

«Muestreo» (*An elementary manual of statistics*)¹

ARTHUR L. BOWLEY

The University of London

PRESENTACIÓN

El texto de Arthur Bowley² que presentamos a continuación, fue publicado en 1910 como capítulo de *An elementary manual of statistics*, y aunque no era su primer manual de estadística, pues *Elements of Statistics* fue publicado en 1901, si era el primero que incluía un capítulo dedicado a *muestreo*. En el de 1901, Bowley analizaba las probabilidades algebraicas y explicaba la ley de los grandes números, así como las aplicaciones de la ley del error, pero no presentaba un capítulo parecido a lo que hoy entendemos por teoría muestral. Habrá que esperar hasta 1906 para que Arthur L. Bowley, presente con claridad los rudimentos técnicos de la teoría muestral, en la línea de los trabajos oficialmente presentados por Edgeworth en el coloquio del ISI celebrado en París en 1909³.

Tal vez, la presentación más relevante que Bowley hizo del tema fue la *Presidential Address to the Economic Section of the British Association for the Advanced Sciences*, realizada en 1906 y publicada ese mismo año en el boletín de la

¹ «Sampling», en Arthur L. Bowley, *An Elementary Manual of Statistics*, 6.ª ed., Londres, Macdonald and Evans, 1948 [e.o.: 1939, 1.ª ed.: 1910], cap. VII, pp. 67-74. Traducción: Julio A. del Pino Artacho.

² Arthur Bowley (1868-1957) estudió Matemáticas y bajo la influencia de Edgeworth y Marshall se orientó hacia la Economía y la Sociología. En 1915 comienza a impartir clases de Estadística Económica, y en 1919 ocupa la primera cátedra de Estadística de la Universidad de Londres. Miembro de la London School of Economics desde sus comienzos, ocupó puestos de responsabilidad hasta 1936. Trabajó sobre la definición y medida del producto nacional, y su encuesta sobre la vivienda de la clase obrera «*Livelihood and Poverty*», publicada en 1915, estuvo a la cabeza de los estudios estadísticos por sus innovaciones metodológicas. Su trabajo más importante tal vez sea *New Survey of London Life and Labour*, realizado entre 1930-1935. Fue, también, uno de los fundadores de la *International Econometric Society*.

³ EDGEWORTH F. Y. *On the application of the calculus of probabilities to statistics* IIS, XII Session, Paris, 1909, pp. 505-551. Véase DESROSIERES, A.: *La politique des grands nombres* Editions la Decouverte, Paris, 1933, p. 275. También: *El administrador y el científico* en ARRIBAS, J. M. y BARBUT, M. *Estadística y Sociedad*, UNED, 2002, p.143. y ARRIBAS, J. M. «Presentación del texto de A L BOWLEY "La aplicación del muestreo a los problemas económicos y sociológicos"», *Empiria*, n.º 5, 2002, UNED. pp. 195-199.

Royal Statistical Society⁴. Allí propuso por primera vez *enunciados* del tipo $24s. \pm 6d.$, adoptando la desviación típica como medida de seguridad. (*en una curva normal de frecuencias, sobre dos tercios del área están en la desviación típica*). El nuevo método contaba así con una doble vía de aproximación: la propuesta de Pearson, es decir, el ajuste de las observaciones determinando una curva de frecuencia que permitiera asignar la probabilidad de las observaciones; y la de Edgeworth, que consistía en aceptar la ley generalizada de los grandes números y determinar a priori cuando puede esperarse dicha ley. Con unos ejemplos tomado del Investor's Record y del Almanaque Náutico, Bowley remarcaba que la precisión, en ningún modo depende del tamaño del grupo del que se extrae la muestra, sino *sólo de su naturaleza y del número de muestras que tomamos*. La precisión, por tanto, puede *hacerse tan grande como se quiera, y el error probable y posible puede hacerse tan pequeño como queramos, con solo aumentar el tamaño de la muestra*. Alain Desrosieres considera este texto de 1906 el momento seminal en el que se produce el tránsito desde el *margen de error* de los astrónomos hasta el optimista *intervalo de confianza* que utilizamos en la actualidad⁵.

