



## REDUCCIÓN DE TENSIONES EN APOYOS ENTALLADOS DE VIGAS DE MADERA MEDIANTE EMPLEO DE PERNOS

JOSÉ LUIS GONZÁLEZ FUEYO<sup>1</sup>, JOSE ANTONIO CABEZAS FLORES<sup>1</sup>, MANUEL PABLO RUBIO CAVERO<sup>2</sup>, MANUEL DOMÍNGUEZ LORENZO<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Universidad de Salamanca, E.P.S. de Zamora  
Dpto. de Ingeniería Mecánica

Avda. de Requejo nº33, Zamora, España

<sup>2</sup>Universidad de Salamanca, E.P.S. de Zamora

Dpto. de Construcción y Agronomía

Avda. de Requejo nº33, Zamora, España

*(Recibido 15 de julio de 2007, para publicación 15 de enero de 2009)*

**Resumen** – La madera es un material estructural anisotrópico, cuya resistencia a la tracción en la dirección perpendicular a la fibra es muy inferior en valor al resto de sus características resistentes. En aquellas configuraciones donde aparece este esfuerzo, como por ejemplo las vigas entalladas en los apoyos, el comportamiento del elemento estructural puede quedar seriamente comprometido. En tales casos es necesario plantear soluciones de refuerzo, siendo una posibilidad el empleo de pernos. En este trabajo se realiza un estudio mediante elementos finitos de la reducción de tensiones que se puede obtener al aplicar esta solución, analizando la influencia de los parámetros más significativos: profundidad de la entalladura, posición del perno y fuerza de apriete.

**Palabras clave** – Madera, vigas, apoyos entallados, elementos finitos.

### 1. INTRODUCCIÓN

Las estructuras de madera están alcanzando gran popularidad en nuestro país debido a sus ventajas medioambientales y estéticas respecto a otros materiales como el acero y el hormigón. Frente a estas virtudes se presentan también algunos inconvenientes, en concreto en su comportamiento mecánico, como son la ortotropía, la baja resistencia en la dirección perpendicular de la fibra, la fluencia a lo largo del tiempo o la variación dimensional ante alteraciones de la humedad ambiente [1,2]. Estas especiales características deben ser tenidas en cuenta en los procedimientos de dimensionado y comprobación desarrollados en las distintas normas de los diferentes países [3,4]. Como en cualquier otro tipo de estructuras, en las de madera, uno de los elementos más importantes son las vigas. Aunque están sometidas principalmente a tensiones normales paralelas a las fibras debidas a los momentos flectores que soportan, en algunas configuraciones y zonas especiales, aparecen también esfuerzos de compresión y de tracción perpendiculares a las fibras. Por ejemplo en vigas a dos aguas con zonas curvas o peraltadas y en aquellas que tienen apoyos entallados. Este último caso se presenta al realizar un rebaje del canto de la viga para mejorar estéticamente el diseño (Fig. 1). Dicho rebaje no es perjudicial desde el punto de vista de las tensiones normales paralelas a las fibras, puesto que en la proximidad de los apoyos, que en estructuras de madera normalmente se consideran articulados, los momentos flectores son muy pequeños. Sin embargo, al suponer un cambio brusco de la sección, conlleva la aparición, en el fondo de la entalladura, de una peligrosa concentración de tensiones de tracción perpendiculares a la fibra. Dada la baja resistencia de la madera ante este tipo de esfuerzos, dicho fenómeno puede dar lugar al desarrollo de una fenda en estas posiciones [1], como muestra la Fig. 1. Para evitar este problema hay dos posibles soluciones: realizar la reducción del entalle de manera progresiva, o bien aplicar refuerzos como pernos, barras encoladas o placas, en la zona donde aparecen las tensiones de tracción perpendiculares a la dirección de la fibra [5,6].

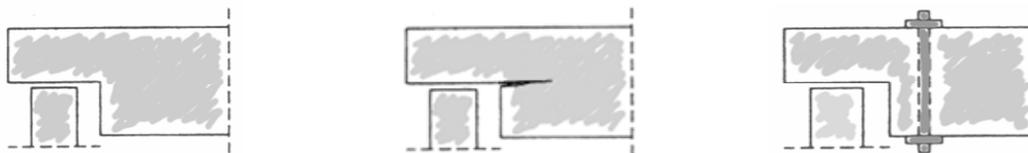


Fig. 1. Fenda en el rebaje de la viga entallada y aplicación de refuerzo mediante perno.

Tabla 1. Resistencias características y de cálculo de la clase resistente de madera laminada GL24h.

Resistencias (MPa)	Características	de cálculo
Resistencia a flexión	$f_{m,g,k} = 24$	$f_{m,g,d} = 14.77$
Resistencia a tracción paralela a la fibra	$f_{t,0,g,k} = 16.5$	$f_{t,0,g,d} = 10.15$
Resistencia a tracción perpendicular a la fibra	$f_{t,90,g,k} = 0.4$	$f_{t,90,g,d} = 0.246$
Resistencia a compresión paralela a la fibra	$f_{c,0,g,k} = 24$	$f_{c,0,g,d} = 14.77$
Resistencia a compresión perpendicular a la fibra	$f_{c,90,g,k} = 2.7$	$f_{c,90,g,d} = 1.66$
Resistencia a cortante	$f_{v,g,k} = 2.7$	$f_{v,g,d} = 1.66$

Cada una de estas alternativas tiene sus ventajas e inconvenientes, tanto económicas como de comportamiento mecánico. El objeto de este trabajo es analizar una de ellas, el refuerzo mediante pernos (Fig. 1), utilizando el método de los elementos finitos. Ante el amplio abanico de posibles combinaciones de material, geometría y carga, se ha tomado un ejemplo representativo, que se propone a continuación. En el apartado 3 se describe el modelo de elementos finitos utilizado, detallando particularmente el sistema de refuerzo. El apartado 4 enumera los resultados del estudio efectuado, en el que se analiza la influencia de los parámetros más significativos tales como la profundidad de la entalladura, la posición del perno y la fuerza de apriete, en las tensiones perpendiculares a la fibra en el fondo de la entalla, considerados de manera independiente y estudiando también el efecto de la variación simultánea de cada dos de ellos.

