

Simulação e otimização do comportamento mecânico de filmes poliméricos

Anderson Z. Habib¹, Laiza M. Racca², Ana Lúcia N. da Silva³, Lucas V. P. de Carvalho Lima⁴, Ivan N. Bastos⁵

¹ Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Instituto Politécnico, Brasil. Email: azavoli@iprj.uerj.br

² Instituto de Macromoléculas Professora Eloisa Mano - IMA/UFRJ e Instituto Senai de Inovação - SENAI CETIQT, Brasil. Email: lracca@cetiqt.senai.br

³ Instituto de Macromoléculas Professora Eloisa Mano – IMA/UFRJ e Programa de Engenharia Ambiental (PEA/UFRJ), Brasil. Email: ananazareth@ima.ufrj.br

⁴ Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Instituto Politécnico, Brasil. Email: lucaslima@iprj.uerj.br

⁵ Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Instituto Politécnico, Brasil. Email: inbastos@iprj.uerj.br

Resumo

A partir de ensaios experimentais de filmes finos utilizou-se uma metodologia de superfície de resposta iterativa para estimar os parâmetros E (módulo de elasticidade) e K (coeficiente de deformação) considerando cada ensaio como um evento independente. Ademais, os parâmetros encontrados foram utilizados para a simulação em elementos finitos com uso do código *Ansys Mechanical APDL* para comparar as curvas de força vs deslocamento experimentais e as simuladas. Encontram-se E com valores de 269 MPa com desvio-padrão de 40 MPa, e para K de 14 com desvio-padrão de 2. Além disso, foram propostas curvas tensão-deformação sintéticas, similares às curvas experimentais, para analisar a influência das diferentes especificidades de um método estocástico e a influência das incertezas. O método foi capaz de estimar os parâmetros com precisão de até 6,3% para a resolução da força utilizada. Porém, adicionada a incerteza da espessura, a precisão do método cai para 22%.

Palavras-chave: PEBD; Otimização; ANSYS APDL; MEF

Abstract

From experimental thin film tests, an iterative response surface methodology was used to estimate the parameters E (elasticity modulus) and K (strain coefficient) considering each test as an independent event. Furthermore, the parameters found were used for the finite element simulation using the Ansys Mechanical APDL code to compare the experimental and simulated force vs displacement curves. E are found to have values of 269 MPa with a standard deviation of 40 MPa, and for K of 14 with a standard deviation of 2. In addition, synthetic stress-strain curves, like the experimental curves, were proposed to analyze the influence of different specificities of a stochastic method and the influence of uncertainties. The method was able to estimate the parameters with precision of up to 6.3% for the resolution of the force used. However, added to the thickness uncertainty, the accuracy of the method drops to 22%.

Keywords: LDPE; Optimization; ANSYS APDL; FEM

1. Introdução

O polietileno apresenta diversos usos, como embalagens e isolantes elétricos [1]. Este polímero pode ser dividido em diferentes grupos, como o grupo dos Polietilenos de Baixa Densidade (PEBD). Os Polietilenos de Baixa Densidade (PEBDs) são polímeros resistentes e flexíveis, devido a suas longas ramificações que não têm grande compactação [1], característica de materiais semicristalinos [2]. Esse

material é amplamente utilizado devido à farta disponibilidade, baixo custo, boa processabilidade, baixa demanda de energia para o seu processamento e resistência a produtos químicos e ambientes agressivos [3].

Devido à grande utilização em forma de filme [4], as características mecânicas apresentadas para essa geometria merecem ser estudadas. Por meio da Norma ASTM D 882 [5] pode-se determinar propriedades de resistência a tração dos plásticos na

forma de folhas finas e filmes (menos de 1,0 mm de espessura).

Para avaliar as propriedades desse material, utilizam-se ensaios mecânicos baseados na Norma ASTM D 882 [5]. A partir dos resultados experimentais, pode-se propor modelos matemáticos que representem o comportamento mecânico, com emprego de equações constitutivas e seus parâmetros. O presente trabalho apresenta métodos computacionais que são utilizados para estimar os parâmetros para um modelo constitutivo para polímero semicristalino [6] com dois parâmetros, além de analisar a influência da dispersão da espessura na simulação de curvas sintéticas.

2. Métodos

O modelo criado estima parâmetros de uma equação de polímeros semicristalinos que gera a resposta do modelo numérico, após otimização, com as propriedades do ensaio seguindo a Norma ASTM D882 até o deslocamento de 20 mm. Além disso, utilizou-se o software *Ansys Mechanical APDL*, com o método de elementos finitos, para a simulação. Após esses procedimentos, foi realizado um estudo com curvas sintéticas, a fim de averiguar a precisão do método de estimativa de parâmetros. As diferentes etapas são detalhadas nas seções seguintes.

