

Los cojinetes de fricción, arquetipo del progreso histórico de la Tribología

Javier Echávarri Otero¹, Francisco Franco Martínez¹,
Eduardo de la Guerra Ochoa¹, Enrique Chacón Tanarro¹

¹Grupo de investigación en Ingeniería de Máquinas, Departamento de Ingeniería Mecánica, Universidad Politécnica de Madrid, España. Email: javier.echavarri@upm.es

Resumen

El artículo presenta la evolución histórica de los cojinetes de fricción en el contexto de la tribología, así como su contribución al desarrollo de las máquinas. Se estudian los avances del conocimiento, comenzando con los primeros análisis fenomenológicos, basados en la observación y la experimentación, hasta la progresiva comprensión de los procesos de fricción, desgaste y lubricación, que ha permitido establecer sólidos fundamentos teórico-prácticos en este campo.

Palabras clave: tribología; lubricación; cojinetes de fricción; hidrodinámica.

Abstract

The article presents the historical evolution of the friction bearings in the context of tribology, along with their contributions to the development of the machines. The advances in knowledge are studied, starting from the first phenomenological analyses, based on observation and experimentation, to the progressive understanding of the friction, wear and lubrication processes, which has allowed solid theoretical and practical foundations to be established in this field.

Keywords: tribology; lubrication; journal bearing; hydrodynamics.

1. Introducción

En el año 1966, Peter Jost introduce el término “tribología” para designar a la ciencia y tecnología que se ocupa de la fricción, el desgaste y la lubricación [1]. En un informe solicitado por el gobierno del Reino Unido, Jost estima en más de 500 millones de libras esterlinas (de la época) los potenciales ahorros en este país con mejores planteamientos tribológicos, según la distribución que se muestra en la Figura 1. Con ello, se pone de manifiesto la enorme importancia industrial de la tribología para economizar costes relacionados con las máquinas en general.

Este análisis se ha ido complementando con otros estudios similares, desarrollados hasta la actualidad en todo el mundo [2-4]. En ellos se han ido determinando las necesidades industriales y se ha estimado un posible

ahorro de entre un 1 y un 2% del producto interior bruto (PIB) global.



Figura 1. Posibles ahorros según el Informe Jost.

Desde la publicación del llamado “Informe Jost”, la investigación en tribología ha vivido una fuerte expansión y ha permitido generar gran cantidad de conocimiento científico, con sólidas bases teóricas y prácticas. Se han desarrollado multitud de modelos de comportamiento de sistemas lubricados y herramientas de predicción muy potentes, apoyadas en el creciente desarrollo computacional y el auge de los equipos de ensayo específicos [5]. Se han perfeccionado los lubricantes y se ha generalizado el uso de los materiales compuestos, poliméricos y cerámicos, así como los recubrimientos y texturizados, capaces de reducir la fricción y el desgaste [4,6,7]. El conocimiento generado se ha aplicado a evitar la aparición de fallos en máquinas, mejorar su eficiencia energética y ralentizar los fenómenos de desgaste [4,8]. Como consecuencia, se ha conseguido ahorrar en inversiones, y se ha reducido la necesidad de mantenimiento y reparación de piezas.

Puede decirse que la tribología ha contribuido a lograr avances importantísimos para la sostenibilidad y el bienestar. Por ejemplo, en el último medio siglo, ha sido decisiva para conseguir bajar prácticamente a la mitad el consumo de combustible de los vehículos con motor de explosión [8], cada uno de los cuales puede contener miles de contactos tribológicos [5]. Si tenemos en cuenta las desorbitadas cifras de uso de vehículos, es fácil comprender que el impacto global ha sido inmenso. Además, el ahorro energético ha ido acompañado de la disminución de emisiones, tanto de efecto invernadero como de otros contaminantes, con un efecto directo en la calidad del aire y la salud de las personas.

Es de esperar que la tribología siga jugando un papel muy decisivo para afrontar los actuales desafíos de la humanidad. Hay que tener en cuenta que, a pesar de los avances conseguidos, todavía en torno al 20% de la energía mundial se emplea en vencer la fricción, a lo que se suma un 3% adicional para refabricar componentes desgastados y repuestos [4]. Asimismo, la gestión de lubricantes usados representa un serio problema medioambiental, tanto por su toxicidad como por las ingentes cantidades. En el mundo se desechan en torno a 40 millones de toneladas de aceites al año [8], que en volumen equivalen a unas 800 veces la capacidad del Estanque Grande del Parque de El Retiro en Madrid. Lamentablemente, hay una gran parte que no se reprocesa y ha de ser absorbida por el entorno. Una solución puede venir de la mano de los “lubricantes verdes”, de alta biodegradabilidad y baja toxicidad, los cuales van ganando peso en la industria a la vez que se consigue mejorar sus prestaciones [9].

2. Metodología y resultados

Lo expuesto anteriormente podría conducir a la idea errónea de que los desarrollos en tribología se limitan

a las últimas décadas. Al contrario, el progreso en esta área se remonta a épocas muy remotas. A modo de ejemplo, si atendemos a las técnicas ancestrales para producir fuego mediante el calentamiento de madera por fricción [10], mostradas en la Figura 2, puede decirse que el ser humano ha manejado fenómenos tribológicos desde tiempos prehistóricos.

