà assez fait !
- (6) . Jean de Coras - Coronis - (1513-1572), juriste français né et mort à Toulouse.
- (7) . Antoine Mornac - Mornacius - (1554-1620), juriste français né à Pallau et mort à Paris.

Corollaires

- (1) . De quoi s'agit-il ? Ce sont peut-être des questions annexes que le candidat développe oralement ou des questions qui lui sont posées.
- (2) . Envoi en possession : droit à entrer en possession d'un héritage.
- (3) . Digeste.
- (4) . Le calendrier romain comportait à l'origine 10 mois : 4 de 31 jours et 6 de 30 jours, soit 304 jours.
 . Sous Tarquin ou Numa (VIII^{ème}, VII^{ème} siècle avant J.-C.), Janvier et Février furent rajoutés : 4 mois de 31 jours, 7 de 29 et 1 de 28, soit 355 jours. Puis un mois intercalaire de 29 jours tous les 2 ans.
 . La réforme Julienne (I^{er} siècle avant J.-C.) adopte 3 années de 365 jours et une de 366 jours : le jour supplémentaire est ajouté le 24 février (6^{ème} jour bis avant les Calendes de Mars, bis sexto, jour bissextile, d'où l'année bissextile) il y a donc alors 12 mois de 31 ou 30 jours les années bissextiles, *février n'ayant que 29 jours les années normales*.
 . Plus tard quand le 8^{ème} mois fut dédié à Auguste (Octave) et qu'on lui attribua 31 jours on retira ce jour au pauvre mois de février qui a ainsi 28 jours 3 années sur 4.
- (5) . "Couper les cheveux en quatre", je suppose... restons couverts !
- (6) . ? De qui est ce poème subtilement flatteur ?

Index des notions

- A**
- absent : 12-40-42-44-46-48-50
 - accident : 56
 - affinité : 80
 - alliage : 16-18
 - ambigu : 16
 - amplitude : 54-62
 - analogie : 66
 - annuité : 54-58-60-66-74-80-84-88-90-92-98-108
 - arbitrage : 46-62
 - argent : 56-60-74-80-82-96-98-102-106-108
 - assignation : 42
 - assurance : 94-98
 - (police d') : 98
 - assuré : 100
 - assureur : 98-100
- B**
- billet : 106-108-110
- C**
- calcul : 16-18-20-22-34-36-38-40-70-74-84-86-88-90-102
 - calculer : 22-86-90
 - capital : 64-66-78-92-96-98-108
 - cas : 16-18-20-22-24-26-28-30-32-34-36-38-40-44-52-56-70-72-78-80-82-84-90-92-94-96-98-100-102-104-406-112-118-116-118
 - cause : 22-42-54-64-76
 - centre de gravité : 18-32
 - certain : 20-28-30-36-40-44-50-52-62-86-88-90-94-98-104-106-116
 - certainement : 16-24-26-68-88-112
 - certitude : 14-16-36-38-48
 - absolue : 16
 - entière : 14-16-36
 - intégrale : 16-36
 - choisir : 12-14
 - circonstance : 16-54-110-112-114
 - classe : 76-78-80
 - clause : 58-80
 - combinaison : 104
 - commodataire : 114-116-118

concession :	56
concours :	102-104
condition :	52-100-106-110
conjecture :	14-16-20-22-44-58-94
conjecturer :	12-14-16-20-22-94-100-102-112-116-118
connaissance :	22-62
constitution :	56-60-76-78-80
contingent :	54
contrat :	40-42-52-54-56-58-82-94-98
- d'achat-vente :	50
- d'assurance :	98
- de prêt :	96
- sur la vie :	40-56-80
- viager :	58
- contractant :	52-54-56
- controverse :	94
- convention :	54-80-82
- coutume :	18-22-54-84-102
- craindre :	30-88
- crainte :	20-94
- créancier :	96-98
- curateur :	42
D - décider :	12-40-62
- défaut :	24-54-74-112
- défavorable :	100
- degré :	
- de la certitude :	16
- de probabilité :	16-36
- de bonne foi :	114
- démontrer :	118
- déterminer :	20-30-40-96-100
- probablement :	30
- dieu :	12-20
- disposition :	44-46-50-74-110-112
- divine (science) :	12
- dot :	60-80
- doute :	40-54-56-86-106-112-114
- douteux :	14-16-18-38-52-56
- droit :	12-14-40-44-46-48-50-52-60-76-84-94-110-118
- canon :	56
- civil :	42-44

