

$$G'(f_x, f_y) = K \frac{\lambda^2 s'^2}{M^2} \text{rect} \left(\frac{\lambda f}{D} f_y \right) a \text{sinc} (\pi a f_y) \times \sum_p a \text{sinc} (\pi a f_x) e^{-2\pi i p d f_x}$$

donde han desaparecido todos los términos del sumatorio correspondiente a la exponencial de f_y , salvo el correspondiente a $q = 0$, ya que la rendija horizontal está centrada sobre el eje X .

Imagen filtrada

Conocida la función la función $G'(f_x, f_y)$, haciendo su transformada de Fourier inversa se determina la amplitud imagen filtrada $U(x', y')$:

$$U(x', y') = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G'(f_x, f_y) e^{i2\pi(x'f_x + y'f_y)} df_x df_y$$

La amplitud $U(x', y')$ que corresponde a la imagen filtrada de la rejilla es la transformada de Fourier inversa (TF⁻¹) de la función $G'(f_x, f_y)$ filtrada. La parte de la transformada de Fourier inversa del sumatorio en p nos hace retornar a la función escalón inicial según el eje X :

$$\text{TF}^{-1} \left\{ \sum_p a \text{sinc} (\pi a f_x) e^{-2\pi i p d f_x} \right\} = \sum_p \text{rect} \left(\frac{x - pd}{a} \right)$$

En cuanto a la parte correspondiente a la integración en f_y , tenemos lo siguiente:

$$\begin{aligned} \text{TF}^{-1} \left\{ \text{rect} \left(\frac{\lambda f}{D} f_y \right) a \text{sinc} (\pi a f_y) \right\} = \\ = \int_{-f_0}^{+f_0} a \text{sinc} (\pi a f_y) e^{i2\pi y f_y} df_y \end{aligned}$$

donde $f_0 = D/2\lambda f$ es la denominada frecuencia de corte para este filtrado porque el integrando es distinto de cero solamente en dicho intervalo, en el que se encuentran todas las frecuencias f_y que pasan.

Para los valores de los parámetros del experimento, el argumento de la función sinc es inferior a 0,25 radianes y ésta es prácticamente igual a la unidad en todo el intervalo de integración. Por lo tanto, obtenemos la siguiente expresión para esta parte de la transformada:

$$\text{TF}^{-1} \left\{ \text{rect} \left(\frac{\lambda f}{D} f_y \right) a \text{sinc} (\pi a f_y) \right\} = \int_{-f_0}^{+f_0} a e^{i2\pi y f_y} df_y$$

que es de integración inmediata, obteniéndose el siguiente valor de la integral:

$$\int_{-f_0}^{+f_0} a e^{i2\pi y f_y} df_y = a \text{sinc} (2\pi f_0 y_f)$$

donde la función sinc también es próxima a la unidad porque la coordenada y_f del plano focal imagen es muy pequeña (menor que $D/2$).

En resumen, la amplitud de la imagen filtrada será:

$$U(x', y') = 2Kf_0 a \frac{\lambda^2 s'^2}{M^2} \sum_p \text{rect} \left(\frac{x - pd}{a} \right)$$

que corresponde a una serie de bandas estrechas verticales como se puede ver en la Figura 8.

CONCLUSIÓN

Desde la época de Abbe y Porter se han venido perfilando las técnicas ópticas y matemáticas que han permitido comprender el fenómeno del filtrado óptico en toda su profundidad, aunque su aplicación práctica solo ha podido llevarse a cabo a finales del siglo XX con el enorme desarrollo que han experimentado las fuentes láser, los sistemas de detección y las técnicas informáticas.

Manuel Yuste Llandres,
Carmen Carreras Béjar
y Pedro Valera Arroyo
Dpto. de Física de los Materiales

Experimento histórico

La interferometría de neutrones

Feynman inicia el tercer volumen de sus "Lecciones de Física", dedicado a la mecánica cuántica, con una discusión del experimento de la doble rendija con partículas materiales. Para Feynman "este fenómeno encierra el corazón de la mecánica cuántica. En realidad contiene el único misterio". Y continúa: "Este experimento nunca se ha realizado exactamente de esta manera. El problema estriba en que el aparato tendría que construirse en una escala imposiblemente pequeña para mostrar los efectos

que nos interesan. Estamos haciendo un experimento mental, que hemos escogido porque es fácil de discutir".

