RAZONAMIENTO APROXIMADO Y GRADOS DE CONSECUENCIA[1]

Hubert MARRAUD[2]
Universidad Autónoma de Madrid

1. Introducción

De un tiempo a esta parte el campo de la lógica se ha ampliado tomando en consideración formas de razonamiento tradicionalmente desatendidas. Entre ellas destaca el razonamiento de sentido común, entendiendo por tal el que nos lleva, bajo ciertas condiciones, a inferir

Piolín vuela

de

Piolín es un ave.

Inferencias como ésta dependen, naturalmente, de factores contextuales —un cierto transfondo de conocimiento común, por ejemplo—. Esa dependencia contextual supone, desde luego, un desafío para el análisis lógico.

Una manera de capturar la dependencia contextual de esos razonamientos es verlos como ejemplos de razonamiento por defecto, como casos en los que se extraen conclusiones tentativas en ausencia de información específica. Así, el razonamiento anterior podría representarse como

---

1 Esta investigación ha sido financiada por el Ministerio de Educación y Ciencia, con el número de proyecto PS93-0041.
2 Este artículo se ha beneficiado de los comentarios e indicaciones bibliográficas de Carlos Pelta.

Piolín es un ave

Las aves normalmente vuelan

Piolín vuela

Por su carácter tentativo, el proceso de razonamiento puede llevar eventualmente a revisar consecuencias previamente establecidas. En el caso que nos ocupa, la información posterior «Piolín es un avestruz» parece cancelar la inferencia precedente. La cancelabilidad es, según H. P. Grice, lo que distingue a las implicaciones pragmáticas (conversacionales) de las implicaciones semánticas (convencionales).

La cancelabilidad del razonamiento de sentido común ha llevado a muchos a pensar que cualquier lógica que pretenda representarlo habrá de ser no monótona. Recuérdese que una lógica (o mejor, relación de consecuencia) $\vdash$ es monótona si, para cualesquiera conjuntos de fórmulas X e Y y cualquier fórmula A, se cumple:

$$X \subseteq Y \text{ y } X \vdash A \rightarrow Y \vdash A.$$

Esta pretensión parece confimada por el ejemplo considerado, ya que

{Piolín es una ave, Las aves normalmente vuelan} $\vdash$ Piolín vuela,

pero

{Piolín es un ave, Las aves normalmente vuelan, Piolín es un avestruz} $\nvdash$ Piolín vuela.

Las intuiciones del último párrafo llevan a una descripción —aquí muy esquemática— de los procesos de razonamiento del siguiente tipo[3]. Se parte de

---

[3] Los formalismos para la representación del razonamiento por defecto más conocidos son la negación por defecto de *Prolog* (CLARK, 1978),la lógica por defecto de REITER (1980) —que es en la que se inspira la discusión que viene a continuación—, la lógica de la circunscripción de MCCARTHY (1986), la lógica modal no-monótona de MCDERMOTT y DOYLE (1980), la lógica autoepistémica de MOORE (1985) y las redes con herencia de TOURETZKY (1986). CARNOTA

un conjunto de datos T y de un conjunto de reglas D. El conjunto D incluye además de las reglas de inferencia de la lógica de primer orden (o de algún otro sistema lógico estándar), reglas por defecto como:

$$\frac{\text{x es un ave: } T \nvdash \text{x no vuela}}{\text{x vuela}}$$

o, en una segunda formulación,

$$\frac{\begin{array}{c} T \vdash \text{x es un ave} \\ T \nvdash \text{x no vuela} \end{array}}{T \vdash \text{x vuela}}$$

Si T = {Piolín es un ave, Piolín es un avestruz}, esta regla permite inferir Piolín vuela; pero si T= {Piolín es un ave, Piolín es un avestruz, Las avestruces no vuelan}, esa inferencia no puede efectuarse puesto que $T \vdash$ Piolín no vuela.