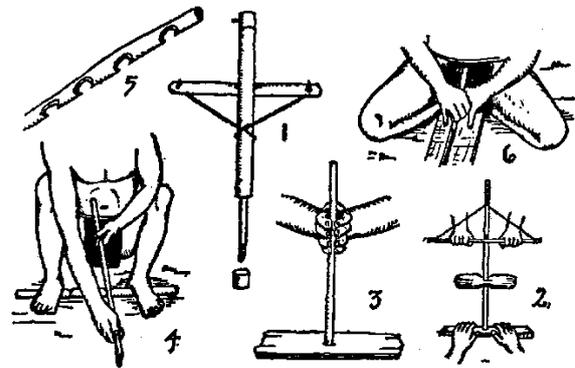


Figura 2. Varias técnicas para producir fuego por fricción.

A continuación se expone la evolución histórica de los cojinetes de fricción, dentro del contexto de la tribología, con especial atención a los resultados alcanzados y su contribución al desarrollo de las máquinas a lo largo de la historia.

2.1. Uso temprano de cojinetes en la construcción

Una transformación de algunos sistemas para encender fuego de la Figura 2, basados en un arco que hace girar un palo a través de una cuerda enrollada en el mismo, da lugar a un primitivo sistema de taladrado para fabricar cojinetes axiales en piedra. En la Figura 3 se muestra una evidencia del uso de estos cojinetes, llamados quicios, en puertas de Mesopotamia hacia el año 2500 a.C. [11,12]. Su evolución permitiría, más adelante, la implementación del movimiento rotatorio continuo en las máquinas.

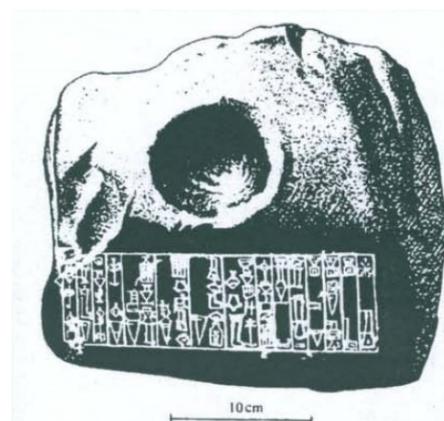


Figura 3. Soporte de piedra para puerta (quicio) que incluye una inscripción, encontrado en Mesopotamia.

Posteriormente, en la Antigüedad, los tratados de Herón de Alejandría y de Vitruvio ponen de manifiesto la evolución de estos sistemas e incluyen orientaciones para reducir la fricción y el desgaste mediante el empleo de apoyos apropiados [5].

La Figura 4 muestra algunos diseños descritos por Herón en su obra “Neumática”, que consisten en un sistema de apertura y cierre automático de puertas de un templo y una máquina de pájaros cantores. Ambas imágenes corresponden a la traducción realizada por Bennet Woodcroft [13], en 1851, y presentan un mismo sistema de soporte axial en la base de los elementos rotativos, con el fin de reducir la resistencia al pivotamiento. El propio Herón sugiere: “Permitid que los ejes verticales de las puertas se extiendan hacia abajo y giren libremente sobre pivotes en la base”.

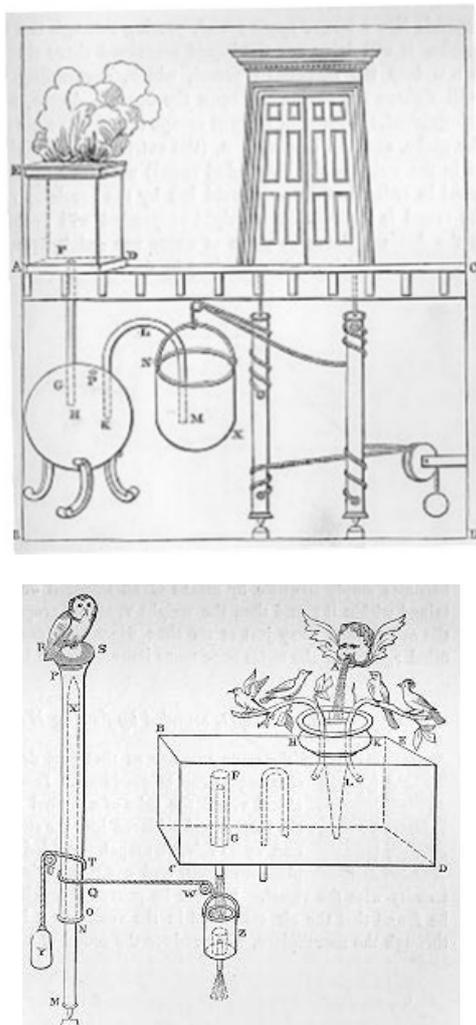


Figura 4. Puertas automáticas y pájaros cantores de Herón.

La cultura Griega evoluciona y avanza combinada con la Tecnología Romana. Los Romanos desarrollan una cultura técnica más profunda, que generalizan a otros campos como la obra civil (carreteras, puentes, edificios, etc.) y aplicaciones militares (máquinas de

guerra, estructuras de defensa, etc.). Marco Vitruvio, en su obra “De Architectura” [14], reeditada en 1511, dedica varios apartados a las máquinas empleadas para la construcción. En dicha publicación expone algunos aspectos prácticos sobre el uso de pivotes y otros elementos para mover las columnas empleadas en la construcción del Templo de Artemisa en Éfeso.