Lo cierto es que, casi al mismo tiempo que Feynman decía esto, Claus Jönsson, en Tübingen, estaba realizando por primera vez este experimento, que dejaba así de ser un "experimento mental". Varios años más tarde, en 1974, el experimento sería refinado por Giorgio Merli, Giulio Pozzi y Gian Franco Missiroli, en Bolonia, y finalmente alcanzó su máxima sofisticación en el experimento realizado por Akira Tonomura *et al.* en 1989, en donde quedaba prácticamente asegurado que nunca había más de un electrón en vuelo. Posteriormente se han realizado experimentos de doble rendija con neutrones, átomos, moléculas simples e incluso con fullerenos C₆₀ y

C₇₀. (El artículo de Jonsson está reproducido en *American Journal of Physics* 42 (1974), pp. 4-11. El artículo de Tonomura *et al.* se publicó en *American Journal of Physics* 57 (1989), pp. 117-120.)

En todos estos experimentos se obtuvo un patrón de interferencia en perfecto acuerdo con las predicciones teóricas, lo que ponía directamente de manifiesto la naturaleza ondulatoria de las partículas. Pero, como Feynman decía, el aparato debía ser muy pequeño, de modo que la separación entre las rendijas era tan solo de algunas micras. Esto hacía imposible comprobar realmente otros aspectos de la discusión del “experimento mental”. Por ejemplo, Feynman insistía también en que si “espiábamos a las partículas” para averiguar por qué rendija habían pasado, el patrón de interferencia desaparecía, que es una consecuencia del principio de incertidumbre.

Sin embargo, existe otra forma de estudiar la interferencia de partículas que utiliza un análogo de un dispositivo bien conocido para estudiar la interferencia de la luz. Éste es el interferómetro de Mach-Zender (véase Figura 1). Un haz de luz (es decir, un haz de fotones) incide sobre una lámina semitransparente L_1 . Cada fotón tiene una probabilidad del 50% de ser reflejado y una probabilidad del 50% de ser transmitido a través de la lámina. Más tarde, tanto los fotones reflejados como los transmitidos son reflejados especularmente en sendos espejos E_1 , E_2 y reunidos en una segunda lámina semitransparente L_2 , tras la que hay dos detectores D_1 y D_2 . Si las partes reflejada y transmitida en la lámina L_1 llegan en fase a la lámina L_2 (es decir, si los caminos ópticos $L_1E_1L_2$ y $L_1E_2L_2$ son iguales) se reconstruye el haz original que se dirige al detector D_1 ; pero si las partes reflejada y transmitida llegan en oposición de fase, el fotón llega al detector D_2 . En los casos intermedios habrá una cierta probabilidad de alcanzar cada uno de los dos detectores, que depende de la diferencia de fase. Por ejemplo, si registramos los fotones que llegan al detector D_1 mientras vamos introduciendo en uno de los caminos una cuña transparente de espesor creciente (e índice de refracción $n > 1$), que da lugar a un alargamiento continuo del camino óptico, obtendremos una curva donde se van sucediendo máximos y mínimos.

En el caso de la interferencia óptica es fácil conseguir un haz monocromático y espejos apropiados para dirigir

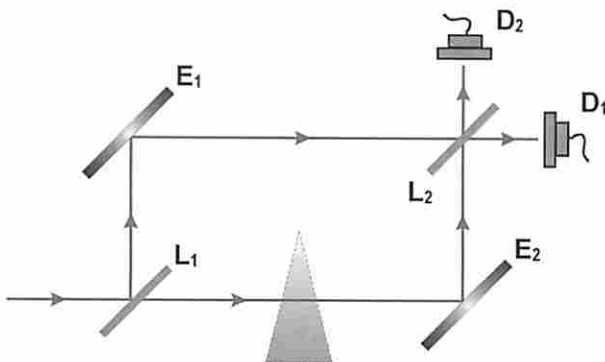


Figura 1.