La *Presidential Address to the Economic Section...*, sin embargo, no era un manual, no era un corpus completo de la disciplina, no era «una obra didáctica en la que se expone de forma sistemática un conjunto de temas» o una «convención en el que se materializa un consenso provisional»⁶. El manual del que hemos extraído este texto, es un *tratado* de época que nos da cuenta de los temas que conforman en ese momento la disciplina estadística⁷ y que además, nos habla de delicados consensos. Un año más tarde aparecería el famoso manual de George Udny Yule *An Introduction to the theory of Statistics* que pasará muy pronto a convertirse en el verdadero *canon* de la moderna estadística matemática⁸.

⁴ BOWLEY, A. L. *Presidential Adress to the Economic Section of the British Association for the Advanced Sciences*. Journal of the Royal Statistical Society, 1909. Véase ARRIBAS, J. M. «Les debuts de la statistique mathématique en Espagne (1914-1936)», *Mathématiques et Sciences Humaines*, n.º 166, CAMS. École des Hautes Études en Sciences Sociales, París, 2004, pp. 25-46.

⁵ DESROSIERES, A., *La Politique des grands nombres*. Éditions la découverte, París, 1993, p. 275.

⁶ ARMATTE, M. *La Statistique à travers ses traités*. Revue de synthèse, n.º 2, 1991, p. 163.

⁷ El manual constaba de 247 páginas y estaba organizado en dos partes y unos apéndices. En la parte I aparecía nueve capítulos (Naturaleza y uso de las estadísticas, seguridad y aproximación, media, seguridad con las medias, uso de diagramas, tabulación, muestreo, normas para el uso de las estadísticas publicadas, métodos de análisis estadístico) y en la parte II, diez más (Censos de Población, nacimientos-matrimonios-muertes, comercio y transporte, precios, producción, salarios, empleo, otras estadísticas de la clase obrera, rentas y capital, impuestos)

⁸ El manual de Yule dedicaba la tercera parte del libro a la teoría de muestras, todo un acierto que va hacer del manual un texto de referencia hasta 1937, cuando realiza una revisión completa del texto con Kendall (undécima edición). El índice consta de una «Introducción» dedicada a la definición de *Estadística*, una «Primera parte» dedicada a la teoría de los atributos en la que trata de terminología, consistencia, asociación de variables y tablas de clasificación. Una «Segunda Parte» dedicada a las distribuciones de frecuencias, medias, medidas de dispersión y correlación, una «Tercera Parte» dedicada a teoría muestral, así como unos «Anexos» con tablas. En total, la teoría muestral ocupa prácticamente la tercera parte del texto. Algo insólito para la época que llevó a Neymman a considerarlo como el mejor libro de estadística que se había escrito nunca.

A lo largo de todo el siglo XIX, los tratados de estadística fueron guías prácticas respecto al modo como el Estado debe elaborar las estadísticas demográficas, sanitarias, de delitos, comercio, etc., sólo en algunos casos se presentaban aplicaciones del cálculo de probabilidades ligadas a la astronomía y las prácticas militares. Pero a medida que la estadística se va haciendo menos administrativa y recurre a la matemática, comienza a consagrar el predominio del modelo lineal, sobre todo la regresión y la correlación, como marco de referencia. En una primera fase, los desarrollos de la biología y la eugenesia tuvieron una gran influencia en los trabajos de Karl Pearson, y a comienzos del siglo XX, el modelo lineal comenzó a introducirse en la economía, sobre todo en lo relativo a movimientos de precios y tipos de interés; será la época dorada de los barómetros de Harvard⁹. En el primer tercio del siglo XX va a producirse, en cambio, la emergencia del método representativo¹⁰ que pasa a convertirse en el verdadero núcleo de la estadística matemática. Con el desarrollo de nuevos campos científicos como la física matemática (la física atómica) y la econometría, la teoría muestral representa un cambio de paradigma, el nacimiento de una nueva ciencia definida por *el método*¹¹ y un nuevo sistema de medida. Los trabajos de Bowley junto a los del resto de sus colegas configuran el vasto programa de construcción de una nueva disciplina científica que hundía sus raíces en la rica tradición británica de la ciencia experimental.