Más tarde, durante la Edad Media, se van sustituyendo la madera y la piedra por cojinetes metálicos, como los de acero empleados en la construcción del reloj astronómico de Su Song en 1089 [15]. Además, en este periodo se empieza a extender el uso de aceites vegetales y grasas animales [11].

2.2. Primeros cojinetes de fricción en vehículos

Una primera evidencia del uso de cojinetes de fricción en vehículos se puede encontrar en el carro que apunta hacia el sur [16,17], mostrado en la Figura 5. Este carro, desarrollado en China, se basa en un mecanismo diferencial, como muestra la reconstrucción del Museo de Ciencias de Londres. Shen Yueh, en su libro Sung Shu, hacia el año 500 d.C., escribe: “El carro que apunta al sur fue construido por el duque de Zhou (primer milenio antes de Cristo) como medio para conducir acertadamente de vuelta a casa a aquellos que tenían que volver desde una gran distancia más allá de las fronteras”. Posteriormente, también destacan los carros griegos, romanos y celtas [11].



Figura 5. Reseña del carro que apunta hacia el sur y reconstrucción del Museo de Ciencias de Londres.

Parece razonable intuir que estos cojinetes pudieran incorporar algún tipo de lubricación, dado que existen evidencias anteriores del uso de fluidos para facilitar el deslizamiento de estatuas pesadas y bloques para construcción [18]. La Figura 6 muestra un bajorrelieve egipcio, en el que se puede apreciar a un trabajador vertiendo líquido en la superficie sobre la que va a deslizar una gran estatua.

Adicionalmente, gracias a los restos de dos barcos en el Lago de Nemi (Italia), se tiene constancia de que el progreso en tribología permite ya el desarrollo de cojinetes de rodadura hacia el año 50 d.C. [19].

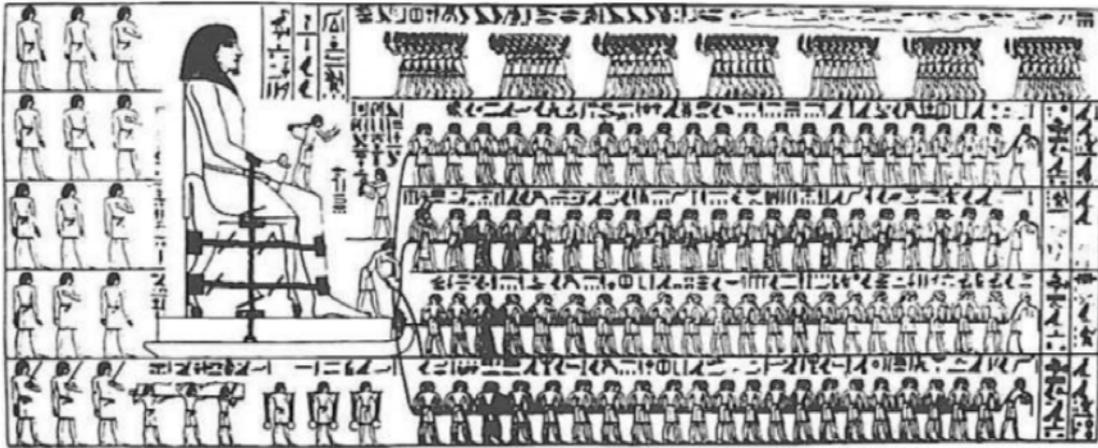


Figura 6. Bajorrelieve del Antiguo Egipto.

2.3. Hacia los cojinetes actuales

Con el periodo Renacentista, surge un interés por los aspectos teóricos de las máquinas y se reestudian los textos de mecánica griegos y las máquinas de los ingenieros romanos. La información es traducida, interpretada e ilustrada, pues en muchas ocasiones no existen figuras o no se conservan las originales.

En los siglos XV y XVI destacan los estudios experimentales de Da Vinci [20] sobre fricción, así como su propuesta de aleación basada en cobre y estaño para lograr apoyos de baja resistencia al deslizamiento. Asimismo, Zonca ensaya el desgaste en cojinetes [5], empleando materiales disimilares.

La Figura 7 presenta algunas configuraciones estudiadas por Da Vinci, que le llevan a descubrir que “La fricción produce el doble de esfuerzo al doblar el peso” y que “La fricción hecha por el mismo peso será de igual resistencia al inicio del movimiento, aunque el contacto puede ser de diferentes anchuras y longitudes”. También escribe: “Todo cuerpo tiene una resistencia de fricción igual a un cuarto de su peso”, un resultado realista para los materiales empleados para los cojinetes de aquella época [21]. Además, es capaz de reconocer otros aspectos clave para reducir las resistencias pasivas, tales como la sustitución de deslizamiento por rodadura en pares cinemáticos, o la importancia de evitar el contacto directo entre elementos rodantes en movimiento.