los rayos de luz, pero ¿cómo puede construirse un interferómetro parecido para neutrones? Aquí viene en ayuda el hecho de que, para neutrones térmicos, las longitudes de onda asociadas,

$$\lambda = h/p = h/\sqrt{3mkT},$$

son del orden del angstrom, del mismo orden de las distancias interatómicas en una red cristalina. Por ello podemos utilizar el fenómeno de difracción de Bragg para dividir un haz de neutrones. Si un haz de neutrones incide en una rebanada de material cristalino, el haz se divide en dos por difracción en las capas perpendiculares a la rebanada: esto es lo que se llama difracción de Laue (véase Figura 2). Más exactamente, la onda plana que incide a un ángulo θ es de la forma $\exp i(k_x x - k_y y)$, siendo el eje X perpendicular a la rebanada y el eje Y paralelo a la misma. Si se cumple la condición $\lambda = 2a \sin \theta$, la componente $\exp i k_y y$ sufrirá difracción en las caras paralelas al eje X, lo que da lugar a una onda estacionaria de longitud de onda $\lambda_y = 2a$ que podemos considerar compuesta de dos ondas viajeras $\exp i k_y y$ y $\exp -i k_y y$. Por su parte, la componente $\exp i k_x x$ se propaga dentro de la rebanada. Cuando la onda sale, se separan las dos ondas viajeras que componían la onda estacionaria, de modo que ahora tenemos dos ondas $\exp i(k_x x + k_y y)$ y $\exp i(k_x x - k_y y)$, viajando a ángulos θ y $-\theta$ respecto a la normal a la rebanada.

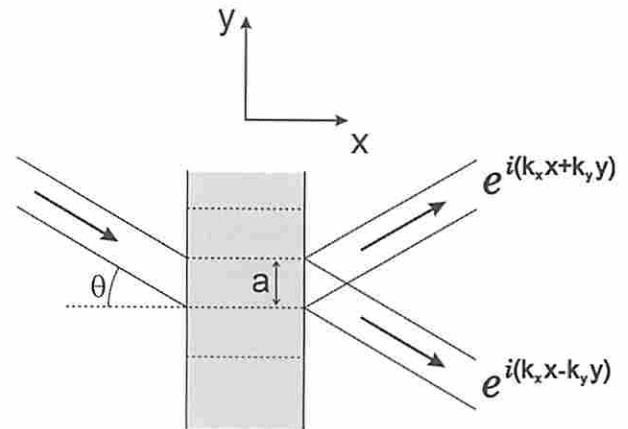


Figura 2.

Puesto que debe satisfacerse la condición $\lambda = 2a \sin \theta$, la difracción no sólo selecciona un ángulo sino que también selecciona una longitud de onda. Así, de la primera rebanada salen dos haces de neutrones a un ángulo θ respecto a la normal. Estos haces se dividen, a su vez, en una segunda rebanada. Finalmente, dos haces se juntan en una tercera rebanada tras la que hay dos detectores de neutrones (véase Figura 3).

Para que los haces se reconstruyan en la tercera rebanada es necesario evidentemente que el ángulo θ sea el mismo en las tres rebanadas, es decir, el paralelismo de

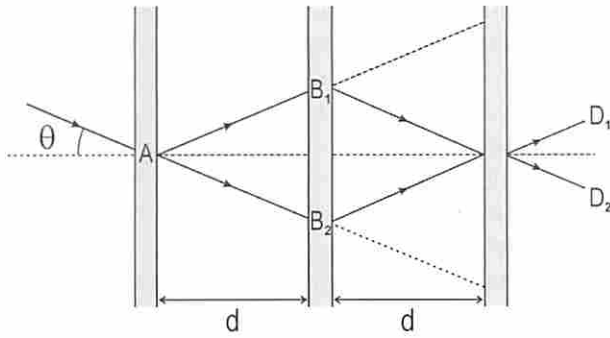


Figura 3.

las rebanadas debe ser perfecto (con un error menor que a), pese a que la distancia entre las rebanadas es de varios centímetros. Esto se consigue haciendo que las tres rebanadas formen parte de un mismo cristal sin defectos. En los años 70 la tecnología de crecimiento de cristales hacía posible obtener un cristal de silicio de forma cilíndrica de unos 10 cm. de largo y 4 cm. de diámetro. Bastaba con vaciar medio cristal dejando tres “orejas” para tener el interferómetro buscado (véase Figura 4). La distancia d entre oreja y oreja es de unos 4 cm y, teniendo en cuenta que el ángulo de difracción es de unos 20° , esto da una separación de los haces en la segunda rebanada de unos 3 cm. Por otra parte, dado que la velocidad de los neutrones térmicos,

$$v = \sqrt{3kT/m},$$

es del orden de 10^5 cm/s, el tiempo de vuelo de los neutrones dentro del interferómetro es de unos $50 \mu s$. Hay que evitar que durante este tiempo se produzcan perturbaciones que den lugar a variaciones del camino óptico y difuminen las franjas de interferencia.

