100cias@uned
Facultad de Ciencias

N.º 8 (2015)
ISSN: 1989-7189

Vida científica

EFEMÉRIDES

TEORÍA DE LA DIFRACCIÓN DE FRESNEL: DOS SIGLOS DE ESPLENDOR DE LAS ONDAS LUMINOSAS

Una de las efemérides del Año Internacional de la Luz y de las Tecnologías basadas en la Luz [1] ha sido la formulación de la teoría de la difracción hace 200 años por Augustin Jean Fresnel (1788-1827). Es un buen momento para recordar los razonamientos y experimentos que llevaron a la Academia de Ciencias de París a concederle el Premio de 1818 por la interpretación ondulatoria del fenómeno de la difracción. Con este propósito se abordarán los siguientes aspectos de la cuestión:

- Se introducirá la teoría ondulatoria de Christian Huygens (1629-1695) y se formulará su principio de propagación para interpretar los fenómenos de reflexión y refracción de la luz, mencionando su controversia con la teoría corpuscular de Isaac Newton (1642-1727).
- Se formularán el principio de interferencia de las ondas luminosas de Thomas Young (1773-1829) y el principio de Huygens-Fresnel para la difracción, aplicándolo al análisis de figuras de difracción producidas por objetos de geometría sencilla.
- Se discutirá la objeción de Siméon Denis Poisson (1781-1840) a la teoría de Fresnel y la comprobación experimental que Dominique François Jean Arago (1786-1853) realizó ante el jurado, inclinando la balanza a favor de Fresnel.

PREÁMBULO HISTÓRICO

A mediados del siglo XVII se llevaron a cabo una serie de descubrimientos que influirían notablemente en las teorías sobre la naturaleza de la luz. El primer fenómeno de interferencias (llamado posteriormente *anillos de Newton*) fue descubierto simultáneamente por Robert Boyle (1627-1691) y Robert Hooke (1635-1703). Éste último observó también la presencia de luz en la sombra geométrica de un objeto, es decir, la *difracción* de la luz. Sin embargo, la primera referencia a este fenómeno se debe a Francesco Maria de Grimaldi (1618-1663) y fue publicada en 1665, poco después de su muerte. Al observar la luz que, procedente de una fuente luminosa, atravesaba una pequeña abertura se percató de que la transición entre la luz y la sombra era progresiva y no abrupta, como tendría que ser si la luz se propagase sólo en línea recta. Si la calidad de la fuente luminosa que utilizó hubiese sido mejor habría podido observar resultados mucho más sorprendentes todavía, tales como la aparición de franjas brillantes y obscuras extendiéndose bastante más allá de la zona correspondiente a la sombra geométrica de la abertura.

Estos resultados condujeron a Grimaldi a pensar que la noción de rayo luminoso, que permitía explicar correctamente las leyes de la reflexión y de la refracción, no era suficiente. Con relación a esto escribió:

> "*Existe un cuarto modo de propagación de la luz, la propagación por difracción, distinta de los tres modos conocidos hasta ahora: propagación directa, reflexión y refracción*".

Con objeto de interpretar estos fenómenos, Grimaldi se inclina por una teoría en la que hace intervenir el éter: *La luz es un fluido que se mueve con extrema velocidad, y de modo a veces vibratorio, a través de los cuerpos transparentes.*

Hooke fue el primero en adoptar un punto de vista ondulatorio, según el cual la luz consiste en rápidas vibraciones que se propagan instantáneamente (o a una velocidad muy grande) a cualquier distancia. El carácter ondulatorio de la propagación de la luz es provocado por la agitación del medio. Esta agitación se propaga por medio de pulsaciones uniformes, perpendiculares a la dirección de propagación.

TEORÍA ONDULATORIA DE HUYGENS

Hacia finales del siglo XVII, en 1690, Huygens publica su *Tratado de la luz* [2], en el que la describe como un movimiento de la materia que se encuentra entre nosotros y el cuerpo luminoso. Más adelante precisa que la luz es análoga al sonido y, por lo tanto, se propaga en un medio (el éter) necesariamente material.

