

## EFEMÉRIDES

CENTENARIO DE LA EMISIÓN ESTIMULADA:  
EL ORIGEN DEL LÁSER

Hace 100 años que Albert Einstein introdujo en la Física el concepto de *emisión estimulada* [1]. Con esta efeméride queremos rendirle un modesto homenaje por haber introducido este mecanismo de transición entre los niveles energéticos de los átomos, que tanta importancia ha tenido en espectroscopía y en el desarrollo de las fuentes de luz láser.

EL GAS MONOATÓMICO EN EQUILIBRIO  
CON LA RADIACIÓN

Supongamos que tenemos un gas monoatómico en equilibrio con una radiación de frecuencia  $\nu$  y de densidad de energía  $u_\nu$ , a la temperatura  $T$  [2]. A finales del siglo XIX, Wilhelm Wien proporcionó una fórmula que daba cuenta de la densidad de energía  $u_\nu$ , emitida por un cuerpo negro para frecuencias altas:

$$u_\nu = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} e^{-h\nu/kT} \quad (1)$$

Aunque esto permite determinar con cierta precisión la temperatura  $T$  de la superficie radiante a partir del máximo de la curva de emisión, fracasa en la interpretación de los valores de  $u_\nu$ , para frecuencias bajas.

En 1900 Max Planck encontró otra fórmula para  $u_\nu$ , que fue corroborada experimentalmente por Heinrich Rubens:

$$u_\nu = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} \quad (2)$$

En la Figura 1 se puede ver el perfecto ajuste de la curva de Planck a los datos experimentales de la radiación del fondo de microondas<sup>1</sup>, así como la discrepancia de la fórmula de Wien para bajas frecuencias. Para la obtención de su fórmula, Planck empleó una serie de razonamientos de la Mecánica Estadística de Ludwig Boltzmann y tuvo necesidad de introducir la hipótesis de la cuantificación de la energía radiante (los *quanta*). En

<sup>1</sup> En la actualidad constituye la curva de emisión de un cuerpo negro determinada experimentalmente con mayor precisión.

1916 Einstein se propuso obtener esta fórmula utilizando las nuevas ideas que Niels Bohr había introducido sobre los niveles estacionarios de los átomos y sobre las transiciones entre ellos, aplicando a dichos niveles la estadística de Boltzmann.

Si suponemos que el gas monoatómico está constituido por átomos que tienen solamente dos niveles de energía,  $\mathcal{E}_1$  y  $\mathcal{E}_2$  ( $\mathcal{E}_2 > \mathcal{E}_1$ ), y que  $N_1$  y  $N_2$  son los respectivos números de átomos por unidad de volumen, la estadística de Boltzmann nos proporciona la siguiente relación:

$$N_2 = N_1 e^{-h\nu/kT} \quad ; \quad \text{con} \quad h\nu = \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1 > 0 \quad (3)$$

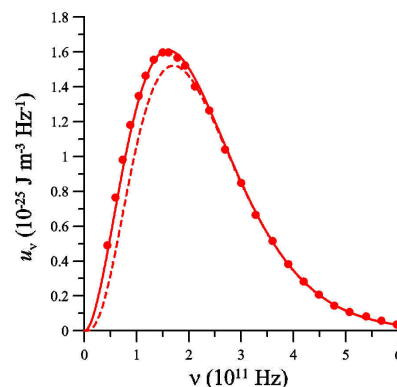


Figura 1. Densidad de energía en función de la frecuencia para la radiación de fondo. (Experimental: puntos rojos; Planck: trazo continuo; Wien: trazo discontinuo).

El equilibrio térmico entre la radiación y el conjunto de átomos es dinámico, lo que quiere decir que se están produciendo continuamente transiciones entre los niveles atómicos sin que cambie ni la distribución global de los átomos en los niveles ni la densidad de energía  $u_\nu$  de la radiación. Es decir, el número de transiciones del nivel  $\mathcal{E}_2$  hacia el  $\mathcal{E}_1$  (*emisiones*) ha de ser el mismo que el de  $\mathcal{E}_1$  hacia  $\mathcal{E}_2$  (*absorciones*).