## 2. EJEMPLO REPRESENTATIVO

### 2.1. Material

Se ha considerado que la viga es de madera laminada de clase homogénea GL24h, formada a partir de láminas de madera aserrada clase resistente C24 de 38 mm de espesor y densidad característica  $380 \text{ kg/m}^3$ , cuyas resistencias características  $f_k$  se resumen en la Tabla 1 [7]. Las resistencias de cálculo  $f_d$ , que se indican en la última columna de la tabla, se obtienen, de acuerdo con la normativa [4], mediante la ecuación.

$$f_d = k_{\text{mod}} \frac{f_k}{\gamma_m} \quad (1)$$

donde:

- $\gamma_m$  es el coeficiente parcial de seguridad para el material que, en estados límites últimos y combinaciones fundamentales, se tomará 1.3.
- $k_{\text{mod}}$  es el factor de modificación, que tiene en cuenta el efecto de la humedad ambiente y la duración de la carga en los valores resistentes. Se ha supuesto clase de servicio de la estructura

1 ó 2 y que las cargas son una combinación de una permanente y otra de media duración, con lo cual este factor adoptará el valor 0.8.

Observamos en la Tabla 1 que la resistencia a tracción en la dirección perpendicular a la fibra  $f_{t,90,g,d} = 0.246$  MPa es mucho menor que las otras.

Por otra parte, de acuerdo con [1,8], consideramos que la madera tiene un comportamiento elástico lineal ortótropo, descrito mediante la ley de Hooke, que relaciona las deformaciones unitarias  $\varepsilon_R$ ,  $\varepsilon_T$ ,  $\varepsilon_L$ ,  $\gamma_{TL}$ ,  $\gamma_{LR}$ ,  $\gamma_{RT}$  con las tensiones  $\sigma_R$ ,  $\sigma_T$ ,  $\sigma_L$ ,  $\tau_{TL}$ ,  $\tau_{LR}$ ,  $\tau_{RT}$  según las direcciones radial (R), longitudinal (L) y transversal (T) a las fibras.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_R \\ \varepsilon_T \\ \varepsilon_L \\ \gamma_{TL} \\ \gamma_{LR} \\ \gamma_{RT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_R} & -\frac{\nu_{TR}}{E_T} & -\frac{\nu_{LR}}{E_L} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{RT}}{E_R} & \frac{1}{E_T} & -\frac{\nu_{LT}}{E_L} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{RL}}{E_R} & -\frac{\nu_{TL}}{E_T} & \frac{1}{E_L} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{TL}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{LR}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{RT}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_R \\ \sigma_T \\ \sigma_L \\ \tau_{TL} \\ \tau_{LR} \\ \tau_{RT} \end{bmatrix} \quad (2)$$

Cada material se caracteriza por 9 constantes elásticas, 3 módulos de Young  $E_L$ ,  $E_R$  y  $E_T$ , 3 módulos de elasticidad transversales  $G_{TL}$ ,  $G_{LR}$ ,  $G_{RT}$ , y 3 coeficientes de Poisson  $\nu_{TL}$ ,  $\nu_{RL}$ ,  $\nu_{RT}$ , cuyos valores para la madera laminada GL24h se recogen en la Tabla 2 [2,9].

## 2.2. Geometría

Se ha elegido el caso de viga biapoyada, por considerarse que es el más extendido en el uso real, con vano entre apoyos de 14 m. En cuanto a la sección de la viga, de la gama habitual de anchos 135-160-180-210 mm [10], se ha tomado el segundo. El canto de la viga estará formado por 21 láminas de 38 mm lo que suma un total de 798 mm. En ambos extremos se realizan entalles de 500 mm de longitud, de manera que los apoyos queden centrados en los mismos, cuya profundidad  $h-h_1$  se irá variando en el estudio. Se analizarán los casos en que el canto en los apoyos esté formado por 4, 5, 6, ..., 17 láminas. La geometría representada en la Fig. 2 corresponde a un canto en apoyos de 14 láminas,  $h_1 = 532$  mm y, por tanto, profundidad de entalle  $h-h_1 = 266$  mm (7 láminas, es decir,  $h/3$ ).

## 2.3. Cargas

Para el predimensionado de la viga se ha considerado ésta sometida a una carga combinada compuesta por una permanente  $q_p$  y una sobrecarga  $q_s$  de duración media. Este es uno de los posibles procedimientos de predimensionado que aparecen recogidos en la bibliografía [10]. La combinación que da lugar a la carga de cálculo es  $q_d = 1.35 \cdot q_p + 1.50 \cdot q_s$ , y, para que el predimensionado sea aplicable, deberá cumplirse que la relación entre ambas cargas verifique  $q_p/q_s \leq 1$ . Bajo estas premisas, con las dimensiones y el material antes indicado, la viga fallaría por flexión bajo una carga de cálculo mínima  $q_d = 9006$  N/m. Con este valor de carga, el momento máximo se daría en el centro del vano y tendría un valor de

$$M_{\text{máx}} = \frac{q_d \cdot L^2}{8} = \frac{9.006 \cdot 14^2}{8} = 220.65 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

de forma que la máxima tensión normal paralela a las fibras sería

$$\sigma_{x,\text{máx}} = \frac{M_{\text{máx}}}{W} = \frac{M_{\text{máx}}}{\frac{b \cdot h^2}{6}} = \frac{220.65}{\frac{0.16 \cdot 0.798^2}{6}} = 12994 \text{ kN/m}^2 = 12.99 \text{ MPa}$$

Tabla 2. Constantes elásticas de la madera laminada GL24h ( $E$  y  $G$  en MPa).

$E_L$	$E_R$	$E_T$	$G_{TL}$	$G_{LR}$	$G_{RT}$	$\nu_{TL}$	$\nu_{RL}$	$\nu_{RT}$
11600	725	725	725	725	83.6	0.03	0.03	0.51

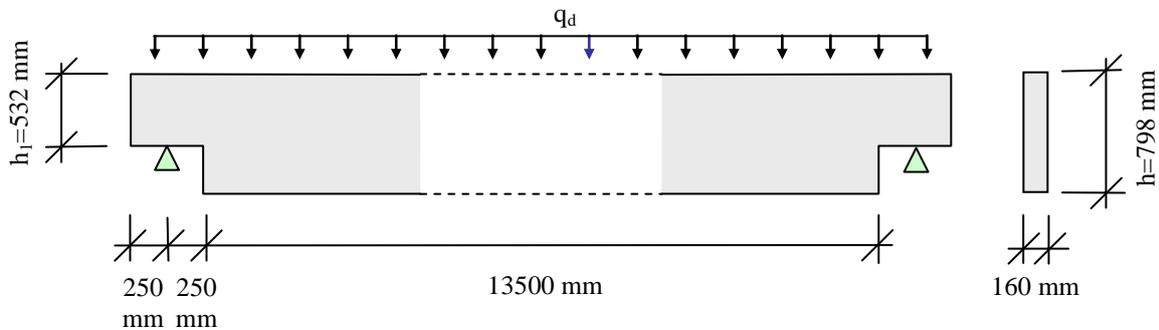


Fig. 2. Dimensiones de la viga. Caso inicial.