El principio de la propagación consiste en suponer que todo punto de un medio al que llega una perturbación luminosa (onda primaria) puede ser considerado como la fuente de una nueva perturbación que se propaga en forma de ondas esféricas. Estas ondas secundarias se combinan de tal manera que su envolvente determina el frente de ondas en todo instante posterior (Figura 1).

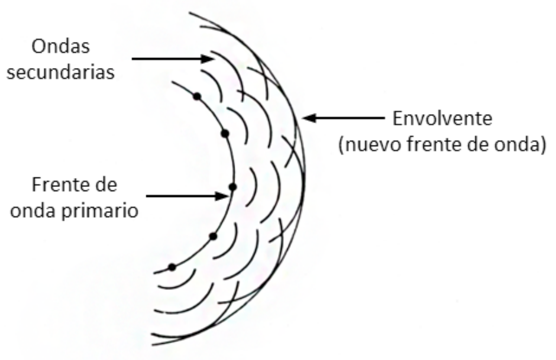

Figura 1. Construcción de la envolvente de Huygens en el caso de un frente de onda esférico.

Veamos cómo se aplica este principio al caso de las ondas planas. Supongamos una onda plana que se propaga de izquierda a derecha (Figura 2). Cuando el frente de onda está en el plano 1, los puntos *A* y *B* emiten ondas esféricas. Si el espacio es isótropo éstas se propagan a la misma velocidad de manera que en el mismo intervalo de tiempo las ondas secundarias han alcanzado los puntos *A'* y *B'* del plano 2 respectivamente. Los puntos *A'* y *B'* reciben ondas secundarias elementales de todos los demás puntos del frente de onda 1 y, por tratarse de un plano, que tiene extensión infinita, la suma de todas esas ondas elementales es la misma en ambos. La envolvente de las ondas secundarias será, por lo tanto, también una onda plana con la misma amplitud máxima que en el plano 1. De esta manera se puede reconstruir el frente de onda en todo instante posterior.[1]

A este procedimiento se le denomina *construcción de la envolvente* de Huygens y con él se pueden explicar perfectamente las leyes de la reflexión y la refracción, pero hay que suponer que la velocidad de propagación de la luz en los medios materiales es inferior a la que tiene en el vacío y que cuanto más refringente es un medio (mayor índice de refracción) menor es la velocidad de propagación de la luz en él, contrariamente a lo que sucede en la teoría corpuscular de Newton [3].

[1] La onda plana es, por supuesto, un caso ideal, puesto que, debido a la extensión infinita del frente de onda, la energía que corresponde a cualquier onda plana de amplitud no nula es infinita.

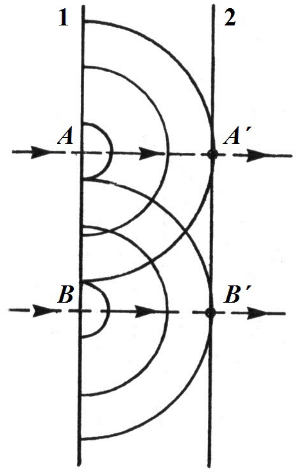

Figura 2. Construcción de la envolvente de Huygens en el caso de un frente de onda plano.

PRINCIPIO DE INTERFERENCIAS DE YOUNG

Por la general aceptación de la teoría corpuscular, la teoría ondulatoria quedó relegada hasta principios del siglo XIX en que Young, Arago y Fresnel interpretaron teórica y experimentalmente todos los fenómenos de interferencias, difracción y polarización de la luz.

El primer paso en este sentido lo constituyó el principio de interferencias enunciado por Young en 1802 en Philosophical Transactions [4]:

> "*Cuando dos partes de la misma luz alcanzan el ojo por dos caminos diferentes de direcciones muy próximas, la intensidad es máxima si la diferencia de los caminos recorridos es múltiplo de una cierta longitud y mínima en el estado intermedio*".

Vamos a intentar expresar en el lenguaje actual este enunciado. Para ello nos basamos en el famoso experimento de la doble rendija (Figura 3).