¿Qué experimentos podemos realizar con este interferómetro? El hecho mismo de que la longitud de onda de los neutrones sea tan pequeña implica que también pueden detectarse diferencias minúsculas de camino óptico. Para empezar, es fácil colocar láminas de material transparente a los neutrones en una de las trayectorias para “alargar” el camino óptico y provocar una diferencia de fase a la llegada a D_1 . Pero hay una forma más interesante de provocar esta diferencia de fase. Hasta ahora hemos supuesto que el interferómetro esta-

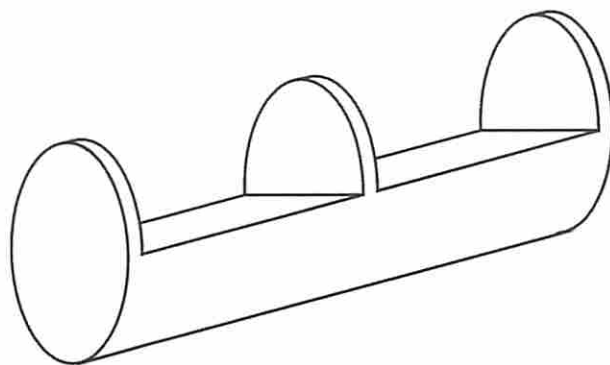


Figura 4.

ba en posición horizontal y las dos trayectorias posibles estaban a la misma altura. Supongamos, sin embargo, que se rota el interferómetro alrededor del eje AB_2 . Entonces, la trayectoria I consta de una parte horizontal AB_2 de longitud $L = d/\cos \theta$ y una parte inclinada B_2C también de longitud L . Asimismo, la trayectoria II consta de una parte inclinada AB_1 de longitud L y una parte horizontal B_1C de longitud L (véase Figura 5a). Las partes inclinadas son iguales y darán lugar a la misma fase, pero las partes horizontales están a alturas diferentes y, por lo tanto, los neutrones que sigan una de las trayectorias experimentarán un potencial gravitatorio distinto. La distancia entre AB_2 y B_1C es $L \sin 2\theta$, de modo que la diferencia de alturas entre las partes horizontales de ambas trayectorias es $\Delta h = L \sin 2\theta \sin \alpha$, siendo α el ángulo que forma el plano de las trayectorias con el plano vertical. Entonces, la diferencia de potencial gravitatorio entre las partes horizontales de ambas trayectorias es $\Delta V_g = mgL \sin 2\theta \sin \alpha$. Si ΔV_g es mucho menor que la energía cinética de las partículas (como sucede realmente), esta diferencia de potencial integrada a lo largo de los dos caminos da una diferencia de fase global:

$$\begin{aligned} \Delta\phi &= (1/\hbar) \int \Delta V_g dt = (1/\hbar) mgL \sin 2\theta \cos \alpha \Delta t = \\ &= (1/\hbar) mgL \sin 2\theta \cos \alpha \frac{Lm\lambda}{h} = \frac{2\pi m^2 g \lambda}{h^2} A \cos \alpha \end{aligned}$$

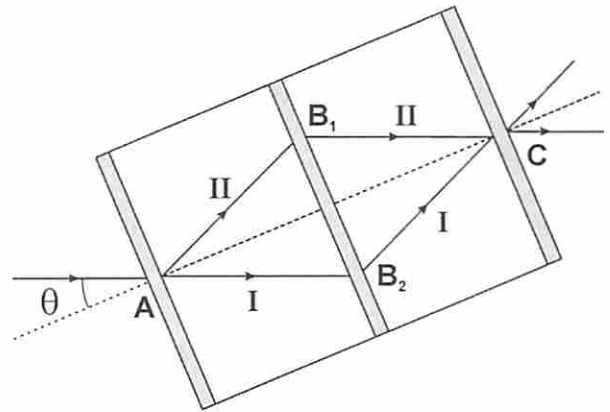


Figura 5a.

