



TRABAJO DE COMIENZO A LA INVESTIGACIÓN

MÁSTER DE FÍSICA MÉDICA

**CARACTERIZACIÓN DE LOS PARÁMETROS FÍSICOS QUE
DEFINEN LA CALIDAD DE IMAGEN EN UN EQUIPO DE
TOMOGRAFÍA COMPUTARIZADA DE ENERGÍA DUAL**

Autor: José Ángel Merino Gestoso

Tutora: Cristina Santa Marta Pastrana

Tutor: Miguel Ángel Díez Gallego

Curso Académico 2021-2022

AGRADECIMIENTOS

A Marisa, Paco, Ángel, Pilar, Ana, Ángela, Isabel, Samuel, Clara, Ramón y demás compañeros por la ayuda que recibí de su parte.

A Miguel por haber tenido la paciencia de revisar y ayudar en todo el proceso.

A Cristina por haberme echado una mano, ahora y durante todo el master.

Sobre todo, a María por la paciencia del día a día y permitir haberme dedicado a esto cuando quizás debiera estar haciendo otra cosa.

RESUMEN

La tomografía computarizada (TC) con energía dual se ha convertido en una opción cada vez más habitual, tanto en los servicios de Radiodiagnóstico como en los de Oncología Radioterápica, gracias a las ventajas que proporciona tanto para potenciar el contraste en energías bajas como para reducción de artefactos de alta densidad en energías altas. Se ha trabajado con un equipo TC con energía dual Somatom go.SIM de Siemens Healthineers, que es del tipo que realiza dos adquisiciones secuenciales a diferentes energías. Se ha utilizado, para adquirir las diferentes imágenes, el maniquí Catphan 700 de The Phantom Laboratory.

Se han caracterizado los diferentes parámetros físicos del equipo, energía efectiva, constancia de los números Hounsfield, resolución espacial, resolución a bajo contraste y ruido, para diferentes técnicas de adquisición intentando englobar el rango de energías utilizadas en modo clínico. Se ha trabajado sobre las imágenes monoenergéticas virtuales generadas por TC a partir de la exposición dual, obteniendo, en general, unos resultados que podrían considerarse esperados para los diferentes valores de energía.

Se obtiene como conclusión que, para una buena práctica a la hora de realizar controles de calidad, se deben desarrollar maniquís específicos para este tipo de TCs de energía dual. Se recomienda seleccionar las pruebas a realizar, para los controles de calidad rutinarios, en un equipo de estas características, debido al poco tiempo del que se suele disponer para realizarlos.

ABSTRACT

Dual-energy computed tomography (CT) has become an increasingly common option in both Radiodiagnostic and Radiation Therapy Oncology departments, thanks to the advantages it provides for contrast enhancement at low energies and for the high-density reduction artefacts at high energies. We worked with a Siemens Healthineers Somatom go.SIM dual-energy CT scanner, which performs two sequential acquisitions at different energies. The Catphan 700 phantom from The Phantom Laboratory was used to acquire the different images.

The different physical parameters of the equipment, effective energy, Hounsfield number constancy, spatial resolution, low contrast resolution and noise, have been characterised for different acquisition techniques in an attempt to include the energy range used in clinical mode. We have worked on the virtual monoenergetic images generated by CT from dual exposure, obtaining results that could be considered expected for the different energy values.

To conclude, to ensure good practice on quality controls, specific phantoms should be developed for this type of dual-energy CT scanner. It is recommended to determine the tests to be performed for routine quality controls on this type of equipment, due to the short time usually available to carry them out.

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN	9
1.1. PRINCIPIOS FÍSICOS DEL TC MULTIENERGÉTICO	10
1.2. IMPLEMENTACIÓN DEL TC DE ENERGÍA DUAL.....	11
1.2.1. TC con doble fuente de radiación	11
1.2.2. TC con conmutación rápida de voltaje.....	12
1.2.3. TC con detector de capas	13
1.2.4. TC con adquisición secuencial a dos energías.....	14
1.3. CLASES DE IMÁGENES OBTENIDAS CON TC DUAL.....	15
1.3.1. Imágenes combinadas	15
1.3.2. Imágenes selectivas con los materiales	15
1.3.3. Imágenes virtuales monoenergéticas	16
2. MATERIALES Y MÉTODOS	18
2.1. Energía efectiva.....	20
2.2. Constancia de los números Hounsfield	21
2.3. Resolución espacial	21
2.4. Resolución a bajo contraste.....	23
2.5. Ruido	24
3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN	26
3.1. Energía efectiva.....	26
3.2. Constancia de los números Hounsfield	27
3.3. Resolución espacial	29
3.4. Resolución a bajo contraste.....	30
3.5. Ruido	32
4. CONCLUSIONES	35
5. RECOMENDACIONES	36
BIBLIOGRAFÍA	37
ANEXO. CÓDIGO DE LOS SCRIPTS DE MATLAB	38

1. INTRODUCCIÓN

Los conceptos de la tomografía computarizada de energía dual ya se postularon hace más de 40 años, de hecho, Hounsfield en su publicación de 1973 [1] ya habla de las ventajas que tendría la adquisición con múltiples energías de cara a separar objetos con densidades similares, pero número atómico diferente. Sin embargo, las dificultades técnicas de su desarrollo, no han hecho posible su implementación hasta hace relativamente poco. En concreto, la adquisición simultánea de datos diferentes de un tubo con baja energía y otro con alta, así como su corrección, presentaba un problema tecnológico irresoluble.

La tomografía computarizada de energía dual (TCED) se basa en la separación del haz de fotones en dos componentes, de alta y baja energía, y el procesamiento de esta información permitirá la diferenciación de materiales debido a la distinta atenuación que sufre cada uno de estos espectros.

En la tomografía computarizada se forman las imágenes basándose en los coeficientes de atenuación lineales de los materiales relativizándolos al del agua, llamando a esta unidad, unidad Hounsfield (UH). El coeficiente de atenuación lineal de un material, depende de su número atómico efectivo, de su densidad y de la energía efectiva del haz de rayos X. Por lo general un número atómico más alto y una mayor densidad, corresponderán a números Hounsfield más altos para una determinada energía efectiva del haz de rayos X, por lo que será posible que dos materiales tengan el mismo UH, teniendo uno de ellos una densidad más alta, y el otro un número atómico efectivo más alto, pero mientras que el efecto de la densidad será independiente de la energía del haz de rayos X, se tiene que el número atómico efectivo no lo será. Esto lleva a que materiales que, con una sola energía de haz, se verán con el mismo nivel de gris (UH) pero si se utiliza un haz multienergético será posible distinguirlos, siempre y cuando los materiales tengan diferente número atómico efectivo y siempre que éste sea diferente que el del agua [2], debido a como se definen las UH:

$$UH = 1000 \cdot \frac{\mu_t - \mu_{agua}}{\mu_{agua}} \quad (1)$$

Siendo los diferentes coeficientes de atenuación lineal, tanto para el material que se está evaluando como para el agua.

Como se puede observar, el uso de la energía dual en tomografía computarizada tendrá múltiples usos, como la diferenciación de materiales con las mismas UH, cuantificación de agentes de contraste (cuantificar concentraciones de contraste de Iodo), correcciones de los efectos de endurecimiento de haz así como realce de intensidad en los agentes de contraste (mediante la reconstrucción de imágenes virtuales monoenergéticas) o calculando el número atómico efectivo de cada vóxel comparando las proyecciones de dos energías diferentes.

La motivación que lleva a realizar este trabajo será la caracterización de los diferentes parámetros físicos que definen la calidad de imagen, resolución, contraste, ruido y números

Hounsfield. El objetivo nos llevará a centrarnos en el análisis y validación de las imágenes virtuales monoenergéticas, las cuales serán analizadas variando los parámetros de adquisición del TCED, estudiando como variará la resolución, el ruido o el contraste, así como la comprobación de la validez del algoritmo con el que se reconstruyen estas imágenes, comprobando la energía efectiva mediante la correlación de los números Hounsfield de materiales conocidos con los coeficientes de atenuación lineal para estos materiales para diferentes energías extraídos del NIST (National Institute of Standards and Technology). La precisión energética con la que el equipo reconstruye las imágenes virtuales monoenergéticas será clave a la hora de elegir una u otra energía para visualizar mejor unas estructuras u otras, así como para la correcta cuantificación de los agentes de contraste. Finalmente se darán algunas recomendaciones sobre pruebas que se pueden llevar a cabo para realizar un programa de control de calidad del equipo. Es importante reseñar que a lo largo del trabajo nos centraremos en caracterizar “la parte de energía dual” del TC, ya que, sobre el resto de características ya existe literatura de sobra y no se considera que sea objetivo de este trabajo.

1.1. PRINCIPIOS FÍSICOS DEL TC MULTIENERGÉTICO

La tomografía computarizada multienergética [2] se basa en el hecho de la dependencia que tiene la atenuación de los rayos X con la energía de los mismos y el material en donde se produce la atenuación. Existen tres interacciones de los rayos X con la materia cuando se está en el rango energético de la tomografía computarizada, la dispersión coherente, el efecto fotoeléctrico y el efecto Compton, por lo que el coeficiente de atenuación másico total será la suma de los coeficientes de atenuación másicos correspondientes a cada interacción:

$$\left(\frac{\mu}{\rho}\right)_{Total} = \left(\frac{\mu}{\rho}\right)_{Coherente} + \left(\frac{\mu}{\rho}\right)_{Fotoeléctrico} + \left(\frac{\mu}{\rho}\right)_{Compton} \quad (2)$$

La contribución de la dispersión coherente será despreciable en comparación con las otras dos, por lo que no se tendrá en cuenta. Para las energías inferiores dentro del rango energético en el que nos movemos (40 keV – 140 keV), se tendrá que el efecto fotoeléctrico será predominante y, a medida que se va aumentando la energía, éste dejará de tener prevalencia para dejar paso al dominio del efecto Compton. La tomografía multienergética aprovechará estas características a la hora de la diferenciación y descomposición de los materiales.