Supongamos que sobre el plano de las dos rendijas incide una onda plana:

- "*Cuando dos partes de la misma luz*" significa que las ondas secundarias que emergen de 1 y 2 están en fase.
- "*alcanzan el ojo por dos caminos diferentes de direcciones muy próximas*" significa que los ángulos θ_1 y θ_2 son prácticamente iguales: $\theta_1 \cong \theta_2 \cong \theta$.
- "*la intensidad es máxima si la diferencia de los caminos recorridos es múltiplo de una cierta longitud*

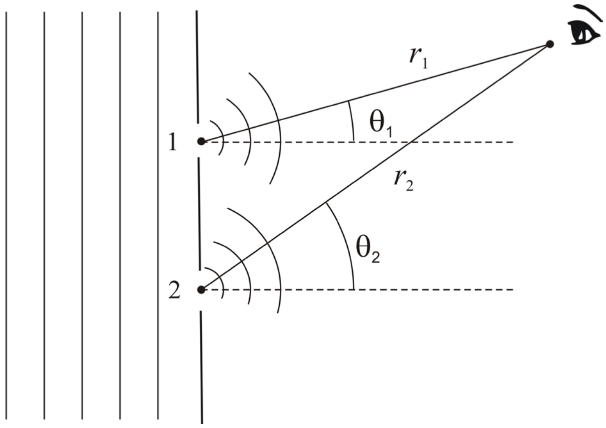

Figura 3. Esquema del experimento de la doble rendija.

y mínima en el estado intermedio". La intensidad es el promedio temporal del cuadrado de la suma de las amplitudes $\boldsymbol{E}_1$ y $\boldsymbol{E}_2$ de las ondas:

donde δ es su desfase, debido a la diferencia de caminos ópticos recorridos desde las rendijas 1 y 2

$$I \propto \left\langle \left| \boldsymbol{E}_1 + \boldsymbol{E}_2 \right|^2 \right\rangle = \left\langle \left| \boldsymbol{E}_1 \right|^2 \right\rangle + \left\langle \left| \boldsymbol{E}_2 \right|^2 \right\rangle + 2\left\langle \boldsymbol{E}_1 \cdot \boldsymbol{E}_2 \right\rangle \cos\delta \quad (1)$$

hasta el ojo (punto **P**). Los dos primeros términos corresponderían a la intensidad que produciría cada onda por separado y son positivos siempre. El tercero, en el que aparece un producto escalar y el desfase entre las ondas, puede ser positivo o negativo y es el responsable de la interferencia; se conoce como *término interferencial*.

De la Figura 3 se deduce que el desfase δ tiene la siguiente expresión:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda}\left(r_2 - r_1\right)$$

Los valores de la intensidad serán máximos cuando el coseno del desfase sea 1 (que corresponde a múltiplos enteros de 2π) y mínimos cuando sea –1 (múltiplos impares de π); es decir, la intensidad es máxima cuando la diferencia de caminos ($r_2 - r_1$) es un múltiplo de una cierta longitud λ, que hoy llamamos *longitud de onda*, y mínima en los valores intermedios:

Máximos: $r_2 - r_1 = m\lambda, (m+1)\lambda, (m+2)\lambda, \ldots$

Mínimos: $r_2 - r_1 = (m + 1/2)\lambda, (m + 2/3)\lambda, \ldots$

Sus expresiones son:

$$I_{\max} \propto \left\langle \left| \boldsymbol{E}_1 \right|^2 \right\rangle + \left\langle \left| \boldsymbol{E}_2 \right|^2 \right\rangle + 2\left\langle \boldsymbol{E}_1 \cdot \boldsymbol{E}_2 \right\rangle$$

$$I_{\min} \propto \left\langle \left| \boldsymbol{E}_1 \right|^2 \right\rangle + \left\langle \left| \boldsymbol{E}_2 \right|^2 \right\rangle - 2\left\langle \boldsymbol{E}_1 \cdot \boldsymbol{E}_2 \right\rangle$$

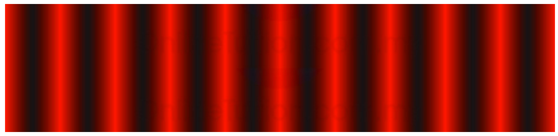

Figura 4. Distribución de intensidad en la interferencia de una doble rendija.

