

## Ilya Prigogine: El desequilibrio y el orden

### ¿RUIDO O SINFONÍA? UN ANTES Y UN DESPUÉS

“A distinguir me paro las voces de los ecos...”. Tal vez sorprenda al lector escuchar palabras de Machado, cuando nuestro protagonista es Ilya Prigogine; empero, no se trata de un lapso. A pesar de conocer los escritos de Prigogine, particularmente los relacionados con la Termodinámica de procesos fuera del equilibrio, ámbito en que se desenvuelve mi actividad investigadora, al tener ante mí las notas autobiográficas que redactó cuando le fue concedido el Premio Nobel de Química de 1977, barrunté muchas facetas inherentes a la humanidad del personaje, enmascaradas por la asepsia expositiva de las publicaciones científicas. En las apenas ocho páginas en que resumen una vida de trabajo, Prigogine se manifiesta como hombre que, pensando siempre en el futuro, parte de unas ideas profundamente arraigadas a finales del XIX: cualquier comportamiento, por complejo que sea, es susceptible de formulación matemática, lo que de hecho supondría superar el dilema de las *dos culturas*. Resalta así la sintonía con De Donder, para quien la descripción matemática del mundo físico representa la imagen más pura que el hombre puede tener en su mente, una imagen que asimila a la música, sublimación de la propia naturaleza a la que asocia con cientos de ruidos. En su actividad científica Prigogine tuvo una idea muy clara: demostrar que algo que se creía ruido era en sí una sinfonía.

Posiblemente no sorprenda a nadie la afirmación de que la Naturaleza es eminentemente dinámica y todos y cada uno de nosotros tenemos ocasión de comprobar el carácter no estático de nuestra propia vida, evolución sin posible vuelta atrás. Para los estudiosos de la Termodinámica la peripecia vital de cualquier ser humano se expresaría en términos de *sistema* (la propia persona) y *proceso*, englobando en este concepto su devenir y su historia. Si se pretendiera

explicar someramente en qué consiste la Termodinámica, cabría hablar de un método de trabajo en el cual se selecciona una porción de mundo físico, cuya descripción se hace en términos de ciertas propiedades (*variables de estado*) medidas cuando el sistema que se está considerando se encuentra en equilibrio; por supuesto, la más elemental exigencia de rigor obliga a definir el propio concepto de equilibrio, evitando posibles tautologías. Al huir del rigor intelectual ¡que dulce fuga en la sociedad que nos ha tocado en suerte!, siempre cabe el recurso a la intuición, ¿se imaginan Vds. mejor imagen de una situación de equilibrio que alguien posando para un fotógrafo, cumpliendo con disciplina prusiana el imperativo de no mover ni un músculo?; efectivamente, una foto es un buen símil de *estado de equilibrio*, que permite incluso la “descripción” de cualquier persona disponiendo del suficiente número de fotografías. Cada una de ellas constituye una “congelación” de la realidad, de la que incluso es posible extraer valores cuantitativos (por ejemplo, la estatura de alguien que se retrate en diversos momentos de su vida junto a una misma referencia o la posición de los caballos en una carrera a partir de diferentes instantáneas). La Termodinámica clásica actúa de un modo parecido, se considera un sistema y su *estado* se define mediante propiedades medidas en sucesivas “congelaciones” de la evolución (*proceso*); dicho en otras palabras, se prescinde de la variable tiempo así como de cualquier consideración acerca de las peripecias que han acontecido entre una y otra fotografía.

Siguiendo con el símil anterior, hay personas que parecen anhelar que todos los instantes de su vida queden plasmados en fotografías; si se pensara en la situación límite de alguien que pasara su vida entera delante de una cámara fotográfica, no cabe duda de que (aparte de



En el otoño de 1985 Ilya Prigogine fue investido como “Doctor Honoris Causa” por la UNED. La presente fotografía, facilitada por la Fundación Ramón Areces, se tomó con motivo de la conferencia allí pronunciada.

desaprovechar su existencia) nos habría proporcionado un ejemplo de proceso que transcurre totalmente a través de estados de equilibrio. Asimismo, resulta intuitivo que dos fotografías tomadas en un pequeño lapso de tiempo (salvo que quien se retrate sufra convulsiones) son prácticamente idénticas, de tal modo que, contando sólo con la información de las fotos, se habría podido suponer que el proceso transcurre en uno u otro sentido; por tal razón, se denominan *procesos reversibles* aquellos que tienen lugar a través de estados de equilibrio. Sin embargo, ante dos fotografías tomadas a la misma persona, una en la niñez y otra en la madurez, salta a la vista que entre ellas ha transcurrido toda una vida, no es posible la vuelta atrás y se está, por tanto, ante un *proceso irreversible*.

