

DEL CRISTAL DE LA LÓGICA AL DISCURSO SIN ESPEJO

(Una perspectiva de la lógica del s. XX)

Luis VEGA REÑÓN

Dpto. de Lógica y Filosofía de la Ciencia, UNED

1. Panorama

La lógica es un campo de estudio con 24 siglos largos de existencia. Pero en ningún siglo anterior ha conocido un desarrollo y un despliegue comparables a los que han tenido lugar en el s. XX. El crecimiento ha venido acompañado de cambios sustanciales que han afectado tanto a su constitución interna, como a su lugar y su presencia académicas. Para hacerse una idea de los cambios internos bastaría comparar lo que se entendía en nuestro país a principios de siglo por «Lógica fundamental» con lo que ahora se enseña en el nivel equivalente de una Lógica de primero¹. La «Lógica fundamental» consistía en una amalgama de la lógica tradicional, centrada en la silogística, con retazos de epistemologías y metodologías decimonónicas (ecos de las filosofías de Kant o de Stuart Mill, secuelas krausopositivistas o neoescolásticas, etc.). Un elemento de orden en este cajón de sastre era la suposición de que la lógica no sólo estaba hecha del cristal de las ideas, sino que era el espejo de las luces de la Razón: el reflejo normativo de sus operaciones cognitivas, desde la adquisición de la verdad hasta la transmisión segura de las verdades conseguidas. Hoy, por el contrario, si algo aprenden los estudiantes de un primer curso de Lógica es que se trata de un lenguaje analítico y técnico, presuntamente independiente

¹ La «Lógica fundamental» fue implantada por el Ministerio de Instrucción Pública de García Alix en 1900 como asignatura del curso preparatorio de Letras y Derecho; se mantuvo en vigor hasta entrados los 20. No estará de más recordar que en muchas universidades de provincias ésta fue por entonces la única materia cursada de Filosofía.

o, cuando menos, neutral con respecto a cualquier filosofía, hasta el punto de que ciertas implicaciones que antes se consideraban obvias se han tornado ahora esquivas: me refiero, por ejemplo, a las relaciones de la lógica con el pensamiento o con la realidad.

De los cambios en otros aspectos, digamos «externos», hay indicadores no menos llamativos. Uno es, por ejemplo, el crecimiento exponencial de la literatura técnica dentro del campo abierto por la que Carnap llamaba «die neue Logik» a principios de la década de 1930. En los años 1936-1938, Church registraba con referencia al periodo 1847-1932 un total de 1.733 autores y 5.845 publicaciones distribuidas en 15 secciones. Cincuenta años después, la *Ω-Bibliography of Mathematical Logic* de Müller ya recoge, con referencia al periodo 1879-1985, 14.813 autores y 47.117 publicaciones, amén de reconocer 8 áreas capitales y 109 subáreas especializadas². Hoy, por añadidura, la lógica puede prosperar en diversos medios académicos (facultades de filosofía y de matemáticas; escuelas de informática; centros de trabajo en computación, en inteligencia artificial, en ciencias lingüísticas y cognitivas). Esta diseminación facilita no sólo la presencia de usos y subespecialidades dispares en el campo del análisis lógico, sino la existencia de concepciones distintas de la lógica o, por lo menos, la exposición a varias y diversas visiones selectivas.

De todo esto no se sigue que, en definitiva, la lógica haya mudado por completo de tema o de naturaleza; nuestra lógica actual sigue ocupándose de asuntos tan tradicionales como las formas lógicas o las relaciones de consecuencia. Pero se colige que ninguna revisión panorámica dejará de incurrir en una imagen parcial y sesgada de la lógica del s. XX. Creo que nadie está hoy en condiciones de dominar todo este campo de análisis y de construcciones teóricas sistemáticas, ni —menos aún— el conjunto de sus aplicaciones. Así que declararé de entrada mis sesgos y limitaciones: veo la lógica en una perspectiva histórica al tiempo que estoy mirándola desde una facultad de filosofía —no desde un departamento de matemáticas o de informática o de lingüística, pongamos por caso.

² A. CHURCH, «A bibliography of symbolic logic», *JSL*, 1/4 (1936): 121-218; adic. y correcc. *Ibid.* 3/4 (1938): 178-212. G. H. MÜLLER, ed. *Ω-Bibliography of mathematical logic*, Berlin/Heidelberg/New York: Springer, 1988, 6 vols. Hay un estudio bibliométrico que compara algunos aspectos de esta evolución en R. WAGNER-DÖBLER y J. BERG, *Mathematische Logik von 1847 bis zur Gegenwart*, Berlin/New York: W. de Gruyter, 1993.

Vistas así las cosas, el gran acontecimiento del siglo en lógica ha sido la constitución de sus señas básicas de identidad como nueva disciplina científica, nacida en tierra de nadie y fruto de unas relaciones extra-disciplinarias entre ciertas matemáticas y ciertas filosofías. En este largo y accidentado acontecer destacan dos amplios movimientos de sístole y de diástole: el primero comprende diversas formaciones y cristalizaciones de la lógica hasta conducir a la conformación e implantación de una lógica clásica de primer orden como *la* lógica por antonomasia, contracción que hoy todavía oficia de lógica «estándar»; el segundo discurre al hilo del desarrollo de *las* lógicas, lógicas «alternativas» o, más en general, «no estándar» pues vienen a cristalizar más allá o al margen del espejo de la lógica estándar. Las tendencias sistólicas cobran mayor relieve a medida que avanza la primera mitad del siglo; las diastólicas, a medida que avanza la segunda. Una circunstancia añadida en este último tercio de siglo es la aparición de unos análisis del discurso sin espejos dentro de la llamada «lógica informal» y, más aún, dentro del campo de la argumentación. «Lógica informal» no pasa de ser en muchos casos el nombre de una ausencia de lógica —ausencia de una teoría de la forma o de la consecuencia lógicas—, suplida por el análisis conceptual o por el análisis de los poderes inferenciales de diversos tipos de expresiones. El campo de la argumentación se extiende a su vez como un sembrado de interacciones discursivas autoconstituyentes, capaces de determinar su propia calidad relativa de buenos o malos argumentos en virtud de su uso contrastado dentro de un contexto y al margen de que tal calificación llegue a reflejarse o no en unas condiciones lógicas sistemáticas de validez o invalidez. Según esto, al gran acontecimiento del siglo, antes señalado, habría que añadir otro acontecimiento que toca directamente la filosofía de la lógica y el análisis del discurso, a saber: la ruptura y fragmentación de la lógica como reflejo sistemático —espejo de las luces de la razón o de las leyes del ser verdadero o de la estructura profunda del discurso— e incluso, llegado el caso, el abandono de los espejos de este género. Los que gustan de grandes titulares podrían calificar este fenómeno de «nuevo reto del relativismo».

Los apuntes que siguen girarán en torno a los tres procesos de generación, sístole y diástole que han marcado la suerte de la nueva lógica del s. XX. También consideraré en esta perspectiva histórica las proyecciones filosóficas recién mencionadas. Pero no voy a entrar en los cambios de configuración del contorno interdisciplinario (matemático, lingüístico, cognitivo, computacional, etc.), que han venido acompasando esos procesos constituyentes.

Tampoco discutiré las imágenes y las secuelas historiográficas que se han ido desprendiendo de ellos, a pesar de su valor sintomático como visiones retrospectivas a partir de ciertas cristalizaciones de la lógica³.

2. La generación de la nueva lógica: tendencias, tradiciones y programas

La lógica *tradicional* se interesaba por la convalidación de argumentos y la detección de falacias, mediante la esquematización —p.ej. del tipo «S es P»— de formas lógicas dentro del discurso común o académico. Por contraste, algunos intereses característicos de la *nueva* lógica son: [1] la construcción de lenguajes simbólicos artificiales; [2] el estudio formal y sistemático de las teorías deductivas —i.e. conjuntos de enunciados ordenados y cerrados con respecto a una relación de deducibilidad—; [3] la investigación de estructuras semánticas y de modelos matemáticos. Con el tiempo estos intereses se han plasmado en ciertas realizaciones y áreas de trabajo que hoy distinguen el cultivo de la materia: [1], por ejemplo, en la construcción y la determinación efectivas de los elementos y las categorías gramaticales de los lenguajes lógicos; [2], por ejemplo, en la (mal) llamada «teoría de la prueba»; [3], por ejemplo, en la llamada «teoría de modelos».

Pese a algunas supuestas primicias anteriores, p.ej. en la estela de Leibniz, esta nueva lógica «simbólica» o «matemática» no existe como campo de conocimiento antes de mediados del s. XIX. No se encuentra ni en las vastas regiones filosóficas frecuentadas por la lógica tradicional (epistemológicas, metafí-

³ Según LEWIS (1918), la época constituyente de la nueva lógica se inicia a partir de diversas líneas británicas y germanas, desde mediados del s. XIX, y se clausura con su confluencia en los *Principia Mathematica* de WHITEHEAD y RUSSELL (1910-1913); según van HEIJENOORT (1967), es la «gran época» que abre FREGE en 1879 y cierra GÖDEL en 1931; según MOORE (1998) se abre precisamente a partir de Gödel. Hay noticias de esos cambios de óptica y de perspectiva en mi presentación de la sección monográfica «Sobre la historia de la lógica matemática» de *Theoria*, 12/28 (1997): 7-160. Una visión general del desarrollo de la nueva lógica se encuentra en MANGIONE y BOZZI (1993), aunque apenas considere las variantes no estándar de los años 70 y ss.; una revisión crítica, algo simplificadora, en CELLUCCI (1998). En VEGA REÑÓN (1996) hay presentaciones sumarias y referencias bibliográficas de las contribuciones ya consideradas clásicas y de las más representativas de este desarrollo; allí me remito para las menciones que no están recogidas en la bibliografía de este artículo.

sicas, metodológicas), ni en los diversos terrenos de expansión y desarrollo de las matemáticas modernas, p.ej. el análisis, el álgebra, la teoría de probabilidades. Luego, en la segunda mitad del siglo, irán apareciendo solapamientos y zonas francas entre la lógica tradicional y la matemática moderna, p.ej. en el álgebra simbólica o entre los *conceptos* de la tradición lógico-filosófica y las *colecciones* o *multiplicidades* consideradas por algunos matemáticos, así como nuevos lugares preparados para construirse una especie de residencia propia, p.ej. la lógica elemental de clases, el tratamiento veritativo-funcional de proposiciones y conectores proposicionales, la cuantificación de variables, el cálculo de relativos ⁴.