Para conocer el coeficiente de atenuación másico se tendrá, como hemos dicho, una contribución debida a la atenuación por efecto fotoeléctrico y una contribución debida a efecto Compton, por lo que será interesante cuantificar esa contribución de cada efecto:

$$\left(\frac{\mu}{\rho}\right)(E) = \alpha_f f_f(E) + \alpha_c f_c(E) \quad (3)$$

donde el parámetro α de cada sumando de la ecuación indicará la contribución de cada efecto y f_f y f_c serán los coeficientes másicos de atenuación correspondiente con cada efecto. Se necesitará conocer esa contribución, o lo que es lo mismo, se tendrá una ecuación con dos incógnitas y, para resolver este problema, será necesario otra ecuación para pasar a tener dos ecuaciones con dos incógnitas, que serán las dos exposiciones, de diferente energía, la de alta y la de baja energía dentro del TC Dual.

Dentro de la práctica clínica esta descomposición entre la función de atenuación del efecto fotoeléctrico y el Compton no proporciona relación directa con la anatomía, por lo que parece más razonable utilizar funciones de atenuación de materiales conocidos, como el agua y el yodo, para así poder obtener, como combinación lineal de estos dos materiales base, el coeficiente másico de atenuación del resto de materiales que se pueden encontrar. Se puede ver el ejemplo para la determinación del coeficiente de atenuación másico del calcio como combinación de los coeficientes de atenuación másicos del yodo y el agua para un rango de energías de entre 33.2 keV y 150 keV:

$$\left(\frac{\mu}{\rho}\right)_{\text{calcio}} = 0.835 \left(\frac{\mu}{\rho}\right)_{\text{agua}} + 0.064 \left(\frac{\mu}{\rho}\right)_{\text{yodo}} \quad (4)$$

Esto se trataría de un ejemplo simple, pero a menudo clínicamente se tendrá que descomponer el material en función de más de dos materiales base, siendo el principio de funcionamiento similar.

1.2. IMPLEMENTACIÓN DEL TC DE ENERGÍA DUAL

Para implementar esta tecnología y darle uso clínico, existen diferentes soluciones que, a su vez, han sido propuestas por las diferentes casas comerciales, cada una de ellas con sus peculiaridades, pero que llegan a una solución similar.

1.2.1. TC con doble fuente de radiación

Se trata de un equipo con dos tubos de rayos X funcionando con diferentes kV y con dos detectores, uno por cada tubo, colocados con un desplazamiento angular de 90° de tal manera que realizan la exposición al mismo tiempo con las dos energías y, por lo tanto, en una misma rotación de 360 grados tendremos 2 juegos de imágenes, una de alto voltaje y otra de bajo voltaje. Esta opción tendrá ventajas en cuanto a que no tendremos limitación para elegir las diferentes energías para los dos tubos de rayos X, precisamente porque se trata de dos tubos independientes, además que, como ya se vio, cuanto mayor sea la separación entre las energías mejor será el resultado, ya que una separación de la energía que no sea adecuada dará lugar a aumento de ruido en la descomposición del material base. Además, que debido a que los tubos funcionan de manera independiente, podrán modular la intensidad cada uno

por su cuenta, con lo que resultará en una reducción de dosis importante a la hora de realizar el estudio, algo que en otras tecnologías no será posible debido a las limitaciones técnicas [3].

Este sistema también traerá limitaciones, como la posible dispersión que se puede generar debido al cruce de haces de radiación, y que se contamine el detector de uno de los tubos con radiación dispersa proveniente del otro, contaminando de esta manera la medida o que, debido al tamaño que ocupan los detectores dentro del estativo, tengamos que limitar el tamaño de uno de ellos, con la limitación en campo de visión (field of view) que eso conlleva, ya que el campo de visión que se obtendrá será el campo de visión del detector más pequeño. Se puede ver en la **Figura 1** [3] un esquema de cómo sería la distribución de un TC dual de este tipo.

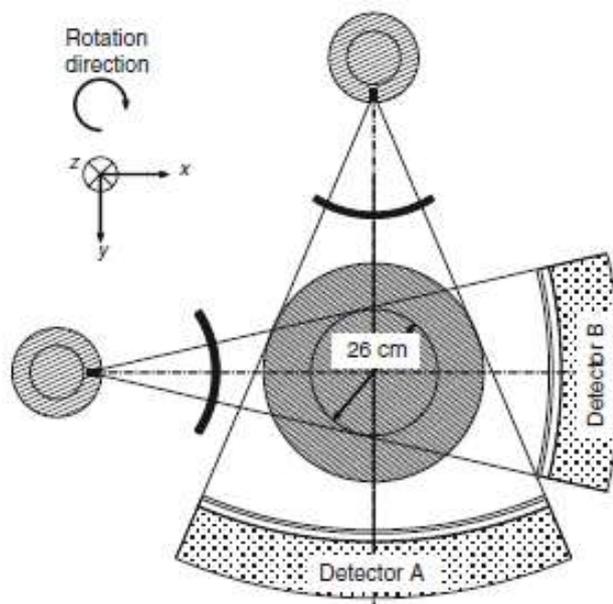


Figura 1. Ejemplo de TC con dos fuentes.

1.2.2. TC con conmutación rápida de voltaje

Este sistema se basa en que, teniendo un solo tubo de rayos X con un solo detector, se obtendrán dos juegos de imágenes de diferentes energías, ya que se realizará una conmutación muy rápida entre kV (de menos de milisegundos) lo que, a su vez, permitirá que los dos juegos de imágenes estén alineados temporal y espacialmente [3]. A pesar de la rápida conmutación, existirá un pequeño desfase temporal entre los datos obtenidos de baja energía y los de alta, por lo que se deberá interpolar los datos para que la información obtenida sea consistente, y así conseguir dos juegos de imágenes que permitan realizar la descomposición de los materiales en función de los materiales base de manera adecuada. Este sistema estará dotado de un generador y un tubo de rayos X especialmente diseñado para producir cambios

de tensión grandes (60 kV) en tiempos muy pequeños, así como detectores que permitan distinguir entre las dos señales adecuadamente, y no se contamine una señal con la otra. Debido a que los fotones de baja energía se atenúan más que los de alta, el equipo tendrá un sistema de muestreo asimétrico, o sea, el tiempo de integración para la señal de baja energía será mayor que el de alta energía.

Esta tecnología traerá ventajas, como la reducción de los artefactos debidos al endurecimiento del haz, la casi simultaneidad de las dos adquisiciones (alta y baja energía) o, al contrario que en el TC de doble fuente, aquí no existirán problemas de espacio, ya que sólo habrá un tubo y un detector, con lo que se cubrirá todo el campo de visión.

Esta tecnología también tendrá limitaciones. Debido al hardware existente a día de hoy, este sistema de conmutación rápida no permitirá la modulación de intensidad, por lo que no se podrá compensar en función del espesor a atravesar y se obtendrán dosis más altas en los estudios. A su vez que aparecerá un aumento de ruido a medida que se baja la velocidad de rotación del tubo, por lo que el límite de la velocidad de rotación del tubo será más alto que en un TC estándar, con el empeoramiento que esto traerá para estudios cardiacos, por ejemplo, en los que la velocidad de rotación es uno de los parámetros más importantes.

Se puede observar un esquema de funcionamiento de esta tecnología en la siguiente figura (**Figura 2**).

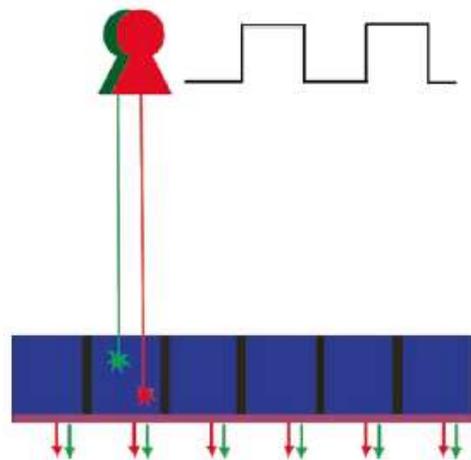


Figura 2. Ejemplo de TC con conmutación rápida de kV.

1.2.3. TC con detector de capas

Con una única fuente de radiación, se obtendrá información de dos espectros energéticos diferenciados, con la colocación de dos capas de detectores de centelleo integradores de energía [3]. El grosor y el material de cada capa determinará la separación energética. En un

espectro normal de rayos X, siendo la energía máxima del mismo la diferencia de potencial a la que se aceleran los electrones en el tubo de rayos X en keV, se tendrá que los fotones de baja energía serán absorbidos por la primera capa detectora y los fotones de alta energía serán absorbidos por la capa inferior, con lo que se obtendrán dos juegos de imágenes a diferentes energías con una sola exposición.

La primera ventaja que se encuentra en este tipo de sistema será que casi siempre se podrá, con los protocolos de TC estándar sin modificar ningún parámetro, obtener información de doble energía y aprovechar las ventajas que ello conlleva. También ocurre que, al ser una exposición única, no existirán problemas en cuanto a alineación temporal o espacial.

Por otro lado, la principal limitación será también el hecho de que, como se mencionó antes, a veces no se podrán utilizar protocolos de TC estándar, ya que estos estarán limitados a una serie de energías. Para realizar una exposición única y que se pueda realizar adecuadamente la separación energética, tendrá que ser al menos de 120 kV de tensión máxima y, por lo tanto, si se realiza una exposición con 80 o 100 kV, se obtendrán sólo los datos de un TC estándar, y no dual. Un esquema de como funcionaría un TC de este tipo se puede ver en la siguiente figura (**Figura 3**):

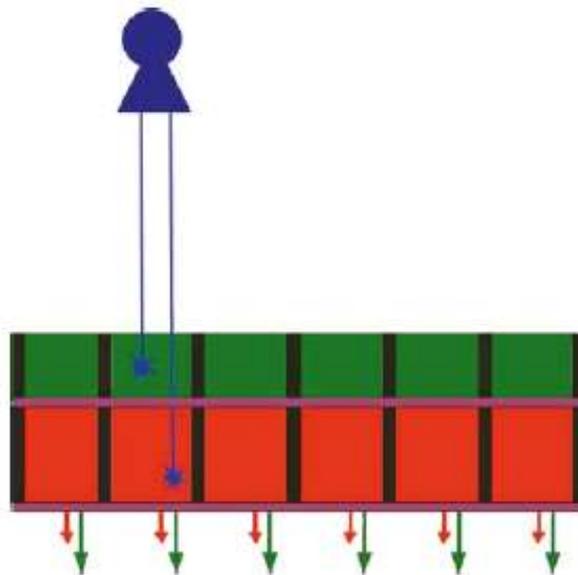


Figura 3. TC de doble capa detectora.