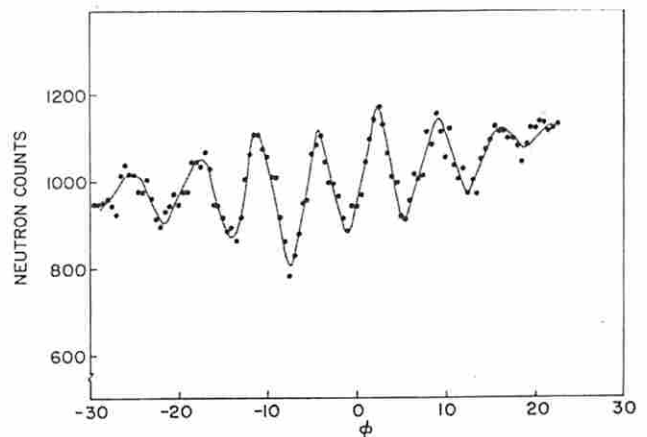


Figura 5b.

siendo $A = L^2 \sin 2\theta = 2d^2 \tan \theta$ el área encerrada por las dos trayectorias. Para los valores de d del interferómetro esto da lugar a una variación de unos 10 máximos y mínimos de la curva cuando el interferómetro se rota alrededor del eje desde $\alpha = -\pi/2$ a $\alpha = \pi/2$ (véase Figura 5b). Éste es el que se conoce como experimento COW por las iniciales de sus autores R. Colella, A. W. Overhauser y S. A. Werner, que lo llevaron a cabo en 1975 [*Physical Review Letters*, **34** (1975), 1472].

Hay que señalar que para ser más precisos deberíamos haber escrito $m_g m_i$ en lugar de m^2 puesto que en la expresión anterior aparece la masa gravitatoria m_g (en V_g) y la masa inerte m_i (en el momento $p = m_i v$). El principio de equivalencia afirma que $m_i = m_g$ pero esto solo había sido comprobado para cuerpos macroscópicos. Si se compara el valor $m_g m_i$ que se deduce del experimento COW con el valor m_i obtenido por espectroscopía de masas resulta $(m_g m_i)^{1/2} = m_i$ con gran exactitud. Así pues, el experimento COW constituye también la primera verificación del principio de equivalencia para partículas cuánticas.

Otro efecto detectable es el efecto Sagnac, o la diferencia de fase entre los caminos ópticos cuando el interferómetro está en rotación. El efecto Sagnac está bien comprobado en interferometría óptica: de hecho, es la base de los giróscopos ópticos actuales. (No deja de ser curioso que muchos de los adversarios de la relatividad utilizan este efecto para rebatirla cuando en realidad es perfectamente explicable por ésta). En el caso de las partículas, el efecto Sagnac se debe al acoplamiento entre la velocidad de rotación de la Tierra, ω , y el momento angular de las partículas respecto al eje de rotación de la Tierra. En el caso de los neutrones en un interferómetro, el potencial cuántico correspondiente apenas afecta a las trayectorias pero sí afecta a la fase de la función de onda cuántica. La diferencia de fase entre ambas trayectorias debida a este efecto es:

$$\Delta\phi = (4\pi m/h) \vec{\omega} \cdot \vec{A} = (4\pi m \omega L^2/h) \sin 2\theta \cos \alpha$$

siendo ahora α el ángulo que forma $\vec{\omega}$ con la normal al plano de las trayectorias. Esta diferencia de fase es menor que la debida al potencial gravitatorio y quedaría enmascarada por esta última. Por ello, lo que se hace es colocar el interferómetro de modo que el eje AB_2 esté ahora en posición vertical. Si ahora se gira el interferómetro respecto a este eje vertical no habrá variación de fase debido al campo gravitatorio (el sistema es simétrico respecto a la dirección de \vec{g}) pero sí habrá variación debida al efecto de rotación ya que varía el ángulo que forma $\vec{\omega}$ con el plano de las trayectorias. Este experimento fue llevado a cabo por J. Summhammer, G. Bauderek, H. Rauch y U. Kischko en 1980.