Las emisiones (que en aquella época sólo se consideraban espontáneas) se producen sin el concurso de la radiación electromagnética, por lo que la probabilidad  $A$  de que se produzca una emisión espontánea desde el nivel  $\mathcal{E}_2$  hacia el nivel  $\mathcal{E}_1$  depende solamente de la frecuencia  $\nu$ . Esto quiere decir que el número  $a_{21}$  de emisiones espontáneas por unidad de volumen entre dichos niveles debe ser proporcional al número  $N_2$  de átomos en el nivel  $\mathcal{E}_2$ :

$$a_{21} = A N_2 \quad (4)$$

Por el contrario, la probabilidad de que se produzca la absorción de un cuanto  $h\nu$  pasando el átomo del nivel  $\mathcal{E}_1$  al  $\mathcal{E}_2$  no depende solamente de la frecuencia sino también de la densidad  $u_\nu$  de la radiación:  $Bu_\nu$ . Por lo tanto, el número  $b_{12}$  de absorciones del nivel  $\mathcal{E}_1$  hacia el nivel  $\mathcal{E}_2$  por unidad de volumen es:

$$b_{12} = Bu_\nu N_1 \quad (5)$$

Igualando emisiones y absorciones y utilizando la relación entre  $N_1$  y  $N_2$  se obtiene la densidad de radiación en el equilibrio térmico:

$$u_\nu = \frac{A}{B} e^{-h\nu/kT} \quad (6)$$

Esta fórmula no coincide con la proporcionada por Planck. Se asemeja a la obtenida por Wien si se admite que el cociente  $A/B$ , que tiene en cuenta la relación entre el número de emisiones y el de absorciones, depende del cubo de la frecuencia, es decir:

$$\frac{A}{B} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \quad (7)$$

En estas condiciones se ha dibujado la curva de trazo discontinuo de la Figura 1 que, como ya hemos dicho, no se ajusta bien a los datos experimentales. Einstein, con su genial intuición, supuso que podía ser debido a que no se habían tenido en consideración las emisiones estimuladas por la presencia de radiación. Cuando un átomo se encuentra en uno de sus estados estacionarios, la radiación puede perturbarlo de manera que su evolución posterior puede conducirlo hacia otro estado estacionario. En el proceso de absorción se supone que el estado final tiene una energía mayor que el inicial porque ha absorbido el fotón que incide sobre él. ¿Por qué razón no se puede suponer lo contrario, que el estado final hacia el que evoluciona el átomo sea un estado de menor energía, emitiendo un fotón que acompañe al fotón incidente? Ésta fue la hipótesis que introdujo Einstein hace ahora cien años [1].

Si un fotón de energía  $h\nu = \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1$  interacciona con un átomo que se encuentra en el estado  $\mathcal{E}_2$  el estado final del átomo puede ser el  $\mathcal{E}_1$ . Es el mecanismo simétrico de la absorción y está provocado por la presencia de la radiación. Así, tanto la absorción como este nuevo tipo de emisión son “estimuladas” por la presencia de una radiación de frecuencia  $\nu$  (ver esquema de la Figura 2).

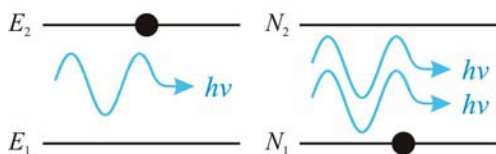


Figura 2. Esquema de la emisión inducida o estimulada.