En el caso en que las amplitudes $\boldsymbol{E}_1$ y $\boldsymbol{E}_2$ de las ondas sean iguales, $I_{\min} = 0$, lo que hizo exclamar a Arago: *La luz añadida a la luz puede producir la obscuridad* (Figura 4).

Al hacer experimentos de interferencias con luz polarizada, Arago y Fresnel encontraron en 1816 que dos rayos polarizados en direcciones perpendiculares entre sí no interferían. Young, que tenía noticias de este descubrimiento por Arago, encontró la clave que daba la solución: *Las vibraciones luminosas son transversales.*

Esto significa que el producto escalar de las amplitudes $\boldsymbol{E}_1$ y $\boldsymbol{E}_2$ que aparece en la expresión (1) se anula y, por lo tanto, no existe término interferencial y la intensidad es la suma de las dos intensidades de las ondas que provienen de cada una de las rendijas (sin que interfieran).

A partir de estos nuevos conceptos se desarrollaron una serie de experimentos que permitieron explicar los colores que aparecen en las láminas delgadas (*anillos de Newton*) y asociar a cada uno de ellos una longitud de onda característica.

TEORÍA DE LA DIFRACCIÓN DE FRESNEL

Dos fieles seguidores de la teoría corpuscular, Pierre Simon Laplace (1749-1827) y Jean-Baptiste Biot (1774-1862), propusieron la difracción como tema para el Premio de la Academia de Ciencias de París del año 1818. Con ello esperaban llegar al triunfo definitivo de la teoría corpuscular. Sin embargo sus esperanzas se vieron defraudadas cuando, a pesar de una fuerte oposición, el Premio fue otorgado a Fresnel, cuya explicación del fenómeno estaba basada en la teoría ondulatoria. Éste fue el principio de una serie de investigaciones que en muy pocos años dieron al traste con la teoría corpuscular [5].

Principio de Huygens-Fresnel

Lo esencial del trabajo de Fresnel consiste en una síntesis de la construcción de la envolvente de Huygens y del principio de interferencias de Young, que se enuncia como sigue:

"Las vibraciones de una onda luminosa en cualquiera de sus puntos se pueden considerar como la suma de los movimientos elementales que le llegan en el mismo instante, por la acción separada de todas las porciones de la onda no obstruida considerada en una de sus posiciones anteriores".

Expresemos en lenguaje actual este enunciado de Fresnel. Para ello nos basamos en el esquema de la Figura 5 correspondiente a la difracción producida por una rendija.

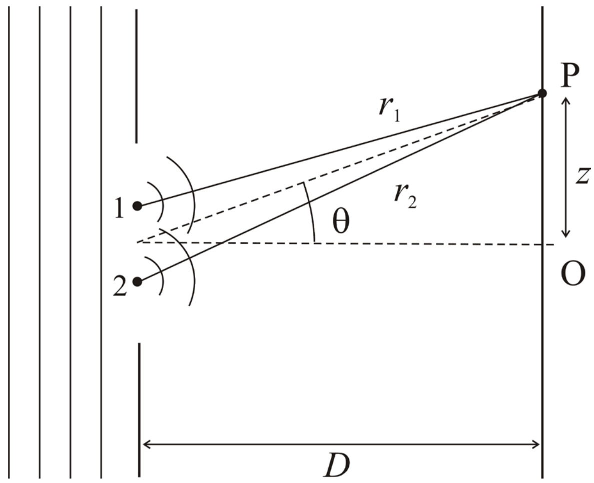

Figura 5. Esquema del experimento de la difracción por una rendija.

Supongamos que sobre el plano de la rendija incide una onda plana:

- "*Las vibraciones de una onda luminosa en cualquiera de sus puntos*" se refiere a la onda difractada que alcanza el punto **P** de la pantalla de observación.
- "*se pueden considerar como la suma de los movimientos elementales que le llegan en el mismo instante*" quiere decir que en el punto **P** se suman todas las contribuciones de las ondas secundarias que emergen de los distintos puntos de la rendija. En el lenguaje actual "elementales" significa elementos diferenciales de la amplitud: dE.
- "*por la acción separada de todas las porciones de la onda no obstruida considerada en una de sus posiciones anteriores*" quiere decir que cada contribución elemental (dE) comporta una amplitud elemental y una fase, y la suma de todas las contribuciones de los infinitos puntos de la rendija proporciona la amplitud del campo en el punto **P** con la fase correspondiente. Un poco más adelante se explicitan los cálculos matemáticos.