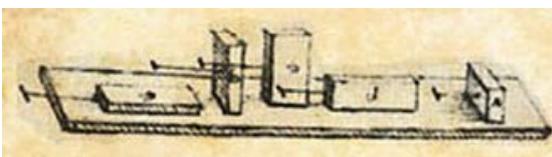


Figura 7. Ejemplo de experimentos de Leonardo da Vinci.

Más adelante, los estudios de Da Vinci servirían como base a Amontons y Coulomb [22,23] para establecer las leyes fundamentales de la fricción. De manera análoga, los trabajos de Da Vinci sobre desgaste en cojinetes inspirarían a Archard para establecer las leyes fundamentales del desgaste [5], considerando el contacto de asperezas superficiales [24,25].

Teniendo en cuenta el conocimiento disponible, las máquinas del Renacimiento incluyen ya diversos tipos de cojinetes y rodillos, como ilustran Agricola, Besson, Ramelli, Zonca [26-29] y otros muchos. Las Figuras 8 y 9 incluyen algunos ejemplos destacados.

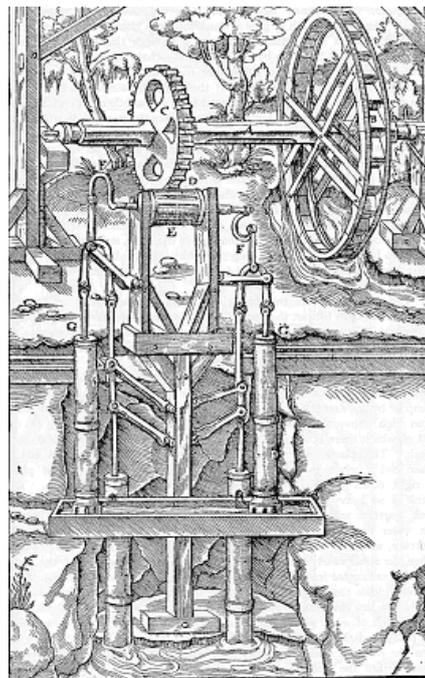


Figura 8. Gran mecanismo de succión de agua de Agricola, de su obra “De re metallica”.

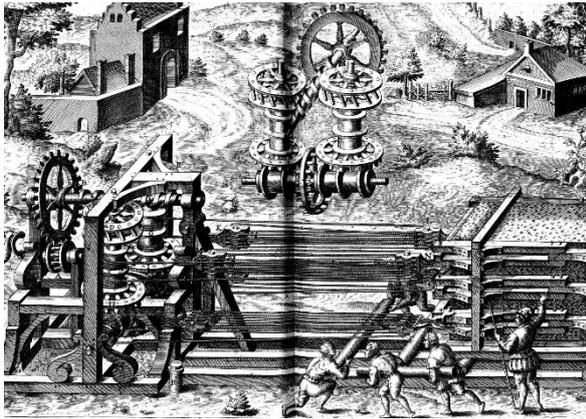


Figura 9. Máquina para arrastre de Ramelli, de su libro "Le diverse et artificiose machine".

La importancia de mejorar los cojinetes de las máquinas está muy presente entre los siglos XVII y XIX [5,30]. Los experimentos para reducir la fricción y el desgaste permiten a Hooke construir un carro movido a vela, mientras que Babbitt desarrolla el "metal babbitt": aleación de estaño, antimonio y cobre, capaz de reducir en torno a un 25% la fricción respecto a los cojinetes usados hasta entonces.

Hasta el siglo XIX no se generaliza la utilización de cojinetes lubricados [11]. Con su uso se consigue un salto cualitativo para trabajar con máquinas a altas velocidades y cargas. En el estudio de los mecanismos de la fricción fluida destacan, entre otros, Leslie, Von Pauli, Barrans, Hirn y Thurston [31-35]. Por ejemplo, cabe reseñar un interesante sistema de ensayo de cojinetes usado por Hirn para comprobar el efecto de diversas cargas y velocidades de deslizamiento.

Este uso tardío de los lubricantes se relaciona con que hasta 1859 no tiene lugar uno de los principales hitos en el nacimiento de la Industria moderna de los lubricantes [11]. Ese año, en Pensilvania (Estados Unidos), Drake emplea una máquina de vapor para perforar el terreno con el fin de buscar y extraer petróleo, llegando a alcanzar una profundidad de más de veinte metros. La Figura 10 muestra a Drake (a la derecha) frente al pozo. El refinado permite destinar a iluminación las fracciones más ligeras y a lubricantes los constituyentes más pesados.

La proliferación de este tipo de instalaciones contribuye a establecer un aporte suficiente de petróleo y lubricantes al sector productivo. De hecho, buena parte de las compañías de cojinetes se forman a finales del siglo XIX y principios del XX en países como Estados Unidos, Rusia, Reino Unido, y también en la Europa Continental. La actividad de estas empresas se ve sustentada por la alta disponibilidad de aceites minerales.



Figura 10. Pozo de Drake en Pensilvania.

2.4. La Década de Oro de 1880

Como bien apunta Dowson [11], dentro de la larga historia de la tribología, se produce el curioso hecho de que algunos de los progresos más destacables sobre sus fundamentos, tanto para contactos secos como lubricados, tienen lugar en la década de 1880.