1.2.4. TC con adquisición secuencial a dos energías

El sistema consistirá en un TC con un tubo de rayos X y un conjunto de detectores en el que se realizan dos adquisiciones secuenciales con diferentes energías, una adquisición con energía alta y otra con energía baja [2]. El TC aprovechará las ventajas de un TC normal en

cuanto a tamaño de campo de visión o modulación de intensidad, controlado todo de manera independiente para cada adquisición, lo cual será su principal punto fuerte.

La principal limitación vendrá dada por el hecho de ser dos adquisiciones independientes, ya que en algunos casos la alineación temporal no será muy adecuada, ya sea por movimientos del propio paciente entre adquisiciones, o movimientos de órganos internos a estudiar, como en estudios cardíacos.

1.3. CLASES DE IMÁGENES OBTENIDAS CON TC DUAL

Gracias al uso de la energía dual en TC podremos obtener diferentes tipos de imágenes que aprovecharán la información que obtenemos de esta tecnología.

1.3.1. Imágenes combinadas

A partir de un TC de energía dual se puede generar un único grupo de imágenes como combinación de las dos exposiciones con el fin de ser utilizadas como imágenes de interpretación diagnóstica de rutina [3]. A pesar de que se podrían utilizar las imágenes obtenidas con cada energía para diagnósticos, la información en ellas será menor que la combinación de ambas, ya que la dosis de radiación utilizada para realizar cada juego de imágenes será menor y por lo tanto la información también será inferior.

Existen dos tipos de imágenes combinadas, las imágenes combinadas mediante algoritmos lineales y mediante algoritmos no lineales. Las más simples serán las lineales, en las que se obtendrá, cuando la proporción escogida de la información de baja energía sea más alta en la mezcla, una imagen más contrastada, pero con más ruido y si, por el contrario, se escoge una proporción más alta de la imagen de alta energía, se obtendrá menos ruido y a su vez menos contraste. Las imágenes combinadas mediante algoritmos no lineales serán procesos más complicados y sofisticados que proporcionarán a su vez mejores resultados, como el caso del algoritmo de mezcla sigmoideal [4], que utiliza información de las imágenes de baja energía para regiones que muestran realce de Iodo y la información de las imágenes de alta energía para las regiones en las que ese realce no se produce o es pequeño.

1.3.2. Imágenes selectivas con los materiales

Con la información de los dos conjuntos de imágenes obtenidos a diferentes energías, se podrán obtener imágenes específicas para determinados tipos de materiales [3] en las que se realce el mismo y, a su vez, conseguir otras en las que eliminemos ese material, dejando

visibles estructuras que, de otra manera, estarían ocultas. Se puede ver un ejemplo de cómo a partir de una imagen contrastada se elimina el contraste mediante este método (**Figura 4**):

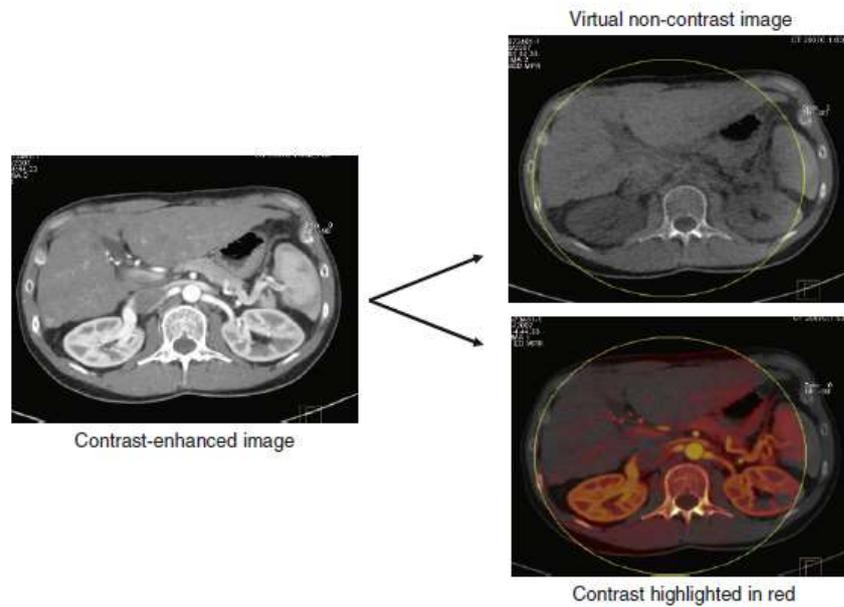


Figura 4. Ejemplo de eliminación del contraste en una imagen.

1.3.3. Imágenes virtuales monoenergéticas

El resultado de la descomposición material por la energía dual será una imagen con el número atómico efectivo y la densidad efectiva en cada vóxel o, lo que es lo mismo, una imagen con la fracción, en cada vóxel, correspondiente a cada uno de los materiales base [2]. Estos resultados podrán utilizarse para generar mapas de coeficientes de atenuación lineal del objeto estudiado para cualquier energía dentro del rango de energías para el diagnóstico. Para el algoritmo de reconstrucción utilizado en nuestro caso, con el TC dual del que se dispone en el hospital, las imágenes estarán libres de artefactos de endurecimiento del haz con las ventajas que ello conlleva. Podemos ver un ejemplo de reconstrucción de imágenes virtuales monoenergéticas para diferentes energías en la siguiente imagen (**Figura 5**).

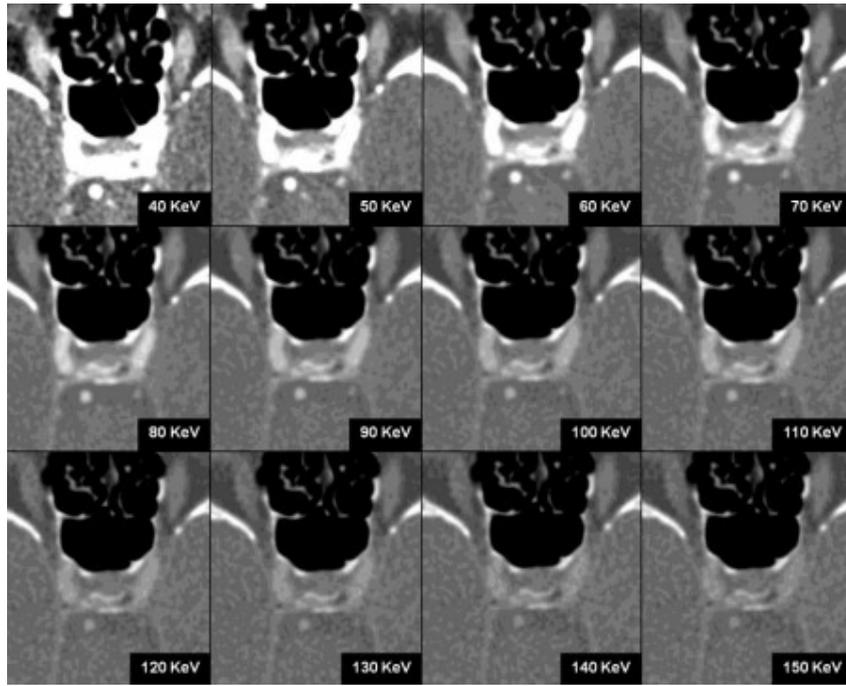


Figura 5. Imágenes virtuales monoenergéticas.

2. MATERIALES Y MÉTODOS

Para la realización de este estudio se ha dispuesto de un TC dual Somaton go.Sim de Siemens Healthineers que, como implementación de la energía dual, utiliza la adquisición secuencial con dos energías, una primera adquisición con una tensión máxima de 80 kV y una segunda adquisición con una tensión máxima de 140 kV (**Figura 6**).



Figura 6. Somaton go.Sim.

Las distintas imágenes que se han utilizado para el estudio se han realizado con el maniquí Catphan 700 de la empresa The Phantom Laboratory [5]. Este maniquí está compuesto por diferentes módulos con los que analizar la resolución, el contraste o la exactitud en el valor de los números Hounsfield para diferentes materiales (**Figura 7**).



Figura 7. Maniquí Catphan 700.

Se realizaron adquisiciones con técnica estándar de cráneo para evaluar los distintos parámetros. Todas las imágenes tienen un espesor de corte de 2 mm, un filtro de reconstrucción estándar (filtro pasa bajas no muy agresivo) Qr40, un tamaño de imagen de 512x512 píxeles con un tamaño de píxel 0.7812 mm². La adquisición dual se realizó con adquisición secuencial, siendo esta la tecnología que tiene el TC, con una adquisición de baja energía de 80 kV y la de alta energía de 140 kV de tensión máxima. Para visualización y extracción de información de las diferentes imágenes se ha utilizado el ImageJ.

Para el módulo CTP682 de geometría y sensitometría, se hicieron adquisiciones para 4 valores de carga, 110, 210, 310 y 410 mAs, reconstruyendo después para todo el rango de energías disponibles, cada 10 keV, dentro de la modalidad imagen virtual monoenergética. Con las imágenes de este módulo, se comprobó tanto la energía efectiva que tienen las imágenes virtuales monoenergéticas como la resolución o la constancia de los números Hounsfield. Se puede ver un esquema del módulo en la siguiente imagen (**Figura 8**):

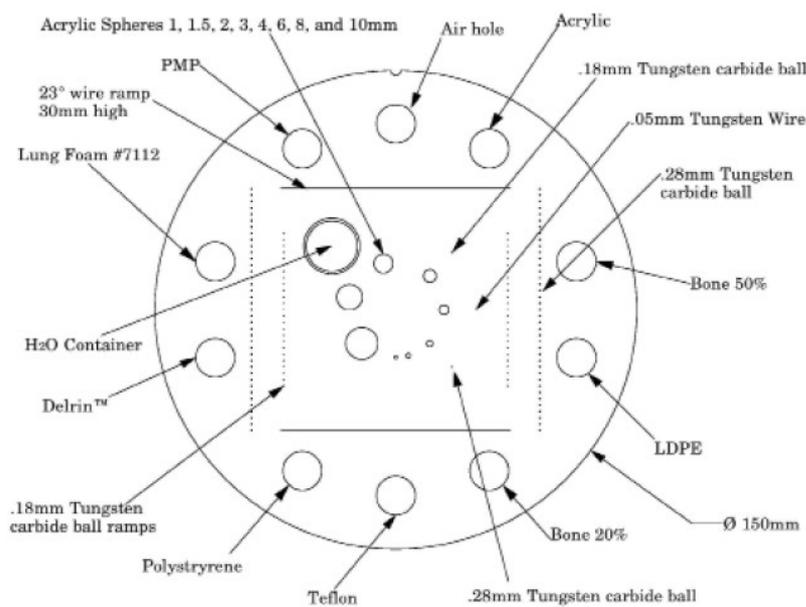


Figura 8. Esquema del módulo CTP682.