2.1. Método Constitutivo

Uma equação constitutiva de polímeros semicristalinos (Equação 1) a dois parâmetros, E (módulo de elasticidade) e K (coeficiente de deformação), onde σ_M representa a tensão real do modelo e ε a deformação real [6], foi utilizada para simular o comportamento mecânico.

$$\sigma_M = E \frac{\varepsilon}{1 + K \varepsilon} \quad (1)$$

O modelo foi escolhido devido à capacidade de representar as curvas não lineares. Foi escolhido estudar o material para a faixa de deformação de 0-0,5, considerando um ensaio com corpo de prova de comprimento 90 mm e um deslocamento máximo de 20 mm, visto que grande maioria dos componentes mecânicos são submetidos a carregamentos dentro do regime elástico [7]. No entanto, utilizou-se o início da região plástica para analisar a tendência da curva. Para estimar os parâmetros, o método de superfície de resposta foi usado, com intuito de minimizar a diferença entre as curvas força vs deslocamento experimentais e numéricas.

2.2. Dados experimentais

O polietileno de baixa densidade (LDPE) *grade 352E*, da Dow Chemical Company, fornecido pela Lanxes, foi utilizado na produção de nove corpos de prova em

forma de filmes com dimensões ($L = 90 \text{ mm}$, $w = 10 \text{ mm}$) e espessura (t) conforme mostrada na Tabela 1.

Tabela 1. Espessuras dos corpos de prova.

CP	t (mm)
1	0,016
2	0,012
3	0,013
4	0,015
5	0,014
6	0,015
7	0,013
8	0,011
9	0,014

Fonte: Elaboração própria

Os corpos de prova foram ensaiados conforme a Norma ASTM D 882, que consiste na determinação de propriedades de resistência à tração dos polímeros na forma filmes (menos de 1,0 mm de espessura). As curvas obtidas de força vs deslocamento estão representadas na Figura 1.

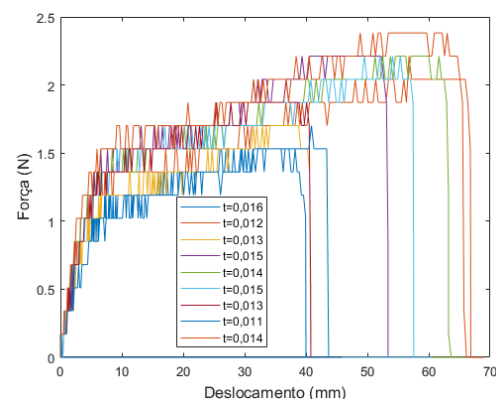


Figura 1 – Força vs deslocamento dos diferentes corpos de prova. Fonte: Elaboração própria.

Para melhor representação das curvas de forma mais suave e evitar as limitações na resolução quando da conversão analógica-digital do sinal de carga, obteve-se curvas suaves por meio de um pós-tratamento com splines [8]. As curvas força vs deslocamento foram ajustadas por meio de splines robustas [9] com características de função monótona crescente, o que preserva a relação de ordem e aclividade da curva.

2.3. Pós-tratamento

As curvas *tensões vs deformações reais* ajustadas por splines foram empregadas nas Equações (2) e (3),

$$\sigma_R = \frac{F_{exp}}{wt} \left(1 + \frac{d}{L} \right) \quad (2)$$

$$\varepsilon_R = \ln \left(1 + \frac{d}{L} \right) \quad (3)$$

onde σ_R representa a tensão real, ε_R a deformação real, F_{exp} a força experimental, d o deslocamento, w a largura, t a espessura (Tabela 1) e L o comprimento do corpo de prova.

2.4. Otimização

A etapa de otimização compreendeu a estimativa inicial, os limites superiores e inferiores da superfície de resposta, o método de superfície de resposta e o método gradiente e, por fim, a definição do candidato a mínimo local.

2.4.1. Parâmetros de inicialização e seus limites

Com as curvas tensão e deformação reais, definiu-se o E_0 (módulo de elasticidade) como $\frac{\sigma}{\varepsilon}$ para a deformação $\varepsilon = 0,01$ e o K_0 (coeficiente de deformação) (Equação 4), isolando o da Equação Modelo (1) [6] com tensão (σ) e deformação (ε) no ponto 0,3 (escolhido arbitrariamente).

$$K = \frac{E}{\sigma} - \frac{1}{\varepsilon} \quad (4)$$

Então, com a estimativa inicial dos parâmetros E_0 e K_0 definiu-se os limites superiores e inferiores de cada parâmetro para a construção da primeira superfície de resposta (Tabela 2).