Esta exposición, por sumaria que sea, señala ya algunas de las dificultades de las lógicas no monótonas. Como lo deducible determina y es determinado por lo no deducible, su relación de consecuencia no será, en general, recursivamente enumerable —una seria limitación desde el punto de vista de su implementación. Una segunda dificultad se refiere a la posibilidad de conflictos entre reglas por defecto. Sea T = {Piolín es un ave, Piolín es un ave corredora} y las reglas por defecto D_1:

$$\frac{\begin{array}{c} T \vdash \text{x es un ave} \\ T \vdash \text{x no vuela} \end{array}}{T \nvdash \text{x vuela}}$$

y D_2:

(1995) y FARIÑAS DEL CERRO y FRÍAS DELGADO (1995) son exposiciones de conjunto en castellano muy útiles.

$$\frac{T \vdash \text{x es un ave corredora} \qquad T \nvdash \text{x vuela}}{T \vdash \text{x no vuela}}$$

Situaciones como ésta parecen recomendar la adopción de algún orden de preferencia entre las reglas por defecto; en el presente conflicto, la sugerencia de Nute [1986] parece acertada. Nute sugiere que cuando una primera regla permite deducir A y una segunda ¬A, la prioridad corresponde a aquella cuyo antecedente es lógicamente más específico (D_2 aquí).

Consecuencia graduada

El propósito de este artículo es esbozar una tratamiento alternativo del razonamiento de sentido común, basado en la noción de operación o relación de *consecuencia graduada*. Por tal no se entiende, sin más, la relación de consecuencia de una lógica con n>2 valores de verdad. En las lógicas multivaluadas al uso, la introducción de más de dos valores de verdad persigue una mayor discriminación de los patrones de razonamiento válidos. Adoptar $\{1,{}^1/_2,0\}$ como conjunto de valores, {1} como conjunto de valores designados y las conectivas fuertes de Kleene, permite distinguir desde un punto de vista inferencial entre 'pv¬p' y 'qv¬q', que sin embargo son clásicamente equivalentes. Sin embargo, suele asumirse que la relación (metalingüística) de consecuencia es bivaluada: o A es derivable de X o no lo es (de hecho no conozco ninguna excepción).

Curiosamente, si se piensa en la motivación originaria de Kleene al introducir sus conectivas fuertes, parece haber alguna motivación para postular una relación de consecuencia multivaluada. Kleene introdujo la noción de función parcial en el contexto de la discusión de la tesis de Church (toda función computable en sentido informal es formalmente computable) «para satisfacer las exigencias de la teoría de algoritmos (incluyendo reducciones de problemas de decisión), porque puede que sea imposible completar la definición de una función y disponer, aún, de un algoritmo para ella» ([1952], p. 301). Interpretando la fórmula A como un predicado recursivo parcial, caben tres posibilidades para un argumento $\bar{x}$: $A(\bar{x})$ está definido, en cuyo caso tomará el valor 1 o el valor 0 en algún momento de la computación, o $A(\bar{x})$ no estará definido. Para representar este último caso se introduce el valor ${}^1/_2$. El status de este valor es muy diferente del de los restantes, puesto que $A(\bar{x})$ «significa tan sólo la ausencia de información de que $A(\bar{x})$ es 1 ó 0» (*op.cit.*, p. 302). El *quid* está en que los algoritmos de Kleene nunca pueden decir que la fórmula $A(\bar{x})$ está definida. Si $A(\bar{x})$ es recursiva parcial, la cuestión de si la fórmula en cuestión está o no definida es, en general, indecidible.

Desde esta perspectiva parece plausible considerar que la relación de consecuencia es, a su vez, una noción parcial, representable como una función parcial $C : Sb(F) \times F \rightarrow \{0, {}^1/_2, 1\}$. Por consiguiente, para un conjunto de fórmulas dado X y una fórmula A, cabrían tres posibilidades:

$C(<,X,A>) = 1$ y el *argumento es validable,*

$C(<,X,A>) = 0$ y el *argumento es refutable,* o

$C(<,X,A>) = {}^1/_2$ y no es ni validable ni refutable.