Comparando con los valores de la Tabla 1, observamos que es inferior a la resistencia a flexión  $f_{m,g,d}=14.77$  MPa con lo cual la viga en principio trabaja sin problemas ante este nivel de esfuerzo. Así pues, en el ejemplo representativo que estudiaremos, se considerará una carga de 9006 N/m. La cuestión se centra ahora en determinar la respuesta de la viga, en lo que respecta a las tensiones de tracción perpendiculares a la fibra, ante la presencia de la entalladura.

#### 2.4. Sistema de refuerzo

Para reducir las altas tensiones de tracción en la dirección perpendicular a la fibra, se propone el uso de un perno que, mediante una fuerza de apriete  $F_{ap}$ , provocará unas tensiones de compresión para compensar a las de tracción. De acuerdo con [10], se utilizará un perno de diámetro  $d_p = 24$  mm, con arandelas de diámetro exterior  $d_{ar} = 3 \cdot d_p = 72$  mm, cuyo eje se encuentra situado a una distancia  $s_1$  del inicio de la entalladura (Fig. 3). El estudio se realizará para los distintos valores de  $s_1$  y  $F_{ap}$  indicados en el apartado 4.

### 3. MODELOS DE ELEMENTOS FINITOS

Se han preparado los tres modelos que se representan en la Fig. 4. Los dos primeros, viga sin rebaje y viga con entalla pero sin refuerzo, se utilizan para comparar los resultados obtenidos con el tercero, con rebaje y sistema de refuerzo mediante perno. Todos los modelos se basan en la construcción de varios volúmenes, que posteriormente se mallan mediante elementos tipo cubo de 8 nodos, de manera que los nodos en las superficies comunes de volúmenes contiguos coincidan y puedan fundirse para mantener la continuidad del sólido. Como sólo interesa conocer con exactitud las tensiones en la zona del rebaje, se ha sacrificado la forma y tamaño de los elementos del modelo de la viga en la zona central de la misma. Además, se ha aprovechado la simetría de las condiciones de contorno, geometría y carga de la viga para simplificar el modelo, considerando sólo la mitad de la viga. En todos los casos se ha definido un material elástico lineal ortótropo con las constantes elásticas de la Tabla 2.

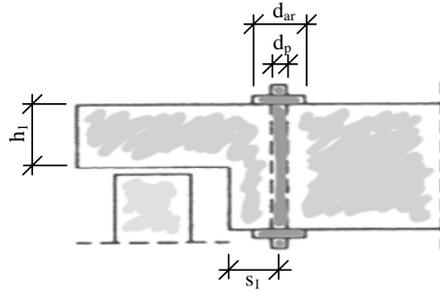


Fig. 3. Variables cuyo efecto se va a estudiar en la viga entallada con refuerzo mediante perno.

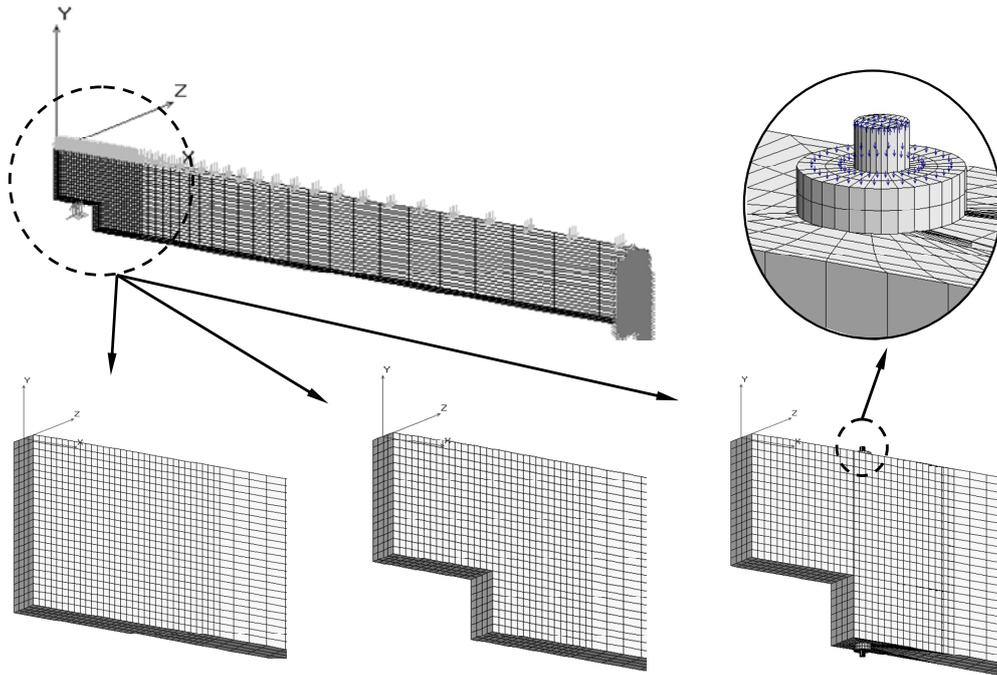


Fig. 4. Modelos de elementos finitos desarrollados.

Como se trata de analizar la influencia de  $h_1$ ,  $s_1$  y  $F_{ap}$ , estas magnitudes se han definido como parámetros, y se ha programado un bucle que ejecuta el cálculo para los sucesivos valores de los mismos, proporcionando los valores de la máxima tensión normal perpendicular a la fibra en cada etapa.

Para la modelización del sistema de refuerzo ha sido necesario utilizar comandos de unión y herramientas de acoplamiento entre grados de libertad de nodos [11]. El detalle de la Fig. 4 muestra la parte superior del perno y del conjunto tuerca-arandela. Se han acoplado los grados de libertad  $x$  y  $z$  del perno con los de la tuerca superior, de manera que, durante el proceso de carga, los desplazamientos relativos entre ambos sólo tengan componente  $y$ . A su vez, entre la superficie superior de la madera y la inferior de la tuerca, se ha utilizado un comando de pegado. En la parte inferior del perno, se ha procedido a pegar las superficies en contacto entre la tuerca y madera, y las correspondientes entre perno y tuerca, de forma que en las zonas de contacto entre los tres elementos los movimientos son solidarios. El apriete se aplica sobre la cara circular superior del perno, como una presión en dirección vertical y sentido hacia arriba, de valor el resultante de dividir la fuerza de apriete entre la sección del perno (detalle de la Fig. 4). Para equilibrar esta fuerza, se aplica otra hacia abajo sobre la cara superior de la tuerca, de magnitud igual a la fuerza de apriete dividida ahora entre la sección de la tuerca.