Einstein fue más allá y supuso que la probabilidad de que tuviera lugar una emisión estimulada debería ser la misma que la de que se produjera una absorción. El número  $b_{21}$  de emisiones estimuladas por unidad de volumen será proporcional tanto al número  $N_2$  de átomos del estado inicial como a la densidad de fotones de frecuencia  $\nu$ ; es decir:

$$b_{21} = Bu_\nu N_2 \quad (8)$$

El balance entre emisiones (espontáneas + estimuladas) y absorciones en el equilibrio térmico es ahora diferente:

$$AN_2 + Bu_\nu N_2 = Bu_\nu N_1 \quad (9)$$

Despejando  $u_\nu$  y haciendo uso de la relación entre las poblaciones  $N_1$  y  $N_2$  de los niveles, se obtiene la siguiente expresión:

$$u_\nu = \frac{A}{B} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} \quad (10)$$

Si aceptamos para  $A/B$  la expresión (7), que se ajustaba bien a los resultados experimentales para las frecuencias altas, la expresión (10) coincide con la fórmula de Planck indicada en (2). Esto representó un gran logro de la “antigua teoría cuántica” de Planck, Bohr y Einstein, cuyos resultados, obtenidos de manera intuitiva pero con una intuición de genio, fueron corroborados, como veremos a continuación, por la nueva teoría cuántica que Werner Heisenberg, Max Born, Erwin Schrödinger, Paul Dirac, Louis de Broglie y John von Newmann desarrollaron en la década de los años veinte del siglo pasado.

Resumiendo, en 1916 Einstein introdujo el concepto de emisión estimulada en las transiciones atómicas haciendo las siguientes hipótesis:

- 1) Entre dos estados atómicos estacionarios  $\mathcal{E}_1$  y  $\mathcal{E}_2$  ( $\mathcal{E}_2 > \mathcal{E}_1$ ), la radiación  $h\nu = \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1$  que incide sobre el átomo provoca una emisión estimulada si éste se encuentra en el estado de energía superior y una absorción si se encuentra en el estado de energía inferior.
- 2) En el caso de la emisión estimulada, el fotón que se produce en ella tiene las mismas características que el fotón que la estimula. El efecto final es que con un fotón incidente en el sistema atómico se obtienen dos fotones que componen un tren de ondas de amplitud doble: Se produce una amplificación de la radiación.

## LA EMISIÓN ESTIMULADA

Vamos a justificar la existencia de la emisión y de la absorción, ambas estimuladas por la radiación, utilizando el mecanismo de la transición dipolar eléctrica entre dos niveles de energía de un átomo [3]. Supondremos que la formulación del campo electromagnético es totalmente clásica pero que los niveles de energía del átomo vienen dados por su hamiltoniano cuántico en la aproximación no relativista.

Sean  $\Psi_1$  y  $\Psi_2$  las funciones de onda de los estados estacionarios  $\mathcal{E}_1$  y  $\mathcal{E}_2$ :

$$\Psi_1 = \exp\{-i(\mathcal{E}_1 / \hbar)t\}\phi_1(x, y, z) \quad (11)$$

$$\Psi_2 = \exp\{-i(\mathcal{E}_2 / \hbar)t\}\phi_2(x, y, z)$$

que deben verificar las siguientes ecuaciones de Schrödinger:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi_1 = \mathcal{H}_0 \Psi_1 \quad (12)$$

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi_2 = \mathcal{H}_0 \Psi_2$$

siendo  $\mathcal{H}_0$  el hamiltoniano independiente del tiempo:

$$\mathcal{H}_0 = -\frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) + V(r) \quad (13)$$

donde  $m$  es la masa del electrón y  $V(r)$  el potencial coulombiano a que está sometido.

Supongamos que el átomo se encuentra en el origen de coordenadas del sistema de referencia indicado en la Figura 3 y que sobre él incide una onda luminosa plana que se propaga según el eje  $Z$ , que está linealmente polarizada según el eje  $X$ . En estas condiciones, el campo eléctrico de dicha onda puede expresarse de la siguiente manera:

$$E_x = E_0 \cos(\omega t - kz + \delta) \quad (14)$$

donde  $\delta$  es la fase en el instante en que la luz alcanza el átomo, que tomaremos como instante inicial.