Estos experimentos anteriores muestran que los potenciales clásicos también afectan a las partículas cuánticas y que el principio de equivalencia es válido a este nivel cuántico. Pero quizá el aspecto más impor-

tante del interferómetro de neutrones es que permite poner de manifiesto la naturaleza propiamente cuántica del neutrón y, en particular, el significado físico del espín. El espín de una partícula nos dice cómo se transforma la función de onda de la partícula bajo rotaciones de la misma. En el caso de una partícula de espín $1/2$, como el neutrón, la fase de la función de onda cambia en $\phi/2$ cuando la partícula se rota un ángulo ϕ . Así, una rotación completa del neutrón cambia su fase en π , es decir, invierte el signo de la función de onda. Para recuperar la función de onda original necesitamos dar al neutrón un giro de 4π radianes, es decir, dos vueltas completas.

¿Cómo podemos girar el neutrón? Resulta que, pese a ser una partícula neutra, el neutrón tiene momento magnético y un momento magnético situado en el seno de un campo magnético uniforme experimenta un movimiento de precesión en torno a un eje en la dirección del campo externo. El ángulo girado en un tiempo t vale $\theta = g\omega_L t = g(\mu_0 B/\hbar)t$, siendo g la razón giromagnética del neutrón y $\mu_0 = e\hbar/2mc$ su momento magnético. Podemos entonces colocar un solenoide en uno de los caminos posibles de modo que los neutrones que sigan dicho camino atravesarán una región en la que existe un campo magnético uniforme (véase Figura 6a). Si esta región tiene una longitud l , el tiempo que tarda el neutrón en atravesarla es $t = l/v = l\lambda m/\hbar$, durante el cual el momento magnético precederá un ángulo $\theta = 2\pi g\mu_0 m\lambda B l/\hbar^2$. Así, variando B y l podemos variar la fase en una de las trayectorias. La figura de interferencia obtenida variando B muestra claramente este

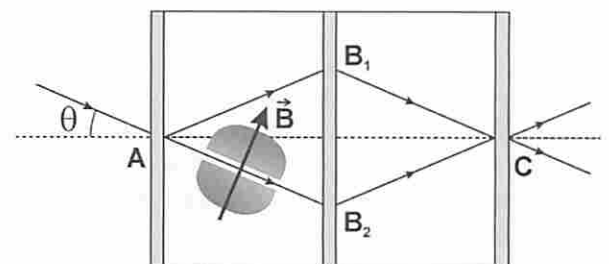


Figura 6a.

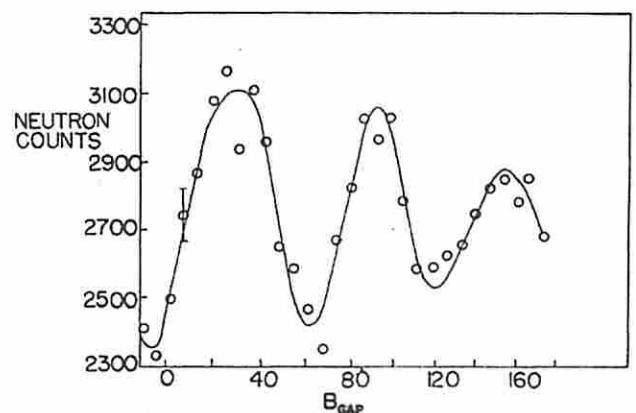


Figura 6b.

comportamiento. Los máximos o los mínimos de interferencia se repiten cuando $\theta = 4\pi$ (véase Figura 6b). En esta figura se representa B en el eje de abscisas, pero es inmediato traducir la escala a θ .

Esta misma propiedad nos permite “espíar” a los neutrones, tal como quería Feynmann. Supongamos que los neutrones que entran en el interferómetro están polarizados según el eje Z , estado de espín que representamos por $|\uparrow\rangle$. Ahora colocamos en una de las trayectorias (por ejemplo, la I) un solenoide que invierte el espín de los neutrones que siguen esa trayectoria, transformándolo en $|\downarrow\rangle$. Entonces, midiendo la polarización según el eje Z podemos saber qué trayectoria ha seguido el electrón. Por ejemplo, utilizando un detector que sólo detecte las partículas con polarización $|\uparrow\rangle$ sólo veremos las partículas que han seguido la trayectoria II y, por lo tanto, no veremos efectos de interferencia aunque varíemos la fase de las partículas que siguen la trayectoria I. Lo mismo sucederá si el detector sólo detecta partículas con polarización $|\downarrow\rangle$.