El motivo por el que hemos seleccionado «Sampling» no es tanto por sus aportaciones técnicas o matemáticas, como por el hecho de que nos muestra una primera etapa del proceso de construcción de esa disciplina. Desde un punto de vista práctico, Bowley da una serie de consejos sobre el modo como debe desarrollarse el proceso de selección de las muestras para que todos los elementos de la población tengan las mismas probabilidades de ser elegidos. Asunto nada fácil cuando nos enfrentamos en la vida real con colectivos que no se dejan encerrar en el interior de una urna (procesos de selección mixto y aleatorio, muestreo estratificado...). Después nos muestra como *la precisión no depende en ningún caso del tamaño del colectivo* del que se extrae la muestra —hoy diríamos de la población de la que se extrae la muestra— creencia todavía muy extendida entre los estudiantes que se acercan por primera vez a la disciplina, y después ilustra con ejemplos de *dividendos* pagados por

⁹ Véase ARMATTE, M. *Conjonctions, conjuncture et conjecture. Les baromètres économiques (1885-1930)*, Histoire & Mesure, 1992, VII-1/2, pp. 99-149.

¹⁰ Conviene recordar que el camino para la aceptación del método representativo no fue fácil. Los estadísticos oficiales no iniciaron hasta muy avanzado el siglo XIX, experiencias y reuniones científicas con objeto de introducir el método aleatorio en la elaboración de las estadísticas administrativas. A partir de 1895, el estadístico noruego Kiaer presenta comunicaciones en los congresos del Instituto Internacional de Estadística sobre el método representativo, y es en las reuniones de Berna, San Petesburgo en 1897 y Budapest en 1901 (donde Kiaer lee la carta de adhesión del responsable del *Department of Labour* americano) cuando se discuten de manera oficial la validez de los datos estadísticos obtenidos con pequeñas muestras hasta su pleno reconocimiento en el coloquio de Roma de 1925.

¹¹ Desde el siglo XVII, *el método* se convierte en el núcleo duro de la nueva ciencia experimental. Bacon, Descartes, Hobbes, Hooke y tantos otros tenían una confianza total en su capacidad para comprender la naturaleza a condición de que el espíritu fuese disciplinado por *el buen método*. Véase SHAPIN, S. «La Révolution Scientifique», Flammarión, 1998. Título original «The Scientific Revolution», 1996.

las empresas a los accionistas, cómo a medida que las muestras son más grandes, tenemos mayor posibilidad de acertar, es decir, de acercarnos al verdadero valor. Hay también un ejemplo de cartas en el que incluye una nota matemática y sobre la que conviene hacer alguna precisión. Utiliza el conjunto de las cartas para el cálculo de la probabilidad (sobre un total de 1820 cartas, si la probabilidad de obtener figuras es del 23,08%, en términos absolutos es de 420 figuras).

En la selección al azar de 91 cartas, la frecuencia relativa de las figuras fue de 21/91, lo que hace 420, sobre el colectivo de 1820. Esa proporción es la cantidad que toma como media sobre la que se va a sumar y restar una cantidad que viene determinada por el error típico, es decir, la desviación típica, que va a multiplicar por 2/3 porque *en una curva normal sobre dos tercios de área están en \pm la desviación típica*, como sostenía en el texto de 1906. En el texto de 1936, la terminología será más actual: *lo importante*, nos dice allí, es *el universal $1/\sqrt{n}$* (en el texto de 1910 llama *m* a lo que ahora es *n*) donde *n* es el número de unidades incluidas en la muestra, lo que sigue en importancia es *p*, la proporción del atributo en el universo de estudio, o *S*, (*p*, *1-p* en el texto de 1910 texto porque trata de proporciones) *la desviación típica, cuando estamos considerando variables*, y pone un ejemplo de la *New London Survey* en el que estima el intervalo de confianza para un porcentaje con \pm una σ , utilizando la terminología moderna, o también podríamos decir con una probabilidad del 68,26%.

En definitiva, un texto modesto desde el punto de vista matemático, e incluso del interés sociológico (Mucho más interesante a este respecto el texto de 1936: *The application of sampling to economic and sociological problems*, publicado en el *Journal of the American Statistical Association* (Vol. 31, n.º 195, *Empiria* n.º 5), pero que constituye un excelente documento sobre el estado de la disciplina en 1910. En todo caso, lo más sorprendente para los que quieren dedicarse a la sociología del libro de texto, es que este capítulo no fue modificado ni ampliado en las ediciones posteriores. En la edición de 1928 se actualizaron los capítulos relativos a los censos de población comercio, precios, producción, empleo, etc, pero el tratado que había sido escrito por uno de los principales responsables de la moderna teoría muestral continuó con las modestas ocho páginas (sobre un total de 247) que el lector tiene a continuación.

