15 _ 21 _ 27 _ 36 _ 48 _ 61 _ 1 _ 6 _ 9 _ 19 _

15 _

COMPENDIO
DE ARITMÉTICA

APLICADO

AL NUEVO SISTEMA MÉTRICO

DE PESAS, MONEDAS Y MEDIDAS,

ACOMPAÑADO DE DIEZ Y SIETE TABLAS DE REDUCCION DE LAS PESAS Y MEDIDAS ANTIGUAS DE ESPAÑA A LAS MODERNAS, Y DE ESTAS A AQUELLAS;

POR

D. DOMINGO RAMOS DOMINGUEZ,

[illegible]

OBRA DECLARADA DE TESTO

por Real órden de [illegible] de mayo de [illegible] para todas las Escuelas elementales y superiores del reino.

EDICION [illegible]

MADRID: [illegible]

MOYA Y PLAZA, LIBREROS DE [illegible]

[illegible]

COMPENDIO
DE ARITMÉTICA

APLICADA

AL NUEVO SISTEMA METRICO

DE PESAS, MONEDAS Y MEDIDAS,

ACOMPAÑADO DE DIEZ Y SIETE TABLAS DE REDUCCION DE LAS PESAS Y MEDIDAS ANTIGUAS DE ESPAÑA A LAS MODERNAS, Y DE ESTAS A AQUELLAS,

POR

D. DOMINGO RAMOS DOMINGUEZ,

Profesor de Instruccion primaria con titulo superior normal, discipulo de la Escuela Normal Central del reino, y Maestro primero de las Escuelas públicas de esta corte, etc., etc.

OBRA DECLARADA DE TESTO

por Real órden de 10 de mayo de 1852 para todas las Escuelas elementales y superiores del reino.

EDICION XXIV.

MADRID : 1867.
MOYA Y PLAZA, SUCESORES DE MATUTE,
Carretas, 8.

Quidquid præcipies, esto brevis; ut cito dicta percipiant animi dociles, teneantque fideles.

HORAT. *ad Pisones.*

Imp. de V. Matute y B. Compagni,
Encomienda, 22.

Que esta Aritmética, aplicada al nuevo sistema métrico, impresa y publicada por primera vez en principios de 1851, cuando apenas dos ó tres personas se habian dedicado á escribir un tratado que pusiese al alcance de todos el nuevo sistema, ha tenido la más favorable acogida, lo prueban las numerosas ediciones que se han vendido de ella en los años trascurridos.

Estos hechos hablan con más elocuencia y convencen mas que cuanto pudiera decirse de su bondad; así que no hago más que repetir el siguiente prologuito, que viene publicándose desde su primera edicion:

«Desde que por la ley de julio de 1849 se mandó establecer en España el SISTEMA MÉTRICO, siendo obligatoria su enseñanza en todas las escuelas del reino desde 1.° de enero de 1852, concebí la idea de formar un pequeño tratado de Aritmética arreglado á la capacidad de los niños, donde breve, clara y metódicamente estuvieran compendiadas las principales reglas de este NUEVO SISTEMA.

»Esta tarea, superior sin duda á mi capacidad, me hubiera retraido de mi propósito, si otras plumas mejor cortadas que la mia se hubieran dedicado á tan interesante objeto.

»Esto no ha sido así; y los niños se hallan sin testo que les sirva de guia en la nueva senda que van á emprender, y los maestros sin tener á qué atenerse para establecer una marcha metódica y progresiva en sus esplicaciones.

»He tratado en él las materias que abraza con más ó ménos latitud, segun la importancia con que han de figurar en la sociedad luego que quede completamente establecido el sistema.

»He adoptado la forma del diálogo por ser (en mi opinion) la más apropósito para que los niños aprendan fácilmente las definiciones y reglas, dejando á la prudencia de los profesores la parte que toca al desenvolvimiento de las facultades intelectuales para la más exacta comprension de estas mismas reglas, evitando así la manera rutinaria de decir *sin saber lo que se dice*, escollo del que debe apartarse todo buen profesor.

»Si de este modo he conseguido hacer algun bien á mi patria, y con especialidad á los tiernos niños, á quienes dirijo este corto trabajo, habré alcanzado el más precioso premio de mis escasos merecimientos.»

ARITMÉTICA.

DE LOS NÚMEROS.

Qué es *Aritmética?*

La ciencia que trata de las relaciones y propiedades de la cantidad espresada por números.

Qué es cantidad?

Todo lo que es susceptible de aumentar ó disminuir, como el espacio, la materia ó masa de los cuerpos.

Qué es número?

La reunion ó conjunto de unidades de una misma especie ó género.

Qué es unidad?

Cualquiera cantidad que se toma por término de comparacion ó medida respecto de todas las de su especie : en veinte libras, el *veinte* es el número, la *libra* es la unidad.

Cómo se dividen los números?

En abstractos y concretos.

Qué es número abstracto?

El que espresa un conjunto de unidades sin determinar la especie de estas, como *cinco*, *setenta*, *ciento trece*.

Qué es número concreto?

El que espresa un conjunto de unidades determinando la especie de ellas : así los mismos cinco, setenta, ciento trece serán concretos si se les añade la especie de unidades, como *cinco hombres*, *setenta caballos*, *ciento trece arrobas.* 1/4

De cuántos modos pueden ser los números concretos?

Homogéneos, heterogéneos y complejos ó denominados

Qué son números homogéneos?

Los que espresan unidades de una misma especie, como *catorce libras*, *veinte libras*, *cien libras.*

Qué son números heterogéneos?

Los que espresan unidades de diferentes especies y de distinto género : así los mismos, si en vez de referirse todos á libras, se refiriesen á diferentes especies de distinto género, como *catorce libras*, *veinte duros*, *cien caballos*, serian heterogéneos.

Qué son números denominados ó complejos?

Los que espresan unidades de diferentes especies, pero todas de un mismo género : *siete arrobas*, *diez libras* y *dos onzas* es un número denominado, porque aunque espresa arrobas, libras y onzas, que son especies diferentes, son todas del género pesas.

Por razon del modo de escribirse, ¿cómo se dividen los números?

En dígitos ó simples, y compuestos.

Qué son números dígitos?

Los que se escriben con un solo guarismo, y son desde el uno al nueve inclusive.

Qué son números compuestos?

Los que se escriben con dos ó más guarismos, y son todos desde diez en adelante.

Por razon de la cantidad que espresan, ¿de cuántas maneras son los números?

Enteros, fracciones ó quebrados, mistos, y quebrados de quebrados.

Qué es número entero?

Él que espresa una ó varias unidades completas; v. gr.: *veinte duros*, *un real*.

Qué es número quebrado en general?

Él que no espresa unidades completas; v. gr. : *medio real*, *tres cuartas partes de siete libras*, *siete tercios de vara:*

De cuántos modos puede ser el número quebrado?

De dos : propio é impropio.

Qué es quebrado propio?

Él que espresa parte ó partes de una unidad, como *media libra*, *dos tercios de vara*.

Qué es quebrado impropio?

Él que se enuncia á manera de quebrado, pero cuyo valor es la unidad ó algo más, como *dos medios*, *diez tercios*

Qué es número misto?

Él que vale algunas unidades completas y parte de otra de la misma especie; v. gr. : *siete varas y media*.

Qué es número quebrado de quebrado?

El que vale parte ó partes de quebrado, como *dos tercios de media arroba, la mitad de tres cuartas partes de vara.*

Por razon de la magnitud respectiva, ¿qué nombres se dan á los números?

Múltiplos y submúltiplos, que tambien se llaman factores ó divisores.

Qué es número múltiplo?

El que contiene á otro cierto número de veces, ó es cierto número de veces mayor.

Qué es submúltiplo factor ó divisor?

El que está contenido en otro cierto número de veces, ó es cierto número de veces menor: así el número *diez* es múltiplo del *dos* y del *cinco* porque contiene al *dos* cinco veces y al *cinco* dos veces; y el *dos* y *cinco* son submúltiplos del *diez* porque son el *dos* cinco veces menor y el *cinco* dos veces.

A qué se reducen los cálculos que la Aritmética ejecuta con los números?

A espresarlos, aumentarlos y disminuirlos.

DE LA NUMERACION.

Qué es numeracion.

La parte de la Aritmética que enseña á espresar los números.

De cuántas maneras es la numeracion?

De dos: hablada y escrita.

Qué es numeracion hablada?

Espresar con palabras las diferentes colecciones de unidades ó los números.

Las palabras de que se hace uso en la numeracion hablada son:

Uno, para manifestar la idea de un objeto solo; *dos*, para espresar la del agregado de un objeto y otro objeto; *tres*, para el conjunto de dos objetos reunidos á otro objeto más, y así sucesivamente, *cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, diez.* Para seguir se considera á la reunion de diez objetos como una sola unidad, y se dice *once* para indicar la idea de diez objetos y un objeto más; *doce*, para la de diez objetos y dos objetos más; continuando *trece, catorce, quince, diez y seis, diez y siete, diez y ocho, diez y nueve, veinte* (ó, lo que es lo mismo, dos dieces), *veinte y uno, veinte y dos veinte y tres...* y del mismo modo con *treinta, cua-*

renta, cincuenta, sesenta, setenta, ochenta, noventa, ciento. Esta reunion de ciento se toma como otra nueva unidad; se sigue *ciento uno, ciento dos*, hasta otro ciento, y entónces se dice *doscientos, doscientos uno..... trescientos, cuatrocientos, quinientos, seiscientos, setecientos, ochocientos, novecientos, mil.* Añadiendo á esta nueva unidad uno, dos, tres, cuatro..... se llega á *dos mil, tres mil..... diez mil, cien mil, millon, billon, trillon, cuatrillon, quillon.....*

Qué se infiere de esto?

Que diez unidades componen una *decena*, diez decenas una *centena*, diez centenas un *millar*, diez millares una *decena de millar*, diez decenas de millar una *centena de millar*, y diez centenas de millar forman el *millon;* las unidades, decenas y centenas de millon componen el millar de millon, y las unidades, decenas y centenas de millar de millon el billon, y así sucesivamente. De lo que se deduce que los órdenes de la numeracion son la unidad, decena y centena, y las clases son la unidad, decena y centena simples, la unidad, decena y centena de millar, la unidad, decena y centena de millon, etc.

Qué es numeracion escrita?

Espresar con algunos signos todas las cantidades.

Cómo se llaman los signos de que se hace uso en la numeracion escrita?

Cifras, guarismos ó caractéres.

Cuáles son estos guarismos?

Las diez figuras siguientes:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

que equivale á

uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, cero ó nada.

Las nueve primeras se llaman cifras *significativas.*

Para qué sirve el cero?

Para dar á los guarismos significativos el valor relativo que deban tener, ocupando su lugar cuando falten algunos.

Pues cuántos valores tienen los guarismos?

Dos: uno *absoluto*, que es el que por sí solos tienen, y otro *relativo*, que es el que representan por razon del sitio que ocupan en la escritura: así el 7 por sí solo vale *siete* *unidades;* pero si le ponemos en segundo lugar, así, 70, vale, no ya siete unidades, sino *siete decenas*, que son setenta, donde se ve que el cero ocupa el lugar de las unidades, y ha dado al siete un valor diez veces mayor, pues le ha colocado en el lugar de las decenas, como pudiera haberlo hecho otra cifra que fuera significativa : si se pone en tercer lugar, añadiendo dos ceros, vale *siete centenas* ó setecientos, etc.

Cómo se escriben los números?

Teniendo presente que el primer lugar de la derecha es para el guarismo que esprese en la numeracion hablada las unidades, el segundo para el de las decenas, el tercero para las centenas, el cuarto para los millares, el quinto para las decenas de millar, y el sesto para las centenas de millar ; y luego el sétimo para los millones, el octavo para las decenas de millon, el noveno para las centenas de millon, el décimo para los millares de millon, el undécimo para las decenas de millar de millon, etc.

De modo que para escribir treinta millones quinientos y seis mil cuatrocientos, observo que treinta millones son tres decenas de millon, pues pongo un tres y un cero, porque no hay unidades de millon; para quinientos y seis mil, que son cinco centenas de millar y seis unidades de millar, pongo un cinco en las centenas, un cero en las decenas, porque faltan, y un seis en los millares ; siguen cuatro centenas, luego escribo un cuatro en el lugar de las centenas, y como no hay los dos órdenes que siguen, decenas y unidades, ocupo estos dos lugares con ceros, y habré escrito el número de este modo :

30506400.

Cómo se leen los números?

Se dividen, principiando por la derecha, en porciones de tres cifras, poniendo un punto en la parte superior despues de las tres primeras, un 1 despues de las tres siguientes, otro punto despues de las otras tres, luego un 2, luego otro punto, luego un 3, etc. (*), y se leen con el órden

(*) Colocándose en la parte superior los guarismos que indican millones, billones y demas, tambien debe hacerse lo mismo con los puntos, que son signos análogos, y más apropósito que las comas que usan otros, pues en la parte inferior lo son de multiplicacion y pudieran causar alguna confusion con las comas, que en lo sucesivo tan importante papel han de hacer en el sistema métrico y espresiones decimales.

de centena, decena, unidad, teniendo cuidado de pronunciar donde se halle un punto *mil*, donde el 1 *millones*, donde el 2 *billones*, donde el 3 *trillones*, etc.

Así esta combinacion 23045608, preparándola segun se ha dicho, la pondré bajo este aspecto 23'045·608, y la leo veinte y tres millones (en el cero no se dice nada) cuarenta y cinco mil seiscientos y ocho.

Esta otra 50706400572065 la preparo de este modo: 50²706·400'572·065, y leo cincuenta billones setecientos seis mil y cuatrocientos millones, quinientos setenta y dos mil y sesenta y cinco unidades.

OPERACIONES DE LA ARITMÉTICA.

Qué son operaciones de la Aritmética?

Los diferentes medios que hay para aumentar ó disminuir los números.

A qué conduce cualquiera de estas operaciones?

A hallar por medio de algunos números conocidos otro desconocido.

Cómo se llaman estos números?

Los conocidos *datos*, y el desconocido que se trata de averiguar *resultado*.

Cuántas y cuáles son estas operaciones?

Cuatro: SUMAR, RESTAR, MULTIPLICAR Y DIVIDIR.

Cuáles conducen á aumentar y cuáles á disminuir los números?

Las de sumar y multiplicar á aumentarlos; las de restar y dividir á disminuirlos.

Con qué signo se indica la operacion de sumar?

Con este + que se interpone entre los datos, y se lee *más*: así 4 + 9 + 6 se lee 4 *más* 9 *más* 6.

Con cuál se indica la operacion de restar?

Con este — puesto entre los datos, y se lee *ménos*; v. gr.: 7 — 3 se lee 7 *ménos* 3.

Con cuál la de multiplicar?

Con este × ó con un punto, que significa *multiplicado por*: así 5 × 8 ó 5.8 se lee 5 *multiplicado por* 8, ó simplemente 5 *por* 8.

Con cuál la de dividir?

Con una raya, sobre la cual se pone un dato y debajo el otro, ó bien dos puntos interpuestos entre los datos, y en ambos casos se lee *dividido por :*

así $\frac{12}{3}$ ó 12 : 3 se lee 12 *dividido por* 3.

Y de qué otro se usa para indicar el resultado de estas cuatro operaciones?

De dos rayas en esta forma = puestas entre los datos y el resultado, y se lee *igual*. Así $4+9+3=16$ en la operacion de sumar : $7-3=4$ en la de restar : $5\times8=40$ ó $5.8=40$ en la de multiplicar, y $\frac{12}{3}=4$, ó $12:3=4$ en la de dividir, se leerán 4, *más* 9, *más* 3, *igual* 16; 7 *ménos* 3, *igual* 4; 5 *multiplicado por* 8, *igual* 40, y 12 *dividido por* 3, *igual* 4.

OPERACION DE SUMAR, Ó ADICION.

Qué es sumar?

Reunir en un solo número los valores de dos ó más homogéneos.

Cómo se llaman en esta operacion los datos ó los números que se dan para sumar?

Sumandos.

Y el resultado?

Suma ó total.

Cómo se ejecuta la operacion de sumar?

Colóquense para mayor claridad los sumandos los unos debajo de los otros, de modo que las unidades queden debajo de las unidades, las decenas de las decenas, las centenas de las centenas, etc., tírese debajo de todos una raya y empiécese á sumar por la columna de las unidades : esta suma se coloca debajo de estas, si solo se compone de unidades, pero si se compone de decenas, se escriben las unidades, si las hay, y si no cero, llevando de memoria las decenas para unirlas á la suma de la siguiente columna de decenas, con la cual se ejecutará lo mismo, reservando las centenas, si las hay, para unirlas á la suma de la siguiente columna, continuando del mismo modo por todas las columnas que hubiere, y lo que aparezca debajo de la raya es el resultado ó suma que se busca.

Si me dan para sumar los números 207, 4086, 49, 698 y 7839, indicaré primero la operacion de este modo: 207 + 4086 + 49 + 698 + 7839 = 12879, poniendo despues del signo = el resultado así que lo hubiese hallado. Despues para ejecutarla colocaria los sumandos los unos debajo de los otros, como se previene en la regla y aquí se ven, tiraria una raya debajo y principiaria la operacion por la columna de las unidades, diciendo: 7 y 6 son 13, y 9 son 22, y 8 son 30, y 9 son 39: en esta suma veo que hay 3 decenas y 9 unidades, pongo estas debajo de la columna de las unidades, y las 3 decenas las llevo de memoria para sumarlas con la siguiente columna de las decenas, diciendo: 3 que llevo y ocho (pasando el cero por alto porque nada vale) son 11, y 4, 15, y 9, 24, y 3, 27, en cuya suma observo que 27 decenas son equivalentes á 2 centenas y 7 decenas; pongo estas debajo de su columna y llevo de memoria las dos centenas para unirlas á la siguiente columna de centenas, y digo: 2 que llevo y 2 son 4, y 6 son 10, y 8, 18; pongo las 8 centenas y llevo 1, y 4, 5, y 7, 12, cuya suma se compone de 2 centenas y 1 millar; coloco las 2 debajo de las centenas, y el 1 millar á su izquierda, porque ya no hay más columnas, y queda ejecutada la operacion, cuyo resultado es el que se ve debajo de la raya.

$$\begin{array}{r} 207 \\ 4086 \\ 49 \\ 698 \\ 7839 \\ \hline 12879 \end{array}$$

Qué cuestiones se resuelven por medio de la operacion de sumar?

Todas aquellas en que se trata de averiguar á cuánto asciende el valor de varios números de una misma especie.

Un sugeto tiene de sueldo anual 6400 rs.; de una dehesa 12560 reales; del arriendo de tierras que posee 14600; del producto de vino que cosecha 7200: ¿á cuánto ascienden sus rentas al año? Sumo las cantidades 6400+12560+14600+7200=40760, y hallo que percibe al año 40760 rs.

OPERACION DE RESTAR, Ó SUSTRACCION.

Qué es restar?

Averiguar la diferencia que hay entre dos números homogéneos?

Cómo se llaman los datos?

Minuendo y sustraendo.

Cuál es el minuendo?

El número de que se ha de restar el otro.

Cuál es el sustraendo?

El número que se resta.

Cómo se llama el resultado?

Resta, esceso, diferencia ó residuo.

Cómo se ejecuta la operacion de restar?

Escríbase primero el minuendo y debajo el sustraendo, de modo que correspondan las unidades debajo de las unidades, las decenas de las decenas, etc., tírese una raya y empiécese la operacion viendo las unidades que hay de diferencia entre las del sustraendo y las del minuendo, cuya diferencia se escribe debajo de las unidades; pasando á hacer lo mismo con las decenas, centenas y demas, y lo que aparezca debajo de la raya es el resultado ó la diferencia que hay entre los datos.

Si me diesen el minuendo 872608 para restar de él el sustraendo 370501, indicaria la operacion primero de este modo, 872608 — 370501 = 502107, poniendo despues del signo = la resta cuando la hubiere hallado. Para ejecutar la operacion colocaria el minuendo y el sustraendo como se ha dicho y aquí se presenta, y principiaria por las unidades del sustraendo diciendo: de 1 á 8 van 7, que escribo debajo: paso á las decenas: de cero á cero va cero; de 5 á 6 va 1 (que pongo): de cero á 2 van 2; de 7 á 7 va cero; de 3 á 8 van 5, y hallo la diferencia ó resta que aparece debajo de la raya.

$$\begin{array}{r} 872608 \\ 370501 \\ \hline 502107 \end{array}$$

Cómo se ejecuta la operacion cuando algunos guarismos del sustraendo sean mayores que los correspondientes del minuendo?

Considerando á estos como si valiesen una decena más, teniendo cuidado de añadir esta decena, como si fuera una unidad, al siguiente guarismo de la izquierda del sustraendo (*).