Como las dimensiones atómicas ( $\sim 0,1$  nm) son muy inferiores a la longitud de onda de la radiación incidente ( $\sim 500$  nm), se puede admitir que todo el átomo se encuentra en el mismo plano de fase. En efecto, la diferencia de fase de un extremo al otro del átomo es, aproximadamente:

$$k\Delta z \cong \frac{2\pi \times 0,1 \text{ nm}}{500 \text{ nm}} \cong 10^{-3} \text{ rad} \quad (15)$$

Por consiguiente, podemos tratar el campo eléctrico debido a la onda luminosa que perturba el átomo como una función que depende sólo del tiempo:

$$E_x = E_0 \cos(\omega t + \delta) \quad (16)$$

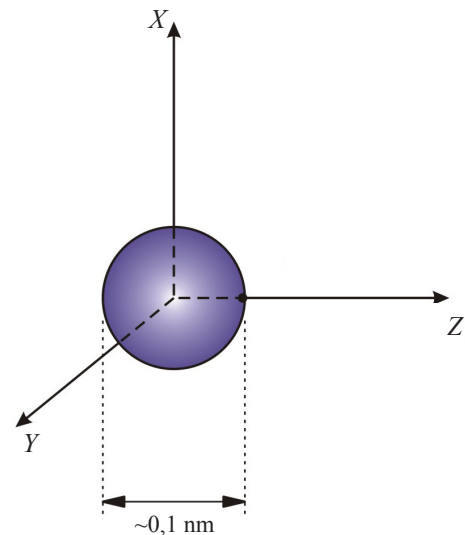


Figura 3. Sistema de referencia para el estudio de la interacción dipolar eléctrica.

Este campo actúa sobre el átomo provocando la separación entre los centros de carga positivo y negativo que en el átomo no perturbado coinciden, dando lugar a la aparición de un dipolo. Esto hace que a la energía correspondiente al átomo libre haya que añadir la debida a la interacción dipolar eléctrica, que en este caso tiene por expresión:

$$W(t) = -exE_0 \cos(\omega t + \delta) \quad (17)$$

donde  $x$  es la coordenada del electrón y  $e$  el valor absoluto de su carga. Esta energía de interacción dipolar es muy pequeña comparada con las energías de los niveles atómicos  $\mathcal{E}_1$  y  $\mathcal{E}_2$ . Si suponemos que el campo eléctrico de la onda electromagnética es del orden de  $10^6$  N/C (campo que produce la ruptura dieléctrica del aire) y tomamos  $x$  del orden del nm, el valor máximo de la energía de interacción dipolar es:

$$W(t) \cong 1,6 \times 10^{-23} \text{ J} \cong 10^{-4} \text{ eV} \quad (18)$$

muy inferior a las energías  $\mathcal{E}_1$  y  $\mathcal{E}_2$  ( $\sim 10$  eV). Por consiguiente, podemos tratar la interacción dipolar eléctrica como una perturbación del átomo libre. El hamiltoniano correspondiente al átomo perturbado tiene, por lo tanto, la siguiente expresión:

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + W(t) \quad (19)$$

Como depende del tiempo, la nueva función de onda  $\Psi$  no corresponde a un estado estacionario, sino que debe evolucionar con el tiempo cumpliendo la ecuación de Schrödinger:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi = \mathcal{H} \Psi = (\mathcal{H}_0 + W(t)) \Psi \quad (20)$$

Como las funciones de los estados estacionarios constituyen una base completa, la nueva función de onda se puede desarrollar de la siguiente manera:

$$\Psi = a \Psi_1 + b \Psi_2 \quad (21)$$

donde  $a$  y  $b$  son funciones del tiempo que describen la evolución temporal de la función  $\Psi$  y que dependen del estado inicial en que se encuentre el átomo cuando incide sobre él la onda electromagnética.