Dentro de los materiales que contiene el módulo, el Delrin fue desechado por ser una marca registrada y no aparecer las componentes del mismo, imposibilitando de esa manera poder obtener los coeficientes de atenuación lineal de manera adecuada.

El módulo CTP515 de análisis de objetos con bajo contraste nos permitirá evaluar el contraste para las exposiciones realizadas con diferente carga, 210 y 410 mAs, reconstruyendo para todo el rango de energías disponibles, cada 10 keV, dentro de la modalidad imagen virtual monoenergética. Se puede ver un esquema del módulo en la siguiente figura (**Figura 9**):

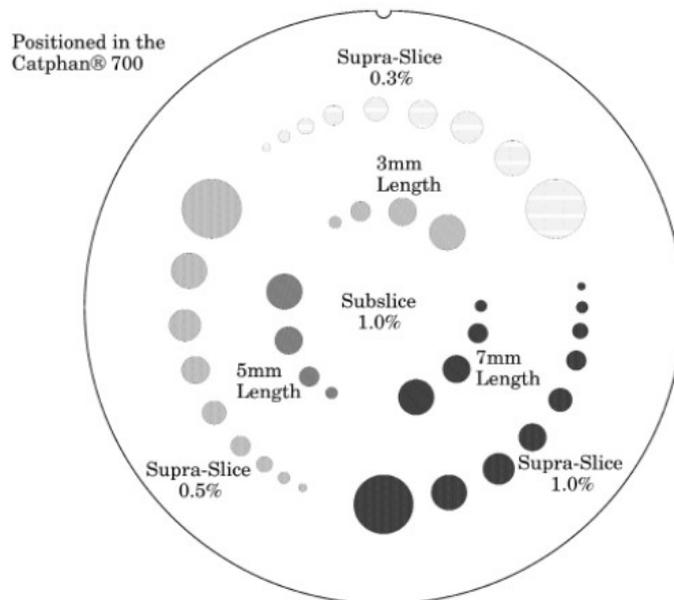


Figura 9. Módulo CTP515.

El módulo CTP712, de imagen uniforme, permitirá evaluar el ruido para la exposición realizada con una carga de 210 mAs y reconstruyendo para todo el rango de energías disponibles, cada 10 keV, dentro de la modalidad imagen virtual monoenergética.

2.1. Energía efectiva

Un haz de rayos X, al ser su espectro continuo, será policromático, por lo que averiguar su energía efectiva (energía que tendría el haz si este fuese monocromático) será bastante complicado. En 1978, Millner et al. [6] describen un método en el que, por definición de número Hounsfield (1), éstos estarán relacionados directamente con el coeficiente lineal de atenuación, tanto del agua como del material a evaluar, de hecho, el número Hounsfield será un valor a escala del coeficiente de atenuación lineal del material para una energía en concreto.

El método consiste en, conociendo los coeficientes de atenuación lineal para todas las energías de interés, buscar la energía en la que los valores de los coeficientes de atenuación lineal mejor se ajusten a los valores medidos de números Hounsfield para los diferentes materiales de los que se disponga. Ésto se hace calculando el coeficiente de correlación (5) para las diferentes energías, ya que éste muestra cuál es el grado de dependencia entre los coeficientes de atenuación lineal para cada energía y los valores medidos y, por lo tanto, los coeficientes de atenuación lineal que proporcionen el coeficiente de correlación más alto serán los correspondientes a la energía efectiva que se busca.

$$r = \frac{N\sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{[N\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2]^{1/2} [N\sum y_i^2 - (\sum y_i)^2]^{1/2}} \quad (5)$$

Para llevar a cabo este proceso, se utilizaron las imágenes obtenidas del módulo CTP682, con ayuda de un script realizado con Matlab R2017b. Todos los coeficientes de atenuación lineal se obtuvieron a partir de los coeficientes de atenuación másicos, multiplicando éstos por la densidad de los diferentes materiales. Los coeficientes de atenuación másicos para los diferentes materiales se obtuvieron de la página web del NIST (National Institute of Standards and Technology) [7]. Los valores de los números Hounsfield de las diferentes imágenes se consiguieron con el programa ImageJ.

2.2. Constancia de los números Hounsfield

Los números Hounsfield en una imagen de TC darán información de como se atenúa la radiación en ese material, haciendo ese valor relativo al coeficiente de atenuación del agua para esa energía. Se comprobaron, en las diferentes imágenes virtuales monoenergéticas obtenidas para diferentes valores de carga, cómo estos números Hounsfield fueron variando ya que deben mantenerse constantes a lo largo del tiempo para el mismo material y la misma energía como garantía de que el equipo funciona correctamente.

Para realizar este proceso se utilizaron las imágenes obtenidas del módulo CTP682, con el programa ImageJ para extraer información de las mismas.

2.3. Resolución espacial

Habitualmente, para cuantificar la resolución espacial se utiliza la función de transferencia de modulación o MTF (modulation transfer function), la cual describe cómo se transfiere el contraste de un objeto a través del sistema de imagen en función de la frecuencia espacial. La MTF se calcula como la transformada de Fourier de la función de dispersión de punto (PSF), normalizada a frecuencia espacial 0. La función de dispersión de punto es cómo el sistema de imagen responde a un impulso puntual y cómo lo muestra, de tal manera que, idealmente, el sistema mostraría el impulso sin ningún tipo de ruido, pero la realidad es que existe ruido y por lo tanto el impulso puntual es dispersado. Esta formulación supone un sistema lineal e invariante al desplazamiento, es decir, que no depende de las condiciones de entrada ni de la localización. Un ejemplo de como un sistema de imagen genera dispersión en un objeto se puede ver en la siguiente imagen (**Figura 10**):

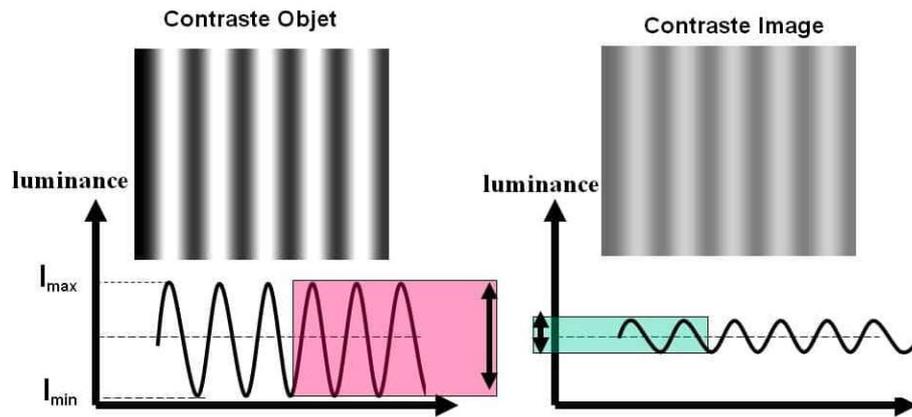


Figura 10. MTF.

Cuando hablamos de MTF en imagen de TC, es imposible que se cumplan las condiciones de imagen lineal e invariante al desplazamiento, ya que el resultado dependerá absolutamente de cómo se haya generado la imagen, si es retroproyección filtrada, si es reconstrucción iterativa o incluso nuestro caso de imágenes virtuales monoenergéticas. Por todos estos motivos surge el término de TTF (task transfer function) [8], que se tratará de la MTF específica de cada tarea o, lo que es lo mismo, específica de cada modo en el que se han tomado las imágenes o de cómo se han reconstruido. Al contrario de la MTF, que se calcula utilizando objetos de alto contraste, para la TTF se utilizan objetos de un contraste que represente la tarea sobre la que se está trabajando.

Para la obtención de las diferentes TTFs se han utilizado las imágenes obtenidas del módulo CTP682, calculando en todos los casos sobre el material hueso. Se ha realizado un script en Matlab R2017b para la obtención de la TTF, utilizando a la hora de sobremuestrear una interpolación por splines cúbicos, ya que el número de puntos que proporciona una imagen de TC es muy pequeño.

En la siguiente imagen se muestra un ejemplo del proceso llevado a cabo por el script desarrollado para la obtención de la TTF (**Figura 11**). Primero se obtiene el perfil de borde, a continuación, derivando la función de borde obtendríamos la función de dispersión de punto, y finalmente realizando la transformada de Fourier de la función de dispersión de borde y normalizando a frecuencia 0, obtendremos la TTF.

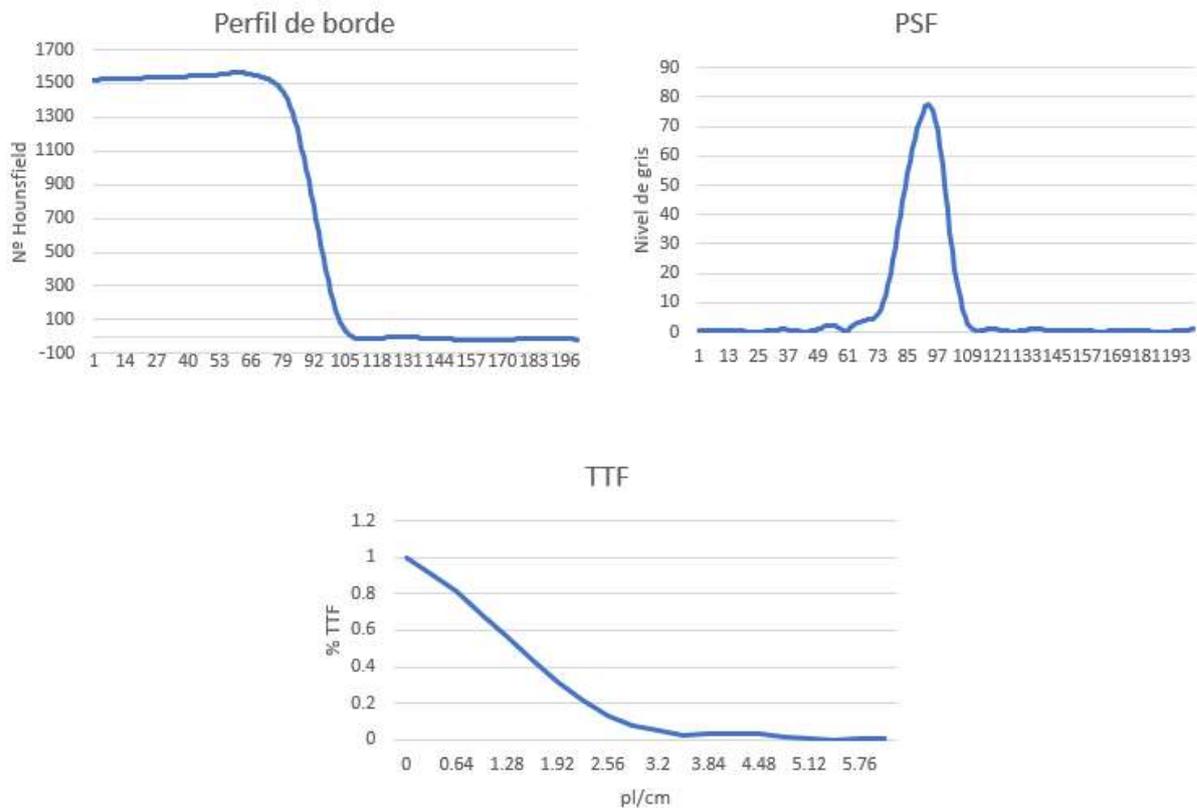


Figura 11. Superior izquierda, perfil de borde. Superior derecha, función de dispersión de punto. Inferior, TTF