José M. ARRIBAS MACHO

Departamento de Sociología I,

Teoría, Metodología y Cambio Social, UNED

MUESTREO

1. No siempre es necesario obtener completa información de todos los miembros de un grupo para dar cuenta adecuada del mismo. La mayoría de los juicios en la práctica se forman a partir de la experiencia con un limitado número de ejemplos. Las compras se hacen frecuentemente después de examinar una muestra. La aceptabilidad de una remesa de mercancía se prueba examinando y probando unas pocas piezas, casos, paquetes, etc. El rendimiento probable de una mina se estima evaluando una pequeña cantidad de hierro. La calidad del suministro de agua se establece a través del examen bacteriológico de una cantidad microscópica. Tales métodos no son sólo maneras de ahorrar tiempo y espacio, sino que son absolutamente necesarios en algunos casos. Para probar, a menudo se destruye la mercancía, por ejemplo, cuando se abre una lata o se determina la dureza de una barra de acero y, además, es frecuentemente impracticable evaluar cada parte, como por ejemplo en el caso de una mina, cuyo contenido no es completamente conocido hasta que se agota.

2. El primer principio de una investigación con muestra es que todos los miembros del grupo considerado tengan la oportunidad más parecida posible de ser incluidos en la muestra. Esto puede asegurarse a través de una selección mixta o de una selección aleatoria.

Mixta.—Supongamos que se requiere evaluar la cantidad de oro en varias cubetas de residuos de la Casa de la Moneda (*Mint*), o la cantidad de alcohol en muchas cajas de vino, por tomar dos casos eminentemente prácticos. En el primer caso, extraemos pequeñas cantidades iguales de polvo de cerca de la tapa, del medio y del fondo de la cubeta. Mezclamos bien cada muestra, cogemos una fracción igual de cada una y mezclamos (por ejemplo) cuatro juntas; repetimos este proceso de mezcla y división hasta que obtenemos una cantidad suficientemente pequeña para ser evaluada. En todo el proceso, los métodos de elección, mezcla y división estarán encaminados a neutralizar cualquier irregularidad física de peso, forma, etc., que podría destruir la naturaleza azarosa de la selección. Para conseguir que sea correcto, el proceso debe repetirse, por ejemplo, cuatro veces; podemos esperar que el resultado verdadero esté dentro de las divergencias mostradas por las cuatro medidas.

3. *Selección aleatoria.*—Ésta se asegura a menudo por el proceso de difusión de los contingentes de mercancías, etc., marcando uno aquí y otro allí, eludiendo el primero, el último y los más evidentes, y testando los objetos marcados. Otro método es dividir los objetos en grupos iguales y coger uno al azar de cada grupo. El modo más científico es asegurar oportunidades absolutamente iguales numerando todo el grupo consecutivamente, escribiendo los números en etiquetas y mezclándolas; finalmente, se elige al azar algunas de las etiquetas y se examinan los objetos con los números correspondientes. Para evitar el escribir y sortear, algunas veces se seleccionan aleatoriamente los dígitos a través de tablas matemáticas que son utilizadas como si fueran números elegidos al azar.

Como antes, la exactitud del resultado (si es el caso de una medida) debe ser probada repitiendo el proceso, variando la selección cada vez.

4. Para llevar a cabo con éxito los procesos arriba señalados en una investigación social o de otro tipo, que sea menos concreta que el examen de una remesa de mercancía, el primer paso es la definición cuidadosa y exacta del grupo que se va a evaluar. Si, por ejemplo, estamos examinando la condición física de los escolares, debemos delimitar el área de estudio, listar todos los colegios y averiguar el número de niños matriculados. El grupo así seleccionado sería coextensivo con el concepto de «escolares matriculados». En la medición, debemos tener en cuenta tanto a los niños presentes como a los ausentes, en el caso de salir elegidos en el proceso de selección utilizado, porque, de otro modo, estaríamos utilizando el grupo más pequeño de los «escolares presentes en el colegio»; esto podría dar resultados imperfectos, porque el grupo de niños ausentes puede contener una gran proporción de alumnos menos capacitados físicamente. En todo caso, el grupo seleccionado así no contendría a los niños que no sean del distrito ni a los que son especialmente tratados en instituciones.