Tabela 2. Limites dos parâmetros E_0 e K_0

	E_0	K_0
Max	$2,0 E_0$	$1,2 K_0$
Mín	$0,5 E_0$	$0,5 K_0$

Fonte: Elaboração própria

2.4.2. Minimização do parâmetro SEE

O parâmetro *Standard Error of the Estimate* (SEE) (5) foi minimizado ao avaliar a distância entre a tensão obtida pelos dados experimentais (Equação 2) e tensão obtida do modelo constitutivo (Equação 1) utilizando os valores de E e K da Tabela 2. Um peso de ponderação foi adicionado à forma clássica do SEE com o intuito de priorizar as respostas com menores deformações. Tal ponderação assegura que o modelo reproduza bem o início da curva, onde a tensão cresce rapidamente com a deformação.

$$SEE = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left[\frac{(\sigma_R^i - \sigma_M^i)^2}{N} (P_1) \right]} \quad (5)$$

SEE é o termo a ser minimizado, i é o índice dos diferentes pontos, N é igual a 600, número total de pontos e $P_1 = \left(\frac{\varepsilon_{max} - \varepsilon_R^i}{\varepsilon_R^i} \right)^2$ o peso adotado.

2.4.3. Superfície de resposta e utilização do método gradiente

Com o intuito de se construir uma superfície de resposta, foram considerados pontos igualmente espaçados, sendo 10 valores de E_0 e 10 valores de K_0 (dentro do intervalo já definido), totalizando 100 pontos. Cada ponto possui o SEE associado, gerando uma superfície com os eixos (E, K, SEE). Com os pontos definidos, implementou-se uma superfície de resposta de segundo grau que pudesse representar a tendência dos pontos (Figura 2), além de utilizar um peso que valorizasse os pontos com menores valores de SEE da forma de $P_2 = \frac{1}{SEE}$.

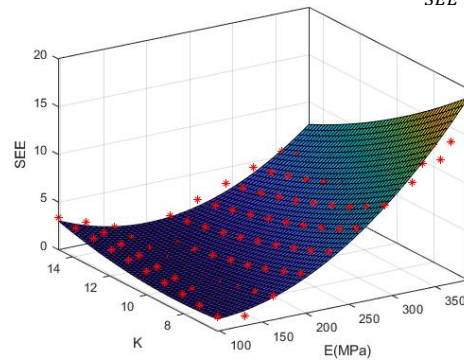


Figura 2 – Superfície de resposta de segundo grau a partir dos 100 pontos na malha com ponderação para baixo SEE. Fonte: Elaboração própria.

Após a criação da superfície, utilizou-se o método gradiente na superfície, para encontrar os pontos candidatos que apresentavam menores valores de SEE . Para se utilizar o método gradiente, encontra-se a equação da superfície, deriva-se em relação a K e a E para encontrar o caminho a ser seguido em SEE . O caminho seguido no gradiente para cada corpo de prova simulado está representado na Figura 3, feito para a amostra 1.

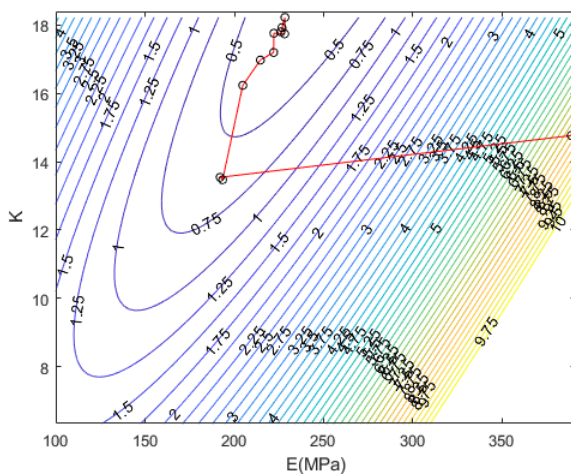


Figura 3 – Caminho seguido pelas simulações no gradiente para o corpo de prova 1. Fonte: Elaboração própria.

2.4.4. Definição do candidato a mínimo local

Após a definição do candidato a mínimo local, utilizou-se o modelo novamente, no entanto, além dos 100 pontos, são adicionados os candidatos. Como estes pontos apresentam menor *SEE*, ou seja, maior *P2*, eles são mais relevantes para a criação da superfície (Figura 4). Esta abordagem foi utilizada até que *SEE* chegasse ao menor valor possível.