- d'accroissement : 76-78
 - durée : 44-46-54-82-90-98
 - de la vie humaine : 20
- E**
- efficacité : 22
 - égal : 24-30-32-36-38-54-62-64-68-84-86-98-102-116
 - également : 32-52-58-64-100
 - égalité : 58-100-106
 - élection : 102
 - enceinte : 110-112
 - envois en possession : 118
 - équilibre : 18
 - équitable : 80-100-106
 - équité : 50-54
 - espérance : 16-18-20-22-24-26-28-32-34-36-38-82-96
102-104-106-112
 - totale : 32-38
 - espérer : 20-26-28-30-80-94-96-104
 - espoir : 20-36-50-52-54-84-94-100-116
 - estimation : 20-60-90-92-94-98-116
 - estimer : 22-40-58-60-64-88-92-94-96-114
 - évaluer : 24
 - événement : 16-22-52-56
 - isolé : 56
 - exact : 22-38
 - exactement : 14-22-38-66
 - excès : 54-74-108-112
 - exemple : 16-18-20-22-28-30-34-36-38-48-52-56-62-68-70-72-
78-80-82-86-88-90-92-94-96-100-102-112-114-116
 - expérience : 22-90
- F**
- facile : 24-28-92
 - facilement : 16-22-66-72-82-88-96-98-100
 - facilité : 22-24-30-36-38-62-68-70-98
 - falcidie : 40-82-84-86-88-90-92-94-118
 - faux : 114
 - favorable : 100
 - foi (bonne) : 114
 - fortuit : 22-52-116-118
 - fortune (jarres) : 106
 - fraude : 104
 - futur : 22-26-50-52-88

- G**
- gagner : 20-100-102-116
 - gain : 22-30-52-102-104-104-106-108
 - géométrique (progression) : 64-116
 - géométriquement : 32
- H**
- habitude : 18-54-110
 - habituellement : 40-42-44-108
 - hasard : 22-50-54
 - jeux de : 16-20-22-102
 - héritage : 44-52-84-92-110-112-118
 - hériter : 56
 - héritier : 42-44-54-84-86-88-92-94
 - hypothèse : 40-72
- I**
- illicite : 56
 - impossible : 14-20
 - incertain : 14-16-20-22-42-44-52-60-84-88-110
 - incertitude : 50-56-58-80-84-88-94
 - indice : 114-116
 - indifférent : 22
 - inégalité : 116
 - infailliblement : 22
 - infini : 32
 - infortune : 96-116
 - inique : 116-118
 - injuste : 50-56-90-92-100-104
 - injustice : 56
 - instant : 24-28-30-32-98
 - intérêt : 54-60-64-66-76-78-80-92-96-98-100-106-108
110-114-118
 - intermédiaire : 64-88
 - légal : 82
 - mensuel : 96-98
 - nautique : 96-98
 - ordinaire : 64-96-98
 - intermédiaire : 18-20-28-38-64-88
 - interrompu : 94
 - isolé (événement) : 56
- J**
- jeu : 22-94-100-102-104-106-116
 - de hasard : 16-20-22-102
 - jouer : 100-104