De comienzos de esta década datan las ecuaciones de Hertz [36], que constituyen la base para estudiar tensiones y deformaciones en rodamientos, así como en otros muchos elementos de máquinas tan comunes como engranajes o levas.

En cuanto a los cojinetes de fricción lubricados, cabe destacar los trabajos desarrollados en paralelo por Petrov [37,38] en Rusia y por Tower [39] en Reino Unido. Ambos analizan, de forma independiente, los cojinetes de ferrocarril y obtienen resultados muy interesantes sobre el funcionamiento de los mismos.

Los ensayos de Petrov le permiten concluir que la fricción está determinada por la viscosidad del aceite y propone una expresión teórica de la fuerza de fricción F en cojinetes cilíndricos en función de la geometría (radio R , longitud L , juego radial c), la viscosidad η y la velocidad U . Esta ecuación, expresada en (1), se obtiene asumiendo que el espesor de película de lubricante es constante en todo el contacto, e igual a la holgura radial entre eje y cojinete.

$$F = \frac{2\pi RL\eta U}{c} \quad (1)$$

El resultado de Petrov no está muy alejado de la realidad, pero subestima la fricción cuando la excentricidad se hace significativa, por ejemplo a altas cargas de funcionamiento [40].

La Figura 11 muestra la configuración de los experimentos de Tower. Tras realizar un orificio en el cojinete para llevar a cabo algunas pruebas, descubre accidentalmente que durante el funcionamiento el aceite escapa a alta presión por dicho orificio. A continuación, toma medidas de presión y concluye que "... las presiones dentro de ciertas partes de la película excedieron considerablemente la presión media debida a la carga aplicada", lo que evidencia la existencia de un fenómeno hidrodinámico.

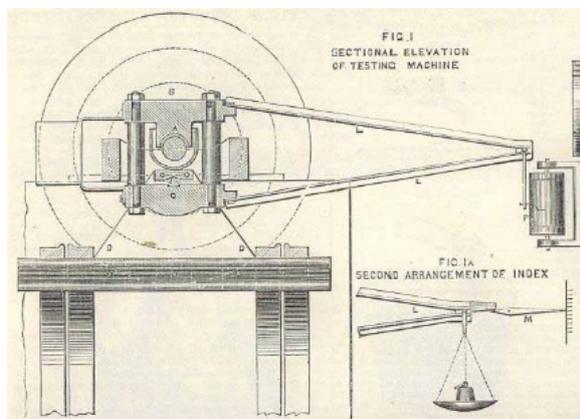


Figura 11. Experimentos de Tower.

Sobre esta base, Reynolds [41] publica su conocida ecuación diferencial (2) en 1886, que relaciona la presión p con el espesor de película h , en función de la viscosidad η y de las velocidades U_o , U_h y W_1 .

$$\frac{d}{dx} \left(h^3 \frac{dp}{dx} \right) + \frac{d}{dy} \left(h^3 \frac{dp}{dy} \right) = 6\eta \left((U_o + U_h) \frac{dh}{dx} + 2W_1 \right) \quad (2)$$

Desde entonces, la ecuación de Reynolds pasaría a emplearse sistemáticamente para el análisis y el diseño de cojinetes hidrodinámicos. Sommerfeld [42] resuelve dicha ecuación para cojinetes cilíndricos en 1904. Al año siguiente, Michell [43] aplica la teoría de Reynolds a cojinetes de zapatas pivotantes. Asimismo, Kingsbury [44] es capaz de idear, construir y patentar un cojinete de este tipo, tras leer el artículo de Reynolds.

Son muchos los tipos de cojinetes que se han ido desarrollando, en función de las características de operación deseadas para cada aplicación. A modo de curiosidad, el propio Kingsbury [45] presenta también cojinetes lubricados por aire 1897, si bien sus prestaciones son todavía limitadas y no permiten un uso habitual en las máquinas.

2.5. Evolución de los cojinetes hasta la actualidad

Las investigaciones de Stribeck [46] sobre la fricción en cojinetes cilíndricos, publicadas en 1902, resultan de gran relevancia porque distinguen tres principales regímenes de lubricación: hidrodinámica, mixta (o parcial) y límite. La Figura 12 muestra un ejemplo de resultados de Stribeck, que corresponden al coeficiente de fricción en dichos regímenes de lubricación, con un comportamiento diferenciado en cada uno de ellos.

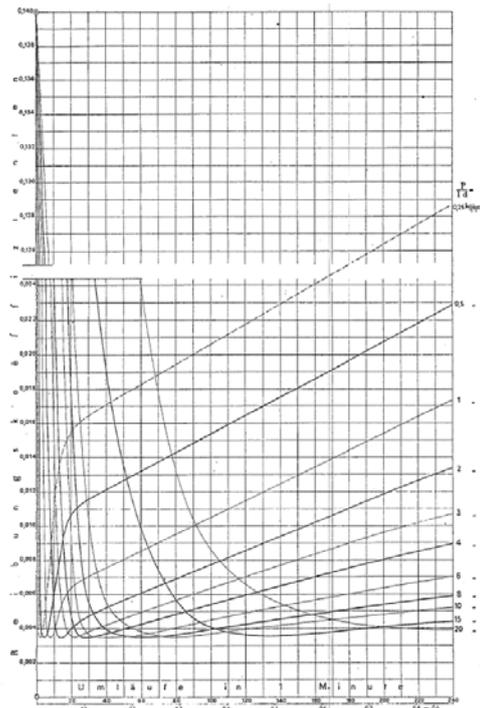


Figura 12. Curvas de Stribeck.