En este ejemplo, 3430182—469528 = 2960654, colocados los datos como corresponde, se efectúa la operacion del modo siguiente: de 8 á 12 (añadiendo al 2 una decena) van 4 (que pongo), y de 12 llevo 1, y 2 son 3 (añadiendo la que se lleva al siguiente guarismo del sustraendo como si fuera una unidad); de 3 á 8 van 5; de 5 á 11 van 6, y llevo 1, y 9 son 10, á 10 va cero, y llevo 1, y 6 son 7, á 13 van 6, y llevo 1, y 4 son 5, á 14 van 9, y llevo 1; de 1 á 3 van 2; y lo que aparece debajo de la raya es el esceso que buscaba.

$$\begin{array}{r} 3430182 \\ 469528 \\ \hline 2960654 \end{array}$$

En qué cuestiones se hace uso de esta operacion?

(*) Esta práctica es la más sencilla y ménos espuesta á equivocaciones.

En todas aquellas en que se trate de hallar la diferencia de una cantidad á otra.

Un sugeto que debia 13400 rs. á otro, le ha entregado á cuenta 8650 : ¿cuánto le debe todavía? Efectúo la operacion que aquí indico : $13400 - 8650 = 4750$, y hallo que debe aún 4750 rs.

OPERACION DE MULTIPLICAR, Ó MULTIPLICACION.

Qué es multiplicar?

Tomar un número tantas veces como unidades tiene otro. Es un caso particular de la adicion, en que todos los sumandos son iguales.

Cómo se llaman los datos en esta operacion?

Factores del producto, ó simplemente factores.

Cuáles son estos factores?

El multiplicando y el multiplicador (*).

Qué es multiplicando?

El número que se ha de tomar tantas veces como unidades tenga el multiplicador.

Cuál es el multiplicador?

El número que con sus unidades espresa las veces que se ha de tomar el multiplicando.

Cómo se llama el número resultado de esta operacion?

Producto.

El órden de los factores altera en algo el producto?

No : y así es que lo mismo es 4×5 que 5×4, porque el producto en ambos casos es 20.

Qué es necesario saber de memoria para ejecutar esta operacion?

Los productos de todos los números dígitos entre sí tomados de dos en dos, los cuales están contenidos en la siguiente

(*) Cuando hay más de dos factores, el producto de los primeros hace de multiplicando segun se van haciendo las multiplicaciones : así $3.5.4.6 = 15.4.6 = 60.6 = 360$, en cuyas espresiones el 15 es el producto de los dos primeros factores 3 y 5, el 60 lo es de 15 por 4, y el 360 de 60 por 6. Tambien pudieran multiplicarse de dos en dos, de tres en tres, etc., y despues los productos que resultasen, de modo que $3.5.4.6 = 15.24 = 360$; donde 15 es el producto de 3 por 5, y 24 de 4 por 6. De cualquiera manera el resultado es el mismo.

TABLA DE MULTIPLICAR.

2 por 1 es 2	4 por 1 es 4	6 por 1 es 6	8 por 1 es 8
2 por 2 4	4 por 2 8	6 por 2 12	8 por 2 16
2 por 3 6	4 por 3 12	6 por 3 18	8 por 3 24
2 por 4 8	4 por 4 16	6 por 4 24	8 por 4 32
2 por 5 10	4 por 5 20	6 por 5 30	8 por 5 40
2 por 6 12	4 por 6 24	6 por 6 36	8 por 6 48
2 por 7 14	4 por 7 28	6 por 7 42	8 por 7 56
2 por 8 16	4 por 8 32	6 por 8 48	8 por 8 64
2 por 9 18	4 por 9 36	6 por 9 54	8 por 9 72
3 por 1 es 3	5 por 1 es 5	7 por 1 es 7	9 por 1 es 9
3 por 2 6	5 por 2 10	7 por 2 14	9 por 2 18
3 por 3 9	5 por 3 15	7 por 3 21	9 por 3 27
3 por 4 12	5 por 4 20	7 por 4 28	9 por 4 36
3 por 5 15	5 por 5 25	7 por 5 35	9 por 5 45
3 por 6 18	5 por 6 30	7 por 6 42	9 por 6 54
3 por 7 21	5 por 7 35	7 por 7 49	9 por 7 63
3 por 8 24	5 por 8 40	7 por 8 56	9 por 8 72
3 por 9 27	5 por 9 45	7 por 9 63	9 por 9 81

Cuántos casos pueden ocurrir en la multiplicacion?

Tres: 1.°, multiplicar un número dígito por otro dígito; 2.°, un dígito por un compuesto, ó un compuesto por un dígito, y 3.°, un compuesto por otro compuesto.

Cómo se multiplica un número dígito por otro dígito?

Sabiendo de memoria la tabla de multiplicar.

Cómo se multiplica un número dígito por un compuesto, y un compuesto por un dígito?

Colóquese el dígito debajo de las unidades del compuesto y tírese una raya en la parte inferior: multiplíquense las unidades del compuesto, que es el multiplicando, por el dígito, que es el multiplicador; si en este producto hay solo unidades, se ponen debajo de las de los factores; si hay solo decenas, se escribe cero en dicho lugar, y si decenas y unidades, se ponen estas en el mismo sitio, llevando de memoria en estos dos casos las decenas para añadirlas al producto del segundo guarismo del multiplicando por el multiplicador, que se ejecuta; el mismo órden se observará en la multiplicacion de las decenas, centenas, etc.

Qué más debe tenerse presente?

Que todo número multiplicado por la unidad ó al reves da por producto el mismo número, y que cualquiera cantidad multiplicada por cero ó vice-versa da cero por producto.

Entendido todo esto, si tengo que multiplicar 6 por 7081, indico primero la operacion eligiendo para multiplicador el número dígito de este modo: $7081 \times 6 = 42486$. Para ejecutar la operacion coloco los datos como prescribe la regla y aquí se ven, tiro una raya y digo: 1 por 6 es 6 (que pongo debajo de las unidades), y no llevo nada; 8 por 6... 48 (pongo las 8 unidades de este producto, que en rigor son decenas, debajo de las decenas), y de 48 llevo 4; cero por 6 es cero, y 4 que llevo son 4 (que pongo); 7 por 6... 42 (escribo las dos unidades de este producto), y de 42 llevo 4, que coloco á la izquierda, porque ya se acabaron las cifras del multiplicando, y queda hecha la operacion, siendo el producto el que está debajo de la raya, 42486, y que escribo despues del signo =.

$$\begin{array}{r} 7081 \\ 6 \\ \hline 42486 \end{array}$$

Del mismo modo hallaré que 7×50412, ó bien $50412 \times 7 = 352884$; y que $700685 \times 2 = 1401370$.

Cómo se multiplica un número compuesto por otro compuesto?

Elíjase para multiplicador el que tenga ménos guarismos significativos, y colóquese debajo del multiplicando, que será el otro, de modo que haya correspondencia entre unidades, decenas y demas; multiplíquese todo el multiplicando por el guarismo de las unidades del multiplicador, poniendo el producto debajo de la raya; sígase multiplicando el primer factor por todas las cifras significativas del multiplicador, escribiendo siempre estos productos de modo que sus unidades digan en frente de la cifra del multiplicador que los haya producido; tírese despues otra raya debajo de estos productos, que se llaman parciales, los cuales se suman, y la suma que aparezca debajo será el producto buscado.

Si he de multiplicar 275 por 56, tomo por multiplicador el 56, que tiene ménos cifras, indico la operacion $275 \times 56 = 15400$, y para efectuarla dispongo los factores como previene la regla: tiro en seguida una raya, multiplico todo el multiplicando por 6, que son las unidades del multiplicador, y coloco este producto de modo que el cero, que es la cifra de sus unidades, quede en frente del 6, que es la que le ha producido: multiplico el 275 por el 5 del multiplicador, poniendo este producto de modo que el 5, que es la cifra de sus unidades, caiga en frente del 5 del multiplicador: tiro otra raya y sumo los dos productos parciales, cuya suma 15400 es el producto total que se pedia.

$$\begin{array}{r} 275 \\ 56 \\ \hline 1650 \\ 1375 \\ \hline 15400 \end{array}$$

Hay casos en que pueda abreviarse esta operacion?

Varios hay; pero los más necesarios son: 1.º, cuando hubiere ceros entre las cifras significativas del multiplicador; 2.º, cuando los ceros están despues de las cifras significativas de uno ó de los dos factores, y 3.º, cuando haya que multiplicar por la unidad seguida de ceros.

Cómo se efectúa la operacion cuando hay ceros entre las cifras significativas del multiplicador?

Se multiplica solo por estas y se ponen los productos parciales de modo que sus unidades queden en frente de la cifra del multiplicador que los haya producido; se suman, y el total es el resultado.

Si los factores fueran 6007 y 392, elegiria para multiplicador al 6007 porque tiene ménos guarismos significativos, y colocados como aquí se ven, el producto por 7 quedará de modo que su cifra de unidades diga debajo del 7; omito multiplicar por los dos ceros, porque nada darian de producto, y al producto por 6 le coloco en términos que su primera cifra caiga debajo del 6, que es la que le ha producido: sumo, y hallo que $392.6007 = 2354744$.

$$\begin{array}{r} 392 \\ 6007 \\ \hline 2744 \\ 2352 \\ \hline 2354744 \end{array}$$

Así 4317.40501=174842817.

Qué se hace cuando uno ó ambos factores terminan en ceros?

Se multiplican solo las cifras significativas, sin hacer caso de los ceros, se suman los productos parciales, y despues se añaden al producto total tantos ceros cuantos habia en los dos factores.

Ejemplos : Sean los factores 32000 y 8550; despues de multiplicar solo las cifras significativas; es decir, 855 del uno por 32 del otro, sin llegar á los ceros, y de sumar los productos parciales, añado á la suma de estos, 27360, cuatro ceros, que son los mismos que tienen los factores, y hallo por resultado 273600000.

```
     8550
    32000
---------
     1710
    2565
---------
273600000
```

Si los factores fueran 3408000 por 527, tomando por multiplicador cualquiera de ellos, pues tienen igual número de cifras significativas, multiplico estas; á la suma de los productos parciales, 1796016, le añado tres ceros que hay despues de las cifras significativas de un factor, y obtengo el producto total 1796016000.

```
   3408000
       527
----------
     23856
     6816
    17040
----------
1796016000
```

Cómo se multiplica por la unidad seguida de ceros?

Añadiendo al multiplicando tantos ceros como ella tiene despues de sí, y queda ejecutada la operacion.

Así $379 \times 100 = 37900$; $4700 \times 1000 = 4700000$; $100 \times 1000 = 100000$: de modo que 100×379 (que es el primer ejemplo), es igual al mismo 379 con dos ceros que tiene la unidad; esto es, 37900, y así de los demas.

Cuántos usos tiene esta operacion?

Tres : 1.°, cuando se quiere hacer una cantidad cierto número de veces mayor; 2.°, cuando, conocido el valor de una unidad, se pide el de muchas; 3.°, cuando se quieren reducir unidades de especie superior á otras de especie inferior.

Primer uso. Si al número 734 le quiero hacer 25 veces mayor, multiplico el 734 por 25, y el producto 18350 es 25 veces mayor que 734.

Segundo uso. Si necesito averiguar cuánto valen 36 metros de paño á 45 reales el metro, multiplico los 36 metros por 45, valor de uno, y hallo que los 36 metros valen 1620 reales.

Tercer uso. Se desea saber cuántos pies tienen 65 varas: para esto multiplico las 65 varas por el número de pies que tiene una, que son 3, y veo que el producto 195 es el número de pies buscado.

OPERACION DE DIVIDIR, Ó DIVISION.

Qué es dividir?

Averiguar cuántas veces un número está contenido en otro.

Cómo se llaman en esta operacion los datos?

Términos de la division ó del cociente.

Cuántos y cuáles son estos términos?

Dos: dividendo y divisor.

Cuál es el dividendo?

El número mayor que contiene al otro, ó sea la cantidad que se ha de dividir.

Cuál es el divisor?

El número menor que ha de estar contenido en el dividendo.

Cómo se llama el resultado?

Cociente, el cual espresa las veces que el divisor está contenido en el dividendo.

Cuántos casos pueden ocurrir en la division?

Tres: 1.°, dividir un número dígito por otro dígito; 2.°, dividir un compuesto por un dígito; 3.°, dividir un compuesto por otro compuesto.

Qué se hace en el primer caso?

Para dividir un número dígito por otro dígito, y aunque sea un compuesto de dos guarismos por un dígito, con tal que la cifra de las decenas sea menor que el dígito, se averigua por qué número se ha de multiplicar el divisor para que el producto sea el dividendo ó el inmediatamente menor, y ese número será el cociente que se buscaba.

Para dividir 6 por 3 observo que al divisor 3 se le ha de multiplicar por 2 para que produzca el dividendo 6; luego 2 será el cociente; esto es, $\frac{6}{3} = 2$, ó $6 : 3 = 2$

Si hubiera de dividir 27 por 4, advertiria que multiplicando el divisor 4 por 6 da el producto 24, que es el más próximo menor al dividendo, del cual sobran 3; de consiguiente 6 será el cociente más aproximado.

Y qué se hace de las que sobran?

Se ponen para completarle á continuacion del cociente sobre una raya y debajo el divisor formando un quebrado, ó se reducen á fraccion decimal, que es mejor.

En el ejemplo anterior pondria $27 : 4 = 6\frac{3}{4}$, y en este otro $68 : 9 = 7\frac{5}{9}$, en los cuales 3 y 5 son las restas, y 4 y 9 de debajo los divisores.

Cómo se leen estas espreiones?

El número que está sobre la raya, llamado ***numerador***, con los nombres numerales absolutos; y el que está debajo, que se llama *denominador*, con los partitivos, si no pasa de diez, ó con los absolutos, añadiendo la terminacion *avos*, si pasa de diez: cuando el denominador es 2 ó 3 se leen medios ó tercios.

En los ejemplos anteriores, las espresiones ó quebrados $\frac{3}{4}$ y $\frac{5}{9}$ se leerán tres cuartos y cinco novenos; y estas otras $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{8}{25}$, un medio, dos tercios, cuatro quintos, siete doceavos, ocho veinticincoavos.

Cómo se ejecuta la division de un compuesto por un dígito?

Colóquese el divisor á la derecha y á alguna distancia del dividendo; tírense dos rayas, una de arriba abajo que separe los dos términos, y otra debajo del divisor; véase cuántas veces el divisor está contenido en el primer guarismo de la izquierda del dividendo, ó en los dos primeros si aquel solo es menor que el divisor, y este cociente se pone debajo de las rayas; multiplíquese el divisor por este cociente, y el producto réstese sin escribirle del guarismo ó de los guarismos que sirvieron de dividendo parcial, poniendo la resta debajo : al lado de la resta, si la hubo, ó del cero, si no la hubo, se baja el siguiente guarismo del dividendo, y con lo que él y la resta compongan se hace lo mismo, escribiendo el cociente á la derecha del primero que se sacó : continuando del mismo modo hasta bajar todos los guarismos del dividendo. Tambien debe señalarse con un punto cada cifra que se baje.

Qué cosas deben tenerse presentes ademas en todos los casos de la division?

Las siguientes : 1.ª, que no se puede poner en el cociente de una vez más de 9; 2.ª, que todo número dividido por sí mismo da por cociente 1; 3.ª, que todo número dividido por la unidad da el mismo número por cociente, y 4.ª, que cero dividido por cualquiera número da cero por cociente.

Ejemplo. Para dividir 72306 por 6 indico la operacion $\frac{72306}{6} =$ 12051, y para ejecutarla dispongo los términos como aquí se presentan, y digo : 6 (divisor) en 7 (primer guarismo del dividendo) cabe una vez (ó, lo que es lo mismo, 7 entre 6 tocan á 1); pongo 1 debajo del divisor, al cual le multiplico por este cociente, y resto al mismo tiempo, diciendo : 6 por 1 es 6, á 7 va 1 (que escribo debajo del 7), y bajo el 2 (colocándolo al lado de la resta, la que con él compone 12); 12 entre 6 tocan á 2 (que escribo en el cociente al lado del 1), 6 por 2 son 12, á 12 (restando de lo que ha servido de dividendo) nó va nada (pongo un cero debajo del 12); bajo el 3 (y pongo un punto sobre cada guarismo que vaya bajando); 3 entre 6 á nada (cero al cociente), bajo el cero; 30 entre 6 á 5 (que escribo en el cociente), 6 por 5, 30, á 30 no va nada (cero debajo del 30), y bajo el 6; 6 entre 6 á 1; 6 por 1 es 6, á 6 cero : y hallo que el cociente es 12051, que escribo en la indicacion.

```
 ....
72306 |6
12    |-----
 030  |12051
  06
   0
```

De qué otro modo abreviado se puede hacer esta operacion?

Sacando del dividendo la mitad, tercera, cuarta parte, etc., segun sea el divisor 2, 3, 4, etc., haciendo las multiplicaciones y restas mentalmente, y colocando el cociente debajo del dividendo

Si he de dividir 1720547 por 8, escribo solo el dividendo, y digo, procediendo de izquierda á derecha: 1 no tiene octava parte; la octava parte de 17 (ó 17 entre 8, si se quiere) es 2 (que escribo debajo); 2 por 8 (divisor) son 16, á 17 va 1, que junto con el 2 que sigue como si fuera una decena, hacen 12; la octava parte de 12 (ó 12 entre 8) es 1 (que escribo); 1 por 8 (divisor) es 8, á 12 van 4 (que con el cero que sigue, considerándolas como decenas, hacen 40); la octava parte de 40 son 5; 5 por 8, 40, á 40 no va nada; la octava parte de 5 es cero (que pongo); la octava parte de 54 son 6; 6 por 8, 48, á 54 van 6 (que reunidas al 7 que sigue hacen 67); la octava parte de 67 son 8; 8 por 8 son 64, á 67 van 3, que coloco en forma de quebrado, con el divisor 8 por denominador, y he averiguado que $\frac{1720547}{8} = 215068\frac{3}{8}$.

$$\begin{array}{l} 1720547 \\ 215068\frac{3}{8} \end{array}$$

Cómo se ejecuta la division de un número compuesto por otro compuesto?

Colóquense los términos como en el caso anterior; despues se separan á la izquierda en el dividendo, señalando el último con un punto, tantos guarismos como tiene el divisor, ó uno más si en ellos no cupiese; véase cuántas veces el primer guarismo del divisor está contenido en el primero de los separados en el dividendo, ó en los dos primeros si se tomó uno más, y las veces que esté contenido es el cociente parcial, que se escribe debajo de la raya: se multiplica todo el divisor por este cociente, y se va restando el producto de las cifras que se apuntaron: al lado de la resta se baja el siguiente guarismo del dividendo, anotándole con un punto, y se sigue del mismo modo que se ha dicho en el caso anterior.

Para dividir 849128 por 413, colocados los términos como corresponde, y separando con un punto en el dividendo tantos guarismos como tiene el divisor, que son tres, veo que el 4, primer guarismo del divisor, está contenido en el 8, primero del dividendo, dos veces (ó digo 8 entre 4 tocan á 2); pongo 2 al cociente, multiplico todo el divisor por este cociente, y voy haciendo al mismo tiempo la resta, diciendo: 3 por 2, 6, á 9 van 3, 1 por 2 es 2, á 4 van 2, 4 por 2, 8, á 8 cero; al lado de la resta 23 bajo el siguiente guarismo, y como advierto que 231 no puede dividirse entre 413, escribo cero en el

$$\begin{array}{l|l} \dot{8}\dot{4}\dot{9}\dot{1}28 & 413 \\ \cline{2-2} 02312 & 2056 \\ \ \ 02478 & \\ \ \ \ 0000 & \end{array}$$

cociente y bajo el 2 siguiente, con lo que tengo para dividendo 2312, que consta de un guarismo más que el divisor, por lo cual digo: 23 entre 4, á 5 (que escribo); 3 por 5, 15, á 22 van 7, y llevo 2 (de 22); 1 por 5 es 5, y 2 que llevo 7, á 11 van 4, y llevo 1; 4 por 5, 20, y 1 son 21, á 23 van 2; bajo el 8 al lado de la resta 247, y se convierte en 2478, que tiene una cifra más que el divisor, por lo cual digo: 24 entre 4 tocan á 6; 3 por 6, 18, á 18 cero, y llevo 1; 1 por 6 es 6, y 1 (que llevo) 7, á 7 cero; 4 por 6, 24, á 24 cero; con lo que he concluido la operacion, obteniendo por cociente 2056.

Cómo se conoce que el cociente parcial que se pone es el verdadero?

Al hacer la resta puede suceder, ó que el producto del divisor por el cociente sea mayor que el dividendo parcial, y de consiguiente no pueda efectuarse aquella, ó que el residuo, si ha podido efectuarse, sea igual ó mayor que el divisor: en el primer caso es señal de que se ha puesto alguna unidad de más en el cociente, y en el segundo de que se ha puesto de ménos.

Qué regla debe observarse para evitar en el mayor número de casos estos errores?

Véase si la resta que queda de dividir el primer guarismo de cada dividendo parcial, ó los dos primeros, por el primero del divisor, reunida al siguiente guarismo del dividendo, es mayor que el producto del segundo guarismo del divisor por el cociente que se ha puesto, pues si es mayor, será el verdadero cociente, si menor, se le debe rebajar alguna unidad.