## 4. RESULTADOS

Para analizar cómo varía la tensión perpendicular a la fibra  $\sigma_y$  en la entalladura con la profundidad del entalle, la posición del perno y la fuerza de apriete, se ha realizado un estudio a tres niveles. En primer lugar, se ha resuelto el problema para unos valores concretos de los parámetros mencionados en tres casos; sin entalladura, con entalladura y sin sistema de refuerzo, y finalmente con entalladura y sistema de refuerzo tipo perno. Seguidamente se estudia ya la influencia de cada parámetro independientemente, manteniendo constantes los otros dos. En tercer lugar, se completa el análisis teniendo en cuenta la variación simultánea de dos parámetros, para identificar posibles efectos cruzados. Finalmente, como cuestión complementaria, se estudia con un poco más de detalle la variación de tensiones por la presencia del agujero para el perno.

### 4.1. Modelo inicial

Con el fin de describir el procedimiento y comparar resultados, se ha estudiado el problema para los siguientes valores concretos de los parámetros:

- Canto en los apoyos  $h_1 = 532$  mm (14 láminas). Es decir, entalle de  $266$  mm =  $h/3$ .
- Fuerza de apriete  $F_{ap} = 50$  kN.
- Distancia del eje del perno al borde  $s_1 = 100$  mm.

Para cuantificar el efecto del sistema de refuerzo, se ha resuelto inicialmente el modelo sin entalladura y con entalladura pero sin perno, obteniéndose la distribución de tensiones normales perpendiculares a la fibra  $\sigma_y$  representada en la Fig. 5. En el primer caso, parte izquierda de la figura, los valores de  $\sigma_y$  en la zona donde va a estar el vértice de la entalladura no superan los 0.03 MPa, es decir, un 12% de la resistencia de cálculo del material bajo este tipo de esfuerzo (0.246 MPa) y un 7.5% de su resistencia característica (0.4 MPa). Cuando existe la entalladura, parte derecha de la Fig. 5, hay una zona sometida a compresión por encima del contacto con el apoyo, y se observan las peligrosas tensiones de tracción en la zona del entrante de la entalladura [10]. La máxima tensión  $\sigma_y$  ocurre en el nodo central [9], que denominaremos nodo crítico en este estudio, y tiene de valor 1.78 MPa, un 445% mayor que la resistencia característica y un 723% mayor que la de cálculo. Esto hace suponer que la aparición de la fenda va a ser irremediable, salvo que se adopte algún método de refuerzo.

La Fig. 6 muestra la distribución de  $\sigma_y$  cuando se ha reforzado la viga mediante el perno. En 6(a) vemos el conjunto en perspectiva, en 6(b) la sección central de la madera y finalmente en 6(c) las tensiones en el perno. Con la fuerza de apriete de 50 kN, se consigue disminuir la tensión en el nodo crítico hasta 0.2 MPa, por debajo de la resistencia característica (0.4 MPa) y de la de cálculo (0.246 MPa). Por tanto, en principio, queda solucionado el problema de posible aparición de fendas. Además aunque éstas aparecieran, la propia presencia del perno evitaría una propagación catastrófica de las mismas.

En la representación de la sección media de la viga, centro de la Fig. 6, se observan también las zonas de compresión que se producen en la madera debajo de las arandelas, con valores de hasta  $-5$  MPa, mayores de las resistencias característica (2.7 MPa) y de cálculo (1.66 MPa) dadas en la Tabla 1. Es pues previsible la típica deformación plástica observable bajo las arandelas en las ejecuciones prácticas de este tipo de sistema [2], [12], [13].

Respecto de las tensiones de tracción en el perno, representadas a la derecha de la Fig. 6, oscilan entre 60 y 160 MPa, con un valor medio de 110 MPa. Se encuentra lejos del límite elástico de los aceros habituales y, en cualquier caso, siempre se podría incrementar la sección del perno o poner varios.

### 4.2. Influencia de la altura del entalle, separación del perno y fuerza de apriete

Para analizar cómo influyen estos parámetros en la máxima tensión normal perpendicular a la fibra  $\sigma_y$ , se ha repetido el cálculo anterior, variando en cada caso uno de los parámetros y manteniendo los valores de referencia de los otros dos:

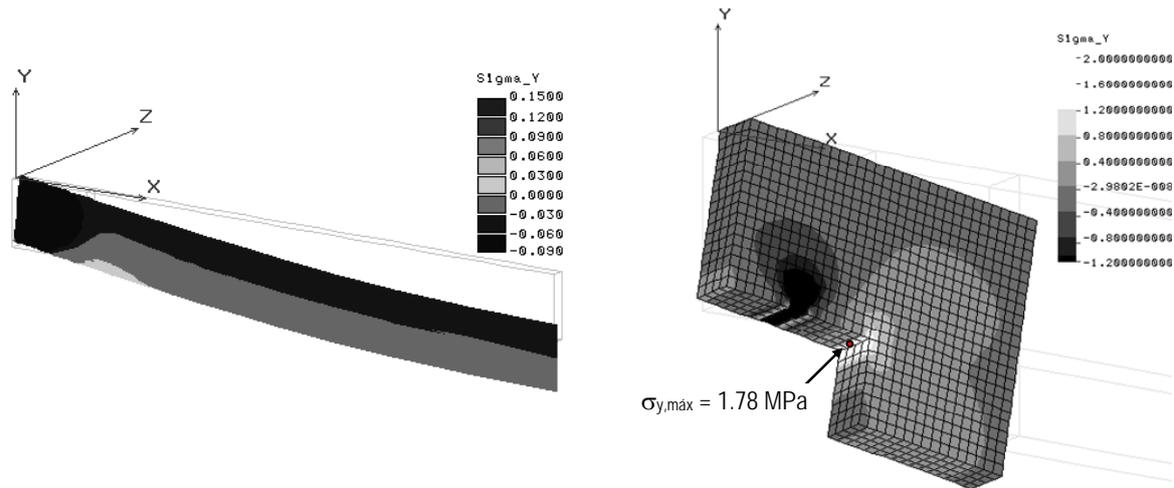


Fig. 5. Tensiones perpendiculares a la fibra (MPa) en la viga sin entalla (a) y con entalla (b).