2.4. Resolución a bajo contraste

Para evaluar este parámetro, tradicionalmente se ha realizado de manera visual, comprobando si se es capaz de distinguir objetos de diferentes tamaños y con diferentes contrastes, de tal manera que el objeto de menor tamaño y de menor contraste será el límite de visualización de contraste – tamaño.

Para la obtención de estos límites de visualización, se utilizaron las imágenes del módulo CTP515, el cual consta de varios grupos de objetos. Consiste en 3 grupos exteriores de 9 cilindros con diámetros desde 2 mm a 9 mm de 1 en 1 y uno de 15 mm, y cada uno de estos grupos con un porcentaje de contraste diferente, 0.3%, 0.5% y 1%. Además, contiene 3 grupos interiores con 4 cilindros con diámetros de 3, 5, 7 y 9 mm y un porcentaje de contraste de 1% todos ellos.

Todas las imágenes se evaluaron por 5 observadores, obteniendo un promedio de los límites de observación para cada observador. Todas las imágenes se mostraron con el mismo ancho de ventana y nivel de gris, con la idea de que todos los observadores partieran de la misma situación.

2.5. Ruido

Existen diferentes orígenes para el ruido que puede tener una imagen radiológica. El ruido estructural, que es el debido a la composición estructural del sistema de imagen. El ruido electrónico, que es el debido a señales eléctricas no deseadas que pueden deteriorar la señal. El ruido cuántico, que es el debido a la dispersión estadística en la recepción de la señal sobre el detector y que es, si no existe ningún problema en el equipo, el mayoritario en las imágenes y por tanto el más importante.

A la hora de cuantificar el ruido en una imagen de TC se tiene que tener en cuenta que, al ser una imagen tan procesada, es absolutamente dependiente de parámetros como el filtro de reconstrucción, algo que, como se comentó, no es el objetivo de este trabajo, sino valorar como varía el ruido para las diferentes imágenes virtuales monoenergéticas, pero con el mismo filtro de reconstrucción.

Existen diferentes maneras de valorar este parámetro. Se calculó la magnitud del ruido [8] mediante la desviación estándar de una serie de ROIs (region of interest) repartidas por la imagen y promediando ésta, considerándola la desviación estándar de la imagen y por tanto el ruido (**Figura 12**).

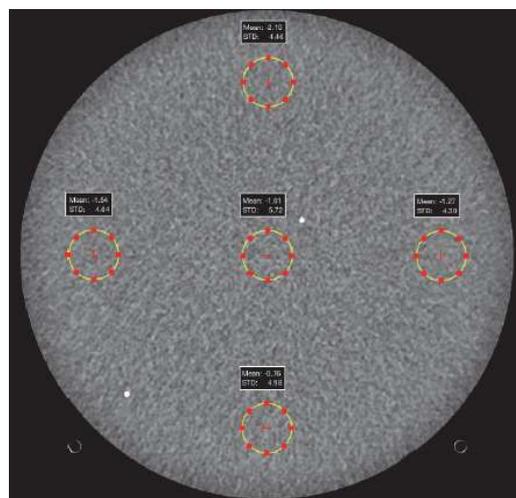


Figura 12. Cálculo de la desviación estándar.

Se realizó el cálculo, además de lo anterior, del espectro de potencia del ruido o NPS (Noise Power Spectrum) (6), parámetro que permite relacionar el ruido de la imagen con su frecuencia espacial [8] y comparar después las curvas para las diferentes imágenes.

$$NPS(f_x, f_y) = \left| \int_x \int_y [I(x, y) - \bar{I}] e^{-2\pi(xf_x + yf_y)} dx dy \right|^2 \quad (6)$$

La medida del ruido no deja de ser el cálculo de la varianza de la imagen, pero la información que proporciona la varianza como valor único será insuficiente, como se puede observar en la imagen siguiente (**Figura 13**) en la cual, en las regiones señaladas se tendrá la misma varianza, pero, sin embargo, como se puede observar a simple vista, la textura del ruido de la imagen, el granulado, será diferente.

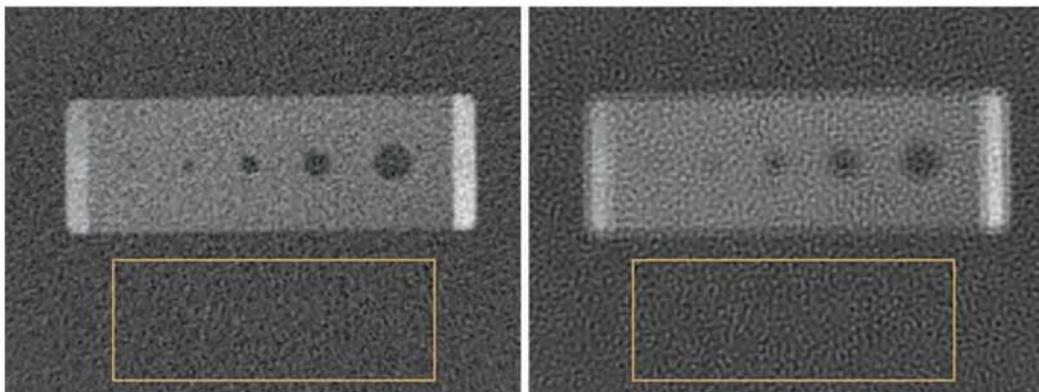


Figura 13. Diferentes texturas del ruido.

Si se calcula el NPS se obtienen resultados diferentes, pero calculando el área bajo la curva del gráfico que nos relaciona el NPS con la frecuencia espacial se obtiene de nuevo la varianza.

En este caso se ha obtenido el NNPS, que se trata del NPS normalizado por la señal incidente al cuadrado. El cálculo de este parámetro en imágenes de TC no se suele realizar, realizándose a cambio el NPS sin normalizar, pero para la finalidad que se busca, que es la de comparar el ruido para las diferentes energías de las imágenes virtuales monoenergéticas, se considera que es válido. Se ha utilizado para ello el plugin para ImageJ “COQ” [9], desarrollado por el departamento de física de la imagen médica de la universidad de Bolonia. Todas las imágenes utilizadas se han obtenido del módulo CTP712 de uniformidad (**Figura 12**).

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En los siguientes apartados se presentan los resultados obtenidos en el análisis de las imágenes, en la búsqueda de caracterizar el equipo de TC de energía dual en función de los diferentes parámetros físicos previamente descritos.

3.1. Energía efectiva

Las energías efectivas para las diferentes imágenes monoenergéticas, obtenidas con el método anteriormente descrito, se pueden ver en la siguiente figura (**Tabla 1**):

Energía nominal (keV)	Energía efectiva (keV)
40	40
50	49
60	58
70	68
80	77
90	88
100	100
110	112
120	128
130	145
140	166
150	187
160	194

Tabla 1. Energías efectivas calculadas.

Se comprueba que el algoritmo utilizado para generar las imágenes monoenergéticas virtuales, en rangos energéticos bajos, da resultados similares a los que habría con adquisiciones de una sola energía. A las tensiones de aceleración de electrones habituales funciona bastante bien, pero si se decidiese reconstruir imágenes monoenergéticas de energías altas, sobre todo mayores de 120 keV, se puede ver que en algunos casos las diferencias son de más de 30 keV con respecto a la que nominalmente proporciona el equipo. De manera más visual lo podemos ver en la **Figura 14**.

Aplicando diferentes valores de carga (mAs) a la hora de realizar las exposiciones, se ha comprobado que las energías efectivas no cambian de valor, algo por otro lado lógico, ya que

el hecho de obtener unos valores u otros viene dado por la energía de los fotones que inciden en los materiales y no por la cantidad de ellos que llegan.

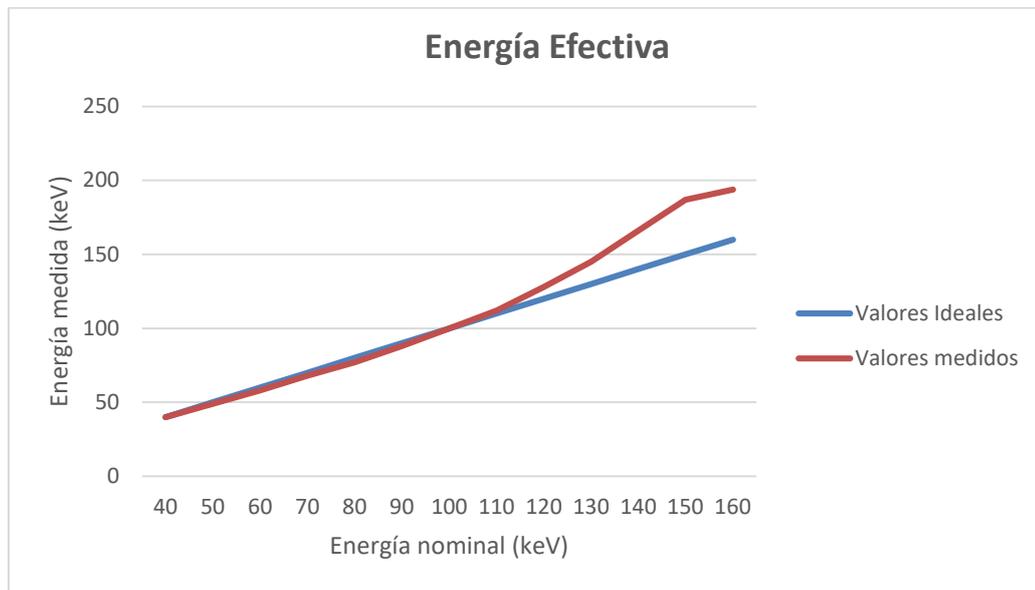


Figura 14. Energías efectivas calculadas.