Sea 3183406 el que se ha de dividir por 3637. Separados los cinco guarismos primeros del dividendo, digo: 31 entre 3, supongo que á 9 (que no se escribe hasta asegurarse por la regla); 3 por 9, 27, á 31 van 4, que junto con el 8 que sigue vale 48; 6 por 9, 54; siendo este producto mayor que 48, es señal de que 9 es grande, de consiguiente tanteo con 8; 3 por 8, 24, á 31 van 7, que con el 8 siguiente hace 78; 6 por 8, 48; siendo ya este producto menor que 78, es señal de que puedo escribir casi de seguro por cociente el 8; multiplico por él todo el divisor, y resto al mismo tiempo, y bajando el cero al lado de la resta 2738, hago lo mismo; 27 entre 3 supongo que á 9; 3 por 9, 27, á 27 cero, que unido al 3 que sigue es solamente 3; 6 por 9, 54, que por ser ma-

```
  ...
3183406 | 3637
 27380  |-----------
  19216    875 1031/3637
   1031
```

yor que 3 me indica debo poner á ménos; pues sea á 8: 3 por 8, 24, á 27 van 3, que con el 3 que sigue hacen 33; 6 por 8, 48, que siendo mayor que 33, manifiesta que debo bajar aún una unidad, y tanteo á 7; 3 por 7, 21, á 27 van 6, que con el 3 forma 63; 6 por 7, 42, que siendo ya menor que 63, es señal de que puedo poner 7 en el cociente; efectuando por él la multiplicacion y restando, bajo el 6 y sigo: 19 entre 3, veamos si puede ser á 6; 3 por 6, 18, á 19 va 1, que con el 2 siguiente hace 12; 6 por 6, 36, que es mayor que 12; pues pongo á 5; 3 por 5, 15, á 19 van 4, que con el 2 es 42; 6 por 5, 30, que es ya menor que 42; luego 5 será el cociente que escribo; y hechas la multiplicacion y sustraccion, hallo por resultado $875\frac{1031}{3637}$.

En qué casos puede abreviarse la division?

Cuando ambos términos acaben en ceros, y cuando solo el divisor sea el que termine en ellos.

Qué se hace cuando los dos términos acaban en ceros?

Se borran en ambos tantos ceros como hay en el que tiene ménos, y se efectúa la operacion con lo que quede.

Para dividir 471000 por 2500, practicaria la division con 4710 y 25, á que quedan los dos reducidos despues de borrar dos ceros á cada uno; esto es: $\frac{471000}{2500}=\frac{4710}{25}=188\frac{10}{25}$.

Cómo se ejecuta cuando solo el divisor termine en ceros?

Se separan á la derecha del dividendo tantas cifras como ceros tiene el divisor, se hace la division de lo que quede á la izquierda por el divisor sin los ceros; al lado de la última resta se bajan las cifras separadas, con lo que se tiene la verdadera resta; se pone esta sobre la raya, y debajo el divisor con los ceros.

Para dividir 73196 por 400, dispongo los términos como aquí se ven, separando en el uno 96 y en el otro los ceros, y ejecuto la operacion con 731 entre 4; cuando he sacado el cociente, bajo al lado de la resta última 3 las cifras separadas 96, lo que escribo al lado del cociente 182 en forma de quebrado con todo el divisor por denominador.

$$\begin{array}{l|l} 731(96 & 4(00 \\ \hline 33 & \\ \ \ 11 & 182\frac{396}{400} \\ \ \ 396 & \end{array}$$

Cuántos son los usos de esta operacion?

Cuatro: 1.°, cuando hay que repartir entre varias personas cierto número de cosas; 2.°, cuando haya que buscar la mitad, tercera, cuarta parte, etc., de un número;

3.º, cuando se hayan de reducir unidades de especie inferior á unidades de especie superior, y 4.º, cuando conocido el valor de muchas unidades, se desea saber el de una.

Primer uso. Se necesita saber cuánto toca á cada persona de 6 que han ganado 300 rs. Divido los 300 rs. por 6, número de personas, y el cociente 50 son los reales que corresponden á cada uno.

Segundo uso. Si quiero averiguar cuál es la quinta parte de 470, divido este número por 5, y el cociente 94 es la quinta parte buscada

Tercer uso. ¿Cuántos pies componen 945 pulgadas? Divido el 945, número de pulgadas, por 12, que son las que tiene un pie, y el cociente $78\frac{9}{12}$ es el número de pies que se desea saber; es decir, que se divide el número dado por el que espresa las unidades de la misma especie que tiene una de la especie superior á que se van á reducir.

Cuarto uso. Sé que 75 varas de tela han costado 2400 rs.; mas ignoro á cuánto ha costado cada una: para averiguarlo divido el coste de todas 2400 rs. por 75, número de varas, y el cociente 32 es el número de reales que costó cada una.

PRUEBAS DE LAS CUATRO OPERACIONES.

Qué es prueba *de una operacion*?

Otra operacion, que por lo regular es la inversa, y que se practica para asegurarse si la primera está bien ejecutada. La mejor prueba es repetir la operacion varias veces.

Cuál es la prueba de la adicion?

La sustraccion. Se repite la misma operacion sin incluir el primer sumando, y restando esta suma de la obtenida ántes, debe, para estar bien, salir por resta el sumando que se separó.

Cuál es la prueba de la sustraccion?

La adicion. Se suman el sustraendo y la resta, y si esta suma fuera igual al minuendo, está bien ejecutada la operacion.

Cuál es la de la multiplicacion?

La division. Se divide el producto total por cualquiera de los dos factores, y si el cociente fuese igual al otro factor, está bien hecha la operacion.

Y la de la division?

La multiplicacion. Se multiplica el divisor por el cociente, y si el producto (despues de añadirle la resta, si la hubo) resultase igual al dividendo, está bien ejecutada la operacion.

FRACCIONES DECIMALES.

Qué es fraccion decimal?

Un número quebrado, cuyo valor es algunas partes de la unidad, dividida en las que esprese el guarismo 1 seguido de tantos ceros como cifras tenga el quebrado.

Para formar una idea exacta del valor y denominacion de estas fracciones, concíbase á la unidad dividida en diez partes iguales; cada una de estas se llamará *décima;* si se considera una décima dividida en diez partes iguales, la unidad, que tiene diez décimas, tendrá de las segundas ciento, por lo que se llamarán *centésimas;* si se divide una centésima en diez partes iguales, la unidad, que vale cien centésimas, tendrá mil de estas, y se denom inarán *milésimas;* y así sucesivamente tendrá la unidad diez mil *diezmilésimas*, cien mil *cienmilésimas,* un millon de *millonésimas*, diez millones de *diezmillonésimas*, etc.; de lo que se deduce que las décimas son diez veces menores que la unidad (como las unidades son diez veces menores que las decenas), las centésimas son diez veces menores que las décimas, las milésimas diez veces menores que las centésimas, las diezmilésimas diez veces menores que las milésimas, etc.

Cómo se escriben las fracciones decimales?

Siendo la ley constante de la numeracion escrita el ser cada órden diez veces menor que el que está á su izquierda, así en estas fracciones cada órden es diez veces menor que el que queda á su izquierda: luego las décimas, que son diez veces menores que la unidad, se escribirán á continuacion de las unidades, las centésimas, que son diez veces menores que las décimas, se pondrán en seguida de las décimas; despues de las centésimas, por la misma razon, las milésimas; luego sucesivamente las diezmilésimas, las cienmilésimas, las millonésimas, etc.

Y cómo se evita el confundirlas con los enteros, supuesto que se escriben á su continuacion?

Poniendo una *coma* entre la cifra de las unidades y la primera de la fraccion que representa las décimas : si no hubiese enteros se escribe un cero ántes de la coma.

Cómo se leen?

Como si fueran enteros, pronunciando despues de la última cifra la denominacion que le corresponda. La cual se averigua de antemano diciendo mentalmente en la primera cifra décimas, en la segunda centésimas, en la tercera milésimas, hasta llegar á la última, en la cual infaliblemente pronunciaremos la denominacion que deba tener. Cuando constan de muchos guarismos se preparan para leerlas como si fueran enteros.

Ejemplos. Esta combinacion 281,3 se lee : doscientos ochenta y un enteros y tres décimas.

Esta otra 0,47 : cero enteros y cuarenta y siete centésimas.

Esta de muchos guarismos, 301645,09564137, se prepara primero de este modo : 301·645,09'564·137; despues digo en cada cifra de la fraccion, principiando en el cero despues de la coma, décimas; centésimas en el 9, y así sucesivamente, milésimas, diezmilésimas, cienmilésimas, millonésimas, diezmillonésimas, cienmillonésimas en el 7 final, y hallo que siendo la denominacion de la última cifra cienmillonésimas, puedo ya leer toda la espresion, diciendo : trescientos y un mil seiscientos cuarenta y cinco enteros, nueve millones quinientas sesenta y cuatro mil ciento treinta y siete cienmillonésimas.

Qué otra regla debe observarse para hallar más pronto la denominacion?

Considérese á la coma como si fuera el guarismo 1, las cifras decimales como si fueran ceros, ó las que haya desde la coma á la primera señal de la preparacion, y lo que valga la unidad será la denominacion del quebrado terminando en *ésimas*.

En el anterior ejemplo, si la coma fuera la unidad y todas las cifras decimales ceros, ó solamente las dos que hay hasta el 1 que indica en la preparacion los millones, valdria cien millones, luego cienmillonésimas es la denominacion que buscamos.

Si en 6,534·782 la coma fuera la cifra 1, y ceros las tres que hay hasta el punto, valdria un millon, luego millonésimas será la denominacion, y leeremos : 6 enteros 534·782 millonésimas.

Se altera el valor del quebrado poniéndole algunos ceros á la derecha?

No : porque si á 0,7 añadimos ceros en esta forma 0,70, 0,700, en los tres casos el 7 vale siete décimas, pues siete décimas contienen 70 centésimas ó 700 milésimas, por tener cada décima diez centésimas ó cien milésimas.

Si los ceros se añaden á la izquierda, ¿se altera el valor del quebrado?

Sí: se hace la fraccion diez veces menor por cada cero que se añada, porque la cifra que valia décimas, añadiendo un cero pasa á espresar centésimas, que son diez veces menores; añadiendo dos, espresará milésimas, que son diez veces menores que las centésimas: en la misma fraccion 0,7, si ponemos un cero ántes del 7, así, 0,07, el 7, que valia décimas, vale ahora 7 centésimas, que son diez veces menores que 7 décimas, etc.

Qué alteracion sufre el quebrado corriendo la coma un lugar á la derecha?

Se hace toda la espresion tantas veces mayor como espresa la unidad seguida de tantos ceros como lugares se corrió la coma.

Si en la espresion 21,432 paso la coma un lugar á la derecha, entre el 4 y el 3, quedará 214,32, cantidad diez veces mayor que la primera, pues el 1, que valia una unidad, representa ahora una decena, que vale por diez unidades; el 4, que valia décimas, vale ahora unidades, que son diez veces mayores que las décimas, y lo mismo se puede decir de las demas cifras. Si la hubiera corrido dos lugares, así, 2143,2, la hubiera hecho cien veces mayor, porque el 1, que valia unidades, vale ahora ciento, etc.

Y si la coma se corre algun lugar á la izquierda?

Se hace la espresion tantas veces menor como espresa la unidad seguida de tantos ceros como lugares se corra la coma.

Si en la espresion 4273,65 pongo la coma entre el 7 y el 3, así, 427,365, la habré hecho diez veces menor, porque el 3, que valia unidades, vale ahora décimas, que son diez veces menores; el 6, que valia décimas, vale ahora centésimas, el 7, que valia decenas, vale ahora unidades, etc. Si la hubiera corrido tres lugares, 4,27365, la hubiera hecho mil veces menor, porque el 3, que valia unidades, vale ahora milésimas, que son mil veces menores; el 7, que valia decenas, vale centésimas, etc.

Cómo se reducen los quebrados comunes á decimales?

Colóquese el numerador por dividendo, y á alguna distancia el denominador por divisor: póngase cero y coma en el cociente y otro cero al dividendo, y queda reducida la operacion á dividir lo que esprese el numerador con el cero por el denominador, colocando el cociente en seguida de la coma, y añadiendo á las restas un cero por cada guarismo decimal que se vaya á sacar. Cuando alguna resta con el cero que se ha añadido no se puede dividir, por ser menor que el denominador, se pone cero al cociente y se le añade otro cero.

Para convertir á decimal este quebrado $\frac{7}{8}$ pongo, como se ve aquí, el numerador 7 por dividendo, y á alguna distancia el denominador 8 por divisor; escribo cero y coma en el cociente, supuesto que no han de salir enteros, y añadiendo despues un cero al 7, divido 70 por 8, que da de cociente 8 (le coloco en seguida de la coma), y quedan de resta 6; le añado un cero, y divido 60 por 8 (divisor), lo que da por cociente 7; multiplico el divisor por 7, y resto el producto de 60, y sobran 4; las añado otro cero, divido 40 por 8, y da de cociente 5, multiplico 8 por 5, y restando de 40 no sobra nada; con lo que he concluido y hallado que convertido el quebrado $\frac{7}{8}$ á decimal, es 0,875 milésimas, ó $\frac{7}{8} = 0,875$.

70	8
60	0,875
40	
0	

Cómo se reduce á decimal la última resta de una division de enteros?

Del mismo modo: se pone coma despues del cociente hallado en enteros, se añade un cero á la resta final, se divide por el divisor, y se sigue poniendo un cero para cada guarismo decimal que se haya de sacar.

Supongamos que haya de dividir 437 por 31: hago la division como corresponde, y despues de hallar el cociente 14, me queda de resta final 3, á la cual, en vez de ponerla al lado del cociente formando un quebrado comun, la añado un cero, sin olvidarme de poner una coma despues del 14, y digo: 30 entre 31 no puede ser, cero al cociente á continuacion de la coma; añado otro cero, con lo que se convierte la resta en 300, que ya puede dividirse: 30 entre 3 á 9; 1 por 9 es 9, á 10 va 1, y llevo 1; 3 por 9... 27, y 1... 28, á 30 van 2; á la resta 21

437	31
127	14,0967
0(300	
210	
240	
23	

la añado un cero, divido 210 por el divisor 31, hallo 6 por cociente, multiplico el divisor por este, resto el producto de 210, y queda de resta 24, con la cual hago lo mismo, añadiéndola un cero, y así sucesivamente voy sacando los guarismos decimales que quiera ó necesite.

Cuando ya no se quieran sacar más guarismos decimales, ¿qué debe hacerse?

Si la última resta que se desprecia fuese mayor que la mitad del divisor, se añade una unidad al último guarismo decimal hallado por lo que valgan los demas que se omiten.

En el ejemplo anterior, si despues de haber hallado el guarismo decimal 7 no quiero sacar más, como la resta 23 que yo desprecio es mayor que $15\frac{1}{2}$, mitad del divisor, en vez de un 7 pongo un 8, con lo que diré : $\frac{437}{31} = 14{,}0968$. Esta fraccion se aproxima más al justo valor que la de 14,0967.

Y qué debe hacerse con una fraccion dada que contenga muchos guarismos?

Si tiene más que los necesarios para la importancia del cálculo que con ella se vaya á ejecutar, se toman á la izquierda los que se necesiten, añadiendo por lo que valen los que se desprecian una unidad al último, si el primero de los que se dejan es un 5 ó mayor que 5; advirtiendo que cuantos más se toman más aproximada es la fraccion al verdadero valor que representa (*).

Sea la fraccion 0,732659013 con la que haya de ejecutar un cálculo para cuya importancia juzgue que no necesito más que los cuatro primeros guarismos; al 6 le añado una unidad, por ser el 5 el que sigue, y desprecio las siguientes cifras, quedando el quebrado reducido á 0,7327; si necesitase solo dos, tomaria 0,73, despreciando las restantes y sin añadir la unidad al 3, porque el 2 que sigue es menor que 5.

En qué se dividen las fracciones decimales?

En periódicas, mistas (ó en parte periódicas y en parte no) y no periódicas.

(*) Cuando sea para multiplicarla se toman dos cifras decimales más de las que tenga en enteros el otro factor, si se quiere en el producto una aproximacion suficiente.

Cuáles son las periódicas?

Aquellas en que cierto número de guarismos vuelve á repetirse varias veces con el mismo órden.

Al reducir á decimal el quebrado $\frac{4}{11}$ se convierte en este otro 0,36363636 etc., en el cual se advierte que los guarismos 3 y 6 se repiten constante é indefinidamente, constituyendo una fraccion periódica, cuyo período es 36.

El quebrado $\frac{2}{3}$ da 0,666666 etc., cuyo período es 6.

Cuáles son las fracciones mistas, ó en parte periódicas y en parte no?

Aquellas en que despues de cierto número de cifras hay otras que se repiten constantemente formando los períodos despues de las primeras.

Reduciendo á fraccion decimal $\frac{5}{6}$ se convierte en 0,833333 etc. en la cual la parte no periódica es el 8 y el período es 3.

El quebrado $\frac{593}{925}$ constituye la fraccion mista 0,64108108108 etc., en la cual la parte no periódica es 64 y el período 108.

Cuáles son las no periódicas?

Aquellas cuyos guarismos no se repiten con un órden constante.

Estas ú otras semejantes son fracciones no periódicas : 0,5612374, 0,00365141904, etc.

Al trasformar en decimales los quebrados, ¿hay algun caso en que pueda abreviarse la operacion?

Si : cuando el divisor acaba en ceros. En este caso, en vez de poner un cero á cada resta, se suprime en el divisor uno por cada guarismo decimal que se haya de sacar.

Si el quebrado fuera $\frac{327}{4000}$, en vez de añadir un cero al dividendo suprimo uno en el divisor tachándole, y queda en 400 ; mas viendo que no se puede dividir 327 por 400, pongo cero al cociente, tacho otro en el divisor, con lo que queda en 40 : 327 entre 40 á 8, 8 por cero es cero, á 7 van 7 ; 4×8=32, á 32 cero ; tacho el otro y quedan 4 ; 7 entre 4 á 1, 4×1=4, á 7 van 3 ; como no hay en el divisor más ceros, añado á la resta 3 uno, y desde este momento

327	4000
07	0,08175
30	
20	
0	

se sigue por el método general, poniendo los ceros á las restas : 30 entre 4 á 7, 4×7=28, á 30, etc.

SUMAR DECIMALES.

Cómo se suman las espresiones decimales?

Se colocan los sumandos unos debajo de los otros, de manera que formen columna las comas, pues así quedan las unidades debajo de las unidades, las decenas de las decenas, etc., y las décimas debajo de las décimas, las centésimas de las centésimas, etc. ; despues se tira una raya y se suman como si fuesen enteros, teniendo cuidado de poner en la suma una coma en frente de la de los sumandos.

0,027
345,9
86,89654
8,77
50,
0,653
492,24654

Si hubiera de sumar 0,027 + 345,9 + 86,89654 + 8,77 + 50, + 0,653, colocaria estos sumandos como aquí se presentan, formando columna las comas y los órdenes, en este estado los sumaria como enteros, poniendo en la suma una coma en frente de las comas, y hallaria por resultado lo que aparece debajo de la raya.

RESTAR DECIMALES.

Cómo se restan?

Se pone el sustraendo debajo del minuendo, de modo que se correspondan las unidades de cada especie ; esto es, que la coma del sustraendo quede debajo de la del minuendo, se tira una raya y se restan como los enteros, poniendo en la resta *coma* debajo de la de los datos.

672,438
136,456
535,982

De 672,438 tengo que restar 136,456 : coloco estos datos de modo que se correspondan las comas, y hago la operacion como si fueran enteros, poniendo en la resta la coma debajo de la de los datos, y el resultado será 535,982.

Qué se hace cuando en el sustraendo hay ménos guarismos decimales que en el minuendo, ó al revés?

En ambos casos se considera que hay ceros en los lugares en que faltan guarismos, y se ejecuta la operacion como si efectivamente los hubiera.

Si de 852,543219 hubiera de restar 69,346, colocando los datos

```
852,543219
    69,346
----------
783,197219
```

como prescribe la regla, diria: de cero (suponiendo que le hay debajo del 9) á 9 van 9, de cero á 1 va 1, de cero á 2 van 2, de 6 á 13 van 7, y llevo 1, y 4 son 5, á 14 van 9, y siguiendo ya por la regla general, hallaria la resta que se ve debajo de la raya.

Pero si el minuendo fuese 49,25 y el sustraendo 0,637062, colocados como corresponde, diria: de 2 á 10 (como si hubiera un cero

```
 49,25
  0,637062
----------
 48,612938
```

sobre el 2) van 8, y llevo 1, y 6, 7, á 10 van 3, y llevo 1, y cero es 1, á 10 van 9, y llevo 1, y 7 son 8, á 10 van 2, y llevo 1, y 3 son 4, á 5 va 1, y no llevo nada; de 6 á 12 van 6, y llevo 1, y cero es 1, á 9 van 8; de nada á 4 van 4. Si se hace la prueba saldrá el minuendo terminado en cuatro ceros, que es como si no los tuviera.