Una relación de consecuencia con estas características ejemplifica la noción de consecuencia graduada que tengo *in mente*[4].

El cardinal del conjunto de valores aléticos de una lógica no tiene porqué coincidir, pues, con el cardinal del rango de su operación de consecuencia —de hecho no lo hace en las lógicas multivaluadas al uso—. Distingamos entonces dos variedades de multivalencia. Una lógica multivaluada en el sentido habitual, es decir, con una relación de consecuencia bivaluada, es una lógica *superficialmente multivaluada;* una lógica cuya relación de consecuencia sea n>2 valuada es una lógica *profundamente multivaluada.* Análogamente, puede hablarse de lógicas superficial y profundamente parciales o de lógicas parcial o profundandamente paraconsistentes, etc.

Si se concede que el concepto central de la lógica es el de consecuencia y no el de verdad, quizá se convenga en que el nulo desarrollo de lógicas profundamente multivaluadas explica la tendencia a considerar las lógicas multivaluadas como meros pasatiempos o curiosidades combinatorias.

---

4 Para mayor concreción, las cláusulas que se enuncian a continuación muestran cómo obtener a partir de las conectivas fuertes de KLEENE a una noción parcial de consecuencia.

$C(<,X,A>)=1$ syss para toda interpretación I, si $I(B)=1$ para todo $A \in X$ entonces $I(A)=1$;

$C(<,X,A>)=0$ syss para alguna interpretación I, $I(B)=1$ para todo $A \in X$ y $I(A)=0$;

en otro caso $C(<,X,A>)={}^1/_2$.

La única posible excepción a la ausencia de lógicas profundamente multivaluadas que conozco es la lógica de las paradojas de Priest, una lógica trivaluada con las conectivas fuertes de Kleene en la que el valor intermedio se interpreta como «verifalso». El propósito declarado de Priest es dar un tratamiento alternativo de las paradojas (especialmente de las semánticas): «Suponga que dejamos de darnos de cabezazos contra la pared tratando de encontrar una solución y aceptamos las paradojas como hechos brutos. Es decir, algunas oraciones son verdaderas (y sólo verdaderas), algunas son falsas (y sólo falsas), ¡y algunas son verdaderas y falsas a la vez!» ([1979], p. 220). El enunciado del mentiroso ('Este enunciado es falso') y la paradoja de Russell ('El conjunto de Russell es miembro de sí mismo') son para Priest enunciados «verifalsos», pero también el enunciado de Gödel ('$\neg(\exists x)$ Dem (x,g)' donde 'g' es el código de esa misma fórmula).

La aceptación de las paradojas en su valor facial comporta, en opinión de Priest, una ventaja no desdeñable: «la belleza del enfoque paraconsistente de las paradojas lógicas es que finalmente hace que la distinción lenguaje objeto/metalenguaje sea innecesaria en todas sus variantes y formas» ([1984], p. 161).

Teniendo en cuenta el contenido via codificación del enunciado de Gödel, el camino de Priest hacia la paraconsistencia profunda puede sintetizarse en forma de argumento como sigue:

El enunciado de Gödel es verifalso

No hay distinción lenguaje objeto/metalenguaje

El enunciado de Gödel es y no es aritméticamente demostrable [5]

Hasta aquí se ha considerado la motivación de relaciones de consecuencia multivaluadas desde un enfoque parcial (Kleene) y desde un enfoque paraconsistente (Priest). El tránsito a una noción trivaluada de consecuencia es, a mi entender, más plausible desde una lógica parcial (algunos argumentos no son computables) que desde una lógica paraconsistente (algunos argumentos son simultáneamente validables y refutables). ¿Cómo debería reaccionar un matemático ante un enunciado del que se pudiera demostrar que es aritméticamente