3.2. Constancia de los números Hounsfield

Los valores de los números Hounsfield para la adquisición realizada con 210 mAs y para las diferentes imágenes monoenergéticas son los siguientes (Tabla 2):

Material	40 keV	60 keV	80 keV	100 keV	120 keV	140 keV	160 keV
Aire	-973.381	-973.381	-973.381	-973.381	-973.381	-973.381	-973.381
Acrílico	33.577	104.155	130.763	142.464	148.247	151.443	153.392
Hueso 50%	1539.289	832.031	560.629	440.237	379.887	346.515	326.485
LDPE	-223.598	-117.969	-77.206	-59.196	-49.959	-44.928	-41.887
Hueso 20%	482.103	270.485	189.144	152.825	134.753	124.691	118.722
Teflón	1112.041	966.691	909.309	884.423	871.814	864.814	860.639
Poliestireno	-153.495	-59.485	-23.268	-7.32	0.649	5.072	7.722
Pulmón	-824.918	-805.412	-794.649	-789.845	-787.381	-786.021	-785.186
PMP	-296.577	-202.433	-165.619	-149.33	-141.155	-136.66	-133.99
Agua	-10.021	-2.021	1.082	2.134	2.711	3.113	3.247

Tabla 2. Números Hounsfield para las diferentes imágenes monoenergéticas.

No todos los materiales con los que se hizo el estudio responden de la misma manera para el rango energético de actuación. Se puede observar desde el aire, en el que no existe

variación para este rango energético, hasta el hueso al 50 % en el que se ve una variación máxima de más de 1000 unidades Hounsfield. Se puede observar en el siguiente gráfico, de manera más global, cómo varían los valores de las unidades Hounsfield en función de la densidad de los materiales (**Figura 15**):

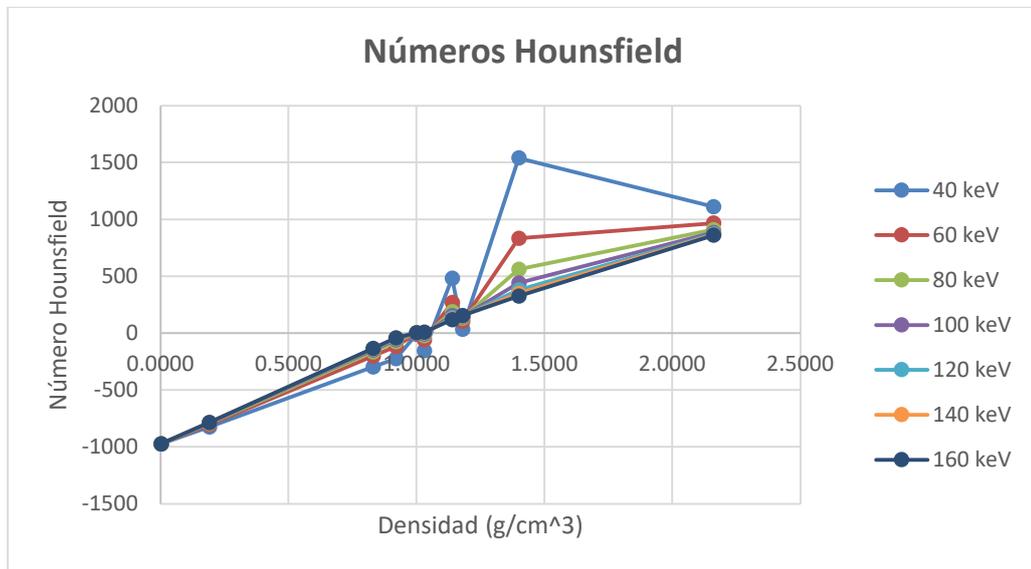


Figura 15. Números Hounsfield para las diferentes imágenes monoenergéticas.

Por la definición de número Hounsfield, se puede ver que éstos serán muy dependientes con la energía. Para diferentes valores de carga (mAs), no se observa diferencias para valores iguales de energía. A simple vista se puede observar que el nivel de gris variará con la energía (**Figura 16**):

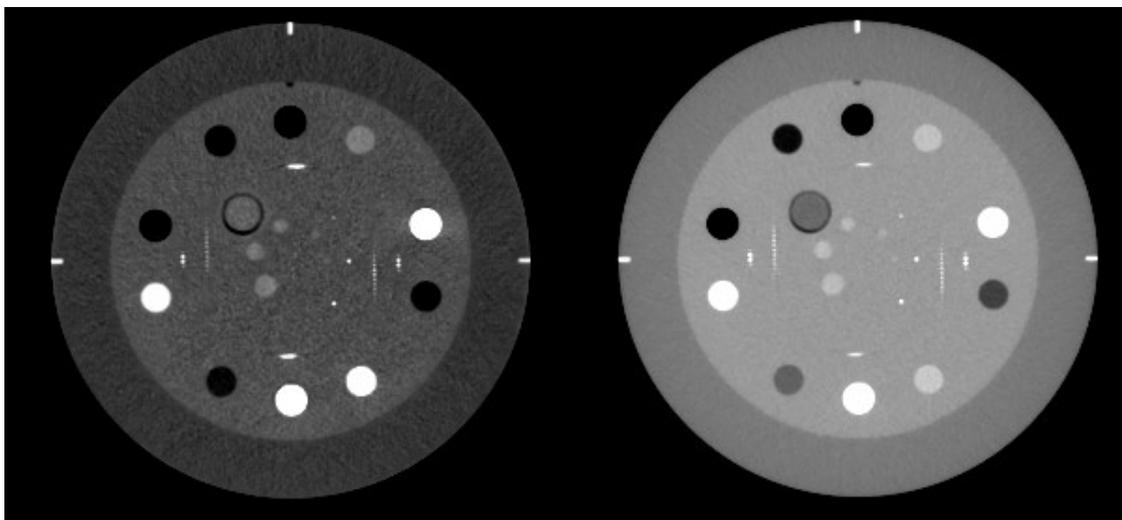


Figura 16. Imagen de 40 keV (izquierda) y 100 keV (derecha).

3.3. Resolución espacial

Los valores de TTF (Task Transfer Function) para las diferentes energías, para el material hueso, tal y como se describió en su correspondiente apartado dentro del bloque de materiales y métodos se muestran en la siguiente figura (**Figura 17**). Se ha utilizado retroproyección filtrada sin reconstrucción iterativa y un filtro de reconstrucción estándar (pasa-bajas no muy agresivo).

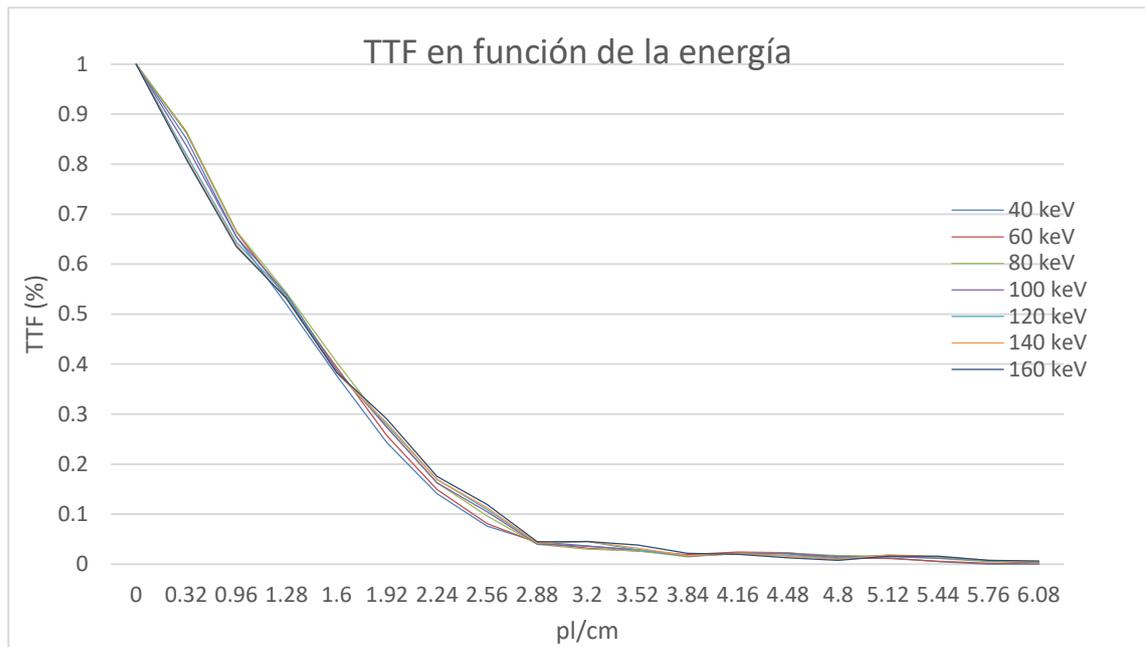


Figura 17. TTF para distintas energías.

El 10 % de TTF se considera el límite de detección ya que, para valores por debajo de éste, el sistema no es capaz de diferenciar objetos pequeños e imposibilita el diagnóstico. Se puede observar que, si bien la frecuencia espacial a 10 % de TTF está en torno a 2.6 pl/cm (pares de líneas por cm), apenas se nota diferencia entre las distintas energías. El porcentaje de TTF es un poco mayor para frecuencias altas en las energías más altas, y sucederá lo contrario para las frecuencias bajas, debido al efecto de sumidero cuántico (quantum sink) [10]. Esto se debe a que para energías más altas existe menos flujo de fotones para frecuencias bajas que en el caso de las energías más bajas, debido al aumento de la dispersión con la energía. El valor de porcentaje de TTF es menor para las diferentes frecuencias al valor de la MTF clásica, ya que ésta se trata de un parámetro medido en condiciones ideales de alto contraste, y no tiene en cuenta ni el valor de gris de fondo ni el ruido de la imagen.