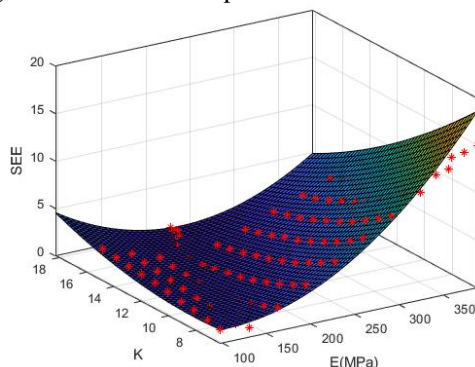


Figura 4 – Superfície com 100 pontos mais os candidatos. Fonte: Elaboração própria.

O critério de parada utilizado foi $SEE < 0,1$. Após obter os valores de *E* e *K* otimizados, eles foram utilizados nas simulações do método de elementos finitos (MEF) no código Ansys.

2.5. Modelo de elementos finitos

Para o modelo de elementos finitos utilizou-se o código Ansys Mechanical APDL v19, com malha e geometria (Figura 5.a) contendo 3600 elementos do tipo PLANE183 (Figura 5.b), elementos em 2D e 8 nós, definidos com tensões planas com espessura constante e curva tensão vs. deformação por modelo multilinear (Figura 5.c), obtido no modelo anterior. As definições de condições limites implementados se assemelham ao

comportamento do ensaio, na qual a região inferior se encontra engastada, presa pelas garras da ferramenta (Figura 5.a) e a região superior deslocando até 20 mm apenas no *eixo y*, com limitação no *eixo x* (Figura 5.a).

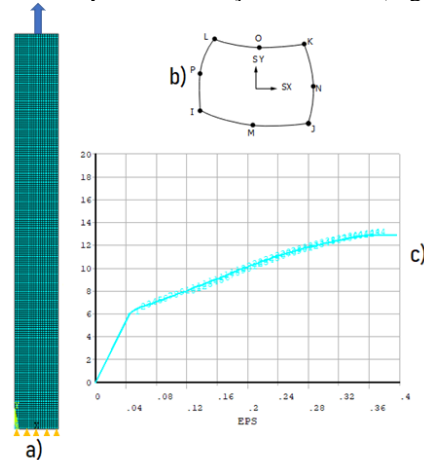


Figura 5 – Definições do modelo empregado: (a) geometria e malha, (b) elemento PLANE183 e (c) Curva tensão vs deformação MULTILINEAR.

Fonte: Elaboração própria.

Após a simulação, exporta-se as forças no engaste e o deslocamento implementado para a simulação, fazendo assim uma curva força simulada F_{Ansys} vs d_{Ansys} simulado. As simulações no MEF foram representadas até o deslocamento de 20 mm, que corresponde a cerca de um terço da deformação máxima do polímero, com intuito de concentrar o peso relativo no início da curva. Tem-se assim as curvas força vs deslocamento simuladas e experimentais.

2.6. Dados sintéticos

O modelo sintético consiste na criação de curvas simuladas que apresentem características semelhantes às nove curvas experimentais (Figura 6). Essas curvas foram obtidas utilizando a Equação 1, média e desvios-padrões dos nove casos, com distribuição estatística para *E* (Figura 7), *K* (Figura 8) e *t* (Figura 9). A distribuição gama foi usada para os parâmetros *E* e *t* visto que eles são sempre positivos [10]. *K* teve distribuição normal. O desvio-padrão e média desses parâmetros foram definidos após a utilização do método de superfície para as curvas experimentais (Tabela 3), para a espessura *t* (média igual a 0,014 mm e desvio-padrão de 0,002 mm), para *E* (média 264,90 MPa e desvio-padrão de 40,10 MPa) e para *K* (média 0,23 e desvio-padrão de 0,04).

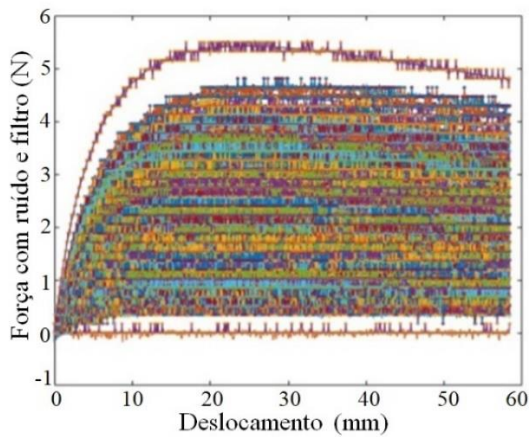


Figura 6 – 50000 curvas sintéticas força vs deslocamento. Fonte: Elaboração própria