La tentación siempre es medir lo más obvio y fácilmente accesible. Pero si hacemos esto, nuestra muestra será de «lo accesible», no del grupo entero. De este modo, los presupuestos de gasto de la clase trabajadora que a menudo se publican no son típicos de toda la clase trabajadora sino de aquella parte de la clase trabajadora que es suficientemente capaz para tener recuerdo de los mismos y está dispuesta a comunicar detalles de su vida privada. En particular, el gasto en bebida es infraestimado.

5. *Determinación de los promedios.*—El sentido común dicta que a mayor número de objetos incluidos en la medida muestral, y a igualdad de condiciones, más acertado será el cálculo de la media; en el capítulo IV se estableció que la precisión crecía tanto como la raíz cuadrada del tamaño escogido. Esta precisión no depende en ningún caso del *tamaño del grupo* del que se escoge la muestra. La altura media de todos los hombres ingleses puede hallarse con la misma precisión con el mismo número de mediciones que si buscáramos la media de una ciudad, *si en ambos casos todos los individuos tienen las mismas oportunidades de inclusión*. Los siguientes ejemplos ilustran, junto a otras cuestiones, el incremento de precisión a medida que se incluyen más individuos en la muestra.

(a) De entre los dividendos pagados por 3878 empresas, se eligen al azar cuarenta grupos de diez.

Las dividendos medios obtenidos de estos cuarenta grupos son como sigue:

| PROMEDIOS DE 10 EMPRESAS ELEGIDAS AL AZAR | | | |
|---|----|----|-----------------------|
| Promedio aproximado de los tipos de dividendo | | | Número de ocurrencias |
| £ | s. | d. | |
| 5 | 0 | 0 | 1 |
| 4 | 18 | 6 | 3 |
| 4 | 17 | 0 | 5 |
| 4 | 15 | 6 | 7 |
| 4 | 14 | 0 | 6 |
| 4 | 13 | 0 | 8 |
| 4 | 11 | 6 | 7 |
| 4 | 10 | 0 | 3 |

El promedio de las 400 empresas contenidas en los 40 grupos fue de 4 £, 14 s., 11 d.

Los tipos originales varían entre 0 y 103%. Los promedios de 10 están entre 4 £ 10 s. y 5£ 1 s. Así, es prácticamente seguro que el promedio de todos está entre esos límites y no lejos del promedio de los 40 grupos, es decir, 4£ 14 s. 11 d.* De hecho, se constata que es 4£ 15 s. 7 d. cuando se incluyen todas las empresas.

(b) Se mezclan juntas un buen número de barajas de naipes y se escogen 32 grupos de 3 cartas. Se suman los símbolos del palo de las cartas de cada grupo, sumando cero en el caso de que salgan jotas, reinas y reyes. Los resultados son

| Suma total de las cartas sobre grupos de tres, en orden de selección | Total sobre 12 cartas | Promedio por carta | Total sobre 24 cartas | Promedio por carta | Total sobre 48 cartas | Promedio por carta | Total sobre 12 cartas |
|--|-----------------------|--------------------|-----------------------|--------------------|-----------------------|--------------------|---------------------------|
| 5 | } 56 | 4,7 | } 121 | 5,0 | } 206 | 4,29 | } Total 402 Media 4,19 |
| 16 | | | | | | | |
| 17 | | | | | | | |
| 18 | | | | | | | |
| 14 | } 65 | 5,4 | } | } | | | |
| 19 | | | | | | | |
| 24 | | | | | | | |
| 8 | } 40 | 3,3 | } 85 | 3,5 | | | |
| 8 | | | | | | | |
| 5 | | | | | | | |
| 8 | | | | | | | |
| 19 | } 45 | 3,75 | } | } | | | |
| 9 | | | | | | | |
| 10 | | | | | | | |
| 18 | } 35 | 2,9 | } 100 | 4,2 | | | |
| 8 | | | | | | | |
| 11 | | | | | | | |
| 15 | | | | | | | |
| 9 | } 65 | 5,4 | } | } | | | |
| 17 | | | | | | | |
| 18 | | | | | | | |
| 14 | | | | | | | |
| 16 | } 46 | 3,8 | } | } | | | |
| 10 | | | | | | | |
| 7 | | | | | | | |
| 7 | } 50 | 4,2 | } 96 | 4,0 | | | |
| 22 | | | | | | | |
| 22 | | | | | | | |
| 17 | | | | | | | |
| 5 | | | | | | | |
| 6 | | | | | | | |