Supongamos, sin embargo, que utilizamos un detector que deja pasar las partículas con polarización horizontal. Recordemos que los dos estados de polarización vertical se pueden escribir como una combinación a partes iguales de los dos estados de polarización horizontal:

$$|\uparrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\rightarrow\rangle + |\leftarrow\rangle) \text{ y } |\downarrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\rightarrow\rangle - |\leftarrow\rangle).$$

Por lo tanto, un detector preparado para detectar partículas con polarización $|\rightarrow\rangle$ detectará el 50% de las par-

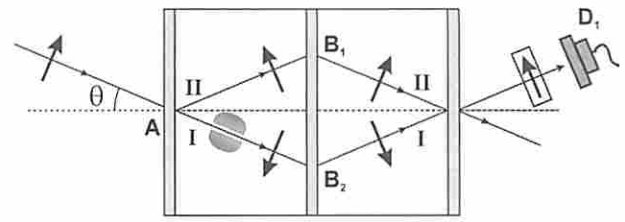


Figura 7.

tículas que siguen la trayectoria I y el 50% de las que siguen la trayectoria II, pero será incapaz de distinguir qué trayectoria ha seguido cada partícula. En este caso sí se ponen de manifiesto los efectos de interferencia. Este experimento fue realizado por J. Summhammer, G. Badurek, H. Rauch y U. Kischko en 1982.

Todos los experimentos descritos tienen un interés fundamentalmente teórico, al poner de manifiesto por primera vez aspectos cuánticos del comportamiento de las partículas que hasta entonces sólo se manifestaban de forma indirecta. Todos se basan en la posibilidad que ofrece el interferómetro para detectar mínimas variaciones en la fase de la función de onda de los neutrones. Esta misma posibilidad es la que hace que la interferometría de neutrones tenga importantes aplicaciones prácticas cuando se utilizan neutrones para sondear las propiedades de ciertos materiales.

J. Javier García Sanz
Dpto. de Física Fundamental

NUEVAS TECNOLOGÍAS EN LA ENSEÑANZA

Objetivo XXI: ética de la mirada

PREÁMBULO

El filósofo Emilio Lledó, presidente del Consejo creado para la Reforma de los Medios de Comunicación de Titularidad del Estado, afirma en el Informe elaborado para dicho Consejo: *“La necesidad de una reforma de los medios de comunicación responde, en parte a la continua queja de un buen sector de los televidentes que, aunque de una manera intuitiva e imprecisa, manifiestan su descontento ante la forma de ver el mundo que frecuentemente ofrecen los medios de comunicación y, sobre todo, la televisión. Este descontento y esta crítica no sólo procede de un sector de los usuarios sino, como es sabido, de sociólogos, filósofos, psicólogos, etc. (Bourdieu, Popper, Sartori, Enzensberger, Gabler, Postman, Anders, Hackl, y otros), que han planteado con inteligencia, en muchos casos, los problemas que arrastra la conquista de lo real por el mundo de los “fantasmas” de las apariencias”*.

Ahora bien, ¿quién ha creado ese mundo de lo no-real, ¿quién ha elaborado su imagen?, ¿quién ha dictado el guión que debía seguirse al pie de la letra? No resulta demasiado difícil responder la pregunta: el Poder económico.

ALGO DE HISTORIA

Podemos definir la televisión como un sistema de transmisión y reproducción simultánea de sonidos y de imágenes en movimiento a distancia, por medio de ondas electromagnéticas o por medio de corrientes eléctricas transmitidas por cable.

A finales del siglo XIX, en 1873, el norteamericano G.R. Carey, a partir del descubrimiento casual de las propiedades del selenio, cuya resistencia eléctrica varía por influencia de la luz, concibió la idea de utilizar una pantalla integrada por millares de células fotoeléctricas