Más tarde, Hersey [47] expresa el coeficiente de fricción en función del denominado número de Hersey, que se define como el producto de la viscosidad y la velocidad, dividido por la presión. Este número se puede utilizar para identificar los límites entre regímenes de lubricación, de forma similar al ampliamente extendido parámetro de Tallian [48], que compara el espesor mínimo de película con la rugosidad combinada de las superficies en contacto.

El régimen de lubricación límite es estudiado en profundidad por Hardy [49], quien en 1936 expone que la fricción en condiciones límite es esencialmente dependiente de las capas superficiales formadas por la interacción fisicoquímica entre las superficies en contacto y el propio lubricante.

En cuanto al régimen hidrodinámico, para mediados del siglo XX se van obteniendo ya todas las soluciones numéricas de la ecuación de Reynolds. La Figura 13 muestra un ejemplo de ábaco de cálculo de Raimondi

y Boyd [50] para cojinetes cilíndricos lisos, en función de algunos parámetros adimensionales como el número de Sommerfeld S , la relación longitud frente a diámetro (L/D), el cociente entre espesor mínimo de película y juego radial (h_{min}/c) y la razón entre excentricidad y dicho juego radial (e/c). A este se suman otros ábacos que permiten determinar otros parámetros de interés, tales como la posición del espesor mínimo de película, los caudales bombeado y de pérdidas, el coeficiente de fricción y la presión máxima.

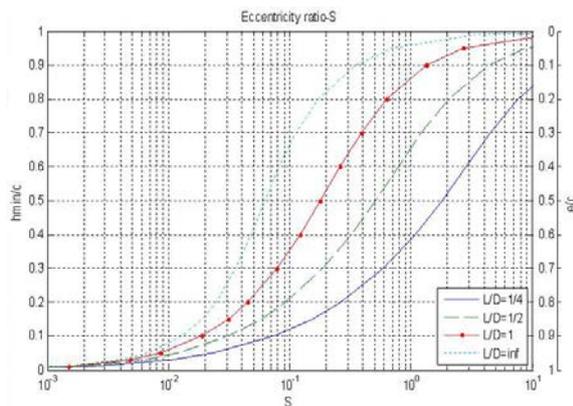


Figura 13. Ejemplo de ábaco de Raimondi y Boyd, obtenido mediante cálculo numérico (elaboración propia).

Además, existen soluciones que tienen en cuenta el comportamiento de cojinetes parciales, la influencia de la cavitación, la existencia de cargas variables, los efectos de desalineación o las velocidades críticas [40].

Por otra parte, la disipación viscosa puede causar un aumento considerable de la temperatura del cojinete [40], lo que hace necesario estudiar los efectos termo-hidrodinámicos. Esto puede realizarse resolviendo directamente la ecuación de la energía o, equivalentemente, aplicando un elegante método propuesto por Wilson [51, 52], el cual está basado en un modelo de resistencias térmicas. El enfoque de Wilson consiste en analizar un elemento diferencial de lubricante entre las superficies en contacto. El modelo de resistencias térmicas considera el calor generado en el lubricante y su difusión a las superficies de los cuerpos mediante una resistencia térmica de conducción del lubricante, así como la transmisión de calor al lubricante en movimiento mediante una resistencia de convección. Cuando el flujo de calor alcanza los cuerpos en contacto se difunde hacia el interior y hacia los elementos adyacentes.

Otro de los aspectos ampliamente estudiados es el texturizado de superficies tribológicas para mejorar las condiciones de lubricación y generar una presión hidrodinámica adicional [53]. Un adecuado diseño de estas superficies permite mejoras significativas de la capacidad de carga, el coeficiente de fricción y la resistencia al desgaste. Existen estudios que han

evaluado los beneficios de la aplicación de diferentes patrones de texturizado a varios de los tipos de cojinetes de fricción más comunes [54].

Conviene indicar que la teoría hidrodinámica conlleva la aplicación de algunas hipótesis simplificadoras. Algunos elementos de máquinas con contactos no-conformes, como por ejemplo los engranajes, quedan fuera de su ámbito de aplicación. Este aspecto se evidencia ya en 1916, cuando Martin [55] aplica la hidrodinámica a dos discos rígidos bajo alta carga y obtiene un valor teórico de espesor de película claramente insuficiente para conseguir una película fluida. Sin embargo, sus experimentos arrojan un bajo resultado de fricción, mucho menor al esperado. Ello conduce a replantear la teoría hidrodinámica y da lugar a la elastohidrodinámica [56-59], que se caracteriza por una alta presión de contacto hertziana, la cual causa una deformación elástica de las superficies en contacto y un aumento de la viscosidad del lubricante por efecto piezoviscoso [40]. Puede decirse que la lubricación elastohidrodinámica y termo-elastohidrodinámica son algunas de las líneas de investigación más activas dentro del campo de la tribología, y han dado lugar a avances muy importantes durante las últimas décadas.