Esta perspectiva no se aviene a conceder el papel de protagonista decisivo a un nombre propio —a un presunto «fundador» de la nueva lógica: Boole, Frege, Peirce, Peano, etc.—, o a una contribución singular, «fundante» —v.g. *The mathematical analysis of logic* (Boole 1847) o *Begriffsschrift* (Frege 1879)—. Es una perspectiva que hace pensar más bien en corrientes o tendencias que discurren, por lo general, al margen de la lógica académica y obran como cauce de diversas tradiciones y programas. Por ejemplo, el interés [*I*] por la simbolización y el lenguaje bien hecho, antes aludido, puede relacionarse con algunas propuestas semióticas y algebraicas que podrían remontarse al s. XVIII, aunque haya de esperar hasta la segunda mitad del XIX para empezar a dar frutos en el marco de dos programas que, adoptando los términos de una discusión entre Frege y Schröder, podrían denominarse «lógica como cálculo», más pendiente de las posibilidades operacionales y resolutivas del lenguaje lógico-algebraico, y «lógica como lenguaje», más pendiente de la expresión depurada y transparente de los contenidos y las leyes del pensamiento. Concurren además dos tendencias perceptibles: (A) una que se mueve hacia una creciente generalidad y abstracción en las expresiones simbólicas, en el análisis de condiciones o de «leyes» de protoestructuras matemáticas, en el cálculo combinatorio de las

⁴ Vid. sobre las tradiciones existentes en la lógica filosófica la versión inglesa de F. UEBERWEG (1868), *System of logic and history of logical doctrines*, London: Longmans, Green & Co., 1871, reimp. en Bristol: Thoemmes, 1993; al panorama germano original, el traductor, T. M. LINDSAY, añade un apéndice sobre las tradiciones británicas, págs. 557-578. Por lo que concierne a las matemáticas, una buena fuente historiográfica es Ph. E. B. JOURDAIN (1906-1918), *Selected essays on the history of set theory and logic*, edic. de I. Grattan-Guinness, Bologna: CLUEB, 1991; el propio GRATTAN-GUINNESS (1988) ofrece un sucinto informe panorámico. En A. COFFA (1991) y J. HINTIKKA, ed. (1995), se tratan algunos otros aspectos complementarios de la interacción entre lógicas, matemáticas y filosofía.

operaciones correspondientes; (B) otra que se mueve hacia una creciente rigorización de los conceptos, de las pruebas y de las teorías deductivas. Si un ámbito característico —pero no exclusivo— de (A) es el álgebra, dos ámbitos característicos —pero no exclusivos— de (B) son el análisis y la geometría. También pueden entrecruzarse lugares de confluencia, como las nociones iniciales de *estructura abstracta* y de *sistema teórico*: la primera podría considerarse resultado de la progresiva toma de conciencia de fenómenos de isomorfismo entre áreas y aplicaciones teóricas diversas; la segunda podría considerarse resultado de la creciente familiarización con el análisis conceptual, con las variaciones de postulados que dan lugar a variantes axiomáticas alternativas —p.ej. geometrías no euclidianas—, con las relaciones entre teorías —p.ej. la representabilidad de una teoría en los términos de otra. Por lo demás, las dos tendencias señaladas no sólo sirven de cauce para diversas líneas y programas en consonancia con los intereses [2] y [3], antes mencionados, y en la dirección de lo que será en nuestro siglo la lógica matemática. Serán, en fin, tendencias de larga duración. Así, si el concepto cabal de *estructura algebraica* y su conversión en un foco de la investigación matemática moderna no cristalizan hasta los 30 —p.ej. en van der Waerden (1930), *Moderne Algebra*—, el análisis de las relaciones básicas de deducibilidad y de consecuencia en una teoría no madura hasta la metodología de las ciencias deductivas que Tarski desarrolla en esa misma década, a pesar de algunos pasos dados con anterioridad en uno y otro sentido: p.ej. a través del estudio de invariantes algebraicas y de conceptos abstractos de grupo, cuerpo, etc., en el primer caso; o a través de las tradiciones hipotético-deductivas de la escuela de Peano y de los «American postulate theorists», en el segundo.

Dentro de este marco, es natural encontrarse a principios del s. XX con varias tradiciones y orientaciones lógico-matemáticas y, por ende, asistir a una especie de parto múltiple de la lógica moderna. De hecho, hacia 1900, podemos detectar la presencia de diversas líneas de génesis y desarrollo de la que será la lógica del s. XX. En particular:

[a] La tradición booleana del álgebra de la lógica, alimentada por diversas fuentes como las contribuciones de Schröder o de Peirce y su círculo. Es la primera en presentar una conformación definida del análisis de proposiciones, clases y relaciones, en términos de identidades (ecuaciones) y ulteriormente de inclusiones. Una muestra parcial, elemental, de su grado de normalización es el manual de Couturat (1905), *El álgebra de la lógica*.

[b] El análisis lógico objeto-gráfico y concepto-gráfico de *Begriffsschrift* y los programas logicistas de Frege y de Russell. El logicismo es, en sustancia, un programa de reducción de la matemática clásica al combinado: teoría de conjuntos-lógica, entendida ésta última como la articulación de una «teoría de la deducción» (en el ámbito de la lógica de enunciados) y de una teoría de la cuantificación (sobre funciones proposicionales n -ádicas) dentro de la estrategia general de la teoría de los tipos lógicos, adoptada para prevenir las anomalías surgidas de la *liaison* entre la lógica y la teoría de conjuntos. El edificio erigido por Russell y Whitehead (1910-1913, *Principia Mathematica*) con materiales tomados no sólo de Frege sino de otras fuentes lógico-matemáticas, en particular Peano, fue la cristalización de la nueva lógica más influyente durante el primer tercio del siglo; dio solidez y alas a la idea de que la lógica podía alcanzar la forma cabal de una disciplina científica.

[c] La orientación de Peano —después de algunos ensayos iniciales en la línea lógico-algebraica— y de su escuela (Pieri, Padoa) hacia la sistematización y la metodología deductiva de teorías matemáticas clásicas (aritmética, geometría). También cuenta con un temprano manual elemental como el de Burali-Forti (1894), *Logica matematica*. Producto derivado de su estudio de las condiciones de interpretación de las expresiones primitivas de una teoría axiomática formalmente considerada será una noción de deducibilidad aproximada al concepto canónico moderno —desde Tarski 1936— de consecuencia lógica.

[d] El interés de Hilbert por una nueva vía de axiomatización, relativamente abstracta, y por las propiedades de los sistemas axiomáticos mismos (p.ej. consistencia, suficiencia en el sentido de que los axiomas determinantes de un sistema teórico basten para derivar todos los teoremas conocidos en la teoría). Luego, su creciente preocupación por los problemas de fundamentación de las matemáticas y sus expectativas de un control efectivo de las teorías y las pruebas matemáticas, le llevarían a emprender —junto con sus colaboradores de Göttingen (Bernays, Ackermann)— una parcelación y reconstrucción formal y sistemática de la lógica subyacente en la matemática clásica. Entre los años 1917-1928, Göttingen se convierte en el centro de la transición hacia lo que hoy entendemos por lógica «estándar» —sin olvidar por ello la existencia de otras contribuciones en esta dirección más bien periféricas (p.ej. Löwenheim 1915; Skolem, 1920 ss.; Post 1921). De 1928, precisamente, data su presentación oficial en los *Grundzüge der theoretischen Logik* de Hilbert y Ackermann.

Por otro lado, la distinción entre estas orientaciones no excluye la existencia de algunas connivencias y complicidades entre ellas. Si, p.ej., la *Logica matematica* de Burali-Forti (1894) ya recogía algunos resultados de la influyente álgebra de la lógica de Schröder, los *Grundzüge* de Hilbert y Ackermann (1928) no dejarán de hacerse eco de la teoría de los tipos lógicos de *Principia Mathematica*. Los *Principia* mismos pasarían durante algún tiempo por ser una especie de confluencia natural de las aportaciones de Boole, Frege y Peano.

Para completar el cuadro de la situación matriz de la lógica del s. XX, habría que incluir las variantes filosóficas de la lógica tradicional, tradición que hacia 1900 también estaba lejos de presentar un cuerpo único u homogéneo de doctrina⁵. La alusión a la lógica tradicional no es superflua en la perspectiva de los problemas de identificación de la nueva área de las lógicas matemáticas. La lógica «simbólica» de corte booleano, la más difundida a principios de siglo, era recibida en los medios lógico-filosóficos tradicionales, por regla general, bien como una excrecencia extensionalista o calculística de escaso interés, bien como una amenaza de invasión desde el exterior, desde las matemáticas, tan perniciosa para la naturaleza genuina de la lógica como pudiera serlo la intromisión psicologista, la invasión desde la psicología científica. De este modo, a los problemas internos de identificación y delimitación —recordemos que, por ejemplo, ni el logicismo de Frege ni el de Russell llegaron a acotar con precisión los campos de las proposiciones matemáticas y de las proposiciones lógicas, pese a su programa de fundamentación de aquéllas en éstas—, se sumaban los problemas externos de jurisdicción y de emplazamiento en la república de las disciplinas filosóficas, metodológicas y científicas.