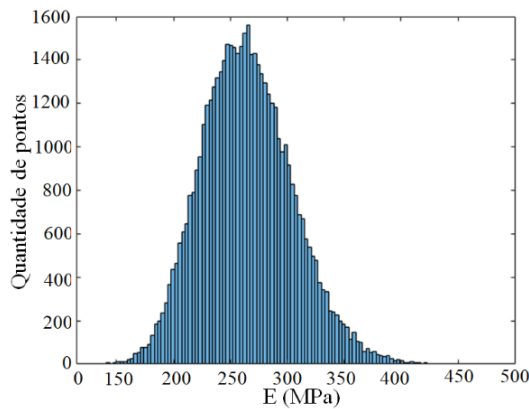


Figura 7 – Distribuição gama para o parâmetro E. Fonte: Elaboração própria

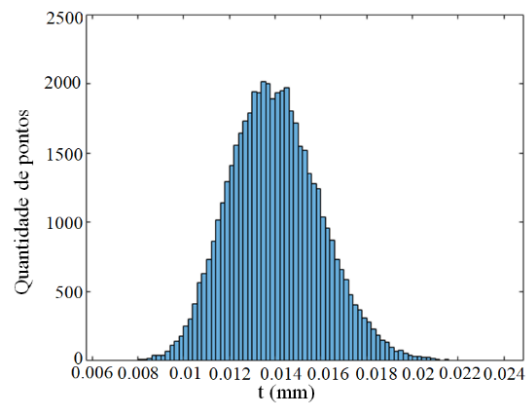


Figura 8 – Distribuição gama para o parâmetro t. Fonte: Elaboração própria

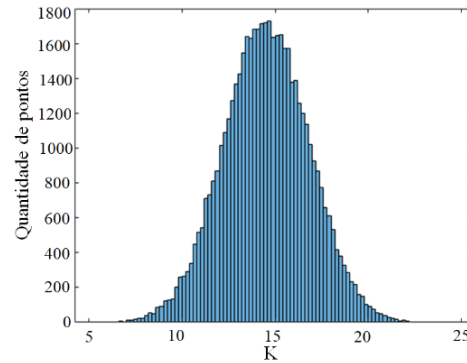


Figura 9 – Distribuição normal para o parâmetro K. Fonte: Elaboração própria

Definiu-se um deslocamento semelhante ao que foi utilizado na condição experimental e obteve-se pela Equação 1 a tensão real do modelo. Após isso, transformou-se a tensão real em tensão de engenharia e para força, enquanto a deformação real foi transformada para deformação de engenharia e por fim para deslocamento. Com as curvas força e deslocamento obtidas, adicionou-se ruído branco utilizando o código do *Matlab awgn* que adiciona ruído branco gaussiano ao vetor selecionado (força), até se aproximar do modelo real com definição de distribuição gaussiana com 30 dBW de variação.

Para se assemelhar às curvas obtidas das curvas experimentais, fez-se um modelo degrau, cujas forças pertenciam a valores múltiplos de 0,17 N, semelhante ao modelo experimental devido à limitação da célula de carga usada experimentalmente.

A escolha do número de pontos foi definida após estudo de convergência das distribuições, pela média e análise do segundo momento, com menor variação dos pontos após 50000 pontos [11]

Com as curvas obtidas, utilizou-se o método descrito nas seções 2.3 a 2.4 para obtenção de valores de E e K, adotando espessuras conhecidas e espessuras com dispersão de medição experimental.

2.6.1. Dispersão da espessura

Para representar a dispersão da espessura foi adicionado um erro experimental, com distribuição normal truncada em $-0,005$ e $0,005$ mm com média em 0. Assim, a espessura esteve limitada entre $t - 0,005$ a $t + 0,005$ mm.

Essa distribuição provém da capacidade de resolução do espessímetro analógico utilizado para medição experimental, na qual sua menor resolução é $0,01$ mm, portanto, o erro de escala é metade da menor divisão e igual a $\frac{0,01}{2}$ mm.

Para averiguar a importância da dispersão da espessura nos parâmetros, comparou-se os valores utilizando espessura definida pela distribuição gama (Figura 8) e adicionando a ela o erro experimental.

3. Resultados

Os resultados obtidos após a simulação de todos os filmes com diferentes espessuras demonstraram os valores de E e K , que minimizavam a diferença entre a curva força e deslocamento experimental e a simulada.

Esses resultados foram obtidos por meio das curvas experimentais e por meio das curvas sintéticas.