[5] Esto no quiere decir que PRIEST postule explícitamente una relación de consecuencia paraconsistente, sino que hay razones para mantener que debería hacerlo.

demostrable y refutable? Una tercera fuente de consecuencia multivaluada es la noción de pertinencia o relevancia. Si la corrección de un argumento requiere, además de la consabida preservación de la verdad, la pertinencia de las premisas para la conclusión, parece que aunque los argumentos

Si nieva no saldré de casa

No saldré de casa

Luego va a nevar

$$\frac{e = mc^2}{2+2=4}$$

son igualmente incorrectos, las razones para rechazar uno u otro son distintas. Esto llevaría a una clasificación tripartita de los argumentos del tipo:

$$\begin{cases} \text{pertinentes} & \begin{cases} \text{válidos} \\ \text{inválidos} \end{cases} \\ \text{impertinentes} \end{cases}$$

Pertinencia y monotonía son conceptos relacionados, como evidencia la interacción de las reglas de cálculo secuencial de introducción de '→' en el consecuente y monotonía en el antecedente. Una derivación como

$$p \vdash p \;{}_{\text{Mon}\,\vdash}$$
$$p, q \vdash p \;{}_{\vdash \rightarrow}$$
$$q \vdash p \rightarrow p$$

es irreprochable desde una perspectiva relevantista, pero no sucede lo mismo con

$$\frac{\dfrac{p \vdash p}{p, q \vdash p}\ \text{Mon}\vdash}{p \vdash q \to p}\ \vdash\to \qquad \frac{\dfrac{\dfrac{p \vdash p}{p, q \vdash p}\ \text{Mon}\vdash}{q \vdash p \to p}\ \vdash\to}{\vdash q \to (p \to p)}\ \vdash\to$$

La moraleja es que al menos una de las reglas ha de restringirse, algo que Giambrone [1985] hace recurriendo a una nueva conectiva estructural ';'. En concreto, las reglas mencionadas se reformulan entonces como sigue:

$$[\text{Ke}\vdash]\ \frac{\Gamma X \Delta \vdash Z}{\Gamma (X,Y) \Delta \vdash Z} \qquad [\vdash\to]\ \frac{X; A \vdash B}{X \vdash A \to B}$$

Una relación de consecuencia (o mejor, derivabilidad) graduada permitiría una solución alternativa, sin recurrir a conectivas estructurales adicionales [6]. La idea viene a ser manejar dos tipos de secuentes, de las formas '$X \vdash_1 Y$' y de la forma '$X \vdash_2 Y$'. Las reglas del sistema manejarían secuentes de ambos tipos; a título de ejemplo considérense:

$$[\text{Axioma}]\quad A \vdash_1 A$$

$$[\vdash\to]\ \frac{X,A \vdash_1 B}{X \vdash_1 A \to B} \qquad [\text{Ke}\vdash]\ \frac{\Gamma X \Delta \vdash_I Z}{\Gamma (X,Y) \Delta \vdash_2 Z}\ {}_{I=1,2}$$

etc. de manera que $q \vdash_2 p \to p$ sería derivable, pero no $p \vdash_2 q \to p$ ni $\vdash_2 q \to (p \to p)$.

6 Esta propuesta, en cualquier caso, exige un estudio más detallado del que, por su intención, cabe hacer en estas páginas.