- joueur : 44-100-102-104
 - judiciaire (action) : 42
 - juge : 16-48-50
 - avisé : 46-62
 - jugement : 14-90
 - juste : 56-58-62-64-72-76-78-88-98-110
 - prix : 40-52-54-58-60-62-64-66-68-82
 - justement : 18-56
 - justice : 44-58-106
 - jurisconsulte : 18-44-110-116-118
- L**
- légal (intérêt) : 82
 - légalement : 62-66
 - légataire : 84-86-88-90-92
 - législateur : 18-110
 - legs : 40-82-84-86-90-92-94
 - libre : 98
 - licite : 56-58-62-98-100-118
 - licitement : 56
 - location : 94
 - logarithme : 66-82
 - loi : 40-54-56-82-84-86-88-90-94-110-112-118
 - loterie : 100-106-108
 - loyer : 94
- M**
- maladie : 22
 - mathématiquement : 118
 - mathésis : 12
 - mélange : 18
 - mesurer : 14-16-114
 - méthode : 92
 - milieu : 18-24-110
 - mise : 100-102-104
 - modèle : 54-94
 - moitié : 16-24-30-36-48-52-54-62-64-82-88-110
 - moment : 18-20-30-36-42-46-52-84-102
 - moralement : 116
 - moyen (âge) : 58-60-88-90
 - (temps de vie) : 28-30-34
 - moyenne : 18-20-86
 - arithmétique : 16-68-72

- N**
- naturellement : 52-62
 - naufrage : 94-96
 - nécessairement : 50-64
 - négliger : 20
 - nombre (grand) : 28-30-32-34-38-48-56-86-110
 - nombreux : 22-96-100-102
 - normal : 54
 - normalement : 54-62-78
 - notification : 74
- O**
- obligation : 108
 - obscur : 18-54
 - observation : 22-24-38-40-48-90-100
 - observer : 24-80
 - obtenir : 20-26-30-54-80-94-98
 - opinion : 46-54-58-64
- P**
- paiement annuel : 64-66
 - pari : 94-100-102
 - parieur : 100-102-104
 - partage : 112
 - parti : 14
 - partie : 16-22-24-32-36-38-42-48-60-76-78-96-98
102-108-110-112
 - pension : 84
 - annuelle : 70-80
 - alimentaire : 40-56-62-82-84-86-88-92
 - perdre : 58-100-116
 - péril : 18-24-58-86-94-96-100-116
 - période : 24-38-44-86
 - perte : 22-30-52-94-98
 - pire : 20
 - poids : 18
 - possible : 14-22-34-40-112-116-118
 - posteriori (a) : 22
 - précis : 22
 - précisément : 36-62-92-94-98-114
 - préférable : 14-112
 - préjudice : 52-104-116-118
 - prescription : 42-50
 - présomption : 44-46-94
 - présumer : 22-24-44-86-112

- prêt : 54-96
- prêter : 86-96-98-116
- prêteur : 114-118
- preuve : 46-114
- prix : 18-20-50-52-54-58-60-62-64-66-68-70-72-74-80-82
88-90-92-94-96-98-100-102-106-108-116
- (juste) : 40-52-54-58-60-62-64-66-68-72-82
- priori (a) : 22-88
- probabilité (la) : 14-16-20-30-36-40-48-114
- (degré de) : 16-36
- de vie : 20-22-40-90-94-98
- probabilités : 14-16-18
- probable : 16-26-28-30-48-86
- (assez) : 48
- (plus) : 16-22-36-48-114
- (le plus) : 30-32-34
- (vie) : 28-34-58-68
- probablement : 16-20-24-26-28-30-40-52-62-66-68-78-110
- (le plus) : 30
- proche : 44-46-48-66-86-88
- procureur : 42
- procuration : 42
- profit : 64-80-88-98-116
- proportion : 22-60-68-80-108-116
- inverse : 102
- proportionné : 76-100-116
- propriété : 50-56-92
- prouver : 44
- prudent : 46
- publique (affaire) : 106
- (thèse) : 12

- Q** - quarte falcidie : 40-82-86-94
- quinconce : 60-66-80-82

- R** - raison : 12-22-30-38-40-50-52-56-58-60-62-64-66-68
70-74-78-80-84-86-88-94-98-110-112-118
- raisonnablement : 94
- rare : 110-112
- rarement : 20-110
- redevance : 56
- éteignable : 64