3.1. Resultados partindo das curvas experimentais

Primeiramente, demonstra-se a spline utilizada para representar os valores de força x deslocamento experimental (Figura 10) e para os valores da curva tensão e deformação real (Figura 11) para o corpo de prova 1 (Tabela 1)

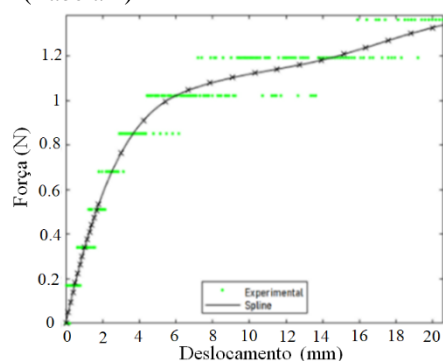


Figura 10 – Aproximação tipo spline para a curva força vs deslocamento experimental do corpo de prova 1. Fonte: Elaboração própria.

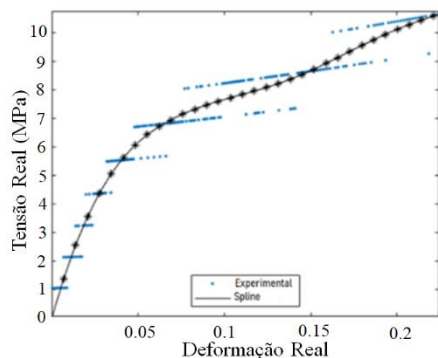


Figura 11 – Aproximação tipo spline para a curva tensão e deformação experimental. Fonte: Elaboração própria.

Percebe-se que as curvas são representativas em relação aos pontos experimentais, apesar da grande variação dos valores experimentais. Nota-se uma região de maior aproximação dos valores, na faixa de $E = 220 - 280 \text{ MPa}$ e $K = 11 - 15$. Os valores dos parâmetros E , K e SEE para cada espessura do filme estão representados na Tabela 3.

Tabela 3. Valores otimizados de E , K e SEE para as diferentes espessuras.

t (mm)	E (MPa)	K	SEE	
0,011	230,40	11,27	0,17	
0,012	333,83	17,09	0,26	
0,013	253,62	14,51	0,22	
0,013	262,69	12,44	0,19	
0,014	317,34	15,44	0,30	
0,014	287,41	15,67	0,25	
0,015	226,24	11,98	0,23	
0,015	250,49	13,03	0,25	
0,016	222,10	17,76	0,20	
Média	0,014	264,90	14,35	0,23
Desvio-padrão	0,002	40,10	2,30	0,04

Fonte: Elaboração própria.

Para o deslocamento previamente definido de 20 mm, e com o menor SEE a curva força vs deslocamento é vista na Figura 12.

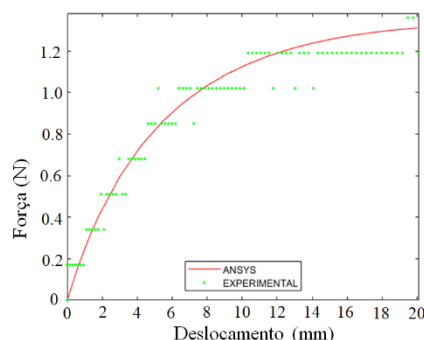


Figura 12 – Curva modelada e pontos experimentais para menor SEE .

Em comparação com todos os modelos das splines (Figura 13) e todos os modelos calculados pelo código de elementos finitos pode-se obter um intervalo de valores máximos e mínimos para as forças.

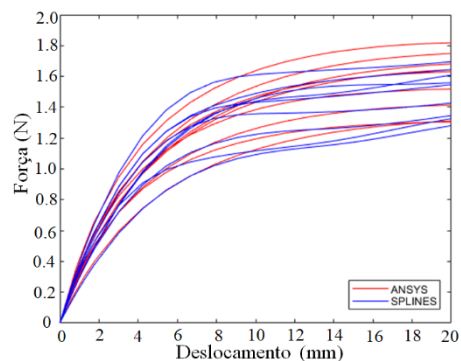


Figura 13 – Curvas força vs deslocamento das splines e do modelo de elementos finitos. Fonte: Elaboração própria.

Para a comparação entre uma das curvas dos corpos de prova e uma curva calculado por meio do Ansys, percebe-se a coerência do modelo, principalmente no início da curva (Figura 14).