MULTIPLICAR DECIMALES.

Cómo se multiplican las espresiones decimales?

Como si fueran enteros, sin hacer caso de las comas; pero se tiene cuidado de separar á la derecha del producto con una coma tantas cifras como guarismos decimales habia en los dos factores, y si no hay bastantes se completan añadiendo ceros á la izquierda.

```
    7 2,4
    5,3 5
---------
  3 6 2 0
2 1 7 2
3 6 2 0
---------
3 8 7,3 4 0
```

Ejemplo: 72,4×5,35=387,340: coloco los factores como aquí se ven, hago la multiplicacion como si fueran enteros y no hubiera comas, y en el producto total 387,340 separo á la derecha con una coma tres cifras, porque en los dos factores habia tres guarismos decimales, y hallo por verdadero resultado 387,340, ó, lo que es lo mismo, 387,34.

```
  0,4 3
    0,5
-------
0,2 1 5
```

Si los factores fueran 0,43 y 0,5 obtendria el producto 215, y al separar en él tres cifras que hay de decimales en los dos factores, necesitaria poner ántes de la coma un cero, con lo cual el verdadero producto será 0,215.

```
    0,2 4 1
      0,0 4
-----------
0,0 0 9 6 4
```

Ejecutando la operacion con 0,241 y 0,04, al separar cinco guarismos que hay de decimales en los dos factores tengo que completarlos añadiendo á la izquierda del producto 964 dos ceros, poniendo en seguida cero y coma porque no hay enteros.

Cómo se multiplican los decimales por la unidad seguida de ceros?

Se corre la coma tantos lugares á la derecha como ceros acompañan la unidad, y si no hay bastantes cifras se añaden los ceros que se necesiten.

Para multiplicar 3,540216 por 10, corro la coma un lugar entre el 5 y el 4, y será el producto 35,40216. Para multiplicar la misma espresion por 100, la corro dos lugares, entre el 4 y el cero, así: 354,0216.

Para multiplicar á 0,37 por 10, corro un lugar á la derecha la coma, y será el producto 3,7; pero si la hubiera de multiplicar por 10000, para suplir los lugares que faltan la añadiria dos ceros, obtendria 3700 enteros.

DIVIDIR DECIMALES.

Cómo se dividen las decimales?

Se hará que los dos términos de la division tengan igual número de cifras decimales, añadiendo á la derecha del que tenga ménos los ceros que se necesiten; despues se borran las comas, y queda reducida la operacion á dividir enteros por enteros. Si al fin queda alguna resta, se convierte en decimal por las reglas que para esto se han dado.

Quiero dividir 0,8 entre 0,16, añado un cero al dividendo, y quitando las comas ó no haciendo caso de ellas, queda reducida la operacion á dividir 80 por 16, que da 5 enteros por cociente; esto es, $\frac{0,8}{0,16}=\frac{80}{16}=5$.

0,80	0,16
00	5

Para dividir 53 por 32,61 añado al dividendo dos ceros, borro la coma al divisor, y está reducido á dividir 5300 por 3261, que da por cociente 1 entero; añado, despues de poner al entero coma, un cero á la resta 2039, y continúo la operacion sacando los guarismos decimales que desee, saliendo por cociente 1,625.

5300	3261
20390	1,625 etc.
08240	
17180	
0875 etc.	

Si hubiera de dividir 82,6032 por 6,5, añado á este tres ceros y le convierto en 6,5000, que tiene tantos guarismos decimales como el dividendo; borro las comas, y está reducido á dividir 826032 por 65000, que da el cociente 12 en enteros; borrando ahora un cero en el divisor, en vez de añadirle á la resta 46032, sigo completando el cociente en decimales por la abreviacion esplicada en su lugar.

826032	65000
176032	12,781
46032	
0532	
120	
55	

Cómo se dividen las decimales cuando el divisor es la unidad seguida de ceros?

Queda ejecutada la division corriendo la coma á la izquierda tantos lugares como ceros tenga la unidad despues de sí; y si no hay en el dividendo bastantes cifras se suplen con ceros á la izquierda.

Si he de dividir 4365,72 por 10, corro un lugar la coma á la izquierda y obtengo el cociente 436,572. Por 100 daria el cociente 43,6572; por 1000 daria 4,36572.

Si fuera 3,567 por 10, daria este cociente: 0,3567; pero si hubiese sido dividida por 1000, como la unidad tiene tres ceros y en el dividendo no hay más que una cifra á la izquierda de la coma, supliré los lugares que faltan añadiendo dos ceros, y obtendré este cociente: 0,003567.

VALUAR DECIMALES.

Qué es valuar quebrados?

Hallar su valor en unidades de especie inferior á la que se refieren.

Cómo se valúan los decimales?

Multiplicando la fraccion por las veces que la unidad inferior en que se quiere valuar está contenida en la unidad de que es quebrado.

```
   0,7 1
     3
---------------
   2,1 3 pies
     1 2
---------------
     2 6
   1 3
---------------
   1,5 6 pulgad.
     1 2
---------------
   1 1 2
   5 6
---------------
   6,7 2 líneas
```

De modo que para valuar esta fraccion 0,71 de vara en pies, la multiplicaré por 3, que son los que tiene una vara, y hallo que vale 2 pies y 13 centésimas de pie; para valuar este quebrado de pie en pulgadas le multiplico por 12, que son las que tiene un pie, y hallo en el producto 1 pulgada y 56 centésimas de pulgada; para valuar este quebrado de pulgada en líneas le multiplicaré por 12, que son las que tiene una pulgada, y en el producto 6,72 hallaré que vale 6 líneas y algo más de media, que son las 72 centésimas: luego 0,71 de vara equivale á 2 pies, 1 pulgada, 6 líneas y 72 centésimas de línea.

SISTEMA MÉTRICO DECIMAL.

Qué se entiende por SISTEMA MÉTRICO DECIMAL?

El arreglo que por Real órden de 15 de abril de 1848, y ley de 19 de julio de 1849, se ha hecho de las monedas, pesas y medidas, dependiendo y derivándose estas dos últimas de una sola base fundamental.

Cuál es la base fundamental del nuevo sistema?

El *metro*, medida lineal, del cual toma su nombre el sistema.

Por qué se llama ademas decimal?

Porque, á manera de las espresiones decimales, cada especie de medidas, pesas ó monedas es diez veces más pequeña, ó es la décima parte de su inmediata superior, como es diez veces mayor que su inmediata inferior: así el decímetro es diez veces más pequeño que el metro, ó está contenido diez veces en el metro, como el decámetro contiene diez metros, ó es diez veces mayor que el metro.

Cuántas y cuáles son las unidades principales ó tipos de cada género de este sistema?

Seis; á saber: el *metro*, el *litro*, el *gramo*, el *real*, el *área* y el *metro cúbico*.

Qué es metro?

La unidad principal ó tipo de las medidas de longitud, y equivale á la diezmillonésima parte del arco del meridiano terrestre que va del Ecuador al polo Norte.

Qué es litro?

La unidad principal para las medidas de capacidad, tanto para líquidos como para áridos, y es un vaso cúbico de cuyas tres dimensiones cada una es igual á un decímetro, ó, lo que es lo mismo, la décima parte de un metro.

Qué es gramo?

La unidad tipo para las pesas, cuyo peso es igual al del agua destilada que á la temperatura de cuatro grados del termómetro centígrado cabe en un vaso cúbico cuyas dimensiones interiores son de un centímetro; es decir, la centésima parte de un metro.

Qué es real?

La unidad principal para las monedas, cuyo valor es diez décimas, ó treinta y cuatro maravedises de los antiguos

Qué es área?

La unidad principal para las medidas agrarias, y es un cuadro que tiene diez metros de lado, ó cien metros cuadrados.

Qué es metro cúbico?

La unidad principal de las medidas de solidez, y es un cubo que tiene un metro de largo, otro de ancho y otro de grueso.

Cómo se forman los nombres de los múltiplos ó de las especies superiores de estas unidades principales?

Por medio de estas palabras griegas antepuestas al nombre de la unidad tipo:

deca, hecto, kilo, miria,

que significan

DIEZ, CIENTO, MIL, DIEZ MIL.

Y los submúltiplos ó especies inferiores?

Por medio de estas otras de orígen latino que se anteponen al nombre de la unidad tipo:

deci, centi, mili,

que equivalen á

DÉCIMA, CENTÉSIMA, MILÉSIMA.

Luego cómo se esplica el sistema métrico de un modo general?

Suponiendo una *unidad* cualquiera, se tiene para los múltiplos que un *deca* contiene diez de esas unidades, un *hecto* diez decas ó cien unidades, un *kilo* diez hectos, ó cien decas, ó mil unidades, y un *miria* diez kilos, ó cien hectos, ó mil decas, ó diez mil unidades: pasando á los submúltiplos, un *deci* es la décima parte de la unidad, un *centi* la centésima parte de la unidad ó la décima de un deci, y un *mili* la milésima parte de la unidad, ó la décima de un centi, ó la centésima de un deci; todo lo cual se demuestra con más claridad en la siguiente

TABLA GENERAL DEL SISTEMA.

	KILOS.	HECTOS.	DECAS.	UNIDADES.	DECIS.	CENTIS.	MILIS.
1 miria tiene.	10	100	1000	10000	100000	1'000000	10'000000
1 kilo.	1	10	100	1000	10000	100000	1'000000
1 hecto.		1	10	100	1000	10000	100000
1 deca.			1	10	100	1000	10000
1 unidad.				1	10	100	1000
1 deci.				0,1	1	10	100
1 centi.				0,01	0,1	1	10
1 mili.				0.001	0,01	0.1	1

Cómo se obtienen los nombres, significacionnes y valores de las diferentes unidades del sistema?

Anteponiendo á las palabras metro, litro, gramo, las griegas deca, hecto, kilo, miria, para los múltiplos, y las latinas deci, centi, mili, para los submúltiplos, del modo siguiente:

MEDIDAS LINEALES.

	Nombres.	Significacion y valor.			
Múltiplos.	Miria*metro*	10000	metros ó	10	kilómetros.
	Kiló*metro*	1000	metros	10	hectóm (*)
	Hectó*metro*	100	metros	10	decám.
	Decá*metro*	10	metros	10	metros.
Unidad.	. . . *Metro*	1	metro	10	decím.
Submúltiplos	Decí*metro*	la 0,1	de metro	10	centím.
	Centí*metro*	la 0,01	de metro	10	milím.
	Milí*metro*	la 0,001	de metro		

MEDIDAS DE CAPACIDAD.

Múltiplos.	Miriá*litro*	10000	litros ó	10	kilólitros.
	Kiló*litro*	1000	litros	10	hectólitr.
	Hectó*litro*	100	litros	10	decál.
	Decá*litro*	10	litros	10	litros.
Unidad.	. . . *Litro*	1	litro	10	decíl.
Submúltiplos	Decí*litro*	la 0,1	de litro	10	centíl.
	Centí*litro*	la 0,01	de litro	10	milíl.
	Milí*litro*	la 0,001	de litro		

PESAS.

Múltiplos.	Miriá*gramo*	10000	gramos ó	10	kilógramos.
	Kiló*gramo*	1000	gramos	10	hectógr.
	Hectó*gramo*	100	gramos	10	decág.
	Decá*gramo*	10	gramos	10	gramos.
Unidad.	. . . *Gramo*	1	gramo	10	decíg.
Submúltiplos	Decí*gramo*	la 0,1	de gramo	10	centig.
	Centí*gramo*	la 0,01	de gramo	10	milíg.
	Milí*gramo*	la 0,001	de gramo		

(*) En lo sucesivo solo escribiremos en estos nombres las letras que hay hasta la inicial tipo, á escepcion del primero, que irá con todas.

Qué se infiere de esto?

Que todas las unidades de este sistema crecen y decrecen por escalones de diez en diez, siguiendo la ley de la numeracion decimal, lo que facilita leerlas, escribirlas, ejecutar las operaciones con ellas, llevar las cantidades fraccionarias al grado de aproximacion que se quiera, y hacer las reducciones de unas á otras.

Qué mas hay que advertir sobre estas tres clases de medidas?

Que en las longitudinales admite la ley todas las especies ya referidas; en las de capacidad no autoriza el mililitro ni el miriálitro, y en las de peso designa por unidad usual el kilógramo, adoptando ademas dos especies superiores, que son el *quintal métrico*, que tiene cien kilógramos, y la *tonelada de peso*, de mil kilógramos ó un millon de gramos, y es igual al peso del metro cúbico de agua destilada (*).

Con arreglo á esto, hé aquí las tablas de las pesas y medidas legales:

(*) Se usará de los múltiplos del metro para las operaciones geodésicas etc.; pero para los usos comunes, del metro y sus divisores; así como del hectólitro y decálitro para las grandes partidas de granos y líquidos, y para las pequeñas del litro y sus inferiores. En las fórmulas de medicina, para los escipientes de poca actividad, del kilógramo, y para las sustancias activas, del gramo y sus factores.

Tabla de las medidas longitudinales.

	KILÓM.	HECTÓM.	DECÁM.	METROS.	DECÍM.	CENTIM.	MILÍM.
1 miriámetro tiene............	10	100	1000	10000	100000	1000000	10000000
1 kilómetro...............	1	10	100	1000	10000	100000	1000000
1 hectómetro...................		1	10	100	1000	10000	100000
1 decámetro.....................			1	10	100	1000	10000
1 metro.......................				1	10	100	1000
1 decímetro......................				0,1	1	10	100
1 centímetro				0,01		1	10
1 milímetro.......................				0,001			1

Tabla de las medidas de capacidad para áridos y líquidos.

	HECTÓL.	DECÁL.	LITROS.	DECÍL.	CENTÍL.
1 kilólitro tiene..........	10	100	1000	10000	100000
1 hectólitro	1	10	100	1,000	10000
1 decálitro.................		1	10	100	1000
1 litro.....................			1	10	100
1 decílitro.......................				1	10
1 centílitro............................					1

Tabla de las pesas.

	QUINTALES.	MIRIÁGRAM.	KILÓGRAM..	HECTÓGRAM	DECÁGRAM.	GRAMOS....	DECÍGRAM..	CENTÍGRAM.	MILÍGRAM..
1 tonelada tiene. .	10	100	1000	10000	100000	1000000	10000000	100000000	1000000000
1 quintal métrico. .	1	10	100	1000	10000	100000	1000000	10000000	100000000
1 miriágramo.		1	10	100	1000	10000	100000	1000000	10000000
1 kiiógramo..			1	10	100	1000	10000	100000	1000000
1 hectógramo.				1	10	100	1000	10000	400000
1 decágramo.					1	10	100	1000	10000
1 gramo.						1	10	100	1000
1 decígramo							1	10	100
1 centígramo.								1	10
1 milígramo									1

Cuál es la division que la ley hace de las monedas?

El *real* es la unidad principal; sus múltiplos son el *escudo* de diez reales y el *doblon* de Isabel, de diez escudos ó cien reales, y su submúltiplo la *décima* de real Todas monedas efectivas: el doblon es de oro, el escudo y el real de plata, y la décima de cobre. Hé aquí la

TABLA DE LAS MONEDAS.

	Escudos.	Reales.	Décimas.
1 doblon tiene.	10	100	1000
1 escudo. . . .	1	10	100
1 real..		1	10
1 décima.			1

Cuáles son las medidas agrarias?

La unidad principal es el *área*, que contiene cien *centiáreas* ó metros cuadrados, y la *hectárea*, que tiene cien áreas.

TABLA DE LAS MEDIDAS AGRARIAS.

	Areas.	Centiáreas.
1 hectárea tiene.	100	10000
1 área.	1	100
1 centiárea..		1

Para los demas usos que no sean del campo servirá la tabla siguiente:

MEDIDAS CUADRADAS.

	Decím.	Centím.	Milím.
1 metro cuadrado tiene..	100	10000	1000000
1 decímetro cuadrado.	1	100	10000
1 centímetro id.		1	100
1 milímetro id			1

Cuáles son las medidas de solidez?

El metro cúbico y sus divisores, como se ve en la siguiente tabla:

MEDIDAS DE SOLIDEZ.

	Decím.	Centím.	Milím.
1 metro cúbico tiene.	1000	1000000	1000000000
1 decímetro id.	1	1000	1000000
1 centímetro id		1	1000
1 milímetro id.			1

Cómo se escriben las diferentes especies de las pesas, monedas y medidas de longitud y capacidad?

Teniendo presente que los doblones representan los *hectos* y los escudos los *decas*, se escribirán como las espresiones decimales, colocando los *mirias* en las decenas de millar, los *kilos* en los miles, los *hectos* en las centenas, los *decas* en las decenas, y los metros, litros, gramos y reales en las unidades; despues de la coma los *decis* en las décimas, los *centis* en las centésimas, y los *milis* en las milésimas: si falta alguna especie se pone cero en el lugar que le corresponda.

Para escribir 7 kilómetros, 4 decám., 2 metros y 16 centím., pongo un 7, que, representando los kilos, ocupará el lugar de los miles; en el lugar de los hectos, esto es, en las centenas, escribe un cero porque no hay hectómetros; despues del cero un 4, que son los decámetros, en el lugar de los decas ó en las decenas; en seguida un 2, que son los metros (es decir, las unidades); á continuacion una coma, y despues de ella un 1 y un 6, porque 16 centím. es lo mismo que 1 decím. y 6 centím. (supuesto que 16 centésimas son equivalentes á 1 décima y 6 centésimas), con lo que he concluido, y advierto que he escrito metros 7042,16.

Si fueran 5 hectól., 23 litros y 9 centil., haciendo análogas observaciones hubiera escrito 523,09.

Si el complejo fuera 8 kilóg., 42 milíg., viendo que no hay ni hectos, ni decas, ni gramos, ni decis, escribiria gramos 8000,042, ó poniendo la coma en la unidad usual que la ley designa, kilógramos 8,000042.

Para escribir 25 doblones, 3 escudos, 7 reales y 5 décimas, advirtiendo que los doblones son los hectos y los escudos los decas, pondria: reales 2537,5.

Cómo se leen?

Traduciendo miria por las decenas de millar; kilo por los miles; hecto por los cientos; deca por las decenas; metros, litros, gramos ó reales por las unidades; deci por las décimas; centi y mili por las centésimas y milésimas; teniendo siempre presente que los doblones y escudos son los hectos y decas.

Esta espresion, metros 25614,789, la leeré: 2 miriámetros, 5 kilóm., 6 hectóm., un decám., 4 m., 7 decím., 8 centím., 9 milím.; ó de este modo: 25 kilómetros, 614 m, 7 decím. y 89 milím.; ó de este: 256 hectómetros, 14 m., 78 centím. y 9 milím.: ó 25614 metros y 789 milím.

Si hubiese de leer: gramos 7050,064, diria, nombrando todas las especies: 7 kilógramos, 5 decág., 6 centíg. y 4 milíg.; ó si no: 70 hectógramos, 50 gr. y 64 milíg.; ó bien: 705 decágramos y 64 milígram s; ó si se quiere: 7050 gramos y 64 milíg. Lo que demuestra la suma facilidad que hay de trasformar unas especies en otras, familiarizándose en leerlas y escribirlas de diferentes modos.

Cómo se leen y escriben las medidas agrarias y las demas cuadradas y cúbicas?

Teniendo presente que se necesitan dos cifras para escribir cada especie de las medidas cuadradas, y tres para las cúbicas, añadiendo ceros cuando se necesiten (*).

Así para escribir 7 hectáreas, 5 ár. y 43 centiár., pondria: áreas 705,43; para 52 hectáreas, 60 ár. y 4 centiár., escribiria: áreas 5260,04, usando siempre de dos cifras para cada unidad.

Cincuenta y seis metros cuadrados, 17 decím. y 3 milím., pondria: metros cuadrados: 56,170003.

Para escribir 26 metros cúbicos, 7 decím., 38 centím. y 400 milímetros, pondria: metros cúbicos 26,007038400.

Esta espresion, áreas 75430,201, se lee: 754 hectáreas, 30 ár., 20 centiár. y una décima de centiárea.

Esta otra, áreas 800,8, se lee: 8 hectáreas y 8 décimas de área; ó bien 800 áreas y 8 décimas; ó se añade un cero al 8 último, así, áreas 800,80, y se lee 800 áreas y 80 centiáreas.

Para leer metros cuadrados 72,563 diria: 72 metros cuadrados, 56 decím. y 3 décimas de decímetro; ó añadiria un cero, 72,5630,

(*) Porque teniendo una unidad de las superficiales ciento de las de especie inmediata inferior, una cifra sola representa décimas partes de la superior, pero no unidades de la inferior. Así en áreas 3,5, el 3 vale áreas, el 5 cinco décimas de un área ó la mitad de un área; pero la mitad del área son 50 centiáreas, por tener 100 de estas el área; luego lo mismo es decir 5 décimas de área que 50 centiáreas. Por donde se ve que para leer al 5 en centiáreas, hay necesidad de ponerle un cero. Razones análogas son por las que se deben añadir uno ó dos ceros en las medidas cúbicas para completar las tres cifras que se necesitan para espresar unidades inferiores á la próxima superior.

y leeria: 72 metros cuadrados, 56 decím. y 30 centím.; ó si no 72 metros y 5630 centím.