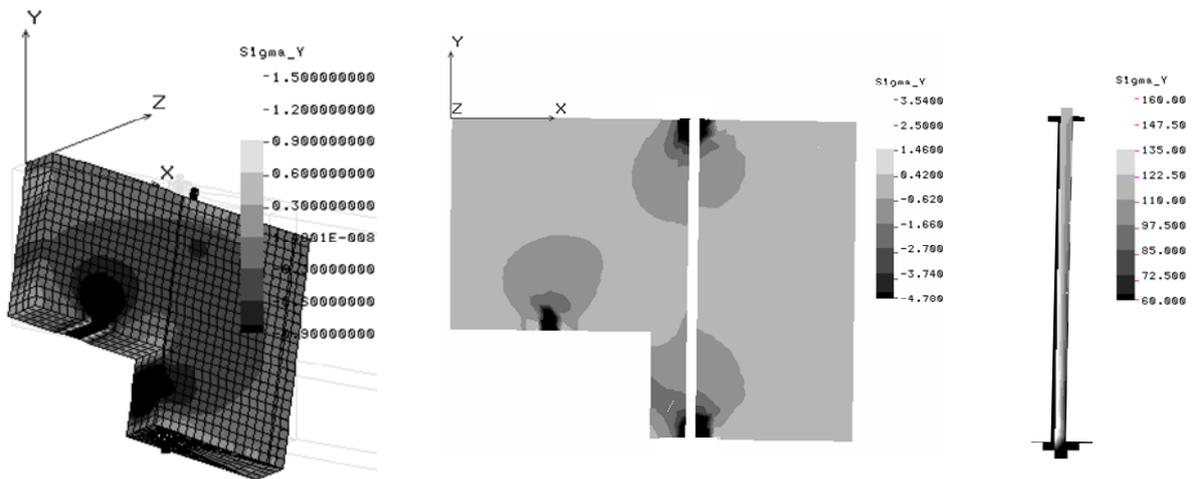
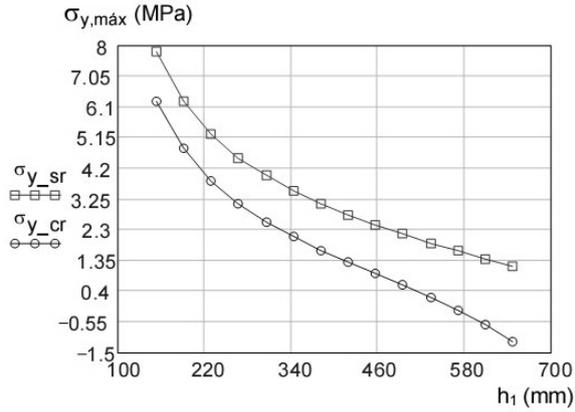


Fig. 6. Tensiones perpendiculares a la fibra en la viga con refuerzo (MPa).

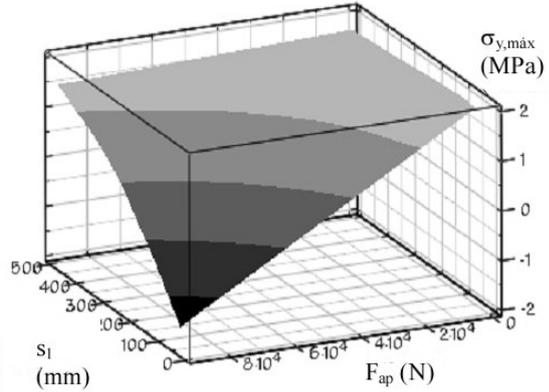
### • Altura de la entalladura

Se ha modificado el modelo, incrementando sucesivamente en una lámina, es decir 38 mm, el canto en los apoyos, desde 4 láminas  $h_1 = 152 \text{ mm}$ , hasta 17 láminas  $h_1 = 646 \text{ mm}$ , generándose 14 casos, dejando constantes las otras dos variables  $s_1 = 100 \text{ mm}$  y  $F_{ap} = 50 \text{ kN}$ . En la Fig. 7(a) se muestran los 14 valores de la tensión máxima  $\sigma_y$  en el nodo crítico en función de  $h_1$ , que aparece representados como la curva de ajuste  $\sigma_{y,cr}$  y, en este caso concreto, para comparar, se han representado también los valores que se obtienen al ejecutar el mismo modelo pero sin refuerzo, curva que aparece representada como  $\sigma_{y,sr}$ .

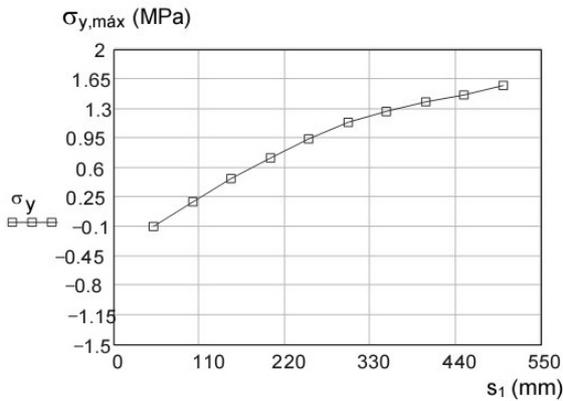
Se observa, como era de esperar, que el valor de la tracción aumenta según disminuye el canto en los apoyos  $h_1$  (y por tanto aumenta la altura de la entalladura), con mayor pendiente cuanto menor es  $h_1$ , tanto para la viga con refuerzo como sin él. Cuando no existe refuerzo,  $\sigma_{y,max}$  siempre es positiva, mientras que, con el perno, puede llegar a ser de compresión si la entalla es poco profunda.



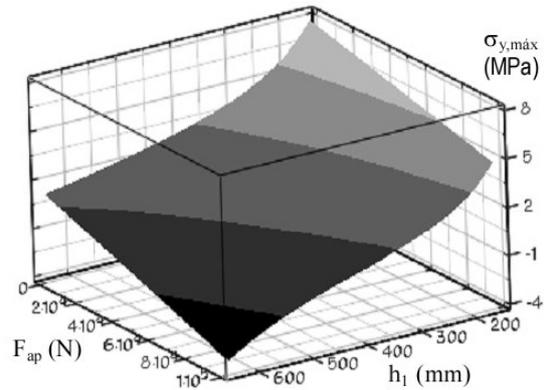
a)  $\sigma_{y,máx}$  en función del canto en la entalla  $h_1$