Por último, cabe reseñar el desarrollo de cojinetes que usan una fuente de energía externa para separar las superficies. Por ejemplo, los cojinetes hidrostáticos de aceite o gas, que operan con una película presurizada externamente; y los cojinetes magnéticos, basados en el principio de levitación magnética [40]. Los cojinetes de gas presurizado y los magnéticos permiten trabajar a alta velocidad y con baja resistencia al deslizamiento.

3. Conclusiones

Se ha proporcionado una perspectiva histórica de la importancia de la tribología para resolver multitud de problemas de ingeniería, relacionados con aspectos de eficiencia energética, vida en servicio, averías, mantenimiento y reparación de máquinas.

La historia de la tribología es, en gran medida, la historia de los cojinetes de fricción. En estos elementos de máquinas se concentra el conocimiento sobre materiales, lubricación y modelado que se ha ido desarrollando en el ámbito de la tribología. Además, la experimentación ha permitido complementar la teoría y ha contribuido a aumentar la comprensión de los complejos fenómenos tribológicos.

Actualmente, la humanidad afronta desafíos tan importantes e inminentes como la escasez de recursos, el rápido deterioro medioambiental y el cambio climático. Al igual que hasta ahora, la tribología tiene mucho que aportar para superar estos desafíos, por lo que la investigación en esta materia seguirá siendo esencial para el futuro.

4. Referencias

- [1] P. Jost. “Lubrication (tribology), education and research. A report on the present position and industry's needs”. Publicado como un informe del gobierno del Reino Unido, el 9 de marzo de 1966.
- [2] O. Pinkus, D.F. Wilcock. “Strategy for energy conservation through tribology”. Tribology in Energy Technology Workshop. American Society of Mechanical Engineers (ASME), 1977.
- [3] P. Jost. “The tasks of tribology societies on a changing world”. Opening address. Second World Tribology Congress, 2001.
- [4] K. Holmberg, A. Erdemir. “The impact of tribology on energy use and CO₂ emission globally and in combustion engine and electric cars”. Tribology International 135, pp. 389-396, 2019.
- [5] J. Echávarri, E. de la Guerra, E. Chacón. “Tribology: a historical overview of the relation between theory and application”. En: R. Pisano: A bridge between conceptual frameworks: sciences, society and technology studies, Springer, 2015.
- [6] J. Echávarri, E. de la Guerra, I. Bellón, E. Chacón. “Optimising the design of textured surfaces for reducing lubricated friction coefficient”. Lubrication Science 29(3), pp. 183-199, 2017.
- [7] I. Bellón, E. de la Guerra, J. Echávarri, E. Chacón, I. Fernández, J.A. Santiago. “Individual and combined effects of introducing DLC coating and textured surfaces in lubricated contacts”. Tribology International 151, pp. 1-9, 2020.
- [8] G.W. Stachowiak. “How tribology has been helping us to advance and to survive”. Friction 5(3), pp. 233-247, 2017.
- [9] R. Bayat, A. Lehtovaara. “EHL/mixed transition of fully formulated environmentally acceptable gear oils”. Tribology International 146, pp. 1-12, 2020.
- [10] M. Mauss. “Introducción a la etnografía”. Istmo, 1967.
- [11] D. Dowson. “History of tribology (Second Edition)”. Longman, London, 1998.
- [12] C. Singer. “A history on technology”. Clarendon Press, 1954.
- [13] B. Woodcroft. “The Pneumatics of Hero von Alexandria”. Walton & Maberly, 1851.
- [14] M. Vitruvio. “De Architectura”. Editado por Fra Giocondo, Verona, 1511, (reimpreso en 1513, 1522 y 1523).
- [15] Su Song. “Xin Yi Xiang Fa Yao”, 1089.
- [16] J. Needham. “Science and Civilisation in China”. Cambridge University Press, Cambridge. 1975.
- [17] E. Bautista, M. Ceccarelli, J. Echávarri, J.L. Muñoz. “A brief illustrated history of machines and mechanisms”, Springer (2010).
- [18] R. Gohar, H. Rahnejat. “Fundamentals of tribology (Third Edition)”. World Scientific Publishing Europe, 2019.
- [19] J.A. Williams. “Engineering tribology”. Oxford University Press, 1994.
- [20] L. da Vinci. Codex Madrid I y II, Codex Atlanticus y Codex Arundel, siglo XV.
- [21] A.Z. Szeri. “Fluid film lubrication. Theory and design”. Cambridge University Press, 2005.
- [22] G. Amontons. “De la résistance causée dans les machines”. Mémoires de l'Académie Royale A, pp. 257-282, 1699.
- [23] C.A. Coulomb. “Theories des machines simples, en ayant égard au frottement de leurs parties, et a la roider des cordages”. Mém. Math. Phys. X, pp. 161-332, 1785.
- [24] J.F. Archard. “Contact and rubbing of flat surface”. J. Appl. Phis. 24(8), pp. 981-988, 1953.
- [25] J.F. Archard, W. Hirst. “The wear of materials under unlubricated conditions”. Proc. Royal Soc. London. A-236, pp. 397-410, 1956.
- [26] G. Agricola. “De re metallica”, 1556. (Reimpreso en 1950 por Dover publishing).
- [27] J. Besson. “Theatrum instrumentum et machinarum”, 1578.
- [28] A. Ramelli. “Le diverse et artificiose macchine”, 1588.
- [29] V. Zonca. “Novo teatro di machine et edificii per uarie et sicure operationi”, 1607.
- [30] R. Hooke. “The posthumous works of Robert Hooke”. Waller and Seer, London, 1684.