Aplicación de la teoría de Fresnel a la difracción por objetos de geometría sencilla

Apliquemos el principio de Huygens-Fresnel a la propagación de una onda plana que atraviesa una rendija estrecha (Figura 5). El problema que se plantea es saber cuánto vale la amplitud de la onda luminosa en el punto **P** en el instante t. Según Fresnel ésta es la suma de todas las pequeñas ondas secundarias que llegan a dicho punto provenientes del trozo de frente de onda que deja pasar la rendija. Cuando el frente de onda llega al plano de la rendija, de los puntos **1** y **2** salen vibraciones que están en fase y sus amplitudes iniciales elementales son iguales por tratarse de un onda plana: $dE_1 = dE_2 = dE$, pero como se propagan como ondas esféricas (según el principio de Huygens) las amplitudes decrecen con la distancia, de manera que al llegar al punto **P** serán proporcionales a dE/r_1 y dE/r_2. Cuando la distancia D entre el plano de la rendija y la pantalla es muy grande comparada con la anchura a de la misma y con las coordenadas z de los puntos genéricos **P** al centro de la pantalla, las distancias r_1 y r_2 son muy parecidas y podemos hacer la siguiente aproximación para las amplitudes elementales (*aproximación de Fraunhofer*): $dE/r_1 \cong dE/r_2 \cong dE/D$.

Para ver qué sucede con las fases de las ondas fijémonos primero en cómo se suman en el punto **O** de la pantalla, que equidista de los puntos **1** y **2**. Las ondas que parten en fase de dichos puntos alcanzan **O** al mismo tiempo, por lo tanto continuarán teniendo la misma fase.

Las ondas que han salido al mismo tiempo de **1** y **2** no llegarán simultáneamente a cualquier otro punto **P** de la pantalla que no sea el punto **O**, por lo que no se podrán sumar en él. Las que sí pueden hacerlo son aquellas que provenientes de **1** y **2** llegan al mismo tiempo a **P**. Es decir, las que salieron de **1** y **2** en instantes de tiempo distintos, t_1 y t_2, tales que al sumarle a cada uno de ellos el tiempo que tardan las ondas en recorrer las distancias **1P** y **2P** reproducen el instante t en que se hace la observación. Es decir:

$$t_1 + \frac{r_1}{c} = t \quad ; \quad t_2 + \frac{r_2}{c} = t$$

Las fases de estas ondas en el punto **P** y en el instante t son las que tenían en los puntos **1** y **2** en los instantes anteriores t_1 y t_2. Esto es:

$$\omega t_1 = \omega t - kr_1 \quad ; \quad \omega t_2 = \omega t - kr_2$$

donde $k = 2\pi/\lambda$ es el llamado número de onda. Las ondas que se suman en **P** en el instante *t* serán, por consiguiente, proporcionales a:

$$\frac{dE}{r_1}\cos\left(\omega t - kr_1\right) + \frac{dE}{r_2}\cos\left(\omega t - kr_2\right)$$

La diferencia de fase entre las ondas que llegan a **P** en el mismo instante es:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda}\left(r_2 - r_1\right)$$

Aunque $r_2 - r_1$ es muy pequeña (del orden de la décima de milímetro), también lo es λ (en el caso de la luz visible: entre 0,4 μm y 0,8 μm) y, por consiguiente, al contrario que en el caso de las amplitudes, no se pueden igualar las fases.