De todo lo anterior se pueden extraer tres conclusiones: 1/ A principios del s. XX hay varias tradiciones y programas que comportan otras tantas maneras más o menos distintas de entender y de emplear la lógica. Algunas de estas variantes

⁵ La cuestión de la índole misma de la lógica —¿es una ciencia natural, o es el canon de la razón, o es la técnica del pensamiento correcto?— venía siendo un debate abierto desde su planteamiento expreso en 1842 como «die logische Frage». Además, aun suponiendo que se tratara de una disciplina filosófica, cabían orientaciones doctrinales diversas: la formal-trascendental y la epistemológica, en la onda de Kant; la metafísica, en la onda de Hegel; la metodológica, en la onda de Stuart Mill; sin contar las variaciones en torno al debate «antipsicologismo versus psicologismo» o los tanteos y las discusiones en torno a la idea de inferencia. El colmo de la indiscriminación sería reducir esta variedad de lógicas filosóficas al tópico de la identificación: lógica tradicional = lógica aristotélica.

tienen que ver con el nuevo ámbito de la lógica «simbólica» o «matemática» o «exacta» o «lógica» —nombres para un lugar todavía incierto en los mapas académicos de la época⁶. 2/ Según todos los visos, ninguna de esas variantes de modernización de la lógica puede arrogarse en exclusiva la fundación de nuestra lógica moderna: no ha sido hija de una sola madre. 3/ El largo y accidentado proceso de generación y constitución de esta lógica como nueva disciplina científica no es una revolución «gestáltica» o «kuhniana»; en particular, no reviste la forma de un movimiento compacto y lineal de sustitución del antiguo régimen de «la lógica tradicional» por el nuevo régimen de «la lógica matemática»⁷.

El desplazamiento de la(s) lógica(s) tradicional(es) se irá produciendo en un largo proceso con varias fases y vicisitudes, por ejemplo: la incursión de la lógica algebraica en el campo de la lógica y la semiótica tradicionales; la promoción del nuevo campo de las lógicas matemáticas en el que concurren programas logicistas, nociones conjuntistas, cuestiones de método y de estructura deductiva; la ascensión de la lógica de *Principia* y de la teoría russelliana de los tipos como sistematización del nuevo campo lógico-matemático y primera formación definida de la lógica moderna; en fin, la instauración de la lógica de primer orden, una variante restringida dentro de ese contexto, cuya circunscripción habría sido imperceptible —y cuya fortuna habría parecido además hartamente improbable— a la luz de la situación reinante a principios de siglo. Esta lógica clásica de primer orden —que es la que hoy se enseña en primero de Filosofía— no llegará a tener plena conciencia de sí misma, para luego pasar a hacerse dueña del terreno, hasta los años 30-50.

⁶ Durante la última década del s. XIX y los primeros años del XX, los enterados que oían la expresión «lógica simbólica» tendían a pensar en gente como BOOLE, PEIRCE o SCHRÖDER; los que oían «lógica matemática», en PEANO y su escuela; «lógica exacta» fue una denominación avanzada por Schröder y asumida por el círculo de Peirce, e.g. por C. LADD-FRANKLIN, para denotar las inflexiones y los desarrollos que el propio Peirce y Schröder venían introduciendo en el programa inicialmente booleano; el término «lógica» se propuso en el Congreso Internacional de Filosofía de 1904, a partir del cálculo aritmético. Pero todas estas expresiones no dejaban de resultar un tanto equívocas. Por ejemplo, la expresión inglesa «mathematical logic» había sido introducida por A. de MORGAN en 1859 en el sentido genérico de una vaga asociación con el álgebra y, casi medio siglo más tarde —como Couturat hacía notar— esta misma denominación, «lógica matemática», podía significar tanto una lógica matematizada a la manera booleana como una lógica de la matemática en la línea de Peano; «lógica», en fin, adquiere un sentido preciso en el contexto del «método lógico» de A. CHURCH (1944), *Introduction to Mathematical Logic*, Princeton: Princeton University Press, 1956 edic. rev., § 07, págs. 47-58.

⁷ Vid. L. VEGA REÑÓN, «Kuhn y las historias populares de la lógica», en C. SOLÍS, comp. *Alta tensión*, Barcelona: Paidós, 1998; 363-381.

3. Movimientos de sístole: hacia una lógica estándar

La lógica clásica de primer orden ha venido a ser nuestra lógica estándar. El calificativo de «estándar» responde justamente a su implantación institucional: desde mediados de siglo y por regla general, es la base primordial de aprendizaje de quienes se inician en la lógica⁸ y constituye un cuerpo de nociones, métodos y resultados que se dan por consabidos entre los profesionales de la disciplina. Esta hegemonía escolar no la ha convertido, por cierto, en la única lógica viable, la única reconocible en principio o la única practicada. Sin embargo, todavía sigue sirviendo de espejo o de referencia para la identificación habitual de otras variedades del análisis lógico contemporáneo, incluidas algunas lógicas que se consideran «no-clásicas» o se erigen en alternativas o rivales suyas.

Siendo esta lógica clásica de primer orden hartamente familiar, no será preciso apurar su caracterización interna. Bastará resumir algunos rasgos y supuestos como los siguientes:

(i) Su conformación lingüística descansa en una gramática formal recursiva, que determina el conjunto numerable de las expresiones pertenecientes a su lenguaje, y en la construcción en paralelo de una semántica extensional, que determina las condiciones de interpretación en una estructura conjuntista y de asignación de valores veritativos a las fórmulas enunciativas. Ambas dimensiones envuelven ciertos supuestos, p.ej. una demarcación expresa entre los términos lógicos y no-lógicos; una especificación de las funciones de interpretación y de designación en un dominio o «universo» poblado por individuos; la adopción de un principio composicional y de un régimen de evaluación veritativo-funcional de las fórmulas enunciativas. La construcción de una y otra dimensión, siendo ambas independientes en principio, no deja de ser correlativa de modo que —parafraseando a Quine— la lógica sube a la caza de la verdad por las ramas de la gramática. A los supuestos se añaden algunas otras restricciones características, p.ej. el régimen de evaluación es bivalente; las expresiones del lenguaje son finitarias —no hay cadenas de símbolos bien formadas de longitud infinita—; los cuantificadores sólo ligan variables individuales —

⁸ Hay incluso una declaración programática a este respecto en las «Guidelines for logic and education» elaboradas por el «Committee on Logic and Education» de la Asociación de lógica simbólica, en *The Bulletin of Symbolic Logic*, 1/1 (1995): 4-7.

no predicativas, ni funcionales— dentro del ámbito circunscrito a los lenguajes de primer orden.

(ii) Su conformación sistemática también discurre en las dos dimensiones apuntadas, pero ahora una está dirigida a la determinación formal y efectiva de la idea de deducibilidad en el sistema y la otra a la determinación de conceptos semánticos como el de consecuencia lógica. El sistema es susceptible de presentaciones diversas (como un sistema de axiomas o de reglas o de secuentes o arboriforme, etc.), pero todas ellas envuelven algunos supuestos típicos. Así, se supone que una fórmula enunciativa α es *deducible* de un conjunto cualquiera de fórmulas enunciativas Γ en un sistema S si hay una serie finita de pasos pautados por las reglas de deducción de S que parte de Γ y concluye en α . Cuando Γ es el conjunto vacío de fórmulas (premisas), se dice que α es una tesis de S . Como las reglas de deducción son contadas y finitarias —y si S fuera axiomático, sus axiomas o esquemas axiomáticos podrían numerarse—, cabe comprobar si una serie de fórmulas es una deducción en S . Por otro lado, siendo S un sistema cerrado con respecto a la deducibilidad —si α es deducible de S , α pertenece a S —, se pretende que esta relación no sea trivial, es decir: que no toda fórmula enunciativa del lenguaje de S sea deducible como una tesis de S ; pretensión que se encargará de probar una demostración de que el sistema es consistente. El concepto de consecuencia lógica acusa, por su parte, la marca de un tratamiento semántico conjuntista: se supone que una fórmula α se sigue *lógicamente* de un conjunto —posiblemente infinito— de fórmulas Γ si y sólo si no hay estructura en la que todas y cada una de las fórmulas de Γ sean verdaderas y α resulte falsa o, dicho en otras palabras, si y sólo si todo modelo de Γ es un modelo de α . También se asumen los rasgos clásicos de esta relación, en particular los de ser una relación reflexiva, transitiva y estable o monótona. La lógica de primer orden tiene la virtud añadida de ser completa, en el sentido de que toda consecuencia lógica formulable en sus términos es deducible en el sistema.

(iii) La disposición característica del entramado estándar distingue dos niveles o estratos sistemáticos: el básico y autónomo de la lógica primaria (o de proposiciones), donde obran como términos lógicos los conectores veritativo-funcionales; el de la lógica general (o teoría de la cuantificación), articulado sobre el anterior, donde los operadores lógicos son los cuantificadores universal y existencial —con el suplemento habitual de la identidad.