Si en el instante  $t$  cesa la perturbación, los cuadrados de los módulos de  $a$  y  $b$  representan las probabilidades de que el átomo se encuentre en el estado estacionario  $\Psi_1$  o en el  $\Psi_2$ , respectivamente. Por lo tanto, la resolución de la ecuación de Schrödinger dependiente del tiempo nos permitirá saber si al final de la evolución el átomo se encuentra en  $\Psi_1$  o en  $\Psi_2$ . Es decir, si se ha producido una absorción de la onda electromagnética incidente (estado inicial  $\Psi_1$  y estado final  $\Psi_2$ ), una emisión estimulada acompañando a la onda incidente (estado inicial  $\Psi_2$  y estado final  $\Psi_1$ ) o una absorción y una reemisión de la onda incidente sin cambio en el estado del átomo. La determinación de  $a$  y  $b$  se puede llevar a cabo aplicando la teoría de las perturbaciones de la Mecánica Cuántica.

Las expresiones de  $a$  y  $b$  dependen tanto de la frecuencia angular  $\omega$  de la radiación ( $\omega = 2\pi\nu$ ) como de la frecuencia propia  $\omega_{21} = (\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1)/\hbar$  de la transición entre los niveles  $\mathcal{E}_1$  y  $\mathcal{E}_2$ . Cuando  $\omega$  se acerca a  $\omega_{21}$ , el sistema entra en resonancia con la radiación y se obtienen las siguientes expresiones para  $a$  y  $b$ :

$$a = a_0 + i\gamma b_0 e^{i\delta} e^{-i\alpha t/2} \frac{\text{sen}(\alpha t/2)}{\alpha/2} \quad (22)$$

$$b = b_0 + i\gamma a_0 e^{-i\delta} e^{i\alpha t/2} \frac{\text{sen}(\alpha t/2)}{\alpha/2} \quad (23)$$

Donde  $a_0$  y  $b_0$  son constantes que dependen de las condiciones iniciales, y  $\alpha$  y  $\gamma$  tienen las siguientes expresiones:

$$\alpha = \omega - \omega_{21} \quad (24)$$

$$\gamma = \frac{E_0 \mu_{12}}{2\hbar} \quad (25)$$

Si en el instante inicial, es decir, cuando incide la onda sobre el átomo, éste se encuentra en el estado  $\Psi_2$ , tenemos:

$$\begin{aligned} \Psi &= a_0 \Psi_1 + b_0 \Psi_2 \equiv \Psi_2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow a_0 = 0 \quad , \quad b_0 = 1 \end{aligned} \quad (26)$$

y la probabilidad de encontrar al átomo en nivel  $\mathcal{E}_1$  al cabo del tiempo  $t$  que dura la transición resulta ser:

$$|a|^2 = \gamma^2 \left( \frac{\text{sen}(\alpha t/2)}{\alpha/2} \right)^2 \quad (27)$$

De igual manera, si en el instante inicial el átomo se encuentra en el nivel  $\mathcal{E}_1$ , la probabilidad de que al final del proceso se encuentre en el nivel  $\mathcal{E}_2$  es:

$$|b|^2 = \gamma^2 \left( \frac{\text{sen}(\alpha t/2)}{\alpha/2} \right)^2 \quad (28)$$

Es decir: Las emisiones estimuladas se producen con la misma probabilidad que las absorciones.

En la Figura 4 se muestra la variación de la probabilidad de la emisión estimulada para el tiempo  $t$  que dura la transición. Alcanza su valor máximo cuando  $\alpha$  se anula, es decir, cuando  $\omega$  se aproxima a la frecuencia  $\omega_{21}$  de la resonancia. Esto nos permite calcular el tiempo  $t$  en que está actuando la perturbación, es decir, el tiempo que dura la transición del nivel  $\mathcal{E}_2$  al  $\mathcal{E}_1$ .

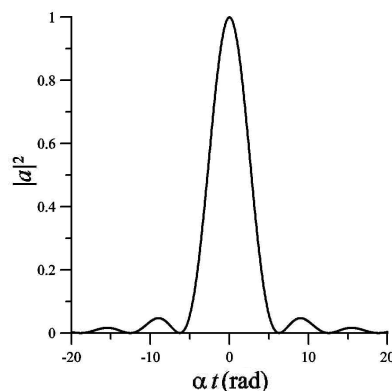


Figura 4. Probabilidad de transición para la emisión estimulada.