* Estas cifras, junto a mediciones más refinadas se ofrecen en *Statistical Journal*, 1906, pp. 550-53.

El valor de las cartas originales varía entre 0 y 10; los promedios de 3, lo hacen entre 0 y 8; los de 12, entre 2,9 y 5,4; los de 24, entre 3,5 y 5,0. Así pues, es prácticamente seguro que el promedio de todas esté entre (digamos) 3,5 y 5,0, y, por tanto, 4,19 es una buena aproximación. De hecho, cada palo de 13 cartas suma 55 símbolos del palo (contando 0 las figuras), y el promedio es 4,23.

6. Aunque el cálculo del promedio tiene una gran importancia práctica para valorar el grupo y otras operaciones aritméticas, a menudo resulta igualmente importante conocer las proporciones de las diferentes clases que componen el grupo, como por ejemplo el número de familias de cada 1000 cuyos ingresos están por debajo de 2£ a la semana o el número de niños por cada 1000 afectados por dolencias de garganta durante un tratamiento. Los siguientes ejemplos muestran un método a seguir:

(a) Las 400 empresas del anterior ejemplo se dividieron en 4 grupos de 100, y se tabularon de acuerdo al tipo de dividendos pagado.

| Tipo de dividendo | N.º de compañías | | | | Todos | % Estimado | % Real |
|-------------------|------------------|------------|------------|------------|-------|------------|--------|
| | 1.º 100 | 2.º 100 | 3.º 100 | 4.º 100 | | | |
| Nada | 6 | 5 | 8 | 9 | 28 | 7 | 6,0 |
| De 1£ hasta 3£ | 3 | 0 | 3 | 0 | 6 | 1,5 | 1,5 |
| De 3£ hasta 4£ | 34 | 23 | 29 | 22 | 108 | 27 | 27,2 |
| De 4£ hasta 5£ | 25 | 30 | 28 | 34 | 117 | 29,25 | 31,1 |
| De 5£ hasta 6£ | 13 | 18 | 16 | 13 | 60 | 15 | 17,7 |
| De 6£ hasta 8£ | 9 | 16 | 9 | 14 | 48 | 12 | 10,8 |
| De 8£ en adelante | 10 | 8 | 7 | 8 | 33 | 8,25 | 5,7 |
| | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 |

La penúltima columna muestra la distribución estimada de la muestra de 400; las cuatro primeras columnas muestran hasta qué punto las estimaciones son fiables. Así, es prácticamente seguro que bastantes más de la mitad de las empresas pagaron entre 3£ y 5£, estando la diferencia entre grupos sólo entre 53 y 59. Las cifras entre 1£ y 3£ son dudosas. La última fila, que contiene dividendos excepcionalmente altos es *a priori* incierta; es fácil que la muestra incluya demasiados o demasiados pocos casos raros. El método sólo puede ser fiable para las categorías grandes intermedias. La última columna muestra la distribución real de las 3878 empresas de las que se escogieron las muestras*.

* Para el test de precisión *a priori*, véase otra vez *Statistical Journal*, 1906, p. 553.

(b) En la selección de 91 cartas (incluyendo todas menos las últimas cinco del anterior ejemplo), la selección real de las diferentes cartas fue:

| | | | |
|---------|---|---|----|
| As..... | 8 | } | 20 |
| 2..... | 8 | | |
| 3..... | 5 | | |
| 4..... | 7 | | |
| 5..... | 7 | } | 23 |
| 6..... | 8 | | |
| 7..... | 8 | | |
| 8..... | 4 | } | 19 |
| 9..... | 9 | | |
| 10..... | 6 | | |
| J..... | 7 | } | 21 |
| Q..... | 7 | | |
| K..... | 7 | | |

Si la selección hubiera continuado, encontraríamos por supuesto cada vez menos diferencias relativas entre las cifras. En este caso no existe un test de precisión del resultado.