La lógica estándar ha sido un producto histórico complejo y delicado —aunque nadie lo diría a juzgar por la naturalidad con que suele presentarse en

los libros de texto. Cabe recordar, sin ir más lejos, cómo se han formado los dos estratos o niveles constituyentes recién mencionados. Veamos, por ejemplo, el caso de la lógica primaria. Según el célebre estudio histórico de Lukasiewicz (1934, 1935), la moderna lógica proposicional aparece de forma súbita y casi perfecta en Frege 1879, *Begriffsschrift*⁹. Convengamos en que así es por lo que se refiere a su planteamiento veritativo-funcional y a su sistematización axiomática inicial —aunque no represente «una lógica» o un ámbito sistemático singularmente distinguido dentro del programa fregeano de rigorización de la deducción. Ahora bien, en 1879 ya existían otras dos versiones del análisis lógico en este campo de las proposiciones, la propuesta como una interpretación subsidiaria del álgebra simbólica de Boole (1847, 1854) y la avanzada por H. MacColl entre 1877 y 1878; al año siguiente, 1880, Peirce aún añadía otra más por su cuenta. Y estas variantes no serán las únicas si se tienen en cuenta, por ejemplo, la contribución posterior de Peano o la mediación de la «teoría de la implicación» de Bertrand Russell (1906), de la que aparecen largos pasajes transcritos en la «teoría de la deducción» de *Principia* (I, 1910). Es precisamente a la luz y a la sombra de *Principia*, gracias al éxito de la teoría de la deducción de Russell, como *Begriffsschrift* se torna en el hito decisivo de la historia de la lógica de proposiciones que ha creído ver Lukasiewicz. Pero esto no es todo: la opción triunfadora acaba imponiéndose a través de los refinamientos técnicos y la investigación metateórica que luego tuvieron lugar en el curso de la segunda década del s. XX. En ellos desempeñaron su papel tanto la perspectiva veritativo-funcional de la tradición Frege-Russell, como los intereses operacionales y combinatorios de la tradición algebraica, amén de otros motivos emergentes que supondrán la fragmentación de las «Grandes lógicas» (de Frege, de Schröder, del propio Russell) en parcelas sistemáticas —p.ej. la investigación de la consistencia, completión e independencia de un sistema de la lógica de proposiciones, emprendida por Hilbert en un curso impartido en 1917-18 sobre los «Principios de la matemática y la lógica». En fin, creo que es por los años 1918-1920 cuando podemos reconocer sin reservas las señas de identidad de la lógica proposicional estándar, p.ej. en la *Habilitationsschrift* de Bernays (1918) en Göttingen y en la tesis doctoral de Post (1920) en Columbia, ambas independientes entre sí. Estas señas incluyen tanto la distinción expresa entre resultados teóricos —dentro del sistema— y metatóricos —acerca del sistema—,

⁹ Hay varias traducciones españolas, vid. e.g. «Contribución a la historia de la lógica de proposiciones», en L. VEGA, ed. *Lecturas de Lógica*, Madrid: UNED, 1986, pág. 123.

como la prueba de ciertas propiedades metalógicas básicas del sistema proposicional estudiado: la adecuación funcional [Post], la consistencia en virtud de una condición hereditaria [Hilbert, Bernays, Post], la suficiencia y la completación sintáctica [Hilbert, Post], la completación semántica [Bernays], la decidibilidad [Bernays] o efectividad [Post], la independencia [Bernays]¹⁰. En el curso de los años 20 y 30, los trabajos de «la escuela de Lvov-Varsovia» sobre la teoría de la deducción de *Principia*, así como su consideración de variantes sistemáticas más o menos afines, fijarán el perfil hoy familiar de la lógica proposicional de los manuales. En 1935 Tarski establece que cualquier sistema proposicional que cumpla ciertas condiciones generales, sólo admitirá una extensión consistente y completa, a saber: el sistema bivalente de la lógica clásica. Por lo demás, la misma década asiste al giro desde los sistemas axiomáticos hacia los sistemas de reglas de deducción natural y de secuentes (Jaskowski 1934; Gentzen 1934). Este cambio de rumbo no es filosóficamente irrelevante. Se abre, por ejemplo, a una perspectiva congruente con el papel que toca asumir a la lógica a medida que avanza el siglo: el de oficiar no ya como *la Teoría* —el cuerpo de verdades o de leyes— fundamental o más general, sino más bien como una lógica subyacente en las demostraciones y teorías matemáticas — como un sistema de condiciones y de reglas estructurales de las relaciones de deducibilidad y «teorematividad» en tales contextos.

El segundo componente antes mencionado, nuestra teoría de la cuantificación de primer orden, muestra una evolución análoga, aunque su desarrollo haya sido algo más lento y mucho más complicado. Como la historia de la teoría de la cuantificación —a diferencia de la historia de nuestra lógica primaria— viene siendo objeto de atención desde los años 70, me remito a la abundante literatura sobre sus diversos aspectos y vicisitudes¹¹. Me limitaré a recor-

¹⁰ Vid. P. BERNAYS, «Axiomatische Untersuchung des Aussagen-Kalküls der *Principia Mathematica*», *Mathematische Zeitschrift*, 25 (1926): 305-320; en esta publicación muy posterior, Bernays silencia la conexión de su Habilitationsschrift con el curso de Hilbert 1917-18 y omite su estudio inicial de otros sistemas que descansan en reglas de deducción antes que en axiomas. E. L. POST, «Introduction to a general theory of elementary propositions», *Amer. J. of Mathematics*, 43 (1921): 163-185 [trad. y notas en L. Vega (ed.), *Lecturas...*, 1986, pp. 317-378]; Post revela sus fuentes de inspiración: la tradición algebraica de Schröder, la veritativo-funcional de PM y la sintáctico-calculista de C.I. Lewis.

¹¹ Cf., por ejemplo, los trabajos de J. van HEIJENOORT (1976), W. D. GOLDFARB (1979), I. GRATTAN-GUINNESS (1981) y (1997), G. H. MOORE (1988) y (1997), I. H. ANELLIS (1991), J. W. DAWSON (1993). Para más detalles y referencias, vid. L. VEGA RENÓN (1996), págs. 211 ss.

dar que, en la década de 1880, la ligadura de variables de argumentos (objetos de funciones o funciones de funciones) propuesta por la *Conceptografía* de Frege tampoco es la única opción disponible para tratar con la cuantificación lógico-matemática. Más aún, en el contexto de las «Grandes lógicas», sistemas omnicomprendidos sobre el Universo, la demarcación a la que hoy nos atenemos entre la lógica de primer orden y la lógica de orden superior habría resultado gratuita, de haber sido siquiera viable; habría supuesto, cuando menos, el divorcio entre la cuantificación lógica y la teoría de conjuntos. Pero justamente para soslayar las anomalías de su *liaison* se habían erigido sistemas como la teoría de los tipos, una construcción no sólo ardua sino inevitable a los ojos de la mayoría de los lógicos-matemáticos de los años 20 y principios de los 30. Con todo, durante el reinado de *Principia Mathematica*, ya empezaban a manifestarse en Göttingen unas señas inequívocas de lo que hoy entendemos por un lenguaje de primer orden. Aunque sus primicias quizás no puedan remontarse más atrás del ya citado curso impartido por Hilbert (1917-18), el caso es que una lógica «restringida», de primer orden, hace su aparición pública impresa en los *Grundzüge der theoretischen Logik* de Hilbert y Ackermann (1928), un texto abierto a la lógica general de orden superior¹². Explorona a partir de entonces su madurez metalógica, p.ej. con las tesis doctorales de Herbrand (1929), en la línea de un control finitista de las fórmulas lógicas, y Gödel (1929), sobre la compleción del cálculo funcional restringido, hasta desembocar, digamos, en la tesis de Henkin (1947). Son los celebrados resultados de este periodo —los metateoremas de la década de los 30 en torno a sus posibilidades (compleción, compacidad) y limitaciones (indecidibilidad); la reelaboración de la tradición metalógica de Löwenheim-Skolem a Gödel por parte de Henkin—, los que deparan a la lógica de primer orden una identidad precisa como teoría del análisis lógico. Varios años más tarde, los resultados de Lindström (1969) completan esas señas de identidad con la adscripción de un domicilio, un territorio propio dentro de la vasta heredad secular de las teorías lógico-matemáticas: éste será el acotado como la clase de equivalencia de todas las teorías de primer orden que cumplan determinadas condiciones

¹² Como ya he sugerido anteriormente a propósito de la lógica de proposiciones, esta estrategia de fragmentación y estratificación del ámbito de la lógica en cálculos sistemáticos —proposicional y de clases, cuantificación restringida, cuantificación generalizada— no será inocua para las pretensiones unitarias y universales de una «Gran lógica», máxime cuando sus secuelas disolventes se acentúen al confluir con algunos factores deletéreos, como las variaciones de dominios de interpretación alentadas por la tradición algebraica.

metatéóricas, así que los sistemas formalizados que se atengan a ellas no admitirán una extensión mayor que la cubierta por la cuantificación clásica. Ahora bien, para entonces la lógica clásica de primer orden ya había adquirido una relativa hegemonía institucional y, de hecho, constituía la base elemental del cultivo de la disciplina en cualquier currículo decente de filosofía.

¿A qué había obedecido este cambio de régimen o, si se quiere, la transición desde el dominio anterior de la «Gran lógica» cristalizada en *Principia Mathematica* hasta la nueva hegemonía de la lógica de primer orden? Cabe pensar en varios y diversos motivos. Desde un punto de vista lógico, una razón de peso es la compleción de la lógica de primer orden: si S es un sistema completo y (se sigue lógicamente de S , (es deducible de S ; por ende, podríamos saber que se sigue —virtud descartada en el caso de la lógica de *Principia* por el famoso teorema de limitación de Gödel (1931). Otras razones tienen que ver con el desarrollo de la axiomatización en teoría de conjuntos y con las facilidades relativas para el control de las pruebas en este contexto que ofrece su formalización en términos de primer orden. Pero tampoco faltarían motivos de otro género como, por ejemplo, la complicidad de la filosofía analítica y la orientación nominalista de algunos filósofos reacios a asumir compromisos ontológicos más fuertes que el ineludible con un universo de individuos; o incluso, por ejemplo, el sensible influjo de los manuales elementales de los años 50 y 60 que imponen la presentación de la lógica en términos de sistemas de reglas de deducción natural de primer orden. Si las razones primeras parecen conducir a la adopción de esta lógica como un convenio sensato, estos otros motivos añadidos llevarán de hecho a su implantación hasta el punto de convertirse en la lógica formal de referencia para diversos medios relacionados con la filosofía de la ciencia o con la filosofía del lenguaje.