En sus notas autobiográficas, redactadas con motivo de la concesión del Premio Nobel, relata Prigogine como alguien le reprochó en 1946 dedicar más atención a los fenómenos irreversibles, esencialmente transitorios, que al equilibrio resultado de la evolución. A pesar de que la observación de los fenó-

menos naturales no parece ajustarse demasiado a la idea de equilibrio (cualquier ser vivo sólo alcanza el equilibrio con la muerte), hasta mediados del siglo XX la metodología de la Termodinámica clásica (Termodinámica de equilibrio) cumplió su papel como herramienta válida para describir el mundo físico, aun cuando la práctica totalidad de los fenómenos naturales son procesos netamente irreversibles; tanto para los ingenieros como para los químico-físicos se trataba de efectos parásitos que conllevan la pérdida o degradación de trabajo útil y sólo suponen un estorbo; en definitiva, un mero ruido. Por el contrario, para Prigogine la irreversibilidad no es asimilable a un ruido, ni siquiera a un eco, ya que atribuye a los procesos irreversibles un papel activo y constructivo, cuyo estudio no se puede reducir al de aproximación suplementaria, por lo que dinámica y termodinámica constituyen descripciones complementarias de la naturaleza.

### ¿SE DIFERENCIA EL PASADO DEL FUTURO? ENTROPÍA Y DIRECCIONALIDAD

Para la Mecánica clásica el tiempo es un simple parámetro que indica la sucesión de acontecimientos absolutamente ordenada y, además, reversible. Sus ecuaciones sirven tanto para predecir el futuro, como para explorar y redescubrir el pasado (bastaría conocer la velocidad y posición en un instante dado). De este modo, la Mecánica de Newton, erigida en arquetipo de racionalidad, no sólo expulsa la libertad de cualquier descripción del cosmos, sino que ni siquiera permite distinguir entre pasado y futuro.

El criterio de direccionalidad de los procesos en la naturaleza es una aportación de la Termodinámica a través de su segundo principio, el cual establece la existencia de una variable de estado, denominada *entropía*, cuyo valor no permanece necesariamente constante en un *sistema aislado* (aquel sobre el que no tiene ninguna influencia el medio

que le rodea), ya que cualquier proceso irreversible en el seno del sistema lleva aparejado un aumento de su entropía, pero jamás una disminución. Por consiguiente, el segundo principio de la Termodinámica define una *flecha del tiempo*, manifestación de una irreversibilidad que no crean las condiciones macroscópicas de no-equilibrio, ya que, más bien, son las condiciones macroscópicas de equilibrio las que impiden que la flecha del tiempo (siempre presente a nivel microscópico) se manifieste a escala macroscópica. En tanto que resultado de una restricción macroscópica, el no-equilibrio es más manifestación que causa y, aparte de manifestarse como evolución hacia el equilibrio, la flecha del tiempo conduce a la creación de comportamientos colectivos coherentes fuera del equilibrio.

Para estudiar un sistema que no está en equilibrio, se le puede imaginar dividido en regiones suficientemente pequeñas para las cuales se supone válida la *hipótesis de equilibrio local*, que postula que en cada una de las regiones se satisfacen las mismas ecuaciones termodinámicas válidas en el equilibrio. De este modo, es posible establecer ecuaciones de balance por las que se rigen la evolución temporal de las propiedades del sistema y así es como aparece en el formalismo el término que da razón de la generación de entropía por unidad de tiempo. Tal vez, el aspecto que más cabe resaltar de este término es que se trata de la suma de productos de una *fuerza* (por ejemplo, diferencias de concentración o temperatura entre diferentes puntos del sistema) por un *flujo* (tales como transporte de materia o de calor); asimismo, en su versión lineal la Termodinámica de no equilibrio se asienta en la consideración de la dependencia lineal entre flujos y fuerzas para situaciones no demasiado alejadas del equilibrio.