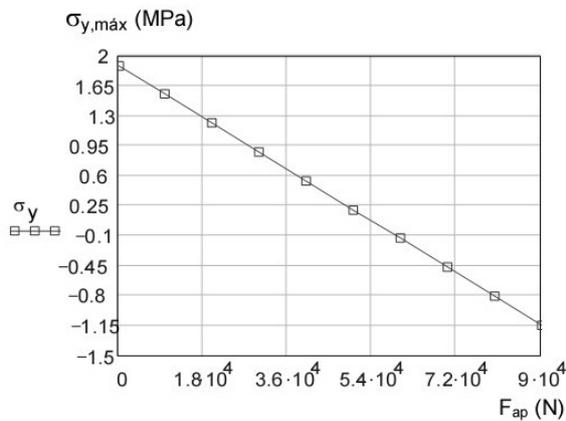
d) Variación de  $\sigma_{y,máx}$  con  $F_{ap}$  y  $s_1$



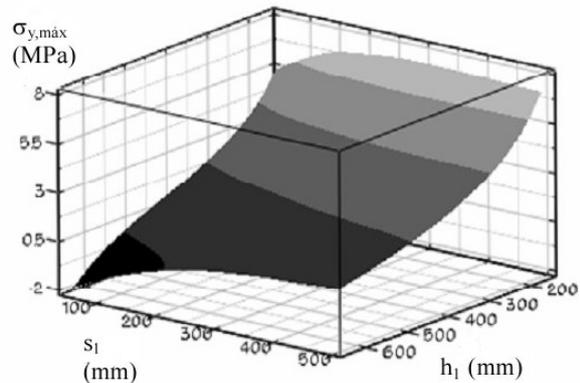
b)  $\sigma_{y,máx}$  en función de la posición del perno  $s_1$



e) Variación de  $\sigma_{y,máx}$  con  $F_{ap}$  y  $h_1$



c)  $\sigma_{y,máx}$  en función de fuerza de apriete  $F_{ap}$



f) Variación de  $\sigma_{y,máx}$  con  $s_1$  y  $h_1$

Fig. 7. Variación de la tensión normal máxima perpendicular a la fibra con diversos parámetros.

Por otro lado, al ser el valor absoluto de la diferencia entre las curvas  $\sigma_{y,sr}$  y  $\sigma_{y,cr}$  prácticamente constante, la variación relativa entre ambas es mucho más significativa para valores altos de  $h_1$ , siendo por tanto más interesante la utilización del perno en este caso.

En cualquier caso, se demuestra que el valor de las tensiones depende en gran medida de la altura de la entalladura, pudiendo alcanzar valores inadmisibles que deben ser reducidos, puesto que darían lugar, sin duda, a la aparición de una fenda.

### • Distancia del perno a la entalla

En este caso se ha procedido a modificar únicamente la distancia del eje del perno al borde de la entalladura  $s_1$ , generando 10 resultados para los valores  $s_1 = 50, 100, 150, \dots, 500$  mm, y manteniendo constantes las restantes variables iniciales,  $h_1 = 532$  mm y  $F_{ap} = 50$  kN. Los valores máximos de  $\sigma_y$  obtenidos se muestran en la Fig. 7(b). Como es lógico, los resultados reflejan el hecho de que, al alejar el perno de la entalladura, su efecto se reduce: mientras que a 50 mm la tensión es incluso negativa de valor -0.1 MPa, aumenta hasta 1.567 MPa cuando  $s_1 = 500$  mm. Recordemos que la tensión sin sistema de refuerzo alcanzaba los 1.78 MPa, es decir, en este último caso la reducción sólo es de un 16%. Queda claro, por tanto, que a partir de cierta distancia el efecto del perno prácticamente desaparece y resulta poco útil su colocación. Se observa también que el rango de variación de  $\sigma_{y,m\acute{a}x}$  es ahora menor que cuando se modifica  $h_1$ , siendo en consecuencia menor la influencia de la variable  $s_1$ .

### • Fuerza de apriete

Finalmente, para estudiar la influencia de la fuerza de apriete  $F_{ap}$ , se ha realizado el estudio variando  $F_{ap}$  entre 0 y 90 kN, en incrementos de 10 kN, y permaneciendo constantes  $h_1 = 532$  mm y  $s_1 = 100$  mm. La Fig. 7(c) muestra la tensión perpendicular a la fibra en el punto de estudio antes indicado. Se observa como, en contraposición a los casos anteriores, la relación es prácticamente lineal, pasándose desde los 1.88 MPa positivos cuando la fuerza de apriete es nula, hasta los -1.15 MPa negativos o de compresión cuando se aplican 90 kN. El problema es que, al aumentar la fuerza de apriete, también se incrementan las fuerzas de compresión bajo la arandela, pudiendo superarse la capacidad resistiva, lo que puede traer consigo la aparición de plastificaciones.

### 4.3. Estudio con variación simultánea de dos parámetros

En los tres análisis anteriores se ha estudiado la influencia sobre  $\sigma_{y,m\acute{a}x}$  de las variables  $h_1$ ,  $s_1$  y  $F_{ap}$  de manera individual, modificándose cada una de ellas y manteniendo constantes las otras dos. Sin embargo, el efecto de la variación de una de ellas puede compensarse con un cambio en otra: por ejemplo, una disminución de  $h_1$  provoca un aumento de  $\sigma_{y,m\acute{a}x}$  (Fig. 7(a)), que puede neutralizarse con una disminución de  $s_1$  (Fig. 7(b)). Así pues, es ilustrativo observar la dependencia de  $\sigma_{y,m\acute{a}x}$  respecto de varias variables simultáneamente. Ante la imposibilidad de representar  $\sigma_{y,m\acute{a}x}$  respecto de las tres variables a la vez, se ha optado por hacerlo en parejas.

### • En función de la separación del perno y de la fuerza de apriete

Manteniendo el canto en los apoyos en el valor de referencia  $h_1 = 532$  mm, se ha calculado  $\sigma_{y,m\acute{a}x}$  en los 110 casos que resultan al combinar los 10 valores de  $s_1$  (50, 100, ..., 500 mm) con los 11 de  $F_{ap}$  (0, 10, 20, ..., 100 kN). En la Fig. 7(d) se representa la superficie de ajuste de puntos obtenidos. El corte de tal superficie por el plano  $F_{ap} = 50$  kN, coincide con la gráfica 7(b), mientras que el corte con  $s_1 = 100$  mm lleva a la recta 7(c).

Se observa que, cuando el perno está muy próximo,  $\sigma_{y,m\acute{a}x}$  tiene una gran variación: para  $s_1 = 50$  mm,  $\sigma_{y,m\acute{a}x}$  oscila entre un valor máximo en compresión de -2.046 MPa para  $F_{ap} = 100$  kN, hasta 1.8 MPa de tracción para  $F_{ap}$  nula. En cambio, si el perno está muy alejado, el efecto de la fuerza de apriete apenas es significativo: para  $s_1 = 500$  mm, la reducción de tracción es muy pequeña en todo el rango de fuerza de apriete, variando entre un 5.5% cuando ésta es nula y un 18.5% cuando es de 100 kN.