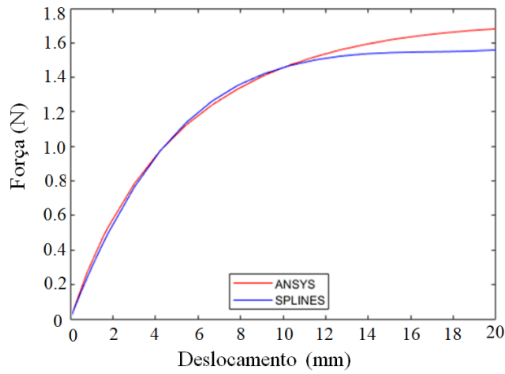


Figura 14 – Modelo experimental e numérico. Fonte: Elaboração própria.

3.2. Resultados partindo das curvas sintéticas

Dado que a medida da espessura do filme apresenta sempre dispersão, 50000 curvas sintéticas foram geradas as distribuições de E e K para as espessuras conhecidas e desconhecidas.

A análise Bland-Altman [12] permite conhecer a distribuição entre a média e sua dispersão. Esta análise foi usada para os parâmetros E (Figura 15) e K com espessura conhecida (Figura 16).

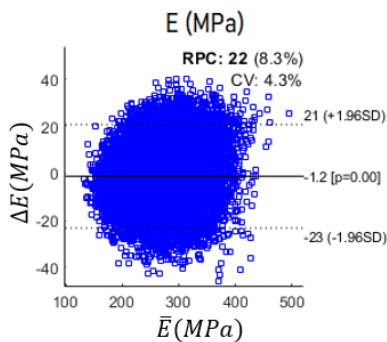


Figura 15 – Análise Bland-Altman para E com espessura conhecida. Fonte: Elaboração própria.

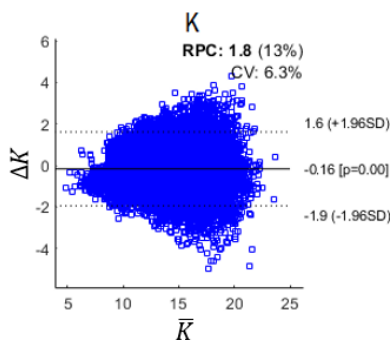


Figura 16 – Bland-Altman para K com espessura conhecida. Fonte: Elaboração própria.

Percebe-se que a maioria dos resultados estão dentro do desvio-padrão, com 6,3% de desvio padrão.

Além disso, tem-se a correlação entre os termos pela média e o valor de E e K , traçando uma reta para correlação. O $E = 1,01\bar{E} - 3,96$ é a reta de correlação entre o E da distribuição inicial e o E encontrado pelo modelo de superfície (Figura 17), onde \bar{E} é a média de E . Nessa curva, quanto mais próximo de 1 o r , melhor é a correlação entre os valores, nesse caso encontra-se uma boa correlação de $r^2 = 0,93$.

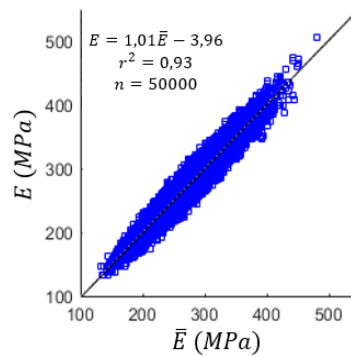


Figura 17 – Correlação entre E e sua distribuição na superfície. Fonte: Elaboração própria.

Para o K , a reta de correlação foi $K = 1,01\bar{K} - 3,96$, na qual a resposta é o K da distribuição inicial e o K encontrado pelo modelo de superfície (Figura 18), onde \bar{K} é a média de K . Nessa curva, o r encontra-se uma boa correlação de $r^2 = 0,85$. A curva pontilhada corresponde à correlação linear ideal, $r^2 = 1,00$ e a cheia, à real.

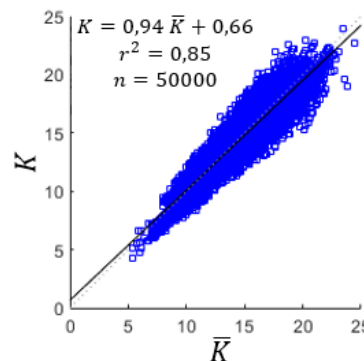


Figura 18 – Correlação entre K e sua distribuição sobre a superfície. Fonte: Elaboração própria.

A dispersão de E em relação à média é mais homogênea e isto produz uma correlação mais próxima do ideal. Enquanto o coeficiente de deformação tem maior dispersão para médias mais elevadas, e consequentemente a correlação é pior nestes casos.