En esta espresion, metros cúbicos 65,7000803, leeria: 65 metros cúbicos, 700 decím., 80 centím. y 3 décimas de centímetro; ó añadiendo dos ceros, así, metros cúbicos 65,700080300, diria: 65 metros cúbicos, 700 decím., 80 centím. y 300 milím.

OPERACIONES CON LAS MEDIDAS MÉTRICAS.

Cómo se suman estos complejos decimales?

Lo mismo que las espresiones decimales, disponiendo los sumandos los unos debajo de los otros de modo que se correspondan en columna las comas, y de consiguiente las unidades de un mismo nombre, poniendo tambien en la suma coma en frente de las comas.

Ejemplo: Tengo que sumar 45 doblones, 7 escudos, 4 reales, 9 décimas+36 escudos, 8 décimas+3 escudos, 6 reales+8 reales y 5 décimas+39 reales+12 doblones. Coloco los sumandos de modo que los doblones digan debajo de los doblones, los escudos debajo de los escudos, etc.: sumo estas cantidades como las espresiones decimales, y poniendo en el total la coma en frente de las comas, hallo que este es 62 doblones, 1 escudo, 9 reales y 2 décimas.

4574,9
360,8
36
8,5
39
1200
———
6219,2

Otro: ¿Cuánto componen cuatro partidas de aceite, en el supuesto que la primera pesó 27 kilógramos, 4 decág., 5 gramos, 3 decíg., 8 centíg. y 9 milig; la segunda 8 hectógramos y 1 decágramo; la tercera 86 hectógramos, 6 gramos y 9 centigramos, y la cuarta 457 gramos y 68 milíg.? Dispuestos los sumandos como corresponde, hallo la suma 36918 gramos y 547 milíg., cuya partida, reducida á kilógramos, que es la unidad usual que marca la ley, lo cual se consigue con pasar en el total la coma á los kilógramos, así 36,918547, seria de 36 kilógramos, 918 gramos y 547 milígramos.

27045,389
810
8606,09
457,068
———
36918,547

Cómo se restan?

Como los decimales, poniendo la coma en los datos á la derecha de la unidad que se tome como principal, y en la resta en frente de aquellas, correspondiéndose las especies.

Un almacenista compró 98 kilólitros, 3 hectól. y 6 l. de aguardiente, de lo cual ha vendido 93 hectólitros, 5 decál., 9 decil, y 1 centíl.; ¿cuánto le queda? Colocando los datos de manera que se correspondan las comas, y de consiguiente las especies, y ejecutando la

98306
9350,91
———
88955,09

operacion como con números decimales, hallo que le quedan aún por vender 88 kilólitros, 955 l. y 9 centíl., ó, lo que es lo mismo, litros 88955,09; esto es, 88955 litros y 9 centíl.

De una tierra que hacia 65 hectáreas, 4 ár. y 60 centiár., he vendido 25 hectáreas, 30 ár. y 7 centiár.: ¿cuánto me queda de ella? Teniendo cuidado al colocar estas medidas de que cada especie ocupe dos lugares, hallaré que el residuo de la tierra que me queda es de 39 hectáreas, 74 áreas y 53 centiár.; ó áreas 3974,53.

$$\begin{array}{r} 6504,60 \\ 2530.07 \\ \hline 3974,53 \end{array}$$

Cómo se multiplican?

Lo mismo que las espresiones decimales; pero teniendo cuidado de poner la coma, cuando los factores son de género diferente, en el uno en la especie de unidades á que en la cuestion se señale el precio, y en el otro en las unidades en que se pida el producto: y cuando sean aquellos de un mismo género se pondrá en las unidades tipos.

Cuarenta kilólitros, 3 decál., 5 l. y 7 decíl. de vino á razon de 5 escudos, 7 reales y 3 décimas el decálitro, ¿cuántos reales importa? Como en la cuestion se marca el precio del decálitro, pongo la coma en los decálitros, que son el 3, y como ademas se pide el producto en reales, pongo la coma en los reales, que son el 7, y habré escrito los factores como aquí se ven, lo demas de la operacion queda reducido á multiplicar decimales, apartando en el producto tantas cifras para decimales como hay en los dos factores, que en el caso presente son tres; con lo que he averiguado que el importe que se pide en la cuestion es 229404 reales, 5 décimas y 61 milésimas de real. Si en la cuestion se hubiera deseado saber el producto en escudos, poniendo la coma en ellos, serian los factores 4003,57×5,73, en los cuales hay cuatro cifras decimales; separando estas en el producto, este hubiera sido 22940,4561; es decir, 22940 escudos, 4 reales, 5 décimas y 61 milésimas Si en la cuestion se hubiera dicho á 5 escudos y 73 décimas el litro, ¿cuántos escudos importan? Poniendo la coma en los escudos y litros, hubieran sido los factores 40035,7×5.73, y el producto, separando tres cifras, 229404,561; esto es, 229404 escudos, 5 reales y 6 décimas (*).

$$\begin{array}{r} 4\,0\,0\,3,5\,7 \\ 5\,7,3 \\ \hline 1\,2\,0\,1\,0\,7\,1 \\ 2\,8\,0\,2\,4\,9\,9 \\ 2\,0\,0\,1\,7\,8\,5 \\ \hline 2\,2\,9\,4\,0\,4,5\,6\,1 \end{array}$$

(*) En estos resultados finales, cuando la cifra de las centésimas de rea es 1, 2 ó 3, se puede despreciar esa cifra y las que sigan; cuando sean 4, 5 ó 6, se tomarán como media décima de real, y cuando 7, 8 ó 9, se considerarán como una décima entera.

Catorce metros, 3 decím. y 7 milím. multiplicados por 3 metros y 8 centím., ¿cuántos metros cuadrados hacen?

```
 1 4,3 0 7
     3,0 8
-----------
 1 1 4 4 5 6
4 2 9 2 1
-----------
4 4,0 6 5 5 6
```

Como los dos factores son de un mismo género, pongo las comas en los metros, y hecha la multiplicacion y apartadas cinco cifras decimales que hay en los dos factores, hallo por producto metros cuadrados 44,06556; es á saber, 44 metros cuadrados, 6 decím., 55 centím. y 60 milím., ó 44 metros cuadrados y 65560 milímetros.

Cómo se dividen?

Como si fueran números decimales, con la advertencia de poner la coma en el divisor en la especie de que sea la unidad cuyo valor se exige en la pregunta, cuando los dos términos son de género diferente; pues cuando sean de un mismo género se pondrá en las unidades tipos.

Sé que 741 metros, 7 centím. y 4 milím. de cinta han costado 6 doblones, 5 reales y 4 décimas; pero necesito saber á cuánto sale el decámetro. Pongo la coma en el divisor en los decámetros: igualo los términos en cifras decimales añadiendo tres ceros al dividendo, y ejecutada la division como con números decimales, hallo que sale cada decámetro á 8 reales, 1 décima, y 69 centésimas de décima. Si en la cuestion se pidiera el valor de un hectómetro, el divisor fuera 7,41074, poniendo la coma en los hectómetros, y el cociente reales 81,69. Si se hubiera exigido el de un metro, poniendo en estos la coma, hubiera sido el divisor 741,074 y el cociente 0,8169; esto es, 8 décimas y 169 milésimas de décima, que seria el valor de un metro.

```
605,4000   | 74,1074
            ---------
 1254080     8,169
  5130060
   6836160
    166494
```

¿Cuántos litros de cualquiera género se podrán comprar con 278 doblones, 73 reales y 6 décimas, costando el hectólitro 4 escudos, 6 reales? Poniendo la coma en los reales, se averigua cuántos hectólitros se podrán comprar, que son, verificando la operacion como aquí se presenta, 1584 hectólitros y 2086 centílitros; mas exigiéndose en la cuestion litros, paso en el cociente la coma á estos, que, como se ve, es el cero, y tendré 158420 litros y 86 centíl., quedando con esto satisfecha la pregunta.

```
72873,6  | 46,
           -----------
2687      1584,2086
 3873
  1936
   096
   400
    320
     44
```

7020,90	56,31
13899	124,683
26370	
38460	
46740	
16920	
0027	

La longitud 5 decámetros, 6 m., 3 decímetros y 1 centím., ¿cuántas veces cabe en la longitud 7 kilómetros, 2 decám. y 9 decím.? Efectuando la operacion como aquí aparece, sale el cociente 124,683, que indica que la longitud 56 metros y 31 centím. cabe en 7020 metros y 9 decím. 124 veces, y aun 683 milésimas partes de metros 56,31.

Cómo se valúa una fraccion decimal de estos complejos?

Se multiplica el número complejo por la fraccion que se ha de valuar, y en el producto se separan tantos guarismos decimales como haya en los dos factores.

5 6,3 1
0,6 8 3
1 6 8 9 3
4 5 0 4 8
3 3 7 8 6
3 8,4 5 9 7 3

En el ejemplo anterior, para saber cuántos metros son las 0,683 de 56 metros y 31 centím., multiplico este por la fraccion, y separando á la derecha en el producto cinco cifras decimales, las mismas que habia en los factores, he averiguado que 0,683 de 56 metros y 31 centím. son 38 metros, 459 milím. y 73 centésimas de milím.

FRACCIONES COMUNES.

Cómo se escriben y leen las fracciones ó quebrados comunes?

Se escriben poniendo el numerador encima de una raya y debajo el denominador; y se leen como se ha dicho al tratar de la division de los enteros.

Qué se entiende por numerador?

El número que indica las partes qne se toman de la unidad dividida en cierto número de ellas.

Y qué es denominador?

El número que espresa las partes iguales en que se considera á la unidad dividida.

De modo que en este quebrado $\frac{3}{5}$ el 3 que está sobre la raya es el numerador, y el 5 que está debajo el denominador; se lee tres quintos, y su verdadero valor es tres partes iguales de las cinco en que se haya dividido la unidad á que se refiere.

Qué operaciones preparatorias se ejecutan con los quebrados?

Reducirlos á un comun denominador, simplificarlos, reducir enteros á quebrados impropios de un denominador dado, y fracciones decimales á comunes.

Qué es necesario para hacer algunas de estas operaciones?

Conocer si un número dado puede dividirse exactamente por algunos otros: Hallar los divisores ó factores simples de cualquier cantidad numérica: Buscar el mínimo múltiplo y averiguar el máximo comun divisor de dos ó más números.

Qué son factores ó divisores?

Los números que solo pueden dividirse por sí mismos ó por la unidad. Tambien se les llama números primos.

Qué se entiende por mínimo múltiplo?

El número que puede dividirse exactamente por otros varios ya propuestos, pero el menor de los que tengan esa circunstancia.

Y qué por máximo comun divisor?

El número que divide exactamente á otros tambien dados, pero el mayor de los que satisfagan esa condicion.

Qué reglas hay para conocer si un número es divisible por otro?

Las siguientes: será divisible por 10 si termina en un cero; por 100 si en dos ceros; por 1000 si en tres, etc.

Por 25 cuando sus dos últimas cifras fueren 25, 50, 75, ó dos ceros.

Por 2 cuando su última cifra es par ó cero.

Por 3 cuando sumadas sus cifras en su valor absoluto, la suma es 3 ó un múltiplo de 3, como 582, que es divisible por 3, pues sus cifras sumadas $5+8+2=15$ dan un múltiplo de 3.

Por 4 cuando la combinacion de sus dos últimas cifras sea divisible por 4; en el número 73132, la combinacion 32, que son sus dos cifras últimas, es divisible por 4; luego todo el número lo será tambien.

Por 5 cuando su última cifra es 5 ó cero.

Por 6 cuando lo sea por 2 y por 3; el número 450, por ser divisible por 2 y por 3, lo es tambien por 6, que es igual á 2×3.

Por 8 cuando lo sea la combinacion de las tres últimas cifras; en este 953960 la combinacion 960 es divisible por 8, lo que indica que todo el número lo es.

Por 9 cuando la suma de sus cifras fuere 9 ó un múltiplo de 9.

Por 11 cuando la suma de las cifras 1.ª, 3.ª, 5.ª, 7.ª, etc., y la de las cifras 2.ª, 4.ª, 6.ª, 8.ª, etc., sean iguales ó se diferencien en 11 ó en un múltiplo de 11. En el número 357896, la suma de las cifras $3+7+9=19$, y la de las cifras $5+8+6=19$, son iguales; luego el número es divisible por 11. En el número 7162903 la suma $7+6+9+3=25$ y la $1+2+0=3$ tiene por diferencia 22, que es múltiplo de 11, luego el número se puede dividir por 11.

Por 12 cuando lo sea por 3 y por 4, porque $3\times4=12$.

Y en general todo número que sea divisible por dos ó más de los anteriores, que no tengan algun divisor comun, lo es tambien por su producto. Así 1518 es divisible por 66, como producto que es de $2\times3\times11$, factores del primero.

Cómo se hallarán los factores simples de cualquier número?

Se dividirá el número dado todas las veces que se pueda, primero por 2, despues por 3, luego por 5, en seguida por 7, luego por 11, etc.; escribiendo estos tantas veces como se pueda dividir por ellos, procediendo para más claridad como en el ejemplo siguiente:

Si me propongo hallar todos los divisores simples del número 69300, á su derecha trazo una línea vertical, y doy principio, observando las reglas dadas, dividiéndole por 2: pues pongo este á su frente y á la derecha de la raya, y hago por él mentalmente la division, colocando el cociente 34650 debajo de aquel: y viendo que este cociente aún es divisible por 2, escribo este debajo del otro 2; y despues de efectuada la division por él como la primera, advierto que el cociente 17325 ya no es divisible por 2; pero veo que lo es por 3, que escribo debajo de los otros; ejecutada la division por 3, el cociente 5775 es aún divisible por 3, que escribo, y hago la division: y observando que el cociente 1925 no es divisible ya por 3, y sí por 5, escribo este, y hecha la division, resulta el cociente 385, que vuelvo á dividir por 5, y saco el cociente 77, que lo es por 7, lo hago, y da por cociente 11, que dividido por sí mismo, sale por cociente la unidad. Concluida la operacion, he averiguado que los divisores simples del número 69300 son los que

69300	2
34650	2
17325	3
5775	3
1925	5
385	5
77	7
11	11
1	

se hallan escritos á la derecha de la raya. Multiplicados entre sí producen el número propuesto, pues 2. 2. 3. 3. 5. 5. 7. 11=69300. Si para ejercitarse, se descompone en sus factores simples el número 6072, saldrán 2, 2, 2, 3, 11, 23; y los de 764841 serán 3, 7, 7, 11, 11, 43.

De qué modo hallaremos el mínimo múltiplo de varios números dados?

Descomponiéndolos en sus divisores simples por el método esplicado, y formando un producto con tantos factores simples de cada especie cuantos haya de la misma en el número que tenga más, y será el múltiplo menor buscado.

Si quiero averiguar el mínimo múltiplo de 24, 18 y 15, los descompongo en sus simples divisores, como se ve al márgen.

24	2	18	2	15	3
12	2	9	3	5	5
6	2	3	3	1	
3	3	1			
1					

2. 2. 2. 3. 3. 5=360.

Hecho esto, veo cuántas veces el 2 se halla repetido por divisor en el que más, que son tres; por lo que le escribo debajo tres veces por factor. Asimismo pongo á su lado dos veces el 3, porque le encuentro en donde más dos veces por divisor, y finalmente, escribo el 5 á su lado, porque solo una vez le veo por divisor. Multiplicados entre sí dan por producto 360, que es el mínimo múltiplo que se busca.

Cómo hallaremos el máximo comun divisor de dos ó más números?

Si son dos los números dados, dividiendo el mayor por el menor, despues este por la resta que haya quedado, luego esta primera resta por la segunda, continuando así hasta hallar una que divida exactamente á su anterior, la cual será el máximo comun divisor que se busca.

Si los números propuestos fuesen tres ó más, se hallará primero el de dos como se ha dicho. Despues se busca el del otro número y el del divisor hallado para los dos primeros, etc., y la resta ó número que finalmente los divida sin dejar residuo será el m. c. d. (*) de todos (**).

Si me propongo hallar el m. c. d. de 2592 y 324, divido aquel por este y saco el cociente 8; pero habiendo sido la division exacta deduzco que el 324 es el m. c. d. de los dos.

(*) Las iniciales m. c. d. significan máximo comun divisor.
(**) Cuando resulta ser este último la unidad, es prueba de que los números propuestos no tienen divisor comun, y se llaman *primos entre sí*.

Pero si trato de indagar el de 1500 y 1260, dispongo la operacion como se ve al márgen. Dividiendo el 1500 por 1260 sale de cociente 1 y por resta 240: coloco esta por divisor de 1260, y me da por cociente 5 y 60 de residuo, que puesto por divisor de la primera 240 salen 4 al cociente y ninguna resta, lo que indica que 60 es el m. c. d. de 1500 y 1260.

1500	1260	240	60
	1	5	4
240	0060	000	
25	21	4	1

En este estado, si aun deseo saber el cociente que resultaria de dividir cada número de dos dados, v. gr. los dos del ejemplo, por el m. c. d. sin hacer nuevas divisiones, lo cual es muy útil para la simplificacion de quebrados, prolongo las líneas verticales, y tiro otra horizontal por debajo de las restas. Escribo la unidad bajo el divisor 60, la multiplico por el cociente 4 que tiene encima, y su producto 4 le escribo en la casilla inmediata de la izquierda. Multiplico estas 4 por el cociente 5 que está encima, al producto 20 agrego la unidad, que puse en la primera casilla, y escribo la suma 21 en la siguiente de la izquierda. Multiplico igualmente estas 21 por 1 cociente que está encima; añadiendo tambien al producto 21 las 4 de la casilla anterior de la derecha, y escribo la suma 25 en la del 1500. Con lo que he averiguado que 25, 21, 4 y 1 son los cocientes respectivos de 1500, 1260, 240 y 60, divididos por este m. c. d. 60 (*).

Qué es reducir quebrados á un comun denominador?

Hacer que todos los propuestos tengan un mismo denominador sin alterar sus valores respectivos.

Cómo se ejecuta esto?

Para hallar el que ha de servir de comun denominador, se multiplican todos los denominadores entre sí, y el producto es el buscado; y para formar los nuevos numeradores se multiplica el numerador de cada quebrado por el producto de los denominadores de los demás.

(*) Si fuesen tres los números propuestos; v. gr.: 5544, 2640 y 336, se hallaria primero el m. c. d. de los dos primeros, que, como se ve aqui, es 264. En seguida, y en otro sitio, se buscará el del otro número 336, y del que ya se ha encontrado para los dos primeros, que, segun se advierte, es 24: con lo cual se concluye que 24 es el m. c. d. de los tres números propuestos 5544, 2640 y 336.

5544	2640	264
	2	10
0264	0000	
21	10	1

336	264	72	48	24
	1	3	1	2
072	048	24	00	
14	11	3	2	1

Sean los quebrados $\frac{2}{3}$ y $\frac{4}{5}$: multiplico los denominadores 3 y 5 y el producto 15 será el nuevo denominador que se busca. Despues el numerador 2 del primero por 5 denominador del segundo, producen 10, que será el numerador que ha de tener el primero. Y el 4 numerador del segundo por 3 denominador del primero, que son 12, hacen el numerador del segundo. Quedando por consiguiente trasformados en estos otros sus iguales $\frac{10}{15}$ y $\frac{12}{15}$.

Sean ahora las fracciones $\frac{2}{3}$, $\frac{11}{120}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{19}{36}$. Para hallar el comun denominador formo un producto de todos los denominadores 3. 120. 5. 12. 36=777600. Para obtener el numerador del primero $\frac{2}{3}$, multiplico el numerador 2 por el producto de los denominadores de los otros 120. 5. 12. 36=259200 que dará 518400, y el primer quebrado quedará trasformado en $\frac{518400}{777600}$.

Paso al segundo $\frac{11}{120}$ y multiplico su numerador 11 por los denominadores de los otros 3. 5. 12. 36=6480, y tendré $\frac{71280}{777600}$. El tercero $\frac{4}{5}$, multiplicando su numerador 4 por los denominadores de los otros 3. 120. 12. 36 será $\frac{622080}{777600}$. El cuarto $\frac{7}{12}$ multiplicando el suyo 7 por 3. 120. 5. 36 queda trasformado en $\frac{453600}{777600}$. Y últimamente, el quinto $\frac{19}{36}$ multiplicando su numerador por todos los denominadores menos por el suyo; así 19. 3. 120. 5. 12, se convierte en $\frac{410400}{777600}$. He conseguido, pues, que sin alterar sus valores tengan igual denominador los quebrados $\frac{2}{3}$, $\frac{11}{120}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{19}{36}$ convirtiéndolos en estos otros equivalentes:

$$\frac{518400}{777600}, \frac{71280}{777600}, \frac{622080}{777600}, \frac{453600}{777600}, \frac{410400}{777600}.$$

Cómo se puede simplificar esta operacion?