Llegados a este punto, convendría resumir los movimientos de sístole en algunas conclusiones. Valgan las tres siguientes: 1/ La constitución de nuestra lógica estándar al mediar el siglo, a través del desarrollo de la lógica clásica de primer orden, no ha sido el cumplimiento de un destino anunciado o previsible desde un principio. 2/ En el curso de este proceso de constitución se fueron produciendo desplazamientos sucesivos mientras quedaban al margen otras opciones posibles¹³. 3/ Nuestra lógica estándar adquirió su privilegiado

¹³ Recordemos, una vez más, que a la popularidad inicial de las tradiciones lógico-algebraicas sucedió la influencia de *Principia*, a partir de la segunda década, y a ésta sucedió a su vez

estatuto no sólo en razón de sus virtudes «internas», lógicas y metalógicas, ni sólo en función del consenso creado en torno a su simplicidad y su rendimiento metódicos, sino también a impulsos de otros motivos «externos», de carácter institucional e interdisciplinario.

¿Cómo se refleja la lógica del siglo XX en el espejo de la lógica estándar? Creo que ha adquirido sesgos y tonalidades que la distinguen de tradiciones anteriores. Un sesgo característico es, por ejemplo, el inducido por el protagonismo de un concepto formal y efectivo de deducibilidad que (1) se centra en la consideración de teorías formalizadas, (2) se rige por reglas estructurales en ese contexto y (3) es un procedimiento finito de acceso a, y control de, conjuntos posiblemente infinitos de consecuencias. Con (1), sin ir más lejos, no sólo se reduce sustancialmente el campo del análisis tradicional de la inferencia, sino que objetivos tradicionalmente prioritarios, como la convalidación o la invalidación de la argumentación en general, vienen a ser más bien productos derivados. Pasando de los sesgos a las tonalidades adquiridas, baste mencionar: (a) Su papel como lógica subyacente en ciertas teorías matemáticas presuntamente básicas (aritmética, teoría de conjuntos, álgebras), de la que se esperan diversos servicios: no sólo formales y reductivos, en la línea de las «teorías de la demostración» más o menos asociadas al programa de Hilbert, o metateóricos, en el sentido convencional de determinar la capacidad relativa de diversas teorías o métodos deductivos, sino heurísticos, en orden a la investigación de estructuras matemáticas. (b) Una conciencia de su constitución no sólo sistemática, sino *teórica* en el sentido de envolver, cuando menos, una concepción particular de la relación de deducibilidad y, en general, del análisis lógico —en palabras de Church (1944, 1956), §1, «la adopción de un lenguaje formalizado envuelve la adopción de una teoría del análisis lógico». (c) Su propia colocación en un plano metateórico en general, metalógico en particular, de trabajo e investigación. Todas estas inflexiones comportan una significativa carga filosófica. En razón de (a)-(b), nuestra lógica moderna se ha distanciado tanto de las concepciones que hacían de la lógica una doctrina o una ciencia filosófi-

la ascensión y la hegemonía de la lógica de primer orden en el curso del segundo tercio del siglo. Por otro lado, al margen de este cauce central de desarrollo se fueron quedando opciones infinitarias o de orden superior, sistematizaciones distintas —como la propuesta por LESNIEWSKI entre 1927 y 1931—, teorías de la demostración rivales —como la intuicionista—. Y, en fin, tampoco faltaron las alternativas que perdieron su mordiente original para verse asimiladas como extensiones o como complementos periféricos.

ca —un cuerpo de verdades sobre el mundo, el lenguaje o el conocimiento—, como de las tradiciones más o menos comprometidas con alguna suerte de historia natural del Entendimiento o de destino trascendental de la Razón. A la luz de (δ), en vez de suponer con arreglo a un tópico tradicional que la lógica es doblemente racional —pues, por un lado, procede conforme a los dictados de la razón y, por otro lado, puede reflexionar sobre las condiciones y operaciones de la razón misma—, se supone que la lógica consiste no sólo en análisis meta-lingüísticos de textos o argumentos deductivos, sino además y sobre todo en análisis metateóricos de las condiciones, posibilidades y limitaciones de (clases de) teorías deductivas, incluidas desde luego las teorías lógicas mismas.

4. Movimientos de diástole: las lógicas más allá o al margen del espejo

En la conformación de la lógica moderna también han desempeñado su papel otras lógicas más o menos diferentes de la lógica clásica de primer orden. Cierto es que algunas de ellas han venido a discurrir a través de este espejo, como réplicas o como extensiones de la lógica estándar —pueden verse muestras al respecto en la llamada «tradición sintáctica» de la lógica modal, desde Lewis 1918 hasta von Wright 1951. Pero algunas otras han ido más allá o se han abierto otros caminos —sería el caso de las tradiciones «algebraica» y «modelista», por seguir con el ejemplo de las lógicas modales. Hay además sistemas divergentes desde un principio —baste recordar el programa intuicionista— y hoy no faltan, en fin, ensayos de lógicas y análisis lógicos dispuestos a investigar como la aventurera Alicia lo que hay «al otro lado del espejo» de la lógica estándar: el muestrario, desde las lógicas no monotónicas hasta algunas variantes dentro de la informe «teoría de la argumentación», es amplio y variopinto.

La historia de la génesis y desarrollo de las lógicas no estándar en general aún está por escribir. Disponemos de apuntes más o menos esquemáticos sobre variaciones en algunos campos de trabajo —p.ej. lógicas modales, lógicas multivalentes, lógicas intuicionistas—; contamos con informes y boletines bibliográficos que siguen el curso de la investigación en ciertas áreas —p.ej. en lógica de la demostrabilidad, en lógicas difusas o borrosas¹⁴. Se han escrito, en

¹⁴ Sobre los esquemas usuales en la historia de la modernas lógicas modales y multi(poli)valentes, vid. VEGA RENÓN (1996), pp. 247-251; el «Historical Appendix» de M. J. BEESON,

suma, memorias y «biografías», pero no una historia. Y no será fácil escribirla, tanto por falta de la caracterización adecuada y comprensiva que nos sirva de guía¹⁵, como por inexistencia de un cauce central de evolución o de procesos convergentes de desarrollo como los que hoy podemos reconstruir retrospectivamente a propósito de la lógica estándar. De hecho, en la gestación de algunas de esas lógicas durante la primera mitad del siglo han influido factores tan heterogéneos como los siguientes: [a] nociones dispares contenidas en solución en las discusiones de finales del s. XIX y principios del s. XX, p.ej. en torno a las ideas de implicación y de inferencia; [b] tradiciones diversas, p.ej. la que vindica una lógica intensional frente a la lógica extensional del álgebra de clases y de las funciones veritativas; [c] programas alternativos de fundamentación y análisis de las matemáticas. Una consecuencia de esta complicada situación es la dificultad de señalar con precisión el lugar y la fecha de nacimiento de la idea misma de «otra lógica» o de «las lógicas». Hay, creo, dos puntos críticos a este respecto: (i) la percepción de las variantes lógicas alternativas entre sí, o a una lógica de referencia, como un buen motivo para poner en cuestión la existencia de una lógica universal y uniforme —de una suerte de «destino de los humanos en lo formal», según decía Alfredo Deaño—; (ii) el reconocimiento de una «lógica» como una teoría particular y viable del análisis lógico. Con arreglo a (i), las alternativas lógicas no se dejan reducir a meras aproximaciones a, o desviaciones de, la naturaleza genuina de la Razón o del Discurso. Con arreglo a (ii), las alternativas lógicas tampoco son simples variaciones en torno a la idea abstracta o al *datum* de «lo lógico»; más bien, parecen poner en cuestión

Foundations of constructive mathematics, Berlin/Heidelberg/New York: Springer, 1985, págs. 417-438, es un lúcido bosquejo histórico de la lógica intuicionista; un reciente informe sobre la lógica de la demostrabilidad se encuentra en el «Afterword» de J. P. BURGESS y G. BOOLOS, *Logic, logic, and logic* (R. JEFFREY, ed.), Cambridge (MA): Harvard University Press, 1998, págs. 415-424; el desarrollo de las lógicas difusas puede seguirse puntualmente desde mediados de los 80 al hilo de inventarios bibliográficos como los que van apareciendo periódicamente en la revista *Fuzzy Sets and Systems*, 18 (1986), 30-33 (1989), etc.

¹⁵ En esto no hemos progresado mucho desde los 70. Por ejemplo, el que espere grandes cosas de la nueva edición y ampliación del popular *Deviant logic* de S. HAACK (1974) en su reciente *Deviant logic, fuzzy logic: beyond the formalism*, Chicago/London: The University of Chicago Press, 1996, se verá decepcionado. Por lo demás, persiste la afición naturalista a la confección de mapas y catálogos sin mayores incursiones reflexivas o explicativas; aún así, no deja de ser instructivo comparar el mapa de N. RESCHER (1968), «Desarrollos y orientaciones recientes en lógica», *Teorema*, 2 (1971): 51-64, con el catálogo electrónico de P. SUBER (1997: www.earlham.edu/~peters/nonstbib.htm), para hacerse una idea de cuánto han proliferado las lógicas no estándar en los últimos treinta años.

el supuesto de que haya algo como «lo lógico» en sí y ello sea concebible o capturable con independencia de una lógica¹⁶. A la luz de estos criterios, la idea cabal de unas «lógicas alternativas» es una idea de la lógica moderna, una idea que deviene explícita ya bien avanzado el primer tercio del siglo XX¹⁷.