No entanto, o efeito da dispersão da espessura, percebeu-se que o parâmetro E é sensível à variação da espessura, com $r^2 = 0,33$ e desvio-padrão de 22%. O parâmetro K não sofre influência dessa dispersão, com $r^2 = 0,85$ e desvio-padrão de 6,4%.

4. Conclusões

A partir de curvas de tração experimentais de filmes de polietileno de baixa densidade (PEBD) e de um modelo de equação constitutiva pôde-se encontrar os valores ótimos do módulo de elasticidade E e do coeficiente de deformação K que definem o comportamento mecânico em tração.

O uso de superfície de resposta iterativa em conjunto com a busca do mínimo pelo gradiente funcionou bem para o conjunto de dados.

A verificação do modelo com as curvas sintéticas demonstra os parâmetros E , módulo de elasticidade, e o parâmetro K , coeficiente de deformação, apresentaram boas aproximações com um desvio-padrão de no máximo 6,3%. No entanto, para que isso seja possível, a espessura deve ter valores consistentes, sem grande dispersão. Alguns testes foram realizados para espessuras desconhecidas com aplicação de erro experimental e ocasionou em variação dos resultados do módulo de elasticidade, enquanto o coeficiente de deformação não foi alterado.

Conclui-se que para as condições experimentais apresentadas, com inadequada escala de carga medida e dispersão na medida da espessura, o modelo apresentou pequeno desvio-padrão, permitindo ajustar o comportamento mecânico de filmes poliméricos.

5. Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001. Os autores ainda reconhecem ainda o apoio da Faperj e do CNPq.

6. Referências

- [1] J., Jennifer L.; C., Daniel T.; B., Jermaine, M.; D., Ajmer K.; B., Eric N.; J., Christopher W. Mechanical properties of low density polyethylene. *Journal of Dynamic Behavior of Materials*, v. 2, n. 4, p. 411-420, 2016.
DOI: 10.1007/s40870-016-0076-0
- [2] B., L.; G., J. Influence of temperature on low-density polyethylene films through conduction measurement. *Journal of Physics D: Applied Physics*, v. 35, n. 13, p. 1555, 2002.
DOI: 10.1088/0022-3727/35/13/317
- [3] P., Soo-Jin; J., Joong-Seong. Effect of corona discharge treatment on the dyeability of low-density polyethylene film. *Journal of Colloid and Interface Science*, v. 236, n. 1, p. 155-160, 2001.
DOI: 10.1006/jcis.2000.7380
- [4] A., Thorbjörn; S., Berit; W., Bengt. Degradation of polyethylene during extrusion. II. Degradation of low-density polyethylene, linear low-density polyethylene, and high-density polyethylene in film extrusion. *Journal of Applied Polymer Science*, v. 91, n. 3, p. 1525-1537, 2004.
DOI: 10.1002/app.13024
- [5] ASTM D882-18. Standard Test Method for Tensile Properties of Thin Plastic Sheeting. ASTM International, West Conshohocken, PA, 2018, www.astm.org.
- [6] O., Tim A.; M., Georg. *Materials Science of Polymers for Engineers*. Carl Hanser Verlag GmbH Co KG, 2012. p. 369.
- [7] R., Laiza M.; P., Elen B. A. V.; B., Luiz C.; C., Cristiane X. D. S.; A., Mônica C., S., Ana M. F.; S., Ana L. N. Composites based on polypropylene and talc: processing procedure and prediction behavior by using mathematical models. *Advances in Condensed Matter Physics*, v. 2018, 2018.
DOI: 10.1155/2018/6037804
- [8] D., John. SLM - Shape Language Modeling (<https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/24443-slm-shape-language-modeling>), MATLAB Central File Exchange. Julho, 2022.
- [9] M., Mary C. Inference using shape-restricted regression splines. *The Annals of Applied Statistics*, v. 2, n. 3, p. 1013-1033, 2008.
DOI: 10.1214/08-AOAS167
- [10] C. JR, Americo; S., Rubens. On the nonlinear stochastic dynamics of a continuous system with discrete attached elements. *Applied Mathematical Modelling*, v. 39, n. 2, p. 809-819, 2015.
DOI: 10.1016/j.apm.2014.07.012
- [11] D., João P.; E., Stephen, C. JR, Americo, D., Shweta, N., Abraham, A., Fisseha M.; E., Haileyesus B. Parametric probabilistic approach for cumulative fatigue damage using double linear damage rule considering limited data. *International Journal of Fatigue*, v. 127, p. 246-258, 2019.
DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2019.06.011
- [12] G., Davide. Understanding bland altman analysis. *Biochemia Medica*, v. 25, n. 2, p. 141-151, 2015.
DOI: 10.11613/BM.2015.015