Verdad y consecuencia multivaluadas

Está claro que postular, de un modo u otro, grados de verdad no obliga a postular grados de consecuencia. A la inversa, postular grados de consecuencia no requiere un compromiso con una concepción gradualista de la verdad. Esto queda bastante claro cuando se piensa en enunciados genéricos como 'Las aves típicamente vuelan'. En principio, la cuestión no es que un enunciado como éste sea *típicamente verdadero* —es verdadero sin más— sino que la fiabilidad de una inferencia como

Las aves típicamente vuelan
Piolín es un ave
____
Piolín vuela

es menor que la de una inferencia como

Las aves son vertebrados
Piolín es un ave
____
Piolín es un vertebrado

Dicho de manera ligeramente distinta; el núcleo del concepto de inferencia es la preservación de la verdad. Un argumento por defecto como 'Las aves típicamente vuelan, Piolín es un ave; luego, Piolín vuela' no es un argumento que lleve de premisas típicamente verdaderas a premisas típicamente verdaderas, sino un argumento que lleva típicamente de premisas verdaderas a una conclusión verdadera, un argumento generalmente correcto que admite excepciones [7].

Las diferencias entre los enfoques profunda y superficialmente multivaluados son puestas de manifiesto al considerar los distintos diagnósticos de un sorites como

---

7 Para una crítica a las concepciones gradualistas de la verdad puede verse S. HAACK, «Do We Need *Fuzzy Logic*» e «Is Truth Flat or Bumpty?», en HAACK (1996), pp. 232-242 y 243-258, respectivamente.

1. Un quinceañero es joven.
2. Quien tiene un mes más de edad que un joven es joven.

.

.

.

∴ Un nonagenario es joven.

Desde un punto de vista superficialmente multivaluado, la clave hay que buscarla en la vaguedad de un predicado como 'joven'. El enunciado 'Un quinceañero es joven' sería más verdadero que el enunciado 'Un veinteañero es joven', y éste a su vez lo sería más que 'Un treintañero es joven', y así suvesivamente. De este modo, al avanzar en el razonamiento se irían obteniendo conclusiones progresivamente menos verdaderas, hasta desembocar en 'Un nonagenario es joven' que sería falso (aunque probablemente menos falso que 'Un centenario es joven'). Desde una visión profundamente multivaluada, la clave estaría más bien en que 2 introduce una variedad de consecuencia débil, es decir, que no sería del todo disimilar a 'Quien tiene un mes más de edad que un joven es joven, mientras no se diga lo contrario'[8].

Sistemas deductivos graduados

Un sistema gradual de cálculo secuencial (SGCS, para abreviar) se define a partir de un conjunto ordenado <I,≤>. Así las cosas, el sistema constaría de reglas de la forma

$$\frac{X_1 \vdash_i Y_1, \ldots, X_n \vdash_j Y_n}{X \vdash_k Y}$$

con $i,\ldots,j,k \in I$[9]. Intuitivamente, los subíndices anexos al símbolo de aserción representan la fiabilidad, exactitud o calidad de las inferencias. Por ello podría de-

[8] El contraste entre los dos tratamientos tiene un propósito elucidatorio; no se persigue, en este caso concreto, establecer la superioridad de uno de ellos sobre el otro.

[9] Podría objetarse que *consecuencia* es más un concepto comparativo que métrico, y que esta presentación introduce una precisión indebida.

cirse, tomando prestado el término de Froidevaux y Kayser [1988], que el sistema maneja distintos *predicados de aserción* $\vdash_i$, $i \in I$. En esa medida, puede verse como el resultado de combinar I sistemas distintos de cálculo secuencial, aunque este modo de ver las cosas deja sin explicar la naturaleza de reglas con el formato descrito en las que $i \neq j$. Lo que sí es cierto es que un sistema semejante no define una relación de consecuencia única, sino una familia de ellas, por más que sus definiciones puedan ser interdependientes.

En el contexto del análisis del razonamiento aproximado, el problema es buscar el equilibrio entre la cantidad de información requerida para realizar una inferencia y su exactitud (*problema de la cualificación*). Esto supone la combinación de un *mecanismo inferencial* (un sistema deductivo) y de un *mecanismo de revisión* (para aquellos casos en los que el razonamiento lleve a contradicción). Inicialmente un SGCS proporciona un mecanismo inferencial, pero no un mecanismo de revisión.