Pero, dando un paso más, me arriesgaré a aventurar un esquema del desarrollo de las lógicas que contempla tres fases principales: Una *fase 0*, entre finales del s. XIX y principios del s. XX, cuando no parece discutirse la existencia de una Lógica universal, aunque se reconozcan algunos nidos de anomalías y diversas variantes programáticas que tienden a interpretarse bien como variaciones más o menos acertadas en torno a los principios lógicos, bien como expresiones más o menos perspicuas y logradas de la Lógica; son tiempos de inquietud antes que tiempos de mudanza. Una *fase 1*, entre los años 30 y 70, en la que se desarrollan lógicas alternativas de diverso signo —complementarias, divergentes, rivales—, por comparación o por contraste con una lógica de referencia —al principio la lógica de *PM*, luego la lógica estándar. Una *fase 2*, más propia de los años 80 y 90, en la que no sólo aumenta la tendencia hacia la diversificación, sino que aparecen dos fenómenos notables ligados a investigaciones «al otro lado del espejo»: (1) los ámbitos de aplicación empiezan a decidir sobre la índole de la lógica adecuada —según se desprende, por ejemplo, de la evolución del tratamiento de la vaguedad en términos de conjuntos borrosos o del desarrollo de las lógicas no monotónicas en la investigación de

¹⁶ Esto no quiere decir, por ejemplo, que los griegos hubieron de esperar hasta los *Analíticos* de Aristóteles para razonar lógicamente e inferir en consecuencia. Pero hace pensar que las formas lógicas son imperceptibles o ilocalizables sin alguna suerte de recursos —como los habilitados por Aristóteles— y que, en general, el uso inteligente del discurso no envuelve la epifanía espontánea o el reconocimiento inmediato de «lo (formalmente) lógico».

¹⁷ Por ejemplo, LEWIS (1932) «Alternative systems of logic» [trad. en L. Vega, ed. 1986, *Lecturas de Lógica*, o.c., pp. 247-271] considera la posibilidad de diversos sistemas lógicos de relaciones de consecuencia irreducibles entre sí, pero todos ellos parejamente coherentes y capaces de justificarse en sus propios términos. Quizás puedan apreciarse en algún otro —o en el propio Lewis (1912-1918)— unos escauceos previos. Por lo demás, ni que decir tiene que es muy anterior la idea de unas variaciones históricas o de unas variantes filosóficas en lógica. Así, desde mediados del s. XIX se habla de la «lógica india» o de la «hegeliana» y, luego, se hablará incluso de una «lógica de los sentimientos», por contraste con el corpus lógico tradicional; pero esto poco tiene que ver con nuestra idea moderna de las teorías «lógicas alternativas» y, de hecho, se compeadece con la firme convicción en la existencia de una única Lógica (cf. p.ej. J. de CASTRO, «Evolución y concepto de la lógica», *Boletín de la Institución Libre de Enseñanza*, 27/516, 517 (1903): 86-96, 114-123, o A. GÓMEZ IZQUIERDO, *Nuevas direcciones de la lógica*, Madrid: Victoriano Suárez, 1907).

procesos inferenciales—; (2) la promoción de «nuevas ciencias» en la periferia de la lógica o en encrucijadas fronterizas con otras disciplinas¹⁸. A la luz de estos desarrollos, las tonalidades de nuestra lógica moderna, antes apuntadas en el §3 como secuelas de la cristalización de la lógica estándar, adquieren una coloración tornasolada. Por ejemplo (*b*), la condición teórica del análisis lógico, se acentúa al hilo de la diversificación de teorías lógicas, hasta el punto de que no es infrecuente que las presentaciones de lógicas no-estándar empiecen justamente planteándose la cuestión: «¿Qué es una *lógica*?», mientras que (*a*), el papel de lógica subyacente en las teorías y en las demostraciones matemáticas, pierde parte del protagonismo que tenía en el segundo tercio del siglo en favor de una composición más coral del análisis lógico: clara señal es la creciente multiplicación de investigaciones bajo la rúbrica: «aplicaciones de instrumentos lógicos al análisis del discurso». Podemos interpretar estos fenómenos como síntomas de un síndrome diastólico de ruptura y dispersión de los espejos de la lógica. Pero otro fenómeno no menos relevante es la aparición y progresión, en el curso de las tres últimas décadas, de unos análisis del discurso argumentativo sin el espejo de una lógica. Veamos alguna muestra en uno y otro sentido.

4.1 El caso de la diversificación y dispersión se puede ilustrar considerando un asunto tan capital como la determinación de la relación de consecuencia lógica. He aquí, en principio, un tema distintivo de la lógica, siquiera sea porque una de sus tareas primordiales —no diré la única ni, en todo momento, la principal— ha consistido en la convalidación e invalidación de argumentos. Reduciendo los argumentos deductivos en general al socorrido esquema: $\langle \Gamma, \text{luego } \alpha \rangle$, donde α representa la conclusión y Γ un conjunto de premisas, decimos que « $\Gamma, \text{luego } \alpha$ » es un argumento válido sólo si α se sigue de Γ ; de modo que toda deducción convalidable descansa en alguna relación de consecuencia. Pues bien, ¿qué se entiende por una relación del tenor de « α se sigue de Γ »? Más precisamente: ¿qué se entiende por « α se sigue *lógicamente* de Γ »? ¿Cómo o por qué tal relación es justamente una relación de consecuencia *lógica*? Éstas son preguntas no sólo familiares en historia de la lógica sino casi obligadas en filosofía de la lógica. Hoy, además, las versiones del

¹⁸ Pej. a tenor del manifiesto de J. van BENTHEM, «Logic, language & information: the making of a new science?», *Journal of Logic, Language and Information*, 6/1 (1997): 1-3, la interfaz multidisciplinaria entre lógica, lenguaje, información, ciencias cognitivas y ciencias de la computación bien puede alumbrar una nueva ciencia de la información.

«seguirse de» y el análisis de relaciones de consecuencia han cobrado especial relieve en el marco actual de la discusión en torno a los sistemas y las teorías lógicas¹⁹. Fue Tarski quien inició en el curso de los 30 el estudio de sus dimensiones sistemático-deductiva, como «operación de consecuencia» sobre conjuntos de proposiciones, y lógico-semántica en términos de «modelos» (α es consecuencia lógica de Γ si y sólo si todo modelo de Γ —toda interpretación que satisfaga o toda evaluación que verifique el conjunto de premisas Γ — es modelo de α). Actualmente su caracterización precisa se ha convertido ya en un punto primordial de la definición de (clases de) sistemas inferenciales y de sistemas deductivos como *lógicas*, según muestran los desarrollos de los años 80 y 90 bien en una línea estructural tarskiana, considerada clásica, o bien en otras líneas de exploración al otro lado de este espejo. Por ejemplo, dentro de la concepción clásica, uno de los rasgos estructurales de la relación de consecuencia es su monotonía o estabilidad (si α es consecuencia lógica de Γ , será consecuencia lógica así mismo del conjunto que resulte de añadir a Γ nuevas proposiciones o premisas²⁰); pero hoy buena parte, si no la mayoría, de las lógicas aplicadas al análisis de la inferencia cognitiva prescinden justamente de esta condición, son lógicas no monotónicas. Y las variaciones sistemáticas de este género podrían extenderse a casi cualquier rasgo o supuesto estructural clásico de la relación de consecuencia. La cuestión es qué significa entonces la denominación común de *lógicas* o, dicho esto en otros términos, qué tienen que ver todas esas variantes con la relación crucial de *seguirse-lógicamente-de*.

Pues bien, si abandonamos estas elaboraciones o reconstrucciones a su propia suerte y buscamos una respuesta franca y directa a la pregunta, ¿qué entendemos por « α se sigue *lógicamente* de Γ »?; tampoco nos veremos libres de problemas. Una dificultad inicial, ya detectada en las primeras escaramuzas de los años 30 con las lógicas alternativas, es el conflicto entre nuestras intuiciones o nociones «pre-teóricas» al respecto. Hay nociones del *seguirse-de* que no enca-

¹⁹ Cf., por ejemplo, el panorama sobre sistemas deductivos y cálculos lógicos desplegado en la entrada «Formal languages and systems», firmada por H. HERRE y P. SCHRÖDER-HEISTER, de la *Routledge Encyclopedia of Philosophy* (E. CRAIG, ed. principal), London/New York: Routledge, 1998.

²⁰ Obra como un supuesto básico en la metodología oficial de la ciencia deductiva: significa, p.ej., que si una proposición es un teorema de una teoría axiomática T1, seguirá siendo un teorema de una axiomatización más amplia T2 que incluya la teoría inicial T1. También se ha aducido la monotonía como un rasgo distintivo de la deducción frente a las teorías y las inferencias inductivas.

jan con algunas pautas acreditadas de inferencia. Por ejemplo, a veces se supone que una proposición, β , se sigue lógicamente de alguna otra, α , si la asunción de β se halla necesariamente sobreentendida en la aserción de α ; pero tal suposición no casa fácilmente con esta regla: «de una proposición contradictoria se sigue lógicamente cualquier proposición». Cabe reconocer que nuestras intuiciones son precipitados culturales y responden a variaciones históricas de los usos de la lógica y de las ideas sobre ella, así que nuestros problemas no dejan de ser una larga herencia envenenada. El caso es que hoy nos movemos en una banda de opciones desde una concepción, digamos, *minimalista* de la relación de consecuencia lógica hasta una concepción *maximalista*, entre las que median diversas variantes. Según la concepción minimalista, « α se sigue lógicamente de Γ » significa que el consecuente (o conclusión) α será verdadero siempre que lo sea el antecedente (o conjunto de premisas) Γ , de modo que la consecuencia consiste en una relación que preserva y transmite la verdad del antecedente al consecuente —esta noción tiene un discurrir guadiana por la historia de la lógica desde Filón de Megara hasta nuestra lógica del s. XX²¹. En cambio, según la concepción maximalista, « α se sigue lógicamente de Γ » significa que, siendo α' y Γ' un consecuente y un antecedente cualesquiera de la misma forma lógica que α y Γ respectivamente, si Γ' fuera verdadero, entonces necesariamente α' sería verdadero —condición contrafáctica que descarta su cumplimiento vacuo, de modo que resultarían improcedentes las reglas minimalistas del tenor de «una verdad necesaria se sigue de cualquier proposición» o «de una contradicción se sigue cualquier proposición» u otras por el estilo, a la vez que demanda alguna suerte de conexión entre los términos de la relación de consecuencia—; ahora la consecuencia lógica reúne, además de la virtud mínima anterior de salvaguarda de la verdad, las condiciones de ser una relación formal y necesaria, amén de envolver cierta pertinencia ilativa entre sus términos. Esta caracterización también aparece y reaparece en diversos momentos, desde que despunta en la silogística de Aristóteles hasta nuestras lógicas de la pertinencia («relevance logics»). Entre ambas concepciones se mueven las variantes que, además de la condición mínima de preservación/transmisión de la verdad, reconocen el carácter formal de la relación (p.ej. conforme a la idea de «deducibilidad» de

²¹ Por ejemplo, RUSSELL y WHITEHEAD declaran: «La propiedad esencial que requerimos de una implicación es esta: «lo implicado por una proposición verdadera es verdadero» (PM, I [1910], parte I, sec. A. En la edic. *Principia Mathematica* to *56, Cambridge: Cambridge University Press, 1962, pág. 94).