Algo similar puede decirse respecto de la fuerza de apriete: cuando ésta es grande,  $\sigma_{y,m\acute{a}x}$  experimenta una gran variación con  $s_1$ . Sin embargo, si la fuerza de apriete es pequeña, la tensión en el nodo crítico se modifica poco al variar  $s_1$ . En el caso límite de apriete nulo,  $\sigma_{y,m\acute{a}x}$  no debe depender de  $s_1$ . No obstante, se presenta un hecho aparentemente sorprendente: si el perno está alejado hay una pequeña reducción del 5.5%, pero si el perno está próximo a la entalladura el valor de la tracción llega incluso a aumentar con respecto al caso de entalla sin perno. Dicho efecto podemos suponer que se debe a la presencia del agujero que se ha realizado para introducir el perno, y se analiza más detalladamente en el apartado 4.4.

### • En función de la altura de la entalladura y de la fuerza de apriete

Este estudio recoge las tensiones en la entalladura cuando se varían conjuntamente la altura de la entalladura y la fuerza de apriete, entre los mismos límites que se han utilizado para los estudios independientes. La Fig. 7(e) muestra la superficie de ajuste de los correspondientes puntos. Mientras que en el caso anterior veíamos que la modificación de las variables cambiaba el valor de las tensiones, pero manteniendo éstas en cualquier caso dentro de unos rangos máximos aceptables, en la Fig. 7(e) observamos que una de las variables, la altura de la entalladura, dispara el valor de éstas a unas magnitudes en todo caso inaceptables. Dichos valores no pueden ser contrarrestados ni siquiera mediante la aplicación de altas fuerzas de apriete. Por lo tanto, la altura de la entalladura será la variable determinante a la hora de diseñar vigas de este tipo, y deberá limitarse su valor dentro de unos límites que dejen las tensiones en un rango admisible.

### • En función de la separación del perno y de la altura de la entalladura

En la Fig. 7(f) se ha representado la superficie de ajuste de las tensiones en la entalladura, cuando se varían conjuntamente la distancia entre el eje del perno y la entalladura y la altura de ésta, entre los mismos límites que se han utilizado para los estudios independientes. Se observa que, para valores de altura de entalladura muy altos (y por tanto de  $h_1$  muy bajos),  $\sigma_{y,máx}$  se ve poco afectada por la posición del perno: así para  $h_1 = 152$  mm (4 láminas), la tensión de tracción solamente disminuye cuando el eje del perno está a una distancia inferior a 150 mm. Esta disminución es pequeña, manteniéndose  $\sigma_{y,máx}$  en los valores inaceptables ya comentados. Al contrario, para valores de altura de entalladura pequeños (es decir,  $h_1$  altos),  $s_1$  tiene un efecto mayor.

## 4.4. Efecto de la presencia del agujero para el perno sobre el nivel de tensiones

Para completar el estudio, se retoman los resultados obtenidos en el apartado anterior al analizar la influencia de la separación del perno y de la fuerza de apriete, donde se observó que, al aplicar una fuerza de apriete nula sobre el perno, las tensiones que aparecen en la entalladura son incluso superiores al caso en el que no se aplica el método de refuerzo. Para analizar el caso, se propone comparar la tensión en el nodo crítico en tres modelos: viga con entalladura pero sin refuerzo ( $\sigma_y$ ), viga con entalladura y con agujero pero sin la presencia del perno ( $\sigma_{ya}$ ), y finalmente viga con entalladura y con agujero más perno, pero sin aplicarle fuerza de apriete ( $\sigma_{yb}$ ).

En un primer estudio, se ha mantenido  $s_1 = 100$  mm, y se ha variado  $h_1$  entre 152 mm (4 láminas) y 646 mm (14 láminas) en los tres modelos, obteniéndose las curvas de ajuste de la parte izquierda de la Fig. 8. Podemos observar que la máxima diferencia entre las curvas es pequeña: oscila entre 0.467 MPa si  $h_1 = 159$  mm (que representa un 6%) y 0.077 MPa cuando  $h_1 = 646$  mm (7.5%). Es pues una variación constante, proporcional al nivel de tensiones, que no tiene una magnitud excesivamente significativa.

En un segundo análisis se ha mantenido  $h_1 = 532$  mm, y se ha variado  $s_1$  entre 50 mm y 500 mm. Podría haberse realizado un estudio cruzado entre ambas variables, pero los resultados dan lugar a superficies que, por ser muy próximas entre sí, apenas permiten observar las diferencias en una representación conjunta. Las curvas de ajuste se muestran a la derecha de la Fig. 8. Cuando no existe agujero,  $\sigma_y = 1.78$  MPa, de acuerdo con los resultados del apartado 4.1. Con la presencia del agujero, las curvas sin perno,  $\sigma_{ya}$ , y con él,  $\sigma_{yb}$ , coinciden, produciéndose un incremento respecto de  $\sigma_y$  del 7% cuando el agujero está próximo a la entalla,  $s_1 = 50$  mm, y un decremento también del 7% al alejarse el perno,  $s_1 = 500$  mm). Este efecto es debido a que, por la presencia del orificio, disminuye el material sobre el que repartir la fuerza, aumentando la tensión en la zona; y, sobre todo, a la concentración de tensiones que se produce alrededor del agujero debido a la discontinuidad que este supone: al disminuir  $s_1$ , se acerca el agujero al nodo crítico, aumentando la tensión en él; por el contrario, al aumentar  $s_1$ , el agujero se aleja del nodo crítico, aumentando la tensión en otra zona y reduciendo su valor en él.