En efecto, al hacer tender a cero el argumento  $\alpha$  en la expresión (27), obtenemos:

$$t = \frac{1}{\gamma} \quad (29)$$

En este modelo,  $\gamma$  es típicamente del orden de  $10^{11} \text{ s}^{-1}$ , por lo tanto, el tiempo  $t$  que dura la transición es del orden de  $10^{-11} \text{ s}$ . Esto, a su vez, permite calcular la longitud  $l$  del tren de ondas emitido (*longitud de coherencia*):

$$l = ct = 3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1} \times 10^{-11} \text{ s} = 3 \text{ mm} \quad (30)$$

Utilizando un interferómetro de Michelson se comprueba que cuando la diferencia de caminos ópticos entre sus brazos es superior a unos pocos milímetros (longitud de coherencia de los trenes de onda que interfieren), dejan de producirse interferencias sobre la pantalla.

La distribución de la probabilidad también nos proporciona la anchura que podemos esperar para las líneas de emisión. Las frecuencias que contribuyen a la transición de manera significativa se encuentran en el intervalo  $2\Delta\omega$ , donde:

$$\text{sen } \Delta\omega t = \sqrt{2} \Rightarrow \Delta\omega t = \frac{\pi}{4} \quad (31)$$

lo que significa que la anchura de la línea de emisión es del orden  $10^{11} \text{ s}^{-1}$ , a comparar con la frecuencia angular central,  $\omega_{21}$ , que es del orden del  $10^{16} \text{ s}^{-1}$ .

A partir de las expresiones de  $a$  y  $b$ , también se pueden obtener los coeficientes  $A$  y  $B$  introducidos por Einstein en su teoría:

$$A = \frac{16}{3} \frac{\pi^4 \nu^3 \mu^2}{\epsilon_0 h c^3} \quad (32)$$

$$B = \frac{\pi \mu^2}{6 \epsilon_0 \hbar^2} \quad (33)$$

donde  $\epsilon_0$  es la permitividad eléctrica del vacío y  $\mu$  el momento dipolar eléctrico. Estos dos coeficientes se conocen como *coeficientes de oro de Einstein* y han jugado un papel muy importante en la espectroscopía de átomos y moléculas.

## EL ORIGEN DEL LÁSER

La primera corroboración experimental de la existencia de la emisión estimulada fue proporcionada por Rudolf Walther Ladenburg [4] y sus colaboradores en una serie de artículos sobre la dispersión de la luz en gases eléctricamente excitados que publicaron al final de los años veinte del siglo pasado, es decir, quince años después de que la postulara Einstein.

No obstante, la corroboración más espectacular del fenómeno se produjo en los inicios de la segunda mitad del siglo XX con la aparición de los máseres y de los láseres. En estos dispositivos se utiliza la amplificación de la radiación que se produce en una cavidad resonante por la existencia de emisiones estimuladas, obteniéndose al final una radiación altamente coherente y de gran intensidad. Para llegar a este objetivo fueron necesarias dos cosas:

1. Alterar la distribución de la población de los niveles atómicos para que el número de átomos por unidad de volumen fuera mayor en el estado de mayor energía:  $N_2 > N_1$ . De esta manera las emisiones estimuladas superarían a las absorciones. Esto se pudo conseguir gracias al proceso de bombeo óptico (o de otro tipo) que propuso Alfred Kastler en 1950 [5].
2. Producir emisiones estimuladas en cadena utilizando el principio de interferencias entre ondas lumi-

nosas estacionarias (cavidad resonante Fabry-Perot) [2].

Para el estudio fue fundamental el conocimiento de los coeficientes  $A$  y  $B$  de Einstein, que permitían calcular el número de absorciones, emisiones espontáneas y emisiones estimuladas que se producían en el equilibrio termodinámico en función de la temperatura y de la frecuencia.