Por conveniencia notacional, sea 1 el último elemento de I y 0 su primer elemento. Dado un conjunto inicial de datos $D = \{\vdash_1 A_1, \ldots, \vdash_1 A_n\}$, defínase para cada $i \in I$, $C_i(D) = \{B / \vdash_j B$, para algún $j \geq i$ es SGCS-derivable a partir de $D\}$. Evidentemente,

$$C_1(D) \subseteq \ldots \subseteq C_0(D).$$

Los i representan grados de fiabilidad del razonamiento, de manera que si $i<j$, un razonamiento módulo j es más fiable que un razonamiento módulo i. La inclusión relativa de los $C_i(D)$ expresa que la cantidad de información deducible a partir del conjunto de hipótesis D aumenta cuando se relaja el control de calidad de las inferencias, de manera que pueden suplirse las carencias de información inicial reajustando el control de calidad de las inferencias. Así las cosas, el punto óptimo de equilibrio entre información inicial y exactitud del razonamiento sería el menor $i \in I$ tal que $C_i(D)$ es consistente, al menos cuando se persigue maximizar la información obtenida sin incurrir en contradicción. Por consiguiente, aunque de una forma tosca y provisional, podría identificarse el conjunto de consecuencias de D con el $C_i(D)$ consistente de menor índice[10].

---

[10] Los SGCS son, pues, *lógicas por recurso (resource logics)* en la acepción de GABBAY (1996): «Lógicas en las que es importante saber exactamente de qué asunciones y usando qué reglas y en qué orden se ha derivado una conclusión» (p. 249).

De todo esto se desprende que cualquier procedimiento de revisión obedecerá a la máxima metodológica: *búsquese el menor* $i \in I$ *para el que* C_i (D) *es consistente*[11]. Las dificultades para la implementación del procedimiento descrito provendrán, presumiblemente, no del sistema deductivo sino del proceso de revisión. La razón última es que la exactitud requerida en cada caso para considerar aceptable un razonamiento parece depender de razones contextuales o pragmáticas.

> *El hombre culto, en efecto, se distingue por no exigir a cada género de investigación más que el grado de precisión compatible con la naturaleza de su objeto. De otro modo nos expondríamos a esperar de un matemático argumentos simplemente persuasivos y de un orador demostraciones rigurosas.*
>
> [Aristóteles, *Ética a Nicómaco,* I, III, 4]

En cualquier caso, que se presenten o no dificultades, y cuáles en su caso, depende de factores no especificados, como, por ejemplo, el cardinal de I.

Antes de considerar brevemente algunas propuestas afines al uso de SGCS para modelizar el razonamiento aproximado, consideraré brevemente la representación de enunciados genéricos (de la forma 'Los P son típicamente Q') dentro del marco conceptual que acaba de pergeñarse. El papel de esos enunciados en el razonamiento aproximado, tal y como éste es presentado por un SGCS, puede expresarse sucintamente observando que a partir de los datos iniciales

$$\vdash_1 \text{Los P son típicamente Q}$$

$$\vdash_1 \text{a es P}$$

se infiere

$$\vdash_i \text{a es Q } (0 \leq i \leq 1).$$

[11] La lógica de las paradojas de PRIEST es más débil que la lógica clásica. A aquellas inferencias clásicas, pero no paradójicamente válidas, las denomina Priest *inferencias cuasiválidas.* Cuando PRIEST considera en qué casos debemos razonar clásicamente y en cuáles paradójicamente, formula la siguiente máxima metodológica: «A menos que tengamos razones específicas para creer que ocurren premisas paradójicas en nuestro argumento, podemos permitirnos usar inferencias válidas y cuasiválidas» (1979, p. 235).