De entre los teoremas relacionados con la producción de entropía el más importante es sin lugar a dudas el *teorema de producción mínima de entropía*, según el cual bajo ciertas condiciones, la producida en todo el

sistema es mínima en los estados estacionarios. Por consiguiente, el valor máximo de la entropía como criterio de equilibrio se generaliza por el de mínima producción por unidad de tiempo a la hora de caracterizar situaciones estacionarias.

Uno de los mayores desasosiegos, cuando se escribe sobre cualquier tema es decidir qué “se deja en el tintero” y, en tal sentido, no es fácil exponer a un público no especializado las aportaciones de Prigogine en el marco de la Mecánica Estadística. Sus ideas de partida son conciliar el tiempo reversible de la microfísica con la irreversibilidad inherente a lo macroscópico (problema que ya se planteó Boltzmann en 1876) y que, en definitiva, interroga acerca de cuál es la naturaleza de los sistemas dinámicos a los que se aplica la Termodinámica. Para Prigogine, al no ser la irreversibilidad el resultado de aproximaciones suplementarias, solo es posible una formulación basada en teoría de transformaciones (sin hipótesis “ad hoc” recurriendo a la probabilidad) que exprese en términos explícitos los que oculta la formulación dinámica. Se posiciona así ante la propia definición de los límites de la descripción hamiltoniana y formula una *dinámica de correlaciones*, como relación entre interacción y correlaciones, bien conocida por los especialistas a partir, sobre todo, de los trabajos de Balescu y Résibois.

### EL DESEQUILIBRIO QUE ENGENDRA ORDEN. LAS ESTRUCTURAS DISIPATIVAS

Los fenómenos de difusión tienden a homogeneizar un sistema, de tal modo que el potencial electroquímico de cada componente posea el mismo valor en cada una de las diversas partes entre las que hay transporte de dicho componente. Turing propuso en 1952 la hipótesis de que, suficientemente lejos del equilibrio, una reacción química *autocatalítica* podría tener un efecto inhomogenizador que compensara los efectos homogenizadores de la difusión y provocara una marcada



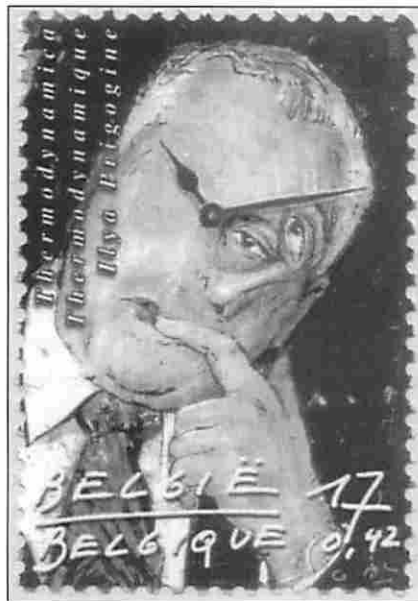
*La Termodinámica clásica convierte al tiempo en el gran excluido; por el contrario, el estudio de los procesos fuera del equilibrio lo erige en protagonista. Para Prigogine ese protagonismo se extiende a toda la Ciencia, tal fue el tema de la conferencia que pronunció en Madrid el 31 de octubre de 1985.*

diferencia de la concentración de diversas zonas del sistema. Ello proporciona una base molecular al fenómeno de la morfogénesis, o aparición y desarrollo de estructuras en procesos biológicos. La observación experimental de reacciones oscilatorias en 1958, por parte de Belusov, estimuló el interés por tales fenómenos autoorganizativos. A principios de los años sesenta, Prigogine propuso el concepto de *estructuras disipativas*, que establece un marco general al estudio de la aparición de orden en sistemas suficientemente alejados del equilibrio, cuyo mantenimiento, a diferencia de las estructuras clásicas de equilibrio (caso de un cristal), exige disipación continua de energía.