Para el espectro solar, por ejemplo, las absorciones son siempre superiores a las emisiones estimuladas, cualquiera que sea el dominio espectral. De ahí la necesidad del bombeo. Sin embargo, las emisiones espontáneas son millones de veces más numerosas que las estimuladas en el dominio ultravioleta (frecuencias del orden de  $10^{15} \text{ Hz}$ ) y miles de veces más en el dominio visible (frecuencias del orden de  $10^{14} \text{ Hz}$ ) [2]. Por el contrario, en el dominio de las microondas (frecuencias del orden de  $10^{10} \text{ Hz}$ ) el número de emisiones estimuladas es diez mil veces mayor que el de las espontáneas. Por esta razón, la primera amplificación de ondas electromagnéticas por emisión estimulada se produjo en 1957 en el campo de las microondas con la aparición del MASER (Microwaves Amplification by Stimulated Emission of Radiation) [7]. Un año más tarde, A.L. Schawlow y C.H. Townes propusieron la amplificación de la luz mediante emisión estimulada y nació el LASER (Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation) [8]. Esta propuesta fue llevada a cabo experimentalmente por primera vez en 1960 por T.H. Maiman en los laboratorios de la Huges Aircraft Company, en Malibu, California [9]. Desde entonces, las fuentes de luz láser han venido utilizándose en innumerables campos de la Ciencia y la Tecnología (investigación básica, telemetría, comunicaciones, Medicina...) y se puede decir que forman parte de la vida diaria.

## CONCLUSIONES

La introducción del concepto de emisión estimulada por parte de Einstein es uno de los hallazgos más notables de los primeros treinta años del siglo XX, ya que ha permitido entender cómo interacciona la luz con los átomos, lo que ha conducido al conocimiento profundo de la estructura de la materia.

Por otra parte, el hecho de poder amplificar la señal luminosa mediante emisión estimulada, combinándolo con los procesos interferenciales de las ondas visibles, ha hecho posible el desarrollo de las fuentes de luz láser que

han revolucionado la investigación científica básica, el desarrollo tecnológico, las telecomunicaciones, la medicina y otros muchos campos de la actividad humana.

## REFERENCIAS

- [1] Einstein A (1916). Strahlungs-Emission und -Absorption nach der Quantentheorie. *Deutsche Physikalische Gesellschaft, Verhandlungen* 18, 318-323.
- [2] Carreras C, Yuste M (2010). Fundamentos físicos del LÁSER, *100cias@uned* 3 (nueva época), 65-72.
- [3] Yuste M, Carreras C (1992). Fundamentos de la Radiación LÁSER. Cap. 4, págs. 31-52. Cuadernos de la UNED nº 113, Editorial UNED, Madrid.
- [4] Ladenburg R (1933). Dispersion in Electrically Excited Gases. *Reviews of Modern Physics* 5 No. 4, 243-256.
- [5] Kestler A (1950). Quelques suggestions concernant la production optique et la détection optique d'une inégalité de population des niveaux de quantification spatiale des atomes. Application à l'expérience de Stern et Gerlach et à la résonance magnétique., *Journal de Physique. Radium* 11 No. 6, 255-265.
- [6] Carreras C, Yuste M (2010). 1960, Nace el láser de rubí, *100cias@uned* 3 (nueva época), 134-136.
- [7] Gordon JP, Zeiger J, Townes CH (1955). The Maser – New Type of Microwave Amplifier, Frequency Standard and Spectrometer. *Physical Review* 99 No. 4, 1264-1274.
- [8] Schawlow AL, Townes CH (1958). Infrared and Optical Masers. *Physical Review* 112 No. 6, 1940-1949.
- [9] Maiman TH (1960). Stimulated Optical Radiation in Ruby. *Nature* 187 No. 4736, 493-494.

Carmen Carreras Béjar  
Manuel Yuste Llandres  
*Dpto. de Física Interdisciplinar*