No multiplicando, para hallar el comun denominador, por los denominadores que sean divisores de los otros, y dividiendo el producto de los demás por el de los factores que tengan comunes; que equivale á encontrar el mínimo múltiplo de todos los denominadores (lo que es mas seguro y conveniente), y ese será el denominador comun. Despues se divide este por el denominador de cada quebrado, el cociente se multiplica por el numerador, y el producto es el numerador que ha de tener despues de trasformado.

En el ejemplo anterior $\frac{2}{3}$, $\frac{11}{120}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{19}{36}$; desde luego omito la multiplicacion de los denominadores 3, 5 y 12 por ser divisores de los otros 36 y 120. Multiplico solo estos dos, que dan 4320. Al notar ahora que los dos tienen por divisores al 4 y 3, divido por su producto 12 el obtenido antes 4320, y el cociente 360 es el comun denominador buscado. Si los hubiera descompuesto en factores simples como se ve al márgen, prescindiendo del 3 y 5 que á primera vista se conoce que son factores de los otros, y hubiera hallado su mínimo múltiplo como se ve debajo, hubiera obtenido el mismo denominador comun 360, pero sin esposicion de omitir algun divisor. Dividido ya este 360 por 3 denominador del primer quebrado $\frac{2}{3}$; multiplicado el cociente 120 por 2 numerador produce 240 para numerador, y el quebrado se trasforma en $\frac{240}{360}$. En el segundo $\frac{11}{120}$, el cociente de dividir 360 por el denominador 120 que es 3, se multiplica por el numerador 11, siendo el producto 33 numerador del nuevo quebrado $\frac{33}{360}$. En el tercero $\frac{4}{5}$ divido el 360 por 5, y multiplicado el cociente 72 por 4 numerador, le convierto en $\frac{288}{360}$. Hago lo mismo con el cuarto $\frac{7}{12}$ $360:12=30$, y $30\times7=210$ lo trasforma en $\frac{21}{360}$, y últimamente el quinto $\frac{19}{36}$ hecha la division del denominador comun por el 36 y mul-

12	2	120	2	36	2
6	2	60	2	18	2
3	3	30	2	9	3
1		15	3	3	3
		5	5	1	
		1			

tiplicando el cociente 10 por $19=190$ le trasforma en $\frac{190}{360}$. He conseguido, pues, que los quebrados $\frac{2}{3}$, $\frac{11}{120}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{7}{12}$ y $\frac{19}{36}$ se hayan convertido en estos otros respectivamente iguales $\frac{240}{360}$, $\frac{33}{360}$, $\frac{288}{360}$, $\frac{210}{360}$, $\frac{190}{360}$; fracciones todas mucho mas sencillas que las obtenidas anteriormente por el método general.

Qué es simplificar quebrados?

Reducirlos á la espresion mas sencilla sin alterar su valor.

Y esto cómo se consigue?

Dividiendo sus términos cuantas veces se pueda, primero por 2, despues por 3, luego por 5, etc., ó para mayor brevedad, por el producto de los factores que sean comunes á ambos términos. Cuando parezca la fraccion irreducible se hallará el máximo comun divisor de sus términos, para dividirlos por él, poniendo por términos del quebrado los cocientes, los cuales se obtienen, como se esplicó al tratar de aquel, con mucha facilidad.

Para simplificar el quebrado $\frac{1320}{1980}$, divido primero sus términos todas las veces que pueda por 2, y le voy trasformando en otros mas sencillos, así: $\frac{1320}{1980}=\frac{660}{990}=\frac{330}{495}$; no siendo ya divisibles por 2, los divido por 3, $\frac{330}{495}=\frac{110}{165}$, ahora por 5, $\frac{110}{165}=\frac{22}{33}$, y últimamente por 11 $\frac{22}{33}=\frac{2}{3}$, que no puede simplificarse mas. Este resultado le hubiera obtenido mas pronto, si al ver que los términos de $\frac{1320}{1980}$, son divisibles por 10, lo hubiera verificado con solo tachar los ceros, quedando en $\frac{132}{198}$; observando ahora que sus términos son divisibles por 2 y por 3 los divido por su producto, que es 6, y tengo $\frac{22}{33}$: simplificado este por 11 queda en $\frac{2}{3}$ como ántes.

El quebrado $\frac{30186}{40248}$ por el proceder anterior simplificado por 2 por 9, se convierte en este otro $\frac{1677}{2236}$ que ya parece irreducible. Pero si desde luego hubiera buscado el m. c. d. de sus dos términos, y los cocientes 3 y 4 que tienen estos en la parte mas baja como aquí se ve y se esplicó en su lugar, hubiera obtenido el quebrado sencillísimo $\frac{3}{4}$ que por el método general parecia imposible conseguir.

40248	30186	10062
	1	3
10062	00000	
4	3	1

Cómo se reducen los enteros á quebrados impropios?

Poniéndoles la unidad por denominador; mas si el denominador es dado, se multiplica el entero por el denominador que se le quiera dar, y al producto se pone por denominador el dado.

Para reducir el número 8 á quebrado, le pondré así $\frac{8}{1}$; pero para reducirle á sétimos, es decir, ponerle en forma de quebrado con el denominador 7, le multiplico por 7, y al producto 56 le pongo por denominador el dado, que es 7, con lo que tendré $8=\frac{56}{7}$.

Para reducir el número 207 á treceavos se hace de este modo: $\frac{207\times 13}{13}=\frac{2691}{13}$.

Cómo se reducen las fracciones decimales á comunes?

Si la fraccion no es periódica, se la pone por numerador y por denominador la unidad con tantos ceros como cifras decimales haya en aquella: despues se simplifica el quebrado.

Si hubiese de convertir á quebrado comun este 0,75, pondria sus cifras decimales por numerador, y por denominador la unidad con dos ceros: así: $\frac{75}{100}$, que simplificado queda en $\frac{3}{4}$, que es de donde provino la fraccion decimal. Esta $0{,}025=\frac{25}{1000}=\frac{1}{40}$.

Si la fraccion fuese periódica, se pone por numerador el período, y por el denominador tantos nueves como cifras tenga el período.

Así la fraccion $0{,}363636 = \frac{36}{99} = \frac{4}{11}$, de donde provino aquella.

Si antes del período hubiese algunos ceros, se añaden estos despues de los nueves : $0{,}0515151 = \frac{51}{990} = \frac{17}{330}$.

Si la fraccion fuese mista, será el numerador el producto de la parte no periódica, con tantos nueves como cifras tenga el periodo ; sumando con ese producto un periodo ; y el denominador tantos nueves como cifras haya en el período, con tantos ceros como cifras habia en la parte no periódica ; $0{,}41666 = \frac{41 \times 9 + 6}{900} = \frac{375}{900} = \frac{5}{12}$

Puede abreviarse esta operacion?

Sí : se toma la parte no periódica y el primer período : de este número se resta la parte no periódica ; y la diferencia será el numerador, poniendo por denominador tantos nueves como cifras tenga el período, con tantos ceros como cifras haya en la parte no periódica : el mismo ejemplo $0{,}41666 - \frac{416-41}{900} = \frac{375}{900} = \frac{5}{12}$.

De dos ó más quebrados, ¿ cómo se conoce el que es mayor y el que es menor?

Si tienen igual denominador, aquel será mayor que tenga mayor numerador : si tienen igual numerador, aquel será mayor que tenga menor denominador ; pero si no tienen ni la una ni la otra circunstancia, se reducen á un comun denominador para que tenga la primera : conocido el mayor, fácil es conocer el menor, que será el que tenga las propiedades opuestas.

De los quebrados $\frac{4}{11}$, $\frac{3}{11}$ y $\frac{8}{11}$, este último es el mayor, y $\frac{3}{11}$ es el menor, porque teniendo denominador comun los tres, el $\frac{8}{11}$ es el que tiene mayor numerador, y el $\frac{3}{11}$ el que le tiene menor.

Si los quebrados fueran $\frac{12}{13}, \frac{12}{17}, \frac{12}{23}$ con igual numerador, el $\frac{12}{13}$ es el que tiene mayor valor, por tener menor denominador, y el $\frac{12}{23}$ el que le tiene menor, por tener mayor denominador.

Si fueran $\frac{2}{5}, \frac{2}{3}, \frac{4}{9}=\frac{27}{45}, \frac{30}{45}, \frac{20}{45}$ diria que el $\frac{30}{45}$ que corresponde á $\frac{2}{3}$, es el mayor, y el $\frac{4}{9}$ el menor, por serlo su equivalente $\frac{20}{45}$.

Qué se hace con los quebrados de quebrados para someterlos á los cálculos?

Se reducen á un quebrado sencillo, multiplicando los numeradores por los numeradores y los denominadores por los denominadores. Así $\frac{3}{5}$ de $\frac{2}{3}$ de vara $=\frac{3 \cdot 2}{5 \cdot 3}=\frac{6}{15}$ de vara.

SUMAR QUEBRADOS COMUNES.

Cómo se suman estos quebrados?

Se reducen á comun denominador, si no le tienen, en seguida se suman los numeradores, poniendo á esta suma por el denominador el comun; y de este quebrado, si es impropio, se sacan los enteros dividiendo el numerador por el denominador.

Para sumar $\frac{3}{5}+\frac{2}{3}+\frac{1}{2}$ los reduzco á un comun denominador $\frac{18}{30}+\frac{20}{30}+\frac{15}{30}$; sumo los numeradores, y á la suma pongo por denominador el comun $\frac{53}{30}$; saco los enteros de este quebrado impropio, y tengo por último resultado $1\frac{23}{30}$; es decir: que $\frac{3}{5}+\frac{2}{3}+\frac{1}{2}=$ $\frac{18}{30}+\frac{20}{30}+\frac{15}{30}=\frac{18+20+15}{30}=\frac{53}{30}=1\frac{23}{30}$.

Cómo se suman los números mistos?

Se suman primero los quebrados, y se añaden los enteros que contenga esta suma á la de los enteros.

Si tengo que sumar $7\frac{1}{2}+5\frac{2}{3}+20\frac{3}{4}+6\frac{11}{12}$, sumo primero los quebrados $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+\frac{11}{12}=\frac{6+8+9+11}{12}=2\frac{10}{12}=2\frac{5}{6}$: esta suma la añado á la de los enteros que he hallado por separado $7+5+20+6=38$; $38+2\frac{5}{6}=40\frac{5}{6}$.

RESTAR QUEBRADOS.

Cuántos casos pueden ocurrir en la sustraccion de quebrados?

Tres: restar un quebrado de otro, un quebrado de un entero, y un misto de otro misto.

Cómo se resta un quebrado de otro?

Se reducen á un comun denominador si no le tienen, se resta el numerador del sustraendo de el del minuendo, y á la diferencia se pone por denominador el comun.

Si de $\frac{7}{8}$ tengo que restar $\frac{7}{12}$, lo efectúo de este modo: $\frac{7}{8}-\frac{7}{12}=\frac{21}{24}-\frac{14}{24}=\frac{21-14}{24}=\frac{7}{24}$.

Cómo se resta un quebrado de un entero?

Se quita del entero una unidad, que se convierte en quebrado del mismo denominador que el sustraendo, se resta este de ella, y el esceso se escribe en seguida del entero disminuido de una unidad, de este modo:

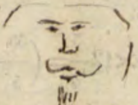
$$25-\frac{5}{6}=24\frac{6}{6}-\frac{5}{6}=24\frac{1}{6}.$$

Cómo se restan los números mistos?

Si el quebrado del sustraendo es igual ó menor que el del minuendo, está reducida la operacion á restar el quebrado del quebrado y el entero del entero. Pero si el quebrado del sustraendo es mayor que el del minuendo, se necesita tomar una unidad del entero de este, convertirla en quebrado con el denominador igual al de los otros, que se habrán reducido antes á comun denominador, y sumarla con el quebrado para que se pueda restar de él el del sustraendo.

Para restar de $115\frac{1}{2}$ el número $26\frac{1}{3}$, colocados como para restar enteros, reduzco los quebrados á comun denominador, y de este modo procedo á efectuar la operacion como aquí se ve, restando el quebrado del quebrado y el entero del entero.

$$
\begin{array}{r}
115\frac{1}{2}=115\frac{3}{6} \\
26\frac{1}{3}=\ 26\frac{2}{6} \\
\hline
89\frac{1}{6}
\end{array}
$$



Para restar $136\frac{1}{3}$ de $472\frac{3}{5}$ reduzco los quebrados á comun denominador, y hallo que de $\frac{9}{15}$ no se puede restar $\frac{10}{15}$, por lo cual añado al $\frac{9}{15}$ una unidad tomada del entero y reducida á $\frac{15}{15}$ con lo que el minuendo se convierte en $471\frac{24}{15}$, del cual restando $136\frac{10}{15}$ hallo la diferencia $335\frac{14}{15}$, todo como aquí se presenta.

$$
\begin{array}{r}
472\frac{3}{5}=472\frac{9}{15}=471\frac{15}{15}+\frac{9}{15}=471\frac{24}{15} \\
136\frac{2}{3}=136\frac{10}{15}=\ldots\ldots\ldots\ 136\frac{10}{15} \\
\hline
335\frac{14}{15}
\end{array}
$$

MULTIPLICAR QUEBRADOS.

Cuántos casos ocurren en la multiplicacion de quebrados?

Tres : multiplicar un quebrado por otro ; un entero por un quebrado ó viceversa , y un misto por otro misto.

Cómo se multiplica un quebrado por otro?

Se multiplica numerador por numerador y denominador por denominador de este modo :

$$\frac{7}{9}\times\frac{3}{5}=\frac{7\times3}{9\times5}=\frac{21}{45}=\frac{7}{15}\text{ simplificado.}$$

Cómo se multiplica un entero por un quebrado, y al revés?

Poniendo el entero en forma de quebrado con la unidad por denominador, y está reducido á multiplicar dos quebrados: así:

$$\frac{6}{7}\times 21, \text{ ó } 21\times\frac{6}{7}=\frac{21}{1}\times\frac{6}{7}=\frac{21\times 6}{7}=\frac{126}{7}=18.$$

Cómo se multiplican los números mistos?

Se reducen los enteros á la especie de quebrados que acompañan á cada factor, se suman así trasformados con su quebrado correspondiente, y queda reducido á multiplicar dos quebrados.

Ejemplo: $7\frac{2}{5}\times 12\frac{3}{4}=\left(\frac{35}{5}+\frac{2}{5}\right)\times\left(\frac{48}{4}+\frac{3}{4}\right)=\frac{37}{5}\times\frac{51}{4}=\frac{37.51}{5.4}=\frac{1887}{20}=94\frac{7}{20}.$

Otro: $25\times 6\frac{2}{3}=\frac{25}{1}\times\left(\frac{18}{3}+\frac{2}{3}\right)=\frac{25}{1}\times\frac{20}{3}=\frac{25.20}{3}=\frac{500}{3}=166\frac{2}{3}.$

DIVIDIR QUEBRADOS.

Cuántos casos pueden ocurrir al dividir quebrados?

Cuatro: dividir un quebrado por otro, y un entero por un quebrado; un quebrado por un entero, y un número misto por otro misto.

Cómo se divide un quebrado por otro?

Se multiplica el numerador del dividendo por el denominador del divisor, y el producto es el numerador del cociente; y el denominador del dividendo por el numerador del divisor, y este será el denominador del cociente; de este modo: $\frac{7}{11}:\frac{3}{5}=\frac{7\times 5}{11\times 3}=\frac{35}{33}=1\frac{2}{33}.$

Cómo se ejecuta la operacion en los otros dos casos?

Se ponen los enteros en forma de quebrados con la unidad por denominador, y quedan estos dos casos reducidos al primero, así $8:\frac{2}{7}=\frac{8}{1}:\frac{2}{7}=\frac{8.7}{1.2}=\frac{56}{2}=28$, que es dividir un entero por un quebrado, y $\frac{4}{5}:10=\frac{4}{5}:\frac{10}{1}=\frac{4.1}{5.10}=\frac{4}{50}=\frac{2}{25}$

que es un quebrado por un entero.

Cómo se dividen los números mistos?

Se convierte en cada término el entero á la especie de quebrado que le acompaña, y se suman con él, reduciéndose la operacion á dividir un quebrado por otro. Combinando los números resultan estos casos:

1.° Un misto por otro: $17\frac{1}{2} : 3\frac{1}{3} =$

$$\left(\frac{34}{2}+\frac{1}{2}\right) : \left(\frac{9}{3}+\frac{1}{3}\right) = \frac{35}{2} : \frac{10}{3} = \frac{35.3}{2.10} = \frac{105}{20} = 5\frac{5}{20} = 5\frac{1}{4}.$$

2.° Un entero por un misto:

$$8 : 2\frac{1}{2} = \frac{8}{1} : \frac{5}{2} = \frac{8.2}{1.5} = \frac{16}{5} = 3\frac{1}{5}$$

3.° Un misto por un entero:

$$45\frac{3}{4} : 11 = \frac{183}{4} : \frac{11}{1} = \frac{183}{44} = 4\frac{7}{44}$$

4.° Un quebrado por un misto:

$$\frac{3}{7} : 5\frac{2}{3} = \frac{3}{7} : \frac{17}{3} = \frac{9}{119}$$

5.° Un misto por un quebrado:

$$6\frac{5}{6} : \frac{2}{5} = \frac{41}{6} : \frac{2}{5} = \frac{205}{12} = 17\frac{1}{12}.$$

VALUAR QUEBRADOS.

Cómo se valúan estos quebrados?

Se multiplica el numerador por el número de unidades de especie inferior que contiene la unidad á que se refiere el quebrado; y el producto se divide por el denominador, y el cociente es el valor del quebrado en unidades de la especie inferior á la que se referia.

Para valuar $\frac{1}{4}$ de vara multiplico el numerador 1 por 3, que son los pies que tiene una vara, y le convierto en $\frac{3}{4}$, el cual, como no se puede dividir el numerador por el denominador, indica que $\frac{1}{4}$ de vara no vale pies enteros, sino $\frac{3}{4}$ de pie: valúo esta fraccion de pie en pulgadas multiplicando el numerador 3 por 12, que son las que tiene un pie, lo que le convierte en $\frac{36}{4}$, que me da 9 pulgadas de cociente, que es el valor de $\frac{3}{4}$ de pie ó de $\frac{1}{4}$ de vara.

¿Cuánto valen $\frac{3}{7}$ de metro? Multiplico el 3 por 10, que son las décimas que tiene un metro, y hallo $\frac{30}{7}=4\frac{2}{7}$ decímetros; valúo del mismo modo los $\frac{2}{7}$ de decímetro, y obtengo $\frac{20}{7}=2\frac{6}{7}$ centímetros; valúo $\frac{6}{7}$ de centímetro, y tengo $\frac{60}{7}=8\frac{4}{7}$ milímetros, hallando que $\frac{3}{7}$ de metro vale 4 decímetros, 2 centímetros y 8 milímetros: lo que equivale á convertirle en decimal.

NUMEROS DENOMINADOS ANTIGUOS

Cuáles son estos denominados?

Los siguientes:

Medidas de longitud. La legua tiene 6666 $\frac{2}{3}$ varas; la vara tiene 3 pies; el pie tiene 12 pulgadas; la pulgada 12 líneas, y la línea 12 puntos.

Medidas de capacidad. Para *áridos*: El cabiz tiene 12 fanegas; la fanega 12 celemines, y el celemin 4 cuartillos. Para *líquidos*: La cántara 4 cuartillas, ú 8 azumbres, ó 32 cuartillos; el azumbre 4 cuartillos; el cuartillo 4 copas.

Pesas. El quintal 4 arrobas; la arroba 25 libras; la libra 16 onzas; la onza 16 adarmes; el adarme 3 tomines; el tomin 12 granos.

Monedas. El doblon antiguo 4 pesos; el peso 15 reales; el real 34 maravedís: el peso fuerte ó duro 20 reales ó cinco pesetas; la peseta 4 reales.

Medidas agrarias. La fanega 576 estadales; la aranzada 400 estadales, el estadal 4 varas en cuadro ó 16 varas cuadradas.

Medidas de tiempo. El siglo 100 años; el año comun 365 dias; el dia 24 horas; la hora 60 minutos; el minuto 60 segundos.

Cómo se suman los números denominados?

Se colocan unos debajo de otros los sumandos, de modo que se correspondan las especies; se empiezan á sumar por la especie inferior, añadiendo á las especies superiores las unidades que compongan la suma de las inferiores.

2	2	2	
40 varas	2 pies	8 pul.	5 lín.
6.......	2......	10......	9
11.......	0......	6......	3
15.......	1......	0......	11
74.......	7......	~~28~~	~~28~~
	1......	2......	4

Para sumar los datos que aquí se ven ya colocados, sumo las líneas, y en el total 28 veo que hay 2 pulgadas y 4 líneas; tacho el 28, y pongo debajo las cuatro líneas y escribo las 2 pulgadas sobre la columna de pulgadas para sumarlas con ellas; efectúo en esta y en las demás columnas lo mismo, y hallo el total 74 varas, 1 pie, 2 pulgadas y 4 líneas.

Cómo se restan?