En el caso de una mezcla reaccionante, aunque se alcance el estado de equilibrio, tal situación no es necesariamente estable y determinadas perturbaciones sufridas por el sistema pueden hacer que se desplace del equilibrio para dar origen a *estructuras disipativas*, tales como *oscilaciones autosostenidas* de la concentración, aparición de estados estacionarios no uniformes, etc. El estudio de este tipo de situaciones exige conocer con detalle el mecanismo de reacción, lo cual se plasma en proponer diferentes mecanismos para una reacción dada, estudiar la

cinética de acuerdo con cada uno de ellos y, finalmente, comparar los resultados obtenidos con datos experimentales. Para diversos procesos biológicos ha podido observarse que en determinadas condiciones el sistema es perfectamente homogéneo, pero que al modificar la concentración de alguno de los componentes más allá de cierto valor crítico la inhomogeneidad no se compensa mediante difusión, sino que el sistema, inicialmente uniforme, se ordena de forma espontánea dando lugar a una distribución espacial de la composición tal y como acontece en la diferenciación celular, por virtud de la cual a partir de una célula se produce la aparición de células diferenciadas que constituyen la estructura compleja de los organismos vivos.

Asimismo, existen procesos químicos en medio homogéneo que, sin embargo, son oscilantes en el tiempo; siendo el primero descrito en la bibliografía la descomposición catalítica del peróxido de hidrógeno por la acción oxidante de la mezcla de iodo y ácido yódico. Posiblemente, la reacción oscilante más conocida sea la de Belusov-Zhabotinsky, cuyo descubri-



*El tiempo es una de las piedras angulares en que descansan los esquemas conceptuales y vitales de Prigogine. Este sello de correos emitido en Bélgica lo refleja: un reloj y la expresión dubitativa, la fugacidad y el fin de las certezas.*

miento estimuló el estudio de la termodinámica no lineal, y en la que una de las etapas del mecanismo consiste en la oxidación de un ácido orgánico (cítrico, malónico, bromo-malónico, etc.) por anión bromato en presencia de los iones cerio-3 y cerio-4, que actúan como catalizadores. Se observa en dicha reacción que, para ciertos valores de la composición inicial, se producen oscilaciones autosostenidas de la concentración de iones cerio y bromuro con una frecuencia del orden de 0,01 Hz.

## PRIGOGINE Y EL TIEMPO

La concepción del tiempo no es independiente de la cultura en que se está inserto. En aquellas muy vinculadas a la Naturaleza el ciclo anual tiene gran importancia y el tiempo se concibe como una rueda; por el contrario, la cultura judeocristiana introduce una linealidad del tiempo dirigida a la trascendencia (que la sociedad occidental ha mutado a una visión laica denominada *progreso*) de la que emerge una concepción del tiempo como flecha (flujo irreversible).

El tiempo, ignorado por la Termodinámica clásica, es una de las piedras angulares en los esquemas conceptuales y vitales de Prigogine, ya que para él tiempo y complejidad son conceptos que presentan relaciones intrínsecamente mutuas. Influida por la idea de Bergson, expuesta en *L'évolution créatrice*, de que "cuanto más profundamente se estudie la naturaleza del tiempo, mejor se comprende que el existir significa descubrimiento, creación de formas, continua elaboración de lo absolutamente nuevo", aborda el análisis de sistemas con alto grado de organización (cual son los seres vivos) donde los procesos irreversibles juegan un papel crucial. Por otra parte, al definirse Prigogine como alguien que da toda la importancia al futuro, parece adherirse a ese "tiempo que se divide en innumerables futuros" que imaginara Berges. Para Prigogine evolución y

eternidad se identifican desde el punto de vista de la dinámica, de tal modo que un mundo regido por las leyes de ésta se reduce a una afirmación inmutable de su propia identidad, modelada por el rígido determinismo inherente a trayectorias mecánicas, intrínsecamente reversibles, que no permiten distinguir entre pasado y futuro. Por el contrario, la concepción termodinámica es la de un universo que se degrada hacia un estado de equilibrio definido por la uniformidad asociada con la desaparición de cualquier gradiente. ¿Cabría objetar que el segundo principio de la Termodinámica es un determinismo alternativo, tan inexorable como el de la dinámica, que en lugar de las ecuaciones de movimiento, se remite a procesos que

anulan cualquier diferencia de presión, temperatura o composición química y conducen irreversiblemente a todo sistema aislado a un estado de equilibrio asociado con el valor máximo de la entropía?