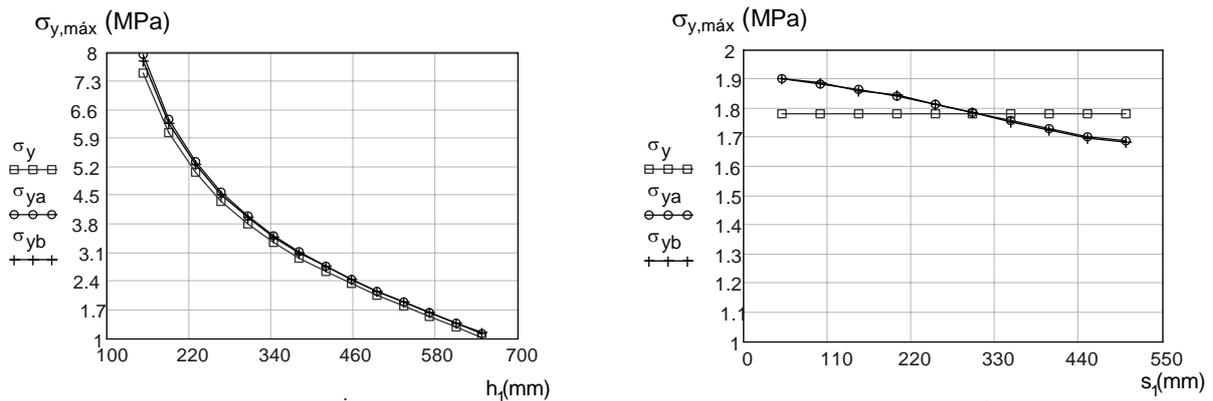


Fig. 8. Tensión normal máxima perpendicular a las fibras sin orificio y con él.

## 5. CONCLUSIONES

Se ha realizado un estudio mediante elementos finitos de la reducción de tensiones que se consigue al utilizar un perno como sistema de refuerzo en las vigas con apoyos entallados. Para ello, se ha analizado cómo varía la tensión normal perpendicular a la fibra en el fondo de la entalladura, donde se iniciaría la fenda en caso de superarse la resistencia del material, en función de tres parámetros: altura de la entalladura, separación del perno y fuerza de apriete. Para comparar resultados, se ha resuelto el problema para unos valores de referencia iniciales, y posteriormente se analiza la influencia de cada parámetro independientemente, y también considerando la variación simultánea de cada dos de ellos. Finalmente se ha analizado la variación de tensiones debida a la presencia del agujero para el perno.

Como conclusiones más significativas del análisis del modelo inicial de referencia cabe citar:

- El sistema de refuerzo perno se muestra efectivo, reduciendo la tensión en el nodo crítico a casi una décima parte de su valor inicial, hasta alcanzar valores por debajo de la resistencia del material ante este tipo de esfuerzo.
- La fuerza de apriete somete al perno a una tracción por debajo de su capacidad resistiva, y a la madera bajo la arandela a una compresión perpendicular a la fibra mayor que su resistencia, provocando la típica plastificación del material que puede verse en la práctica.

De los estudios de variación de cada parámetro independientemente, podemos mencionar:

- Definitivamente, la altura de la entalladura es la variable que mayor influencia tiene, por lo que deberá estudiarse muy bien qué valores máximos de ésta son aceptables, de manera que no se disparen las tensiones que genera en la entalladura.
- La tensión normal perpendicular a la fibra en el nodo crítico muestra una dependencia lineal con la fuerza de apriete.
- No ocurre lo mismo con la distancia entre el eje del perno y la entalladura. Cuando más alejemos el perno, más pequeño es el efecto de esta variación, tendiendo asintóticamente hacia el valor del caso de viga con entalladura sin sistema de refuerzo.

Finalmente, de los estudios de variación de dos variables combinadas, concluimos que, cuando la altura de la entalladura es muy grande, las tensiones se disparan y, ni un incremento de la fuerza de apriete, ni acercar el perno parecen ser soluciones eficaces para resolver el problema. En cualquier caso, la primera opción es la única que parece tener algún efecto aunque insuficiente, mientras que la segunda únicamente en el caso de que la distancia entre entalladura y eje de perno sea muy reducida.

## REFERENCIAS

- [1] Holmberg, S., Persson, K., Petersson, H., “Nonlinear Mechanical Behaviour and Analysis of Wood and Fibre Materials”, *Computers and Structures*, **72**, 459-480 (1999)
- [2] United States Department of Agriculture (USDA), “Wood Handbook - Wood as an Engineering Material”, *USDA Forest Service*, Forest Products Laboratory, Madison, WI (1998)
- [3] Comité Europeo de Normalización, “Eurocódigo 5: Proyecto de Estructuras de Madera”, *Aenor*, Madrid (1997)
- [4] Ministerio de Fomento, “Documento Básico SE-M. Seguridad Estructural. Madera”, Madrid (2006)
- [5] Johansen, K.W., “Theory of Timber Connections”, *Int. Assoc. for Bridge and Structural Eng. Publications*, **9**, 249-262, Zurich, Switzerland (1949)
- [6] Batchelar, M.L., McIntosh, K.A., “Structural Joints in Glulam”, *Proceedings of the 5th World Conference in Timber Engineering*, **1**, 289–296 (1988)
- [7] Ministerio de Fomento, “UNE EN 338. Madera Estructural. Clases Resistentes”, Madrid (1995)
- [8] Blanchet, P., “Caractérisation du Comportement des Lames de Plancher d’Ingénierie”, Ph.D. Thesis, Faculté de Foresterie et de Géomatique, Université Laval, Québec (2004)
- [9] Williams, J.M., Fridley, K.J., Cofer, W.F., Falk, R.H., “Failure Modelling of Sawn Lumber with a Fastener Hole”, *Finite Elements in Analysis and Design*, **36**, 83-98 (2000)
- [10] Argüelles Alvarez, R., Arriaga Martitegui, R., *Estructuras de Madera. Diseño y Cálculo*, Gráficas Palermo S.L., Madrid (1996)
- [11] Guan, Z.W., Rodd, P.D., “Hollow Steel Dowels - a New Application in Semi-rigid Timber Connections”, *Engineering Structures*, **23**, 110–119 (2001)
- [12] Davis, T.J., Claisse, P.A., “Bolted joints in Glulam and Structural Timber Composites”, *Construction and Building Materials*, **14**, 407-417 (2000)
- [13] Rodd, P.D. Leijten, A.J.M., “High-Performance Dowel-Type Joints for Timber Structures”, *Prog. Struct. Eng. Mater.*, **5**, 77–89 (2003)

## REDUCTIONS OF STRESSES IN TIMBER BEAMS REDUCED SUPPORTS USING GLUED IN RODS

**Abstract** – Wood is a structural anisotropic material whose tensile strength in the perpendicular to grain direction is far below under the rest of its resistant characteristics. For this reason, the behaviour of the structural elements, where this effort appears, can jeopardize the whole structure. A very common case, where this situation appears, are beams with reduced supports. In these cases, the use of reinforcements, just like rod with washers and nuts, is necessary. The aim of this work is to study the behaviour of these elements, and its improvement when this kind of reinforcement is used. Specially the work is focused in the effects of variables just like the force in the rod, the rod separation or the value of the reduction in the support.

**Keywords** – Wood, Beams, Reduced Supports, Finite Elements.