Distribución de intensidad en la figura de difracción

Para la determinación de la amplitud *E* de la onda resultante en el punto **P** es necesario saber cuál es la diferencia de fase con que llegan las ondas elementales que proceden de todos los puntos de la rendija e integrar en toda su anchura *a*. Para ello, Fresnel y otros matemáticos posteriores desarrollaron ingeniosos métodos de cálculo aproximado que permitieron obtener la distribución de intensidad de la difracción para muchos objetos difractantes de geometría sencilla. Hoy en día, con el desarrollo de los métodos de cálculo y la utilización de la informática, se pueden determinar estas distribuciones de intensidad para cualquier obstáculo. En el caso de la rendija estrecha en la aproximación de Fraunhofer se obtiene la siguiente expresión analítica para la distribución de intensidad:

$$I = I_0\left[\frac{\text{sen }\alpha}{\alpha}\right]^2 \quad ; \quad \alpha = \frac{\pi}{\lambda} a \text{ sen } \theta$$

donde I_0 es la intensidad en el centro de la pantalla de observación y el argumento α, independiente del tiempo, depende de la anchura *a* de la rendija, de la longitud de onda λ de la radiación y del seno del ángulo θ de difracción, es decir, de la posición del punto **P** sobre la pantalla. Al interrumpir la rendija una parte del frente de onda plano perturba su propagación y en la pantalla ya no se recoge una onda plana. A este fenómeno se le denomina difracción.

La distribución de intensidad está representada en la parte superior de la Figura 6. Presenta un máximo cuando el ángulo de difracción es nulo (centro de la pantalla)

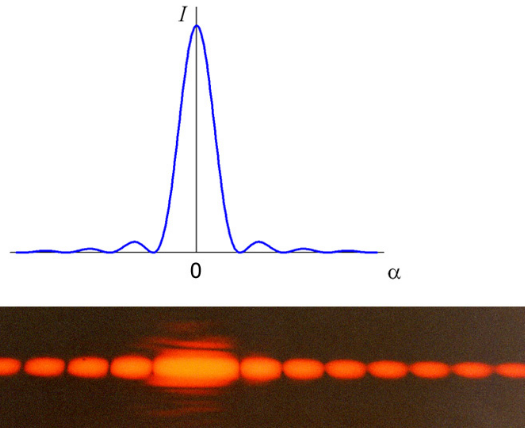

Figura 6. Perfil de intensidad de la figura de difracción producida por una rendija (arriba); figura de difracción producida por una rendija con un láser de He-Ne *rojo (abajo).*

y a derecha e izquierda de él, máximos y mínimos correspondientes a distintas posiciones de observación.

El primer mínimo de difracción se produce cuando el argumento α es igual a $\pm\,\pi$, de donde deducimos la expresión de la anchura *a* de la rendija en función de λ, *D* y *z*:

$$\pm\pi = \frac{\pi}{\lambda} a \text{ sen } \theta_1 \Rightarrow a = \frac{\lambda}{\text{sen } \theta_1} \Rightarrow a = \frac{\lambda D}{z_1}$$

Por ejemplo, si $D = 1$ m y $\lambda = 0{,}5$ μm, y encontramos el primer mínimo de difracción en $z_1 = 1$ cm, la anchura de la rendija resulta ser $a = 50$ μm. Lo más destacable de este cálculo es que si conocemos la longitud de onda de la radiación y medimos la posición de los mínimos sobre la pantalla, podemos determinar la anchura de una rendija. Esto es, midiendo con una regla graduada en centímetros accedemos al tamaño de objetos micrométricos.

Cuanto más pequeño es el tamaño de los objetos difractantes mayor es la distancia que se observa entre mínimos, es decir, más se extiende la figura de difracción. Con la rendija utilizada en el ejemplo anterior se obtiene una mancha central de 2 cm. Si la rendija tuviera una anchura de sólo 5 μm, la mancha central de la figura de difracción sería aproximadamente diez veces mayor, es decir, de 20 cm.

Si en lugar de una rendija se coloca un agujero o un pequeño rectángulo, los fenómenos que tienen lugar son los mismos pero varía la distribución de intensidad conforme la simetría del objeto difractante.

El punto brillante de Poisson

Poisson, partidario de las teorías corpusculares y miembro del jurado, dedujo, siguiendo el razonamiento de

Fresnel, que en el centro de la sombra de un pequeño disco circular debería aparecer una mancha brillante, puesto que en dicho punto las onditas elementales procedentes del borde del disco se sumarían en fase (interferencia constructiva), lo cual parecía absurdo. Arago confirmó experimentalmente la existencia de dicho punto (conocido como *punto de Poisson*, Figura 7) y el jurado concedió el Premio a Fresnel por su interpretación ondulatoria de la difracción.