No deja de ser un sarcasmo recordar solamente los estados inicial y final de un proceso tan netamente irreversible como una vida; más aun, tratándose de aquel a quien con toda justicia cabe atribuir la paternidad de la Termodinámica de no equilibrio. Para Ilya Prigogine el tiempo comenzó en Moscú el 25 de enero de 1917 y terminó en Bruselas el 28 de mayo de 2003, ¿qué difícil cuantificar el sentido de una vida!; sin embargo, me atrevo a formular un elogio para alguien que consagró su vida a la Ciencia:

*“si entre el mundo y los sentidos  
ha sembrado la riqueza  
de preguntas, matices,  
teorías, argumentos,  
si con ello ha desplegado  
libertad y belleza  
y me ha hecho habitar  
plenitudes y vértigos,  
si me ha sido un lenguaje  
para decir el infinito,  
si me ha dicho sobriamente  
leyes tan fructíferas,  
si en parte tan profunda  
de mí se ha convertido,  
¿cómo puedo llamar frialdad  
a la física?”<sup>1</sup>*

**Manuel Criado Sancho**  
Dpto. de Ciencias y Técnicas  
Fisicoquímicas

## Matemáticas y Finanzas

### INTRODUCCIÓN

¿Pueden los métodos matemáticos ayudar a la comprensión de las actividades financieras permitiendo desarrollar métodos de inversión y gestión eficientes? No hay duda de que así es, al menos en alguna medida. No es preciso recordar que la Aritmética se desarrolló impulsada por las actividades comerciales que se realizaban en las antiguas civilizaciones y que en los últimos siglos se han desarrollado unas Matemáticas Financieras que permiten realizar cálculos para la valoración de instrumentos financieros simples, tales como rentas o préstamos.

En todo caso, al contrario de lo que ocurría con la Ciencia y la Ingeniería, las Finanzas no necesitaban un alto grado de complejidad matemática. Esta situación parece haber cambiado radicalmente debido a que la llamada Economía Financiera ha sufrido espectaculares y profundas transformaciones en las últimas décadas desarrollando conceptos y métodos que tienen una amplia base matemática. Un análisis de la evolución de las Finanzas en las tres últimas décadas deja ver procedimientos financieros basados en Matemáticas más elaboradas. Así, de las simples progresiones aritméticas, las Finanzas actuales han pasado al Cálculo Estocástico, a los métodos de la Programación Dinámica y a las Ecuaciones en Derivadas Parciales. Sin duda, es uno de

los ejemplos más brillantes de la eficacia de la interdisciplinariedad. Las Matemáticas suministran un lenguaje adecuado para representar teorías financieras y herramientas eficaces para probar su validez. Pero es preciso notar que como tal instrumento, las Matemáticas Financieras no entran en consideraciones económicas estructurales sobre las causas que motivan el precio de un activo financiero. Su metodología es más abstracta que la de la Economía Financiera.

Hay dos aspectos fundamentales de las finanzas actuales que marcan la necesidad de matemáticas de mayor complejidad: En primer lugar, una parte del interés de la Economía Financiera está en los instrumentos financieros que tienen precios regulados por mercados y que consecuentemente están sometidos a incertidumbre. La cuantificación del riesgo obliga a introducir modelos de probabilidad. En segundo lugar, si bien los fenómenos financieros tienen en general una estructura discreta, los modelos matemáticos que hoy se utilizan en Finanzas, tienen frecuentemente estructura continua. Por ejemplo, en una bolsa de valores no se realizan transacciones de modo continuo. No obstante, los sistemas informáticos de contratación realizan un flujo de operaciones con intervalos de tiempo muy reducidos. Las finanzas modernas han introducido modelos basados en tiempo continuo que han permitido usar la tecnología de las ecuaciones diferenciales estocásticas (véase [3]). De este modo se han podido construir y analizar modelos continuos del comportamiento de los precios de un activo financiero y de sus activos derivados asociados.

<sup>1</sup> D. Jou, *Las escrituras del universo*, El Ciervo, Barcelona (2003).