- personnelle : 62
 - réelle : 62
 - remboursable : 78
 - viagère : 54
 - réfléchi : 14
 - registre de décès : 22-24-40-48
 - réfuter : 46-56
 - règle : 16-18-24-50-62-84-98-100-104-108-114
 - arithmétique : 18
 - générale : 24-52-72
 - de société : 92
 - de trois : 48-98
 - universelle : 16
 - règlement : 102-104
 - remède : 52-82
 - rente : 50-54-56-58-60-62-64-66-68-70-72-74-76-78
80-82-106-108
 - annuelle sur la vie : 56-66
 - perpétuelle : 60-90
 - rachetable : 60
 - temporaire : 60-68-70-78
 - viagère : 12-50-54-56-58-60-62-64-68-70-74-76-78-80
82-90-106-108
 - rescision : 40-54-82
 - responsable : 114
 - ressemblance : 16
 - risquer : 100-116
- S**
- sagesse : 18-110
 - scientifique : 22
 - scientifiquement : 22
 - semblable : 18-22-86-116
 - société (règle de) : 92
 - sort (tirage au) : 18-22-102
 - souhaiter : 20-56
 - soupçon : 114
 - soupçonner : 51-82-84-114
 - souvent (assez) : 96
(le plus) : 18-22-60
 - stipulation : 42
 - succession : 40
 - supposer : 16-24-28-32-36-38-54-64-68-80-92
 - supputer : 20-30-34-90-114

- sûr (à coup) : 80
 - (plus): 14
 - sûreté : 22
- T**
- table : 70-72-80-88
 - tacitement : 64
 - taux d'intérêt : 96-98-108
 - témoignage : 40-44-114
 - témoin : 114
 - temps (laps de) : 44-48-80
 - temps de vie : 20-26-28-30-32-34-38-68
 - future : 26
 - le plus court : 28
 - le plus long : 28-30
 - probable : 26-28-30
 - le plus probable : 22-26-28-30
 - traité : 12-14-16-20-56-90-102
 - transaction : 62
 - tuteur : 42
- U**
- urne : 106
 - usucapion : 50
 - usufruit : 40-51-54-56-82-84-90-92
 - usuraire : 56-62-82
 - utilité : 20-40-50-56
- V**
- valeur : 16-18-20-28-32-52-66-68-70-72-88-90-98
104-108-116
 - des lettres : 98-104
 - valoir : 42-51-82-84-96-108
 - vérité : 16-22-38-44-58-86-106-110-114
 - véritable (prix) : 68
 - viager : 58-62-64
 - vie civile : 40
 - vrai : 22-24-40-54-60-64-104-114-116
 - vraisemblable : 18-58

Index des noms de personnes

A	Alciati, Andrea (1492-1550)	42-48
B	Baldo degli Ubaldi (~1320-1400)	58(3)
	Bartolo da Sassoferrato (1313-1357)	44(2)
	Bernoulli, Jacques (1654-1705)	12-118
	Bernoulli, Jean (1667-1748)	12-118
	Besold, Christoph (1577-1638)	44-46(2)
	Binsfeld, Petrus (? -1598)	56
	Bohier, Nicolas (1469-1539)	56
	Bont, Guillaume (? -1454)	56-60
	Brunnemann, Johann (1608-1672)	54
	Buntz, Johann (XVIIe)	44-48
C	Caramuel y Lobkowitz, Juan (1606-1682)	104
	Carpzov, Benedikt (1595-1666)	44-46-52
	Choppin, René (1537-1606)	44
	Christijnen, Paul van (1553-1631)	44
	Cicéron, Marcus Tullius (106-43)	14
	Clément V (? 1305 -1314)	56
	Commelin, Caspar (1636-1693)	72
	Constantin, Caius Flavius (274-337)	44
	Coras, Jean de (1513-1572)	116
	Cothmann, Ernst (1557-1624)	46
	Covarrubias y Leiva, Diego (1512-1577)	60
	Cravetta, Aimone (1504-1569)	52
	Cujas, Jacques (1522-1590)	42
	Cumani, Raffaele (? -1427)	58
D	Decio, Filippo (1454-~1535)	56
	Domat, Jean (1625-1696)	90(C)
	Doneau, Hugues (1527-1591)	52
	Dumoulin, Charles (1500-1566)	56-58(2)
F	Fabre, Antoine (1557-1624)	44
	Finckelthaus, Sigismund (? -1644)	46(3)
	Frantzke, Georg (1594-1659)	60(3)-88