Se escribe el sustraendo debajo del minuendo de modo que se correspondan las especies, y se va restando cada especie del sustraendo de la correspondiente del minuendo, empezando por la especie inferior. Si alguna especie del sustraendo es mayor que la del minuendo, se toma en este una unidad de la especie inmediata superior, se descompone en unidades de la especie inferior y se agregan las que ya habia, para de este modo poder restar las del sustraendo.

Para hacer la sustraccion con los datos que aquí se ven colocados

48	5	9	49
~~49~~ dobl.	~~1~~ peso	~~10~~ rs.	~~15~~ mrs.
32.......	3......	6......	19
16.......	2......	3......	30

tomo 1 real de los diez del minuendo para añadirle descompuesto en 34 mrs á los 15, con el objeto de poder restar los 19 del sustraendo; de este modo pongo 49 que componen sobre los 15, tacho estos y resto de 49 los 19, que dan la resta 30; resto en seguida 6 reales de 9 (pues al 10 le quité una unidad), y quedan 3; añado 4 pesos tomados de los doblones á 1 para restar 3 que hay en el sustraendo, y quedan 2; y ahora de 32 doblones á 48 (porque se quitó 1) van 16, que pongo, y hallo la diferencia que se ve debajo de la raya.

Cómo se multiplican?

Se reducen los dos factores á la menor de sus especies; á estos números se les pone por denominador las veces que en cada uno cabe la unidad de especie inferior en la superior, y está reducida la operacion á multiplicar dos quebrados, de cuyo producto se estraen los enteros, los cuales son unidades de la especie superior de lo que se pedia el producto.

Treinta y una fanegas, 6 celemines y 3 cuartillos á 5 reales y 10 maravedís la fanega, ¿cuánto importan? Reduzco el multiplicando á cuartillos como aquí se ve; á 1515 cuartillos que he sacado, pongo por denominador 48, que son los cuartillos que tiene una fanega, y formo el quebrado $\frac{1515}{48}$, reduzco el multiplicador á maravedís, que son 180; á este número le pongo por denominador 34, que son los que tiene un real, y obtengo el quebrado $\frac{180}{34}$; multiplico estos dos quebrados, y haciendo la siguiente serie de operaciones, tendré el importe que en la cuestion se pide:

31 fanegas	34
12	5
62	170
31	10 que habia
372	180 mrs.
6 que habia	
378 celemines	
4	
1512	
3 que habia	
1515 cuartillos.	

$$\frac{1515}{48}\times\frac{180}{34}=\frac{272700}{1632}=167\frac{156}{1632}\text{ rs.}=167\text{ rs. } 3\text{ mrs.}$$

Cómo se dividen?

Se reducen tambien los dos términos á la menor de sus especies; á estos números se les pone por denominador las veces que en cada uno cabe la unidad de especie inferior en la superior, y está reducida la operacion á dividir estos quebrados y valuar la resta, si la hay.

Siete varas, 2 pies y 5 pulgadas de tela han costado 100 rs. y 12 maravedís, ¿á cuánto sale la vara? Reducido el dividendo á la menor de sus especies, es 3412 mrs., el cual pongo en forma de quebrado con 34 mrs. por denominador $\frac{3412}{34}$; hago lo mismo con el divisor, y hallo 281 pulgadas; á esto pongo por denominador 36, que son las pulgadas que tiene la vara, y formo el quebrado $\frac{281}{36}$; haciendo con estos quebrados las operaciones siguientes obtendré en el cociente á lo que sale la vara:

$$\frac{3412}{34} : \frac{281}{36} = \frac{122812}{9554} = 12\frac{8164}{9554} \text{ rs.} = 12 \text{ rs. } 29 \text{ mrs.}$$

RAZONES Y PROPORCIONES.

Qué es razon?

La comparacion de dos cantidades.

Cómo se llaman estas dos cantidades?

La primera *antecedente*, la segunda *consecuente*, y las dos juntas *términos* de la razon.

Cómo se llama el resultado de esta comparacion?

Esponente de la razon ó simplemente *razon*, y es el cociente que resulta de dividir un término por otro (*).

Cómo se escriben las razones?

Con dos puntos entre los dos términos; así 3 : 6, y se lee 3 *es* á 6.

De cuántas maneras es la razon?

Simple y compuesta. *Simple* es la que ya se ha definido, y *compuesta* la que resulta de multiplicar antecedentes por antecedentes y consecuentes por consecuentes dos ó mas razones simples.

3	:	2
4	:	6
5	:	7
7	:	10
420	:	840

Con estas simples: 3 : 2, 4 : 6, 5 : 7, 7 : 10, multiplicando ordenadamente los antecedentes y consecuentes, colocándolas como aquí se ve, se forma la razon compuesta 420 : 840 que aparece debajo de la raya, y ha resultado de 3.4.5.7=420, y de 2.6.7.10=840.

Se pueden simplificar las razones?

Sí: dividiendo sus dos términos, como se hace con los quebrados, todas las veces que se pueda en ambos, por 2, por 3, por 5, etc.: la razon 12: 18, dividiéndola por 6, queda en 2 : 3; y si la razon es compuesta, omitiendo multiplicar por los términos y factores que sean comunes en las dos series de antecedentes y consecuentes que forman los simples componentes.

En la serie de razones anteriores que compusieron la 420 : 840

(*) Porque aquí solo se tratará de las razones y proporciones geométricas, no de las aritméticas, que no tienen aplicacion en los usos comunes.

1$\cancel{3}$	:	$\cancel{2}$		1
1$\cancel{4}$	:	$\cancel{6}$	$\cancel{2}$	1
1$\cancel{5}$	:	$\cancel{7}$		1
1$\cancel{7}$	:	$\cancel{10}$		2
1	:		2	

se tachan los dos sietes por ser comunes, pues dividiéndolos por sí mismos dan por cociente la unidad : el 3 y el 6 divididos por 3, dan 1 y 2; el 2 y el 2 que quedan se tachan, porque equivalen á $2\times2=4$, y este 4 es comun con el 4 de los antecedentes que tambien se tacha; el 5 y 10 son divisibles por 5, y dividiéndolos quedan 1 y 2; multiplicando ahora los antecedentes $1.1.1.1=4$, y los consecuentes $1.1.1.2=2$, queda simplificada la razon compuesta, y reducida á 1 : 2. Cuando se tachan los términos se puede omitir el poner la unidad, pues ya se sabe que todo número multilicado por 1 es el mismo número.

Qué es proporcion?

La igualdad que resulta de la comparacion de dos razones iguales.

De cuántas cantidades se compone una proporcion?

De cuatro : dos de cada razon.

Qué nombres toman estas cantidades?

La primera y cuarta *estremos*, la segunda y tercera *medios*; la primera y tercera son *antecedentes* y la segunda y cuarta *consecuentes* de sus razones respectivas.

Cómo se escriben las proporciones?

Con cuatro puntos entre las dos razones; así : 3 : 6 : : 4 : 8, y se lee: 3 *es á* 6 *como* 4 *á* 8.

Cuál es la propiedad fundamental de las proporciones?

Que el producto de los medios es igual al de los estremos: no verificándose esta propiedad no hay proporcion.

En la proporcion anterior, el producto de los medios $6\times4=24$ es lo mismo qne el de los estremos $3\times8=24$.

En toda proporcion, ¿ se puede alterar el órden con que están escritas sus cantidades?

Sí : siempre que el producto de los medios resulte igual al de los estremos, lo que se consigue poniendo de cualquier modo por medios los medios ó los estremos , y por estremos los estremos ó los medios.

3 : 6 : : 4 : 8
3 : 4 : : 6 : 8
8 : 6 : : 4 : 3
8 : 4 : : 6 : 3
4 : 8 : : 3 : 6
4 : 3 : : 8 : 6
6 : 3 : : 8 : 4
6 : 8 : : 3 : 4

La misma proporcion, como cualquiera otra, la podemos poner bajo de estas ocho formas, en todas las cuales están puestos por medios los medios ó los estremos, y por estremos los estremos ó los medios; de modo que en todas se verifica que el producto de los medios es igual al de los estremos.

Qué se deduce de la propiedad fundamental de las proporciones?

Que si el producto de los medios se divide por un estremo, el cociente es el otro estremo; y si el producto de los estremos se divide por un medio, el cociente es el otro medio.

En cualquiera de las proporciones anteriores, v. gr., en la última, que es 6:8::3:4, si multiplicamos los dos medios y dividimos el producto por el estremo 6, el cociente será el otro estremo 4; efectivamente $\frac{8.3}{6}=\frac{24}{6}=4$, si dividimos por 4, el cociente será el otro estremo 6, $\frac{8.3}{4}=\frac{24}{4}=6$; si dividimos el producto de los estremos por un medio, será igualmente el cociente el otro medio: $\frac{6.4}{8}=\frac{24}{8}=3$, y $\frac{6.4}{3}=\frac{24}{3}=8$.

A qué conduce esto?

A averiguar un término desconocido de una proporcion en que se tengan tres conocidos. Para lo cual, si el desconocido es un estremo, se divide el producto de los medios por el estremo conocido, y si el desconocido es un medio, se divide el producto de los estremos por el medio conocido: en uno y otro caso el cociente es el término que se buscaba.

Sea la proporcion $8 : 12 :: 6 : x$, en que llamo x al término desconocido que voy á buscar; divido el producto del 12×6, que son los medios, por el estremo 8, y el cociente será el término buscado, $\frac{12.6}{8}=\frac{72}{8}=9$, con el cual completo la proporcion $8 : 12 :: 6 : 9$, que goza de las propiedades de proporcion.

En esta $9 : x :: 18 : 12$ será $x=\frac{9.12}{18}=\frac{108}{16}=6$, y como podemos poner á toda proporcion bajo ocho formas distintas, resulta que *el término desconocido* x *puede estar en cualquier sitio de ella.*

Cómo se simplifican las proporciones?

Se pone el término desconocido el último para mayor claridad: se simplifica, como se ha dicho, todo lo que se puede la primera razon, y despues los dos antecedentes, lo que en nada altera el valor del término desconocido.

Esta proporcion $100 : 4 :: 525 : x$ da $x=\frac{4.525}{100}=\frac{2100}{100}=21$.

Simplificando:

La 1.ª razon por 4.... $25 : 1 :: 525 : x$....$x=\frac{505}{25}=21$

Los anteced. por 5.... $5 : 1 :: 105 : x$..............$x=\frac{105}{5}=21$

Otra vez por 5.......... $1 : 1 :: 21 : x$..............$x=21$

A qué sirven de fundamento todas estas propiedades?

A la resolucion de la regla de tres y demas que dependen de ella.

REGLA DE TRES.

Qué es regla de tres?

La que se usa para hallar una cantidad desconocida, dadas otras tres conocidas, con las cuales se forma una proporcion.

De cuántas maneras es?

Simple y compuesta.

Qué es regla de tres simple?

Aquella en que no se dan más cantidades que las tres conocidas para averiguar la desconocida.

Y compuesta?

Aquella en que se dan más de tres cantidades para averiguar la desconocida.

Cómo se llaman las cantidades conocidas?

Dos son de la misma especie y se llaman *principales*; y la otra, que es de la misma especie que la que se busca, se llama *relativa*; tambien la incógnita recibe el nombre de relativa.

Cómo se colocan en proporcion estas cantidades?

Con las dos principales se forma una razon, y con las relativas la otra; pero teniendo entendido que si estas dos se colocan de manera que su razon sea de mayor cantidad á menor, ó de menor á mayor, ó, lo que es lo mismo, de más á ménos ó de ménos á más, tambien las dos principales se colocarán del mismo modo.

Así, pues, si 20 hombres levantan 200 kilógramos, 5 hombres, cuántos levantarán? En esta cuestion los 20 hombres y los 5 hombres son las cantidades principales, y los 200 kilógramos y los que se buscan las relativas; pero al colocarlas en la proporcion observamos que los 5 hombres levantarán ménos de 200 kilógramos; es decir, que siendo la incógnita el último término, la razon de las relativas está de más á ménos; luego colocaremos las principales tambien de más á ménos, y de este modo tendremos la proporcion 20 hombres : 5 hombres : : 200 kilógramos : x; pero si hubiéramos colocado de cualquiera manera las relativas, v. gr. : x : 200 kilógramos, advirtiendo que la incógnita es menor que 200 kilógramos, esta razon es de ménos á más; luego colocando las principales de ménos á más, hubiéramos tenido x : 200 : : 5 hombres : 20 hombres. Si la primera razon la hubiéramos colocado así: 200: x, haciendo análogas observaciones para la segunda, la proporcion seria 200 : x : : 20 hombres : 5 hombres, etc.

Todo esto entendido, ¿á qué se reduce la resolucion de las reglas de tres?

A averiguar por los medios que ya se han esplicado el término desconocido de una proporcion.

En el ejemplo anterior, de cualquiera modo que se hayan colocado los términos, el producto de 5 por 200, que son los medios ó estremos, dividido por 20, nos dará en el cociente los kilógramos que levantarán los 5 hombres; esto es : $x=\frac{200.5}{20}=\frac{1000}{20}=50$ kilógramos. Si hubiéramos simplificado la proposicion 20 : 5 : : 200: x, dividiendo los antecedentes por 10 y por 2 se hubiera convertido en 1 : 5 : : 10 : $x=10\times5=50$.

Se han ganado 450 doblones en 6 meses con 6000 doblones de capital; para ganar los mismos con 1600 doblones, ¿cuánto tiempo se necesitará? Más de 6 meses, porque el capital es más pequeño; luego la incógnita x es mayor que los 6 meses. Formo la primera razon con las cantidades relativas 6 : x, que por lo dicho es de ménos á más; de consiguiente, para que la de los capitales esté tambien de ménos á más, debe de ser 1600 : 6000; y la proporcion será: 6 : x : : 1600 : 6000, que, permutando las razones es 1600 : 6000 : : 6 : x, la cual, simplificada dividiendo la primera razon por 100 y por 4, y despues los antecedentes por 2, queda 2 : 15 : : 3 : x, que da $x=\frac{45}{2}=22,5$, que son 22 meses y medio, tiempo que se pedia en la cuestion (*).

(*) El primer ejemplo pertenece á la regla de tres que llaman *directa*, y este segundo á la *inversa*, de cuya distincion no se hace mérito, porque, como se ve, no es necesaria, y solo contribuiria á hacer confusa esta teoría, que del modo espuesto en el testo es tan sencilla.

Cómo se resuelve la regla de tres compuesta?

Se forman tantas razones simples como cantidades principales haya, desentendiéndose de las demas circunstancias, con cuyas razones se forma una compuesta, que será la primera de la proporcion, averiguando despues el término desconocido.

Sé que 4 trabajadores, en 6 dias, trabajando 9 horas al dia en una tierra cuya dureza es como 3, han cavado 75 centiáreas; ¿ cuántas centiáreas cavarán 10 trabajadores en 4 dias, trabajando 11 horas al dia en una tierra dura como 5? Coloco las cantidades para más claridad como aquí se ven,

Trabaj.	Dias.	Horas.	Dureza.	Centiár.
4.......	6.....	9	3......	75
¿10.......	4.....	11.......	5......	x?

$$\begin{array}{l} 4 : 10 \quad 2 \\ 3 \quad 6 : 4 \\ 3 \quad 9 : 11 \\ 5 : 3 \\ \hline 9 : 11 : : 75 : x \end{array} \qquad x=\frac{11.75}{9}=\frac{825}{9}=91,66$$

formo con los trabajadores la primera razon de ménos á más, porque, sin atender á ninguna circunstancia, los 10 cavarán más que los 4; formo la segunda, colocándola debajo de la primera, de más á ménos, porque en 4 dias se cavará ménos que en 6; formo la tercera debajo con las horas, de ménos á más, pues en 11 horas se cava más que en 9; formo la cuarta con la dureza, de más á ménos, pues en una dureza como 5 se cava ménos que en otra como 3, que es menor dureza; paso á simplificar, tachando dos, cuatros, por ser comunes en las dos series; divido el 5 y el 10 por 5, y dan 1 y 2; divido este 2 y el 6 por 2, y dan 3 y 1, y últimamente, divido el 9 y el 3 por 3, y quedan 3 y 1 (los unos no se ponen); multiplicando ordenadamente los que quedan, y colocando la relativa por tercer término, habré formado la proporcion que se ve debajo, y que da $x=\frac{11.75}{9}=\frac{825}{9}=91,66$ centiáreas, que es lo que en la cuestion se pedia.

Semejante á esta son las cuestiones que se resuelven por la regla que llaman *conjunta*. Ejemplo: 3 kilógramos de azúcar valen 4 kilógramos y 5 hectóg. de miel; 6 kilógramos y 3 hectóg. de miel, 5 metros y 7 decím. de cinta; 20 metros de cinta, 60 litros

3 kilóg.	:	4,5	0,5
0,76,3	:	5,7 met.	1,9
2 0 met.	:	60,4 lit.	
72 1	:	60 rs.	3

$$4,9 : 57,58 :: 10 : x$$

$$x=\frac{57,58\times 10}{4,9}=\frac{573,8}{4,9}=117,1$$

y 4 decílitros de grano, y 21 litros de grano, 60 reales; 10 kilógramos de azúcar, ¿cuántos reales valdrán? Formo las razones simples por el órden con que están enunciadas en la cuestion, y simplifico el 20 y 60 dividiéndolos por 20, que dan 1 y 3; este 3 y el de la primera razon los tacho por comunes; el 6,3 y el 4,5, divididos por 9, dan 0,7 y 0,5; el 21 y 5,7 por 3 dan 7 y 1,9; de este modo formo la razon compuesta que se ve debajo de la raya, y con los 10 kilógramos en tercer término la proporcion de donde sale para x 117 reales y una décima, valor de los 10 kilógramos de azúcar.

REGLA DE INTERES.

Qué es regla de interés.

La que enseña á averiguar el interés que corresponde á un capital impuesto al tanto por ciento en algun tiempo, como igualmente el capital, el tanto ó el tiempo, cuando se dan las otras cantidades.

Segun esto, ¿cuántos casos pueden ocurrir?

Cuatro: 1.°, cuando, dado el capital, el tanto y el tiempo, se pide el interés; 2.°, cuando se pide el capital, dadas las otras cantidades; 3.°, cuando se pide el tanto, dadas las demas; 4.°, cuando se pide el tiempo.

Primer caso. Cuando se pide el interés se forma la proporcion poniendo 100 en primer término, el capital en segundo y el tanto en tercero: lo que sale de esta proporcion es el interés de un año; para averiguar el de varios años se multiplica este interés por el número de aquellos.

¿Cuánto producirá el capital 2720 reales impuestos al 4 por 100 al año? En esta cuestion las cantidades principales son los capitales 2720 y 100, por lo que formo esta proporcion 100 : 2720 : : 4: x; simplificado se convierte en 5 : 136 : : 4 : x, que da $x=\frac{136.4}{5}=\frac{544}{5}=108,8$; esto es, 108 reales y 8 décimas, que es lo que produce el capital en un año; pero si ademas se pidiese en la cuestion lo que produciria en 6 años, multiplicando lo obtenido para un año por 6, daria reales 652,8 para los 6. Para 7 meses seria 108 $\times\frac{7}{12}$=63 reales 4 décimas.

Segundo caso. Para hallar el capital se multiplica el interés por 100, y el producto se divide por el tiempo multiplicado por el tanto.

Sé que un capital ha redituado 700 reales en 7 años impuestos al 5 por 100; ¿cuál seria el capital? Digo: 5 reales vienen de 100; 700 vendrán de mayor cantidad; luego los capitales están de ménos á más, y lo mismo será la razon de los réditos, como aquí se ve: para producir ciertos réditos en un año se necesita el capital 100; para producir los mismos en 7 años se necesitará ménos capital, lo que indica que debo poner la razon del tiempo de más á ménos; y formo la proporcion que aquí se ve, que me da para x los réditos multiplicados por 100; dividido el producto por el tanto multiplicado por el tiempo, que es la regla, y efectuadas las multiplicaciones y divisiones, sale por capital 2000 reales.

$$\begin{array}{l} 5 : 700 \\ 7 : 1 \\ \hline 5\times7 : 700 :: 100 : x \end{array}$$

$$x=\frac{700\times100}{5\times7}=2000$$

Tercer caso. Cuando se busca el tanto se multiplica el interés por 100 y se divide por el capital multiplicado por el tiempo.

¿A cuánto por 100 habrá estado impuesto el capital 8200 reales que ha producido 1500 reales en 4 años? El capital 8200 reales ha redituado 1500; el capital 100 redituará ménos: pongo de más á ménos los capitales: en 4 años un capital ha producido 1500 reales, en un año producirá ménos; pongo, pues, el tiempo de más á ménos, y por tercer término de la proporcion los réditos, la cual da para x 5 reales y 57 centésimas en la fórmula $\frac{1500\times100}{8200\times4}$ que es la regla.

$$\begin{array}{l} 8200 : 100 \\ 4 : 1 \\ \hline 8200\times4 : 100 :: 1500 : x \end{array}$$

$$x=\frac{1500\times100}{8200\times4}=5,57.$$

Cuarto caso. Cuando se ignora el tiempo, para buscarle se multiplica el interés por 100 y se divide el producto por el capital, multiplicado por el tanto.