En el contexto de los SGCS son posibles dos representaciones distintas. La primera presupone la presencia de un operador '$\succ$' que permita formalizar el enunciado 'Los P son típicamente Q' como '$(\forall x)\ (P[x] \succ Q[x])$' y para el que resulte admisible una regla que tenga como instancia a

$$\frac{\vdash_1 A \succ B \qquad \vdash_1 A}{\vdash_i B}$$

Si se tiene en cuenta que dos enunciados genéricos pueden dar lugar a inferencias con índices de aceptabilidad distintos, esta estrategia parece requerir la presencia de varios operadores distintos con las características descritas. La alternativa es analizar el enunciado genérico como un esquema metalingüístico del tipo

$$x \text{ es } P \vdash_j x \text{ es } Q,$$

que tendría como instancia a' a es $P \vdash_j$ a es Q. A partir de ésta y de $\vdash_1$a es P todo lo que se precisa para concluir $\vdash_i$ a es Q es una versión de la regla de corte que cubra los casos de la forma

$$\frac{X, A \vdash_j B \qquad X \vdash_1 A}{X \vdash_i B}$$

Esta solución está más cerca de las reglas por defecto. En un formalismo como el considerado al comienzo del artículo, ese enunciado genérico se convierte en un regla por defecto

$$\frac{a \text{ es } P : T \nvdash \neg\, (a \text{ es } Q)}{a \text{ es } Q}$$

Por cierto que el status de las reglas por defecto —¿son reglas de inferencia?— dista de estar claro y es un tema debatido[12].

El principal atractivo de la última propuesta es que es menos exigente con respecto a los recursos expresivos del lenguaje objeto. No obstante, creo que la primera solución es, en algún sentido, más natural.

Consecuencia graduada, sistemas deductivos etiquetados y lógica iónica

Los SGCS descritos en el epígrafe anterior exhiben cierta semejanza con los *sistemas deductivos etiquetados* (*SDE*) de Gabbay [1996]. Los sistemas deductivos etiquetados trabajan con fórmulas etiquetadas; es decir, fórmulas de la forma 't:A' donde t es un término de un álgebra y A es una fórmula. Mientras A transmite información declarativa, la etiqueta t codifica información de otro naturaleza que, por las razones que sea, no se quiere codificar en A. Las reglas de los sistemas deductivos etiquetados son, consecuentemente, reglas para manipular fórmulas etiquetadas. Para pasar de expresiones de la forma $X \vdash t{:}A$ a expresiones de la forma $X^{\text{-}t'} \vdash A$, y definiendo así una genuina relación de consecuencia, Gabbay recurre a una operación de *aplanamiento*, consistente en ocultar las etiquetas, que por tanto sólo son utilizadas en el mecanismo de demostración. Siendo un poco más precisos, el aplanamiento consiste en concluir $X \vdash A$, $X \vdash \neg A$ o ninguna de las dos cosas a partir de los conjuntos $\{t/X \vdash t{:}A\}$ y $\{t/X \vdash t{:}\neg A\}$. Creo que las semejanzas son lo bastante llamativas como para no requerir más comentario. Una diferencia inmediatamente perceptible es que en los SGCS se etiqueta el símbolo de aserción, y no las fórmulas como en los SDE.

Otra propuesta que presenta semejanzas notables con los SGCS es la *lógica iónica* de Nait Abdallah [1995]. Abdallah insiste en la necesidad de diferenciar, en un tratamiento del razonamiento aproximado, tres tipos de conocimiento: seguro (no revisable), conjetural (revisable) y justificatorio. La función de este último es indicar, cuando el razonamiento desemboca en contradicción, qué parte del conocimiento conjetural hay que revisar. Eso le lleva a acuñar el concepto de *fórmula iónica*. Las fórmulas iónicas son combinaciones de fórmulas del tipo usual con iones de información parcial, y unión de información par-

[12] A este respecto véase NAIT ABDALLAH (1995), pp. 7-8, y BESNARD (1989), p. 75.