Al contrario de la MTF clásica, al tratarse de un parámetro dependiente de la tarea, es decir, del material sobre el que se está haciendo, del valor del fondo con respecto a ese

material o del filtro de reconstrucción, aparecen diferencias en los resultados obtenidos de este parámetro para la misma energía, pero diferentes valores de carga (mAs). Para valores iguales de energía, el porcentaje de TTF es mayor para valores de carga más altos en todas las frecuencias espaciales. Se pueden observar los resultados obtenidos en la siguiente figura (Figura 18):

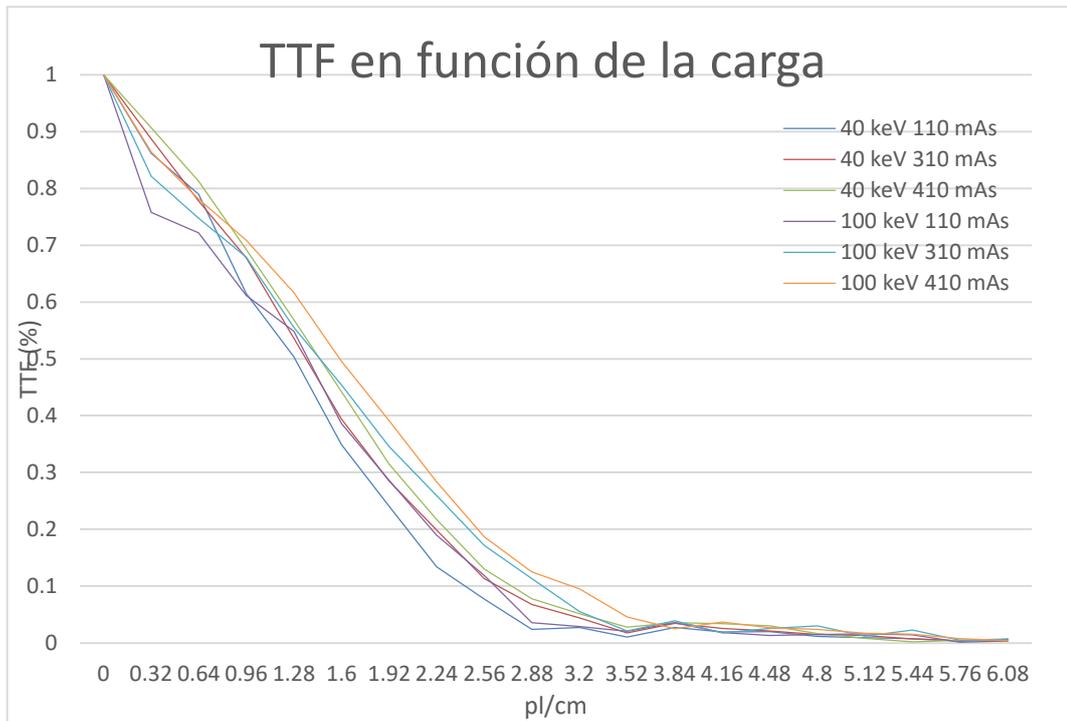


Figura 18. TTF en función de la carga (mAs).

3.4. Resolución a bajo contraste

Los resultados obtenidos del promedio de la cantidad de cilindros distinguidos por 5 observadores, para un valor de ancho de ventana y nivel fijos, se pueden ver en la tabla que aparece a continuación (Tabla 3). En ella se ven los diferentes grupos de cilindros con sus características particulares, y cuál será el número límite de cilindros que se pueden observar dentro de cada grupo y para cada imagen monoenergética reconstruida. El máximo número de cilindros contenidos en el maniquí es 9 cilindros para cada uno de los grupos exteriores, y 4 cilindros para cada uno de los grupos interiores.

Grupos cilindros	40 keV	50 keV	60 keV	70 keV	80 keV	90 keV	100 keV
Externo 1%	7	7	7	6	6	6	6
Externo 0.5%	4	3	3	3	3	2	2
Externo 0.3%	1	0	0	0	0	0	0
Interno 1	4	4	4	4	4	4	4
Interno 2	4	3	3	3	3	3	3
Interno 3	3	3	3	3	3	3	3

Grupos cilindros	110 keV	120 keV	130 keV	140 keV	150 keV	160 keV
Externo 1%	0	0	0	0	0	0
Externo 0.5%	2	2	2	1	1	1
Externo 0.3%	0	0	0	0	0	0
Interno 1	4	4	4	4	4	4
Interno 2	3	3	3	3	3	3
Interno 3	2	2	2	2	2	2

Tabla 3. Resolución a bajo contraste.

Las diferentes imágenes se realizaron con una carga de 410 mAs. Las imágenes realizadas con una carga menor (210 o 310 mAs) tienen un límite de detección, para los diferentes grupos, menor, ya que la carga con la que se ha hecho la imagen, es decir la cantidad de fotones que participan en la formación de la imagen, cuanto mayor es, mejor será el contraste de la imagen obtenida. Una imagen clínica de características similares al maniquí con el que se ha realizado el estudio y sin utilizar técnicas de reconstrucción iterativa, tendría una carga de entre 300 mAs y 400 mAs para una buena calidad de imagen, siendo esta comparable a la carga con la que se han hecho las imágenes del estudio.

En cuanto a las diferencias que se ven para las diferentes energías, a medida que se va aumentado la energía, el contraste irá disminuyendo, por lo que objetos que se pueden observar con una energía baja, con una energía más alta ya no es posible. En la **Tabla 3** se puede ver la evolución del empeoramiento en la observación de los distintos grupos de cilindros. Esta medida estará limitada por la resolución del maniquí, algo que produce que, a pesar del empeoramiento entre energías, en algunos casos, este empeoramiento no será suficiente como para dejar de ver uno de los cilindros, y el límite, por tanto, será el mismo. Se puede ver cómo evoluciona la imagen con las diferentes energías en la **Figura 19**, viendo que aparecen claras diferencias entre las imágenes menos energéticas y, a medida que se va aumentando la energía, esas diferencias se van atenuando.

La resolución a bajo contraste en las imágenes monoenergéticas virtuales, medida con un maniquí de este tipo, arrojará resultados interesantes en cuanto a que, para energías efectivas similares en un TC de una sola energía, el TC estándar debido al efecto que produce el endurecimiento del haz sobre el borde de los cilindros [10], nos ayudará a visualizar más de éstos que en el caso de las imágenes monoenergéticas virtuales.

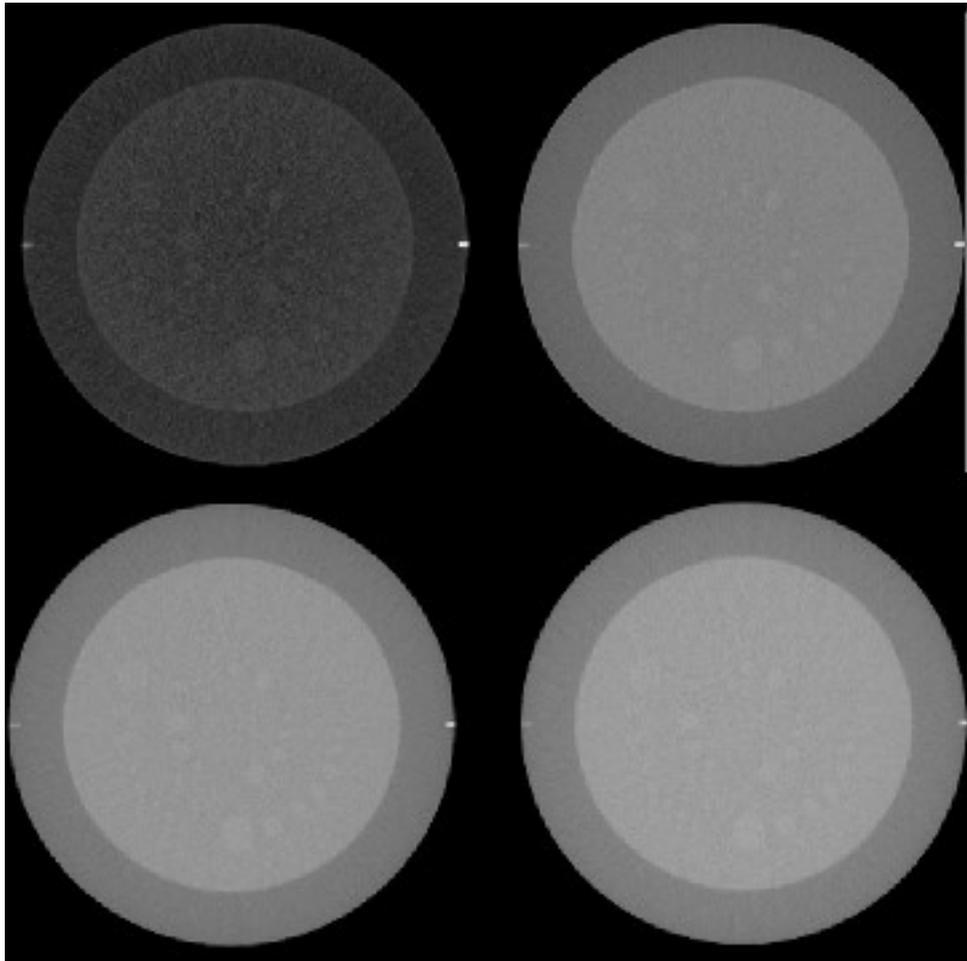


Figura 19. Resolución a bajo contraste. 40 keV (arriba-izquierda). 70 keV (arriba-derecha). 100 keV (abajo-izquierda). 140 keV (abajo -derecha).

3.5. Ruido

El valor de la desviación estándar obtenido para las diferentes imágenes es (**Tabla 4**):

Energía nominal (keV)	Desviación estándar
40	10.6226
50	7.5464
60	5.7358
70	4.6578
80	4.0226
90	3.9018
100	4.1806
110	4.2928
120	4.3496
130	4.3868
140	4.4116
150	4.4378
160	4.4472

Tabla 4. Magnitud del ruido.