Bolzano), o su carácter necesario (p.ej. la idea de «implicación analítica» atribuida a Crisipo), o su carácter necesario y formal (p.ej. la idea de «consequencia» de Buridan o la de «implicación estricta» de C.I. Lewis). Por no hablar de las subvariedades que pueden perfilar a su manera estas características, p.ej. con arreglo a si el consecuente se halla contenido —y cómo— en el antecedente. Otra cuestión latente en esta discusión es la de si hay garantías —y si las hay, cuáles son— de la ilación entre antecedente y consecuente, punto que nos llevaría desde la índole propia del «seguirse de» —desde su condición semántica u «óptica»— hasta sus proyecciones inferenciales o cognitivas —«epistémicas»—; en esta línea de transición se dice, por ejemplo, que si α se sigue lógicamente de Γ , entonces la imposibilidad de que α sea falso si Γ fuera verdadero ha de ser reconocible a priori o en virtud de nuestra intelección de Γ . Por lo demás, el punto de calificar la relación en cuestión como relación *lógica* no deja de prestarse a discusiones ulteriores. Así, cabe acusar a ciertos tratamientos semánticos de no distinguir entre las implicaciones analíticas o las consecuencias materiales —p.ej. del tenor de «la pared es roja; luego, no es incolora»— y las consecuencias lógicas, que se han de suponer formales o válidas en atención a la forma lógica de las proposiciones concurrentes —en otras palabras, una relación de consecuencia lógica media entre ciertas proposiciones dadas sólo si mediara igualmente entre cualesquiera otras proposiciones de la misma forma lógica que las dadas; un argumento sólo es válido si lo es todo posible argumento de la misma forma lógica—. La formulación más socorrida a este respecto es la consabida versión semántica tarskiana: « α es consecuencia lógica de Γ si y sólo si todo modelo de Γ es modelo de α ». Este planteamiento concuerda con dos características comúnmente atribuidas a la lógica: su neutralidad temática y su independencia con respecto a los recursos expresivos propios del lenguaje que se tome en consideración. Pero también puede verse acusado, por ejemplo, de limitarse a establecer una especie de correlación input-output entre sistemas de objetos y/o asignaciones de valores, sin hacerse cargo de la especificidad de las relaciones *lógicas* de consecuencia dentro del ámbito formal o estructuralmente acotado de las consecuencias semánticas. Así que, para dar cuenta y razón de la peculiar conexión lógica vuelven a presentarse las condiciones de necesidad, pertinencia o aprioricidad, por separado o en coalición²².

²² La discusión de la concepción modelista tarskiana, que venía oficiando de doctrina ortodoxa sobre la consecuencia lógica a lo largo de la segunda mitad del siglo, se ha animado

En todo caso, los criterios semánticos en general y, en particular, la determinación básica de la forma lógica de las proposiciones presuponen, a su vez, una demarcación entre sus términos o ingredientes *extralógicos* y sus términos *lógicos*. A primera vista, cabe pensar que la cuestión de fijar qué es lo que hace que un término sea *lógico* es un asunto más preciso y tratable que el problema de determinar qué es lo que hace que una relación de seguirse-de sea una consecuencia *lógica*. Pero también ahí nos volvemos a encontrar con planteamientos dispares, convenciones alternativas y criterios contrapuestos. La demarcación entre unos términos *lógicos* y el resto de las expresiones, léxicas o extralógicas, implica la decisión de mantener constante el significado de los términos lógicos, mientras que todos los demás tienen un significado que varía a través de los diversos dominios de interpretación y las diversas condiciones de asignación que determinan las aplicaciones —los modelos posibles— del lenguaje formal involucrado. Hay distintas maneras de tomar esta decisión: mediante el listado o la enumeración de los términos *lógicos*, o a la luz de unos criterios distintivos, o sobre la base de nuestras intuiciones «pre-teóricas» de los objetivos y funciones que cabe esperar de una teoría del análisis lógico. Por desgracia, suelen conducir a estipulaciones o demarcaciones discrepantes entre sí y, peor aún, ninguna de estas vías ha desembocado en una identificación convincente, en el sentido de hallarse respaldada tanto por su justificación filosófica como por su eficacia técnica²³. Para colmo, en el horizonte actual no se vislumbran claras señales de que pronto se verán satisfechas las expectativas de una determinación cabal de las relaciones o de los términos justamente *lógicos* pues, entre otras cosas, se da la circunstancia de que hay objetivos diversos y parejamente plausibles del análisis lógico que favorecen acotaciones distintas. Por ejemplo, si uno centra sus intereses en el control de la relación de deducibilidad y en la contrastación de las teorías deductivas, tenderá a considerar *lógicos* unos términos o unos operadores como los empleados por la lógica estándar

considerablemente en esta última década. El agitador más notorio ha sido J. ETCHEMENDY, *The concept of logical consequence*, Cambridge (MA): Harvard University Press, 1990. Los ecos del enfrentamiento entre los críticos, los revisionistas y los defensores de la concepción tarskiana han llegado hasta, p.ej., W. H. HANSON, «The concept of logical consequence», *The Philosophical Review*, 106/3 (1997): 365-409, entre otras revisiones críticas recientes que no tienen visos de decir la última palabra.

²³ La discusión en torno a la línea divisoria entre los términos (constantes, operadores) lógicos y extra-lógicos cuenta ya con una crecida literatura. Vid. la reciente revisión de K. WARMBROD, «Logical constants», *Mind*, 108/431 (1999): 503-538.

dar; pero si uno está más interesado en la investigación de estructuras lingüísticas o extra-lingüísticas (p.ej. modelos matemáticos), tenderá a considerar *lógicas* otras constantes —añadidas o al margen del repertorio estándar— como, p.ej., modalidades, cuantificadores de segundo orden, cuantificadores plurales, operadores temporales o epistémicos, etc. Insisto en que las cuestiones en juego no son simplemente estipulativas o de carácter técnico. De la opción que se tome tanto en este respecto como en el anterior —la determinación de la relación de consecuencia— dependerán no sólo la conformación de la lógica y sus relaciones con su entorno discursivo; también dependerá la suerte de varias nociones alimentadas por la tradición lógico-filosófica, como las de «verdad» lógica, «ley» del pensamiento, «canon» del entendimiento o norma de la razón, amén de otros conceptos más o menos asociados a ellas, p.ej. los de proposición analítica, condición a priori, necesidad discursiva.

En todo caso, la tolerancia es actualmente una virtud de obligado cumplimiento en lógica. Y, según parece, la virtud ha de llevarse al extremo de reconocer la existencia de lógicas autonómicas o locales en el ámbito del análisis lógico, donde antes solían imperar los dictados de una Lógica única, universal y uniforme por debajo de las variaciones de ideología o de régimen. Ahora bien, ¿llegará esta virtud hasta el extremo de tolerar análisis del discurso al margen del gobierno heterónimo de una teoría de la forma o de la consecuencia lógica? Pasemos a considerar este segundo fenómeno: el de la aparición de análisis del discurso argumentativo sin el espejo de una lógica propiamente dicha.

4.2 Un caso ilustrativo del análisis sin espejo podría ser el estudio de la argumentación plausible, un sector del ancho campo de la argumentación cuya consideración se remonta al padre común, Aristóteles²⁴. Señalado con más precisión, este sector se encuentra en el terreno tradicionalmente confiado a la argumentación dialéctica y con ella comparte unas características básicas como las siguientes: (i) es una interacción entre agentes discursivos; (ii) parte de unas premisas aceptadas o aceptables; (iii) procede a través de cuestiones y respuestas; (iv) versa sobre un asunto discutible en principio. Lo que distingue, dentro de este terreno,

²⁴ Cf. L. VEGA REÑÓN, «Aristotle's *éndoxa* and plausible argumentation», *Argumentation*, 12/1 (1998): 95-113. Una muestra del tratamiento de la argumentación plausible actualmente en curso puede ser D. N. WALTON, *Plausible argument in everyday conversation*, Albany: State University of New York Press, 1992. Por lo demás, supongo que no será necesario aclarar que esta argumentación plausible nada tiene que ver con la tradición heurística del «razonamiento plausible» en matemáticas que ha vindicado George Polya.

la argumentación *plausible* son otros cuatro rasgos específicos: (v) su peculiar carga pragmática; (vi) su carácter gradual; (vii) su exposición al conflicto; (viii) su autogobierno por referencia a la opinión contraria o a un contra-argumento.