- [31] J. Leslie. "An Experimental Inquiry into the Nature and Propagation of Heat". T. Gillet Printer, Salisbury Square, United Kingdom, 1804.
- [32] F.A. Von Pauli. "Über den widerstand der zapfenreibung". Kunst and Gewerbeblatt des polytechnischen Verein des Konigreich Bayern 8/9, pp. 452-469, 1849.
- [33] J. Barrans. "On an improved axle box for railway engines and carriages". Proc. Inst. Mech. Engrs. 2, 1850.
- [34] G.A. Hirn. "Études sur les principaux phénomènes que présentent les frottements médiats et sur les diverses manières de déterminer la valeur mécanique des matières employées au graissage des machines". Bulletin de la Société Industrielle de Mulhouse, 26, n. 129, pp. 188-277, 1854.
- [35] R.H. Thurston. "Determination of the laws and coefficients of friction by new methods and with new apparatus". The Railroad Gazette, 73 Broadway, New York, 1879.
- [36] H. Hertz. "On the contact of elastic solids". J. Reine and angew. Math. 92, pp 156-171, 1881.
- [37] N.P. Petrov. "Friction in machines and the effect of the lubricant". Inzh. Zh., St-Peterb. 1-4, 1883.
- [38] A. Cameron. "Principles of Lubrication", Longmans Green and Co. Ltd., London, 1966.
- [39] B. Tower. "First report on friction experiments (friction of lubricated bearings)". Proc. Inst. Mech. Engrs., pp. 632-659, 1883.
- [40] G.W. Stachowiak, A.W. Batchelor. "Engineering tribology". Butterworth Heinemann, Elsevier, 2005.
- [41] O. Reynolds. "On the theory of lubrication and its application to Mr. Beauchamp Tower's experiments, including an experimental determination of the viscosity of olive oil". Phil. Trans. Roy. Soc. Lon 177, pp.157-234, 1886.
- [42] A. Sommerfeld. "Zur hydrodynamischen theorie der Schmiermittelreibung". Z fur Math. Phys. 50, pp. 97-155, 1904.
- [43] A.G.M. Michell. "The lubrication of plane Surfaces". Z. Math. Phys., 52, Pt.2, pp. 123-137, 1905.
- [44] A. Kingsbury. "Thrust Bearings", U.S. Patent No. 947242, 1910.
- [45] A. Kingsbury. "Experiments with an air lubricated bearing". J. Am. Soc. Nav. Eng., N. 9, 1897.
- [46] R. Stribeck. Die wesentlichen eigenshaften der gleit und ollen lager. Z. Ver. dt. Ing. 46, No.38, 39, 1902.
- [47] M.D. Hersey, "The laws of lubrication of horizontal journal bearings", J. Wash. Acad. Sci. 19(4), pp. 542-552, 1914.
- [48] T.E. Tallian, "On competing failure modes in rolling contact", ASLE Transactions 10, pp. 418-439. 1967.
- [49] W.B. Hardy, "Collected Scientific Papers of Sir W.B. Hardy", Ed. Sir Eric K., Cambridge University Press, 1936.
- [50] A.A. Raimondi, J. Boyd, "A solution for the finite journal bearing and its application to analysis and design", ASLE Transactions 1, pp. 159-209, 1958.
- [51] W.R.D. Wilson. A framework for thermohydrodynamic lubrication analysis. ASME J. Tribol. 120, pp. 399-405, 1998.
- [52] E. de la Guerra, J. Echávarri, E. Chacón, B. del Río. "A thermal resistances-based approach for thermalelastohydrodynamic calculations in point contacts". Proc IMechE Part C: J Mechanical Engineering Science 232(11), pp. 2088-2102, 2018.
- [53] H. Yu, X. Wang, F. Zhou. "Geometric shape effects of surface texture on the generation of hydrodynamic pressure between conformal contacting surfaces". Tribology Letters 37, pp. 123-130, 2010.
- [54] D. Gropper, L. Wang, T.J. Harvey. "Hydrodynamic lubrication of textured surfaces: A review of modeling techniques and key findings". Tribology International 94, pp. 509-529, 2016.
- [55] H.M. Martin. "Lubrication of Gear Teeth". Engineering, London 102, p.119-121, 1916.
- [56] A.N. Grubin. "Fundamentals of the hydrodynamic theory of lubrication of heavily loaded cylindrical surfaces", En: Proceedings of Symposium on Investigation of the Contact of Machine Components, ed. Kh. F. Ketova, Book no. 30. Moscow, Russia, 1949.
- [57] D. Dowson, G.R. Higginson. "Elastohydrodynamic Lubrication", Pergamon Press, Oxford, 1977.
- [58] F.P. Bowden, D. Tabor, "Friction and Lubricating Wear of Solids, Part 1", Oxford Clarendon Press, 1964.
- [59] B.J. Hamrock. "Fundamentals of fluid film lubrication", McGraw-Hill, New York, 1994.