Se observa que el valor de la desviación estándar es mucho mayor para energías pequeñas, estabilizándose a los 70 u 80 keV. Se puede ver a su vez los valores obtenidos del espectro de potencia del ruido normalizado (**Figura 20**):

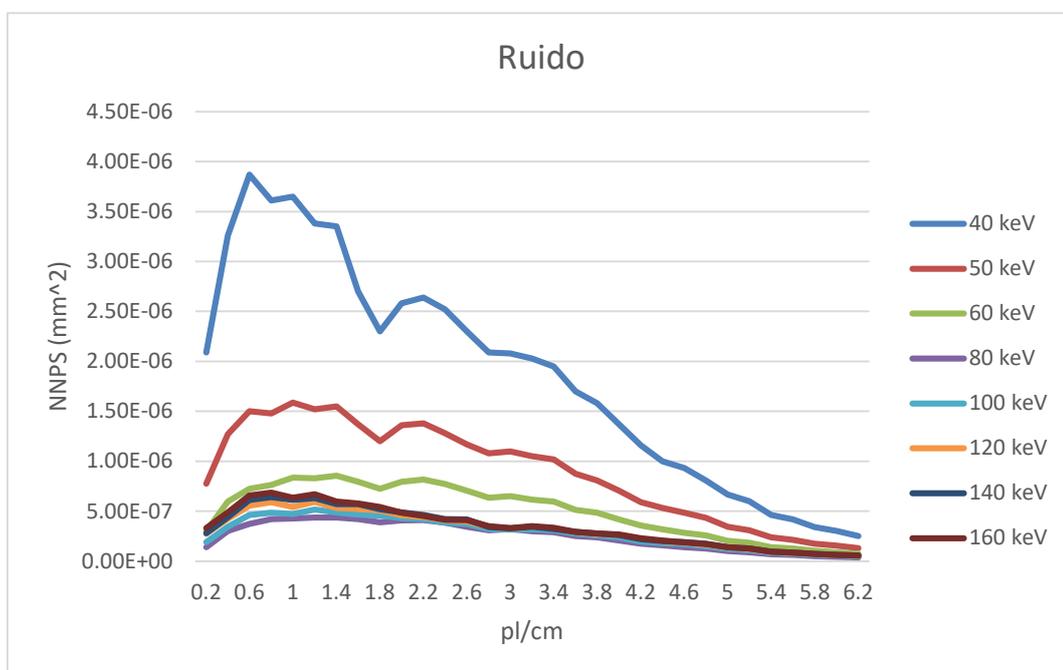


Figura 20. Espectro de potencia del ruido.

El efecto en el espectro de potencia del ruido es similar al calculado mediante el otro método. Se observa cómo para energías bajas aparece un incremento considerable de ruido en comparación con las energías más altas, sobre todo para el rango de frecuencias espaciales más bajo, equilibrándose a frecuencias más altas para todas las energías.

4. CONCLUSIONES

A lo largo del estudio se ha comprobado cómo varían los diferentes parámetros físicos en un TC de energía dual. Variando los parámetros de adquisición, se ha visto cómo afecta esto a la reconstrucción de las imágenes monoenergéticas virtuales, viendo cómo el algoritmo falla, en cierta manera, para altas energías ya que los valores no coinciden con la energía efectiva calculada, haciendo que utilizar estas energías tan altas no sea recomendable.

La resolución espacial tiene una variación que se puede considerar esperada en cuanto a las diferentes energías, ya que se obtendrá una resolución ligeramente más alta a medida que se aumenta la energía y la carga.

La resolución a bajo contraste será más alta cuando la energía es más baja, sobre todo para 40 o 50 keV disminuyendo a partir de 80 keV. Estos valores de resolución a bajo contraste saldrán perjudicados en comparación a los obtenidos en un TC convencional debido al efecto que tiene, en un TC convencional, el endurecimiento del haz sobre el maniquí utilizado, ayudando a ver más cilindros de los que se ven cuando este efecto desaparece.

El ruido será más alto cuando la energía es más baja, particularmente para 40 o 50 keV, energías en las cuales el ruido es, proporcionalmente, mucho mayor. Se puede observar una disminución a partir de unos 80 keV en los que el ruido tiende hacia la estabilidad. Este ruido tan alto para energías bajas, obligará a particularizar la técnica aumentando la carga, si lo que se quiere es, precisamente, obtener una calidad de imagen adecuada en imágenes virtuales monoenergéticas con valores de energía bajos.

En general, los resultados obtenidos son coherentes con los resultados que se obtendrían con un TC convencional y con espectro continuo de rayos X. Evidentemente, existirán ventajas a la hora de trabajar con determinadas energías para reconstruir imágenes, ya que se potenciarán unas características u otras, como el contraste en las imágenes de baja energía o la reducción de artefactos de alta densidad en las imágenes de alta energía. No obstante, para una mejor caracterización de este tipo de imágenes, se deben diseñar maniqués específicos para este tipo de TC (ya existen ejemplos en la literatura) [12], con materiales adecuados, como diferentes concentraciones de lodo o diferentes concentraciones de calcio. Además, con el maniquí convencional del que se disponía, se han obtenido resultados sesgados en algunos casos como en el contraste a baja resolución, por no estar preparados para este tipo de imágenes proporcionando, por tanto, resultados que se podrían considerar como no adecuados en comparación con lo que se obtendría si los maniqués fuesen específicos.

5. RECOMENDACIONES

Para conocer adecuadamente las características de un equipo como puede ser un TC de energía dual, es adecuado realizar un profundo estudio de las mismas, como se ha venido realizando a lo largo de este trabajo. Se recomienda hacer un estudio de este tipo, al menos cuando el equipo es nuevo, cuando se está elaborando su estado de referencia, justo después de su instalación, y por supuesto si existe algún cambio en el equipo que pueda afectar a alguna de estas características.

Cuando se habla de controles de calidad rutinarios, la realidad es que es muy probable que no se pueda disponer de suficiente tiempo de máquina como para poder realizar todas estas pruebas, por lo que se habrá de seleccionar para qué imágenes se analizarán todos estos parámetros, debiendo elegir las más representativas, habiendo de ser éstas las que más se utilizan de manera clínica.

Un ejemplo de control de calidad rutinario podría ser, seleccionar, al menos, un juego de imágenes de baja energía (40 keV) y otro de energía media (100 keV), analizando en cada caso los diferentes parámetros expuestos a lo largo del estudio. Si no se pudiera disponer de tiempo ni para realizar eso, como mínimo se debería realizar la constancia de los números Hounsfield para una energía baja (40 keV) y una energía media (100 keV), ya que nos indicará que no existen problemas en la detección ni en la reconstrucción.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Hounsfield GN. Computerized transverse axial scanning (tomography). 1. Description of system. *Br J Radiol.* 1973; 46(552): 1016-1022.
- [2] McCollough CH et al. Principles and Applications of Multi-energy CT. Report of AAPM Task Group 291. *Medical Physics.* 2020.
- [3] Johnson TRC, Fink C, Schönberg SO, Reiser MF. Dual Energy CT in Clinical Practice. Ed. *Springer.* 2011. ISBN: 978-3-642-01740-7.
- [4] Eusemann C, Holmes DR, Schimdt B et al. Dual Energy CT – How to best blend both energies in one fused image? *Medical Imaging 2008: Visualization, Image-Guided Procedures and Modeling.* 2008.
- [5] Catphan 700 Manual. The phantom laboratory. 2016
- [6] Millner MR, Payne WH, Waggener RG et al. Determination of effective energies in CT calibration. *Medical Physics.* 5 (6) Nov/Dec. 1978.
- [7] Berger MJ, Hubbell JH et al. 2009. XCOM: Photon Cross Sections Database, NIST Standard Reference Database 8 (XGAM). <http://www.nist.gov/physlab/data/xcom/index.cfm>.
- [8] Samei E, Bakalyar D, Boedeker KL et al. Performance Evaluation of Computed Tomography Systems. The Report of AAPM Task Group 233. 2019 AAPM.
- [9] Donini B, Rivetti S, Lanconelli N, Bertollini M. Free software for performing physical analysis of systems for digital radiography and mammography. *Medical Physics.* Vol 41 (5), 2014.
- [10] Cunningham IA, Westmore MS, Fenster A. A Spatialfrequency dependent quantum accounting diagram and detective quantum efficiency model of signal and noise propagation in cascaded imaging systems. *Medical Physics.* 21,417 (1994).
- [11] Fernandez-Velilla E, González MA, Quera J et al. Determination of the optimal range for virtual monoenergetic images in dual-energy CT based on physical quality parameters. *Medical Physics.* 2021, pp 1-11.
- [12] Green CA, Solomon JB, Ruchala KJ, Samei E. Design and implementation of a practical quality control program for dual-energy CT. *Journal of Applied Clinical Medical Physics.* 2021. pp 1-12.

ANEXO. CÓDIGO DE LOS SCRIPTS DE MATLAB

Código del script para el cálculo de la energía efectiva

```
clear all
clc
%Importamos la tabla del NIST
D=importdata('Datos.csv');

%Importamos los valores HU de la imagen
R=importdata('Results.txt');
R=R';

%Definimos la matriz de energía donde almacenaremos los valores
E=zeros(158,2);
for j=1:158
    E(j,1)=37+j;
end

%Calculamos todos los coeficientes de correlación
for i=1:158
    r=corrcoef(D(i,:),R);
    E(i,2)=r(1,2);
end

%El máximo será la energía que buscamos
M=max(E(:,2));
f=find(E==M);
Resultado=E(f-158);
disp('La energía efectiva es:')
disp(Resultado)
```

Código del script para el cálculo de la TTF

```
clear all
clc
%Importamos el perfil de borde
y=importdata('Plot Values.txt');
x=(0:0.7812:15.625)';

%Definimos los puntos a los que queremos interpolar a 105
%para sobremuestrear el borde
xq=(0:0.07812:15.625)';

%Realizamos la interpolación lineal
yb=interp1(x,y,xq,'spline');
```

```
%Realizamos la derivada de la función yb para conseguir
%la función de dispersión de punto
psf=abs(diff(yb));

%Hacemos la transformada de Fourier
ttf=abs(fft(psf));
ttf=ttf./max(ttf);
xq1=(0:0.32:63.68)';
for i=1:20
    ttf1(i,1)=ttf(i,1);
    xq2(i,1)=xq1(i,1);
end

%Obtenemos los resultados y representamos
plot(xq2,ttf1)
ttf1
xq2
```