¿Cuánto tiempo necesita estar impuesto al 7 por 100 al año el capital 7240 reales para redituar 2830 reales? Digo: 100 reales producen cierto interés en un año; para el mismo interés necesitan ménos tiempo 7240: formo la razon de los capitales de más á ménos: 7 reales es el interés de un año, 2830 será el de más tiempo; escribo, pues, la razon de los intereses de ménos á más, y pongo en la proporcion 1 año por tercer término, la cual, en la fórmula $\frac{2830\times100}{7240\times7}$, que es la regla, da para x 5 años y 7 meses.

$$\begin{array}{r} 7240 : 100 \\ 7 : 2830 \\ \hline 7240\times7 : 2830\times100 :: 1 : x \end{array}$$

$$x=\frac{2830\times100}{7240\times7}=5,574$$

Qué se entiende por regla de interés compuesto?

Aquella por la que se averigua á cuánto asciende en cierto número de años un capital, sus intereses y los réditos de estos, que se quedan cada año agregados al capital.

Cómo se resuelve?

El tanto se divide por 100, el cociente se añade á la unidad; con esta suma se forma un producto, haciéndola entrar tantas veces por factor como años ha estado impuesto el capital; este producto se multiplica por el capital, y lo que salga es lo que se busca (*).

El capital 2000 reales, impuesto al 5 por 100 á interés compuesto, ¿á cuánto asciende al cabo de cuatro años? Divido 5, que es el tanto, por 100, y el cociente 0,05 le sumo con la unidad $1+0,05=1,05$; con esta suma formo un producto, haciéndola en-

(*) Porque podemos raciocinar, concretándonos al ejemplo que sigue en el
testo, de este modo: 100 reales reditúan 5 al año; un real ¿cuánto redituará?
Esto es: $100 : 5 :: 1 : x$; y $x=5\ 100=0,05$; interés de un real, que sumado con
él será 1,05, y es lo que se impone al segundo año: ¿á cuánto ascenderá? 1:
$1,05 :: 1,05 : x$; $x=1,05\times1,05$. Un real sube en un año á 1,05; ¿á cuánto subirá
$1,05\times1,05$ que se impone en el tercer año? $1 . 1,05 :: 1,05\times1,05 : x$ dará $x=1,05$
$\times1,05\times1,05$. Un real asciende en un año á 1,05: ¿á cuánto ascenderán $1,05\times1,05$
$\times1,05$ impuesto al cuarto año? $1 : 1,05 :: 1,05\times1,05\times1,05 : x$; y $x=1,05\times1,05$
$\times1,05\times1,05$, que es á lo que asciende un real, sus réditos y los réditos de estos
durante cuatro años. Ahora, si un real ha llegado en los cuatro años á $1,05\times$
$1,05\times1,05\times1,05$, el capital 2000 reales, ¿á cuánto ascenderá? Es decir: $1 : 1,05$
$\times1,05\times1,05\times1,05 ::$ 2000 reales $: x$; que da para x, $x=(1,05\times1,05\times1,05\times1,05)$
$\times2000$, que es todo lo que prescribe la regla. No se han efectuado las multiplicaciones para que saliera la fórmula más terminante.

trar cuatro veces por factor, supuesto que fueron 4 años el tiempo que estuvo redituando el capital, $1{,}05\times1{,}05\times1{,}05\times1{,}05=1{,}2155$; multiplico esto por el capital $1{,}2155\times2000=2431$ reales, y este último producto es á lo que ha ascendido el capital y sus intereses á interés compuesto. Si el capital y sus intereses hubieran estado 6 años impuestos, hubiera formado el producto con 1,05 seis veces repetido por factor, etc. (*)

Qué otras reglas se resuelven por la de interés?

Las que se espresan en los siguientes ejemplos, y alguna otra que puede reducirse á las mismas.

Regla de tara. Un mercader compra 16 cajones de azúcar que pesan 100 kilógramos; rebajando un 12 por 100 por el peso de los cajones, ¿cuántos kilógramos debe pagar en limpio? En esta cuestion se suman 12 con 100, y se forma la siguiente proporcion: 112 : 100 : : 400 kilógramos : x; simplificada 7 : 100 : : 25 : x, que $x=\dfrac{2500}{7}=357{,}14$, esto es, 357 kilógramos y 14 decág., que es lo que le corresponde pagar en limpio.

Regla de rebatir. Un propietario paga á su administrador el 6 por 100 de los productos líquidos de su hacienda; ¿cuánto le tendrá que dar por 20800 reales que ha producido esta en el presente año? No es 20800 reales de lo que le tiene que pagar el 6 por 100, sino de lo que le quede líquido despues de rebajado esto, por lo que sumaremos 6 con 100, y tendremos esta proporcion : 106: 20800 : : 6 : x; y $x=\dfrac{20800\times6}{106}=\dfrac{124800}{106}=1177$ reales y 4 décimas, que es lo que debe pagar.

Regla de descuento. Juan compra á Pedro en géneros importe de 1000 reales fiados por un año, y Pedro le ofrece descontar un 10 por 100 si los paga al contado. ¿Cuánto debe darle Juan, admitida la oferta? Sumo el 10 con 100, y digo : 110 : 100 : : 1000 : x, ó 11 : 10 : : 1000 : x; y será $x=\dfrac{10000}{11}=909{,}09$; es decir, 909 reales y una décima, que es lo que debe pagar Juan á Pedro.

Regla de cambio. Juan entrega en Madrid 8000 reales; ¿cuánto percibirá en Valencia, estando el cambio á 3 daño? Sumo el daño,

(*) Cuando el capital y sus réditos hayan estado muchos años impuestos, se dividen los futuros para multiplicarlos en grupos de cuatro, de cinco ó de seis, etc. : de este modo, formando el producto del primer grupo, ya se sabe el de los demas; despues con estos productos se hace lo mismo, etc.

con 100, y formo esta proporcion: 103 : 8000 : : 100 : x ; y $x=\frac{800000}{103}=7766{,}9$; es decir que se percibirán en Valencia 7766 reales y 9 décimas.

Si el cambio hubiera estado á 3 beneficio, restaria de 100 el beneficio 3, y formaria la proporcion 97 : 8000 : : 100: x; $x=\frac{800000}{97}=8247$ reales y 4 décimas, que es lo que se percibirá en Valencia.

REGLA DE COMPAÑIA.

Qué es regla de compañía?

La que enseña á determinar cuánto de la ganancia ó pérdida corresponde á cada uno de varios sugetos que han puesto su capital en fondo, con arreglo á lo que puso cada uno.

De cuántos modos puede ser?

Simple y compuesta: *simple* es cuando los capitales están en fondo el mismo tiempo, y *compuesta* cuando unos están más que otros.

Cómo se resuelve la simple?

Formando tantas proporciones como sugetos ponen capital en fondo, constando cada una de las sumas de los capitales en primer término, de la ganancia ó pérdida en segundo, del capital de cada sugeto en tercero y el cuarto será lo que á cada uno corresponde de la ganancia ó pérdida.

Juan, Pedro y Antonio pusieron en fondo, Juan 400 reales, Pedro 500 y Antonio 700; ganaron ó perdieron 8000 reales: ¿cuánto toca á cada uno?

400 rs. de J.			400 : 2000 ganan. de J.
500 de P.		1600 : 8000 : :	500 : 2500 id. de P.
700 de A.			700 : 3500 id. de A.

—— Simplificada......... 1 :

1600 total puesto.

Cómo se resuelve la compuesta?

Multiplicando el capital de cada uno por el tiempo que le tuvo puesto en fondo, y ejecutando despues lo que prescribe la regla que se dió para la simple.

Juan, Pedro, Antonio y Diego pusieron en fondo, Juan 500 reales durante 4 años, Pedro 360 reales por 5 años, Antonio 800 por 8 meses, y Diego 1700 por 5 meses : ganaron 10000 reales; ¿cuánto corresponde á cada uno? Lo que puso Juan por 4 años será $500 \times 4 = 2000$ reales; Pedro por 5 será $360 \times 5 = 1800$; Antonio por 8 meses, siendo estos lo mismo que $\frac{8}{12}$ partes de año, será $800 \times \frac{8}{12} = \frac{6400}{12} = 533{,}3$, y Diego, por razones análogas, $1700 \times \frac{5}{12} = \frac{8500}{12} = 708{,}3$: con estos productos queda la cuestion reducida a caso anterior.

$$\begin{array}{ll} 2000 & \text{de J.} \\ 1800 & \text{de P.} \\ 533{,}3 & \text{de A.} \\ 708{,}3 & \text{de D.} \\ \hline 5041{,}6 & \text{total.} \end{array} \quad 5041{,}6 : 10000 :: \left\{ \begin{array}{lll} 2000 : & 3966{,}99 & \text{á Juan.} \\ 1800 : & 3570{,}29 & \text{á P.} \\ 533{,}3: & 1057{,}79 & \text{á Ant.} \\ 708{,}3: & 1404{,}93 & \text{á D.} \end{array} \right.$$

Cuando en esta regla son muchos los sugetos, se *halla primero lo que corresponde á 100; por lo que toque á 100 se multiplica el capital ó el haber de cada uno, y este producto se divide por 100.* Ejemplo : á un pueblo cuya riqueza está valuada en 274.000 reales le echan de contribucion 10960 reales: ¿cuánto le toca á cada vecino en proporcion de su haber? Hallo lo que corresponde á cada 100 por esta proporcion : $274.000 : 10960 :: 100 : x$; simplificada, $137 : 548 :: 1 : x$; $x = \frac{548}{137} = 4$. Sabiendo que cabe 4 á cada 100, Diego Perez, cuyo haber se ha regulado en 8320 reales, ¿cuánto debe pagar? $100 : 4 :: 3320 : x$; $x = \frac{8830 \times 4}{100}$, fórmula que está espresada en la regla, y de 332,80; es decir, 332 reales y 8 décimas, que es lo que debe pagar Diego. Lo mismo se hace con los demas vecinos.

REGLA DE FALSA POSICION.

Cuál es la regla de falsa posicion?

La que sirve para hallar un número desconocido por medio de otro que se quiera suponer, y cuyas cualidades sean conocidas.

Cómo se resuelve esta regla?

Formando una proporcion cuyo primer término sea las cualidades del número supuesto, el segundo este número, y el tercero las propiedades del número que se va á buscar, y que será el cuarto.

Se trata de hallar un número cuya tercera, cuarta y quinta parte sumen 4760. Supongo un número que tenga esas partes en enteros para mayor claridad; v. gr.: 60, cuya tercera parte es 20, la cuarta 15 y la quinta 12; sumo estas partes, y con la suma 47 formo esta proporcion: $47 : 60 :: 4700 : x$, ó simplificada; $1 : 60 :: 100 : x$, que da $x = 60 \times 100 = 6000$, número pedido.

Un padre mandó en su testamento 8000 rs. á sus tres hijos con la condicion de que el menor lleve una tercera parte más que el del medio, y que este una quinta parte más que el mayor. Supongo que el mayor lleve 15, el segundo llevará tres más (que es la quinta parte de 15), y serán 18, y el menor 6 más (que es la tercera parte de 18), y serán 24; sumo estas tres partes, que componen 57, y digo: $15 : 57 :: x : 8000$, de cuya proporcion saco que la parte del mayor es 2105 rs. y tres décimas: añadiendo á esto su quinta parte, será 2526 rs. y 3 décimas la parte del de en medio; y sumando esto con su tercera parte, será 3368 rs. y 4 décimas la parte del menor: sumando estas tres componen los 8000 reales que dejó el padre.

REGLA DE ALIGACION.

Cuál es la regla de aligacion?

La que enseña á determinar el precio á que se ha de vender una mezcla de varias cosas de diferentes precios; como igualmente á hallar la proporcion en que se han de mezclar varias cosas de distintos precios para vender la mezcla á un precio dado.

Cómo se resuelve en el primer caso?

Súmense los productos de las cosas por sus respectivos precios, y divídase la suma por las de las cantidades mezcladas.

7 decál..	á 20 rs...=	140 rs.
10.........	á 15......=	150
8.........	á 25......=	200
25		490 rs.

$$\frac{490}{25} = 19{,}6$$

Si se mezclan 7 decálitros de vino de á 20 rs., 10 de á 15 y 8 de á 25, ¿á cuánto se deberá vender la mezcla? Sumo los productos de los decálitros por sus respectivos precios: esta suma, que es 490 rs., la divido por 25, que es la de los decálitros, y el cociente 19 rs. y

6 décimas es el precio á que se debe vender la mezcla.

Cómo se resuelve en el segundo caso?

Si son dos las cosas, la diferencia del precio menor al dado indica la cantidad que se ha de mezclar del género de mayor precio, y la del dado al mayor la cantidad que se ha de mezclar del género de menor precio.

¿En qué proporcion mezclaré trigo de 20 reales el decálitro con otro de 30 rs. para poderlo vender á 24?

$$24\begin{cases}30\ldots 4\\ 20\ldots 6\end{cases}$$

Colocados estos precios como aquí están, digo: de 20, precio inferior, á 24, van 4, que pongo en frente del precio superior; de 24 á 30 van 6, que escribo en frente del precio inferior y hallo que para vender la mezcla á 24 reales necesito echar de lo de á 30 reales 4 decálitros, y 6 de lo de á 20.

Si las especies fuesen más de dos, se hará la mezcla en las proporciones que indican estos ejemplos.

¿Cuánto se debe mezclar de un té de 30 reales el kilógramo, de otro de 37 y de otro de 45 para venderlo á 39 reales? Coloco los precios como aquí se ven, y digo: de 30 á 39 van 9, que pongo al precio mayor; de 37 á 39 van 2, que pongo tambien al precio mayor con el signo+, de 39 á 45 van 6, que escribo en frente de los precios inferiores, y hallo que para vender la mezcla á 39 reales debo echar 11 kilógramos de lo de 45, 6 de 37 y 6 de lo de 30.

$$39\begin{cases}45\ldots.\ 9+2=11\\ 37\ldots.\ 6\\ 30\ldots.\ 6\end{cases}$$

Con aguardiente de 17 grados, de 26 y de 29 quiero hacer una mezcla que tenga 22 grados; ¿cuánto debo mezclar de cada uno? La diferencia de 17 á 22 la pongo en frente de 29 y 26; las de 22 á 26 y 29 en frente de 17 con el signo+; y veo que debo mezclar 5 medidas de lo de 29, 5 de lo de 26 y 11 de lo de 17.

$$22\begin{cases}29..\ 5\\ 26\ldots\ 5\\ 17\ldots\ 4+7=11\end{cases}$$

Un labrador tiene trigo de 27 reales el hectólitro, de 30, de 35 y de 38; ¿en qué proporciones los debe mezclar para venderlo á 33 reales? En este caso se pueden hacer dos combinaciones, y se elige la que mejor convenga: por la primera debo mezclar 5 hectólitros de lo de á 27 reales, 2 de lo de á 30, 3 de lo de á 35 y 6 de lo de á 38.

$$33\begin{cases}27\ldots\ 5\ldots\ 2\\ 30\ldots\ 2\ldots\ 5\\ 35\ldots\ 3\ldots\ 6\\ 38\ldots\ 6\ldots\ 3\end{cases}$$

(1.º) 29
27.... 1+6+9=16
30.... 2
35.... 2
38.... 2

(2.º) 36
27.... 2
30.... 2
35.... 2
38.... 1+6+9=16

Si lo quisiera vender á 29 reales lo mezclaria en las proporciones que se ven en el primer ejemplo; esto es, 16 hectólitros de lo de 27 y 2 de cada uno de los otros; pero si quisiera venderlo á 36 reales, mezclaria 16 de lo de á 38 y 2 de cada uno de los otros, como lo demuestra el segundo ejemplo.

Cuando se exige ademas que la mezcla conste de cierto número de medidas, se resolverá así:

Si en el último ejemplo se pidiese que la mezcla fuese de 100 hectólitros, sumaria primero los que han salido por cada precio, 2+2+2+16=22, y diria: si para una mezcla de 22 hectólitros deben entrar 16 del trigo de mayor precio, para otra de 100, ¿cuántos? esto es, 22 : 16 : : 100 : x, que simplificado da $x=\frac{800}{11}$ =72,7273; haciendo semejante razonamiento para los otros precios, esta proporcion 22 : 2 : : 100 : x dará $x=\frac{100}{11}$=9,0909; cuyos resultados me indican que para la mezcla de 100 hectólitros debo echar del trigo de 38 reales 72 hectólitros, 72 l. y 73 centíl., y de cada uno de los otros tres precios 9 hectólitros, 9 l. y 9 centíl. Sumando estas cuatro partidas componen los 100 hectólitros que se pedian.

ESPLICACION Y USO DE LAS TABLAS.

Las nueve primeras tablas contienen las pesas y medidas antiguas de España reducidas á las métricas modernas, y las ocho últimas las métricas reducidas á las antiguas.

Pero téngase entendido que en las nueve primeras, cualquiera especie de medidas ó pesas, no solamente está valuada en las especies que en ellas se dice, sino tambien en las superiores ó inferiores; así es que 5 varas, v. gr., valen (T. I) metr. 4,179528; pero esta misma espresion es equivalente á decímetros 41,79528, ó á centímetros 417,9528, ó á milímetros 4179,528. Asimismo (Tabla III) 3 fanegas contienen litros 166,503, cuya espresion vale tanto como si se dijera: 3 fanegas tienen decálitros 16,6503, ó hectólitros 1,66503. (Tabla VIII) 7 fanegas de marco real valen áreas 450,769319, se puede leer tambien 7 fanegas valen hectár. 4,50769319 ó centiáreas, 45076,9319, porque se necesitan en las medidas cuadradas dos cifras para espresar cada especie.

En las ocho tablas últimas (desde la X inclusive), con solo correr la coma á la izquierda ó derecha se hallan tambien los valores de todas las especies de medidas y pesas modernas: v. gr.: 9 miriámetros (Tabla XI) valen leguas 16,2; pues 9 kilómetros valdrán leguas 1,62, espresion 10 veces menor, porque los kilómetros son diez veces menores que los miriámetros; y 9 metros valdrán leguas 0,00162, espresion diez mil veces menor que la de los miriámetros 16,2, porque los metros son diez mil veces menores que los miriámetros. (Tabla XV) un kilógramo vale libras 2,17347; un miriágramo, que es diez veces mayor que el kilógramo, tendrá libras 21,7347, y un quintal métrico tendrá libras 217,347, espresion cien veces mayor que la primera, porque el quintal es así con respecto al kilógramo.

Ahora (aunque en las tablas solo están calculados los valores de diez unidades), para hallar el que espresan los números dígitos seguidos de ceros, en el del número dígito se corre la coma á la derecha tantos lugares como ceros tiene despues de sí. De manera que (Tabla I) 3 varas valen metros 2,5077168; pues 30 varas valdrán metros 25,077168, pasando la coma un lugar á la derecha por el cero que tiene el 30; 3000 varas valen metros 2507,7168, pasándola tres lugares por los tres ceros que tiene el 3 despues de sí.

De esto se infiere que si el número que se ha de reducir consta de varias cifras significativas, se le debe descomponer en unidades, decenas, centenas etc., y buscando separadamente los valores de estas partes, y sumándolos, se obtendrá el de todo el número.

Ejemplos: 348 fanegas, ¿cuántos hectólitros hacen? (Tabla III.)

300 fan......	16650,3	lit.
40 id.......	2220,04	id.
8 id.......	444,008	id.
348 fan......	19314,348	lit.

Las 348 fanegas valen 19314 litros y 348 milésimas de litro; y pasando la coma á los hectólitros, serán hectólitros 193,14348, que es lo que se pedia en el problema.

4000 ar...	46009,302	kilóg.
500 id...	5751,1627	id.
70 id...	805,16278	id.
1/2 id...	5,751162	id.
4570 1/2 ar.	52571,378642	kilóg.

¿Cuántos kilógramos tienen 4570 1/2 arrobas? (Tabla VI.) Para media arroba se ha tomado la mitad del valor de una, que es kilógramos 11,502325.

1000 met...	1196,3080	varas
90 id.....	107,66772	id.
6 id.....	7,177848	id.
1096 met..	1311,153568	var.

¿Cuántas varas valen 1096 metros? (Tabla X.) Valuando la fraccion que resulta en la suma, son 1311 varas, 5 pulgadas y 6,341376 líneas el valor de los 1096 metros.

4000 áreas..	35778,832	estadales
500 id.....	4472,354	id..
4500 áreas..	40251,186	estadales

¿Cuántos estadales de 12 pies de lado hay en 45 hectáreas? (Tabla XVII.) Cuarenta y cinco hectáreas son lo mismo que 4500 ar., y tienen estadales 40251,18, que pueden reducirse á fanegas, si se quiere, dividiéndolos por 576, que son los estadales que tiene una fanega.

TABLAS DE REDUCCION

de las antiguas medidas y pesas de España á las métricas modernas.

TABLA PRIMERA.—*