G	Gailius, Andreas (1525-1587)	42-56-58
	Goeddaeus, Johann (1555-1632)	42(2)
	Godefroy, Denis (1549-1621)	44
	Gomez, Antonio (XVIe)	52-94
	Gratianus, Stephanus (XVIe-XVIIe)	46-56
	Grotius, Hugo (1583-1645)	96
	Gutierrez, Juan (XVIe)	60
H	Henri de Gand (~1217-1293)	56
	Hilliger, Oswald (1583-1619)	52
	Huygens, Christiaan (1629-1693)	16-20-22-102
J	Julien, Salvius (IIe)	44
K	Klock, Caspar (1583-1655)	44
L	Lincker, Nicolaus Christoph von (1643-1726)	56(C)
	Lupo, Giambattista (XVIe)	58
M	Macrus, Aemilius (IIe-IIIe)	88
	Mascardi, Giuseppe (? -1588)	44(2)-52
	Menochio, Giacomo (1532-1607)	46
	Mevius, David (1609-1670)	44-52
	Meyer, Justus (~1566-1622)	12
	Molina, Luis de (1536-1600)	52-56(2)-62-98
	Mornac, Antoine (1554-1620)	116
	Müller, Peter (1640-1696)	56
	Mynsinger, Joachim (1517-1588)	52
O	Oldradi da Ponte (? -1335)	58(C)
P	Paul, Julius (IIe-IIIe)	110(C)
	Pufendorf, Samuel von (1632-1694)	54(2)(C)-100-106-116
R	Richter, Christoph (1602-1673)	46(2)-52
	Rodriguez, Caspar (XVIe)	56(2)-60
	Romani (1409-1439)	58(C)
S	Sande, Johann van den (? -1638)	94
	Scaccia, Sigismondo (? --1620)	56-62-98
	Schneidewein, Johann (1519-1568)	42
	Schooten, Frans van (1615-1660)	22

	Schütz, Johann Jacob (XVIIe)	52
	Solis, Feliciano de (XVIe)	60
	Struve, Georg-Adam (1619-1692)	44-52(2)
	Sordi, Giampiero (XVIe)	56(2)-58
T	Térence, Publius (194-159)	42
	Theophraste (371-286)	110(2)
	Thomae, Johann (1624-1680)	86
	Titius, Gottlieb Gerhard (1661-1714)	22(2)-51-84-86(3)- 88(3)-90(2)-92(2)
U	Ulpian, Domitianus (? - 228)	51(2)-62-84(2)-86- 88-90
V	Virgile, Publius (70-19)	42
W	Wehner, Paul Matthias (1583-1612)	58(C)

Bibliographie

- Die Werke von Jakob Bernoulli, T.III, Birkhäuser, Basel, 1975.
(Contient une réédition du "De usu artis conjectandi in jure" de 1709).
- BERNOULLI, N., (1711), "Specimina artis conjectandi, ad quaestiones juris applicatae", *Acta eruditorum*, supp. 1711.
- COUMET, E., (1970), "La théorie du hasard est-elle née par hasard ?", in *Annales : Économie, Sociétés, Civilisations*, 25, 574-598.
- DASTON, L., (1988), *Classical Probability in the Enlightenment*, Princeton University Press.
- FLECKENSTEIN, J.O., (1973), "Bernoulli, Nikolaus I", in *Dictionary of Scientific Biography*, T.II, Ch. Scribner's sons, New York, 56-57.
- HALD, A., (1990), *A History of Probability and Statistics*, John Wiley and sons.
- KOHLI, K., (1975), "Kommentar zur Dissertation von Niklaus Bernoulli : De usu artis conjectandi in jure", in *Die Werke von Jakob Bernoulli*, T.III, 541-556.
- MEUSNIER, N., (1987), *Jacques Bernoulli et l'Ars Conjectandi*, IREM, Rouen.
- MEUSNIER, N., (1990), *Argumentation et démonstration : à quoi sert la démonstration de la "loi des grands nombres" de Jacques Bernoulli*, IREM, Lyon.
- RASHED, R., (1974), *Condorcet. Mathématique et société*, Paris, Herman.
- TODHUNTER, I., (1865), *A History of the Mathematical Theory of Probability*, Cambridge, (reprint Chelsea, 1965).