cial es una expresión de la forma '★ (X,A)', donde '★' es un operador iónico, X es un conjunto finito de fórmulas iónicas y A es una fórmula iónica. Intuitivamente, '★ (X,A)' se lee «si X es una justificación aceptable, asértese A» y el operador iónico especifica qué se considera una justificación aceptable en cada caso. Las reglas para manipular fórmulas iónicas combinan dos símbolos de aserción, '$\vdash$' y '$\Vdash$'; '$\vdash$A' se lee «A es verdadero» y '$\Vdash$A' «A es potencialmente verdadero». Teniendo como conjunto de valores $\{1,{}^1\!/_2,0\}$ —interpretados al modo de Kleene—, I (A)=1 es «A es verdadero» y I (A)$\neq$0 es «A es potencialmente verdadero». El sistema deductivo de Abdallah (que, por cierto, es hilbertiano) incorpora reglas como

$$\frac{\Vdash A \quad \vdash A \rightarrow B}{\vdash B} \qquad \frac{\Vdash A \quad \Vdash A \rightarrow B}{\Vdash B}$$

a las que denomina *semi-modus ponens izquierdo* y *modus ponens potencial*[13]. Por consiguiente, el sistema de Nait Abdallah podría verse, hasta cierto punto, como una lógica profundamente multivaluada con tres valores: X $\vdash$A, X $\Vdash$A y X $\dashv\Vdash$A.

Bibliografía

BESNARD, P. (1989): *An Introduction to Default Logic*, Berlín, Heidelberg y Nueva York, Springer.

CARNOTA, R. (1995): «Lógica e inteligencia artificial», en C. E. ALCHOURRÓN, J. M. MÉNDEZ y R. ORAYEN (comps.), *Enciclopedia Iberoamericana de Filosofía. 7, Lógica*, pp. 143-184, Madrid, Trotta/CSIC.

CLARK, R. (1978): «Negation as Failure», en GALLAIRE, H., y MINKER, J. (comps.), *Logic and Data Bases*, pp. 119-140, Nueva York, Plenum.

13 El operador '→' no es el análogo parcial del condicional material. Su tabla de verdad es

→	0	1/2	1
0	1	1	1
1/2	0	1/2	1
1	0	1/2	1

FARIÑAS DEL CERRO, L., y FRÍAS DELGADO, A. (1995): «Razonamiento no monótono: un breve panorama», *Theoria*, 23, pp. 7-26.

GABBAY, D. M. (1996): *Labelled Deductive Systems*, I, Oxford, Clarendon Press.

GIAMBRONE, S. (1985): «TW_+ and RW_+ are Decidable», *Journal of Philosophical Logic* 14, pp. 235-240.

HAACK, S. (1996): *Deviant Logic, Fuzzy Logic*, Chicago y Londres, Chicago University Press.

KLEENE, S. C. (1952): *Introduction to Metamathematics*, Nueva York, Van Nostrand. [trad. esp., *Introducción a la metamatemática*, Madrid, Tecnos, 1974].

MCCARTHY, J. (1980): «Circumscription: a form of non-monotonic reasoning', *Artificial Intelligence*, 13, pp. 27-39.

MCDERMOTT, D., y Doyle, J. (1980): «Non-monotonic logic I», *Artificial Intelligence* 13, pp. 41-72.

MOORE, R. C. (1985): «Semantical considerations on non-monotonic logic», *Artificial Intelligence*, 25, pp. 75-94.

NAIT ABDALLAH, A. (1995): *The Logic of Partial Information*, Berlín, Heidelberg y Nueva York, Springer.

NUTE, D. (1988): «Defeasible reasoning and decision support systems», *Decision Support Systems*, 4, pp. 97-110.

PRIEST, G. (1979): «The Logic of Paradox», *Journal of Philosophical Logic*, 4, pp. 219-241.

— «Logic of Paradox Revisited», *Journal of Philosophical Logic*, 13, pp. 153-179.

REITER, R. (1980): «A Logic for Default Reasoning», *Artificial Intelligence* 13, pp. 81-132.