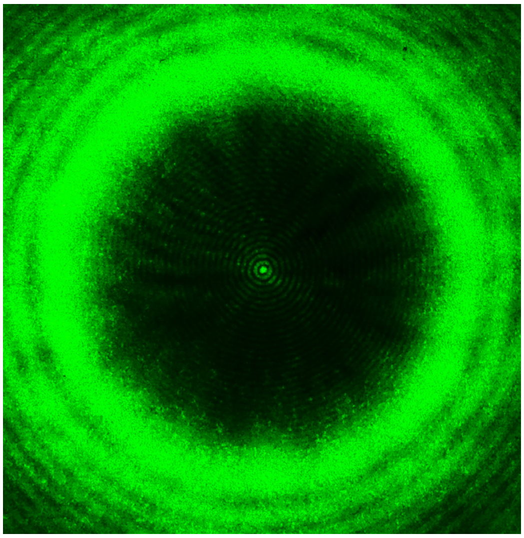

Figura 7. Punto de Poisson obtenido con un puntero láser verde que ilumina un disco opaco de 1 cm *de diámetro.*

CONCLUSIONES

La celebración del Año Internacional de la Luz ha permitido dar la importancia que se merece a la teoría de la difracción, no sólo en el campo de la Óptica sino por sus contribuciones al avance general de la Ciencia.

El uso de la difracción para la determinación del tamaño de objetos microscópicos ha sido ampliamente desarrollado en Física, Química y Biología. Así se trabaja, por ejemplo, con el microscopio electrónico, con la difracción de rayos X para determinar distancias interatómicas en los cristales (tamaño de átomos y moléculas), con la difracción de neutrones,... Todos estos métodos han contribuido de manera esencial al conocimiento de la estructura de la materia.

Por otra parte, gracias a experimentos de difracción se ha podido asociar un comportamiento ondulatorio no sólo a la luz, sino también a las partículas atómicas y subatómicas (electrones, neutrones, átomos,...). Además, Werner Karl Heisenberg (1901-1976) utilizó la difracción para calcular las relaciones de incertidumbre [6], es decir, la difracción ha estado en el centro del debate onda-partícula de la Mecánica Cuántica.

Finalmente, el estudio de la difracción es un magnífico ejemplo para poner en evidencia la importancia de la experimentación para corroborar y establecer una teoría física.

REFERENCIAS

[1] Página web del IYL2015: http://www.light2015.org/Home/About/Latest-News/March2015/ SLL-Fresnel-Lecture.html (consultada en marzo de 2016).

[2] Huygens, C.: *Traité de la lumière: où sont expliquées les causes de ce qui luy arrive dans la reflexion, & dans la refraction, et particulièrement dans l'étrange refraction du Cristal d'Islande*, Chez Pierre vander Aa, marchand libraire, Leide (1690).

[3] Carreras, C. y Yuste, M. (autores), Viejo, R. (realizadora). Vídeo educativo (CEMAV-UNED, 1995): "La luz a través de la Historia. II: El siglo de las ondas" (16:06 min). Los interesados pueden visualizarlo en las siguientes direcciones: https://canal.uned.es/mmobj/index/id/9113 o https://www.youtube.com/watch?v=4ERIpzynyEo (consultadas en marzo de 2016).

[4] Young, T.: *The Bakerian Lecture: On the Theory of Light and Colours*, Phil. Trans. R. Soc. Lond. 92, 12-48 (1802).

[5] *Œuvres complètes d'Augustin Fresnel: Théorie de la lumière*, ebook (gratuito): https://books.google.fr/books/about/%C5%92uvres_compl%C3%A8tes_d_Augustin_Fresnel_Th.html?id=3QgAAAAAMAAJ&hl=es (consultado en febrero de 2016).

[6] Heisenberg, W.: *Les Principes Physiques de la Théorie des Quanta* (Gauthier-Villars, Ed., Paris, 1957), Chap. II.

Carmen Carreras Béjar
Manuel Yuste Llandres
Dpto. de Física de los Materiales