[Una manera matemática de tratar la cuestión «¿cuántas figuras hay en un grupo dado?» sería la siguiente: Sea n el número de miembros del grupo, m los miembros de la selección y pm la probabilidad de ser figuras. Entonces pn es la cifra más probable de figuras en el paquete. Pero es probable que difiera en como mucho en

$$\frac{2n}{3} \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{m}}$$

Es muy improbable que difiera tanto como seis veces la expresión escrita.

En el experimento de las cartas, si n fuera 1820 (el número real de cartas en el grupo utilizado), $m = 91$, $pm = 21$. El pronóstico de figuras entre las 1820 cartas a partir de la muestra sería:

$$pn \pm \frac{2 \times 1820}{3} \sqrt{\frac{21 \times 70}{91 \times 91 \times 91}} = 420 \pm 54$$

y podríamos estar seguros de que la cifra estaría entre $420 \pm 6 \times 54 = 420 \pm 324$.

Para 13 cartas deberíamos (en proporción) tener $3 \pm 0,4^*$, y el máximo posible estaría sobre 5.

* Obsérvese que este resultado es independiente de n .

De este modo, el experimento no es suficiente para determinar exactamente la proporción de figuras. Sería necesario seleccionar más cartas hasta que m en la anterior fórmula sea suficientemente incrementada].

7. Las reglas formales no pueden reemplazar el juicio y la experiencia en la selección e interpretación de las muestras. La manera práctica más simple es continuar incrementando el número de las muestras hasta que los sucesivos tests muestren resultados suficientemente similares. Si tratáramos a menudo la misma clase de objetos, por supuesto, la experiencia nos mostraría pronto cuántos tests serían suficientes.

8. A veces se utilizan otros dos métodos de medida muestral.

Supongamos que deseamos comprobar los conocimientos de un gran grupo de estudiantes (digamos que 100). Deberíamos ordenarlos aproximadamente según su inteligencia, mediante un simple examen o consultando al profesor, y entonces examinar en detalle, por ejemplo, los números 1, 25, 50, 75, 90, 100 (el máximo y el mínimo, la mediana, los cuartiles y dos deciles)[†]. Así, puede obtenerse una buena estimación rápidamente y juzgarse las capacidades relativas de dos grupos.

Del mismo modo, podríamos describir cualquier grupo que pueda ser puesto en orden, a través del examen detallado de unos pocos casos *seleccionados por una regla*. Este método difiere esencialmente del método de la selección aleatoria ya explicado.

9. Mejor que confiar en la arbitraria acción del azar, algunos investigadores prefieren elegir lo que creen que son grupos típicos y examinarlos en detalle. De esta manera, se han llevado a cabo investigaciones sobre salarios, etc., de los trabajadores de la agricultura seleccionando cuarenta distritos de todo el país, de modo que incluyeran casos de todas las clases de agricultura y de todas las situaciones económicas. Este método produce un dibujo acertado e inteligible, pero no permite calcular promedios o conocer la distribución según el número de personas que ganan diversos tramos de salario. Este método es recomendable para entrar en detalles donde ya conocemos los resultados generales.

10. *Muestreo estratificado*. Si la población de la que vamos a sacar una muestra es divisible en grupos que difieran entre ellos por las características que van a ser medidas, puede conseguirse una seguridad adicional en la estimación de los promedios generales, tomando una proporción igual de objetos de cada

[†] Los deciles son los valores que dividen al grupo en diez partes iguales, de la misma manera que los cuartiles lo dividen en cuatro. Si estas siete posiciones son determinadas cuantitativamente para un grupo, un diagrama de la forma A, p. 41, puede dibujarse con considerable exactitud. [Nota del Traductor: el autor se refiere a un gráfico que muestra las frecuencias acumuladas de una distribución].

grupo, en vez de una muestra aleatoria de todo el grupo. La condición del párrafo 2 de que todos los miembros tendrán una misma oportunidad de inclusión queda preservada. Este método se utiliza generalmente en una encuesta social o económica de un pueblo, en la que se selecciona una proporción igual de casas de cada calle o distrito para su examen.