Según Aristóteles, es plausible [*éndoxon*] «lo que así parece a todo el mundo, o a la mayoría de la gente, o a los entendidos —y a todos ellos, o a la mayoría, o a los de mayor reputación entre ellos—» (*Tópicos*, 100b21-23; también 104a8-10, 105a35-39; ejemplos en 104a17-105b18). La plausibilidad no es un valor semántico propio de una proposición o un argumento, sino una relación pragmática: descansa en el parecer de una comunidad o de un grupo o de algunos de los miembros más enterados e ilustres; y tiene una sobrecarga peculiar en este sentido, pues «éndoxos» puede calificar tanto una opinión como a una persona, con el denominador común de su reputación. Envuelve además una correlación: la enumeración citada representa una escala descendente de grados de plausibilidad y no descarta la existencia de pareceres en conflicto, de modo que el resultar más o menos plausible guarda relación con la plausibilidad correspondiente al parecer opuesto. Dicho en otras palabras, la plausibilidad de una posición viene a ser correlativa a la implausibilidad de la postura contraria en torno al punto debatido. Cabe explicitar esta correlación en los términos de un supuesto que obra implícitamente en algunas referencias de Aristóteles. Sea A una opinión o una argumentación determinada y sea A* su contraria; el supuesto reza: «Si A es más/menos plausible (o implausible), entonces A* resulta más/menos implausible (o plausible)». Ahora bien, en la medida en que el curso mismo de la discusión, —determinado no sólo por el repertorio de creencias o de saberes o de reconocimientos acerca del asunto, sino por otros factores, como la habilidad dialéctica de los contendientes—, es el que decide sobre el valor de las cartas en juego, podemos convenir en que el agente discursivo que evite la inconsistencia expresa (*Tópicos*, 100a18-21) y asuma las premisas más familiares y plausibles (159b8-15) o, al menos, aquéllas que lo sean tanto como el caso permita (161b26-38), habrá argüido bien. Y lo que se necesita para apreciar una bondad discursiva o argumentativa de este tipo es, digamos, la «lógica» generada por la situación misma y congruente con su dinámica interna, no un sistema formal o una cobertura lógica semántica de convalidación²⁵. Por

²⁵ No han faltado intentos de proporcionar al análisis aristotélico de lo plausible una especie de lógica estricta, p.ej. mediante su reformulación en los términos de una suerte de modalidades

lo demás, el estudio actual de argumentación se orienta hacia una estimación conjunta de la calidad inferencial y de la eficacia suasoria de los buenos argumentos, lejos de la contraposición «lógica *versus* retórica» o de otras demarcaciones similares en el uso de la razón.

Para recapitular a la manera de los apartados anteriores, aventuraré tres conclusiones que ahora resultarán doblemente aventuradas por adquirir un sesgo no sólo retrospectivo sino prospectivo. 1/ Según parece, a los intereses y preocupaciones inicialmente dominantes en el campo del análisis lógico-matemático por la convalidación de las pruebas y la justificación de las teorías, vienen a sucederles nuevos intereses heurísticos en la exploración de estructuras y de contextos discursivos, donde la lógica ya no es tanto una instancia jurídica (p.ej. epistemológica) como una caja de herramientas: un repertorio de lenguajes, métodos y procedimientos al servicio de la investigación. Esta condición instrumental se ve acentuada en los nuevos ámbitos interdisciplinarios de las ciencias del lenguaje, de la computación, ciencias cognitivas, análisis del discurso, etc., donde se van asentando una suerte de colonias periféricas que generan formas de vida propia al margen de la antigua metrópolis y del antiguo centro: la disciplina de la lógica estándar, la concepción de la inferencia como trasunto de la relación semántica clásica (reflexiva, transitiva, monótona) de consecuencia. 2/ Estos factores de dispersión no han anulado los deseos de reunificación dentro de una perspectiva más general de la idea de sistema lógico²⁶. Pero, por otro lado, tampoco dejan de proyectar una sombra filosófica inquietante sobre el límpido cristal de las luces lógicas de la razón: en el ambiente flota una tensión tácita o expresa entre la imagen clásica de la Lógica una y universal, y la nueva imagen fragmentaria de las lógicas locales o autonómicas, aplicadas a distintos sectores de

dialécticas. Pero estos intentos han resultado fallidos, cf. L. VEGA, «*Tà éndoxa*: argumentación y plausibilidad», *Éndoxa*, 1 (1993): 5-19, y (1998), art.c. De ahí no se sigue, empero, la imposibilidad de teorías o de normativas lógicas del discurso dialéctico en general -vid. p.ej. las normalizaciones que ensayan los tratados medievales sobre «obligaciones» con miras a regular los compromisos adquiridos a partir de una propuesta y en el curso de su discusión, en L. VEGA REÑÓN, *Artes de la razón*, Madrid: UNED, 1999, § 3.5, pp. 114-122; sobre algunos ensayos actuales en una dirección análoga, vid. el número monográfico «The logic of dialogue» de *Synthese*, 63/3 (1985).

²⁶ Cf., por ejemplo, la propuesta de J.-Y. GIRARD, «On the unity of logic», *Rapports de Recherche*, Prog. 2, n.º 1467 [INRIA-Rocquencourt], 1991, o algunas iniciativas recogidas en Gabbay, ed. (1994).

uso de la inferencia y del discurso²⁷. 3/ La sombra aún puede alargarse más allá de cualquier espejo lógico, de cualquier sistema o teoría de la forma y la consecuencia lógicas, hasta el punto de obligarnos a replantear ciertas cuestiones que antes, casi sin necesidad de plantearlas, solían darse por resueltas. Me refiero, por ejemplo, al lugar de la propia lógica en el mundo del conocimiento, al sentido de las apelaciones a la lógica en el ejercicio de la inteligencia y de la razón —p. ej. en la planificación y adopción de decisiones inteligentes, en la justificación de dictámenes o de veredictos— o, en fin, al papel de la lógica en el análisis del discurso.

La actitud de la mayoría de los lógicos profesionales ante estos problemas u otros parecidos suele ser inhibitoria: lo suyo es, al parecer, el ocuparse de las cuestiones técnicamente viables para llegar, si acaso, a convenciones académicamente correctas. Puede que tengan no sólo sus motivos, sino razón. Al fin y al cabo, los asuntos de este género, en los que se ventilan el sentido actual y la significación futura de la lógica, son demasiado importantes para dejarlos solamente en manos de los lógicos. Así pues, me gustaría terminar estos apuntes retro-prospectivos invitando a los espectadores de cualquier área a participar en el debate para animar y enriquecer con sus puntos de vista la conversación.

Referencias bibliográficas

- OLABUENAGA, A., «Gilles Deleuze: Por una filosofía de la disolución», en *Revista de Occidente* 1986 (56), págs. 27-34.
- ANELLIS, I. H., (1991) «The Löwenheim-Skolem theorem, theories of quantification, and proof theory», en DRUCKER, T. (ed.), *Perspectives on the history of mathematical logic*. Basel/Berlin/Boston: Birkhäuser, 1991; 71-83.
- ANELLIS, I. H., y HOUSER, Nathan R. (1988), «Nineteenth century roots of algebraic logic and universal algebra», en ANDRÉKA, H., MONK J. D., & NÉMETI, I. (eds.), *Algebraic Logic* (Procds. of the Conference on AL, Budapest, 1988. Colloq. Mathem. Soc. I Bolyai, vol. 54). Amsterdam/New York: North Holland, 1991; 1-36.

²⁷ Hay quien ha llegado a preguntarse, como J. LARGEAULT, «Peut-on parler de logiques régionales?», *Archives de Philosophie*, 60 (1997): 129-134.

- CELLUCI, Carlo (1998), *Le ragioni della logica*. Bari: Laterza, 1998.
- COFFA, J. Alberto (1991), *The Semantic tradition from Kant to Carnap. To the Vienna station*. Cambridge: Cambridge University Press, 1993 paperb.
- DAWSON, John W. (1993), «The compactness of first-order logic; from Gödel to Lindström», *History and Philosophy of Logic*, 14/1 (1993): 15-37.
- ENGEL, Pascal (1994), «Philosophie de la pensée logico-mathématique. Logique, raisonnement et normes de rationalité», en HOUDÉ, O., MIÉVILLE, D., (eds.) *Pensée logico-mathématique. Nouveaux objets interdisciplinaires*. Paris: PUF, 1994; 205-228.
- GABBAY, Dov M., ed. (1994), *What is a logical system?* Oxford: Clarendon Press, 1994.
- GOLDFARB, Warren D. (1979), «Logic in the twenties: the nature of the quantifier», *The Journal of Symbolic Logic*, 44/3 (1979): 351-368.
- GRATTAN-GUINNESS, Ivor (1981), «On the developments of logics between the two World Wars», *American Mathematical Monthly*, 88 (1981): 495-509.
- I. (1988), «Vida en común, vidas separadas. Las interacciones entre matemáticas y lógicas desde la revolución francesa hasta la primera guerra mundial», *Theoria*, 12/28 (1997): 13-37.
- GUILLAUME, Maurice (1994), «La logique mathématique en sa jeunesse», en J.P. PIER, ed. *Development of Mathematics, 1900-1950*. Basel/Berlin/Boston: Birkhäuser, 1994; pp. 185-365.
- HEIJENOORT, Jean van (1976), *El desarrollo de la teoría de la cuantificación*. México: UNAM.
- HINTIKKA, Jaakko, ed. (1995), *From Dedekind to Gödel*. Dordrecht: Kluwer, 1995.
- MANGIONE, Corrado, y BOZZI, Silvio (1993), *Storia della logica. Da Boole ai nostri giorni*. Milano: Garzanti, 1995².
- MOORE, Gregory H. (1988), «The emergence of first-order logic», en ASPRAY, W. y KITCHER, P. (eds.), *History and philosophy of modern mathematics* [Minnesota Studies in the Phil. of Science, XI]. Minneapolis: University of Minnesota Press, 1988; 95-135.
- MOORE, G. H. (1997), «Hilbert and the emergence of modern mathematical logic», *Theoria*, 12/28 (1997): 65-90.
- VEGA REÑÓN, Luis (1996), *Una guía de historia de la lógica*. Madrid: UNED, 1997 reimp.
- WOLENSKI, Jan (1995), «Mathematical logic in Poland 1900-1939: people, circles, institutions, ideas», *Modern Logic*, 5/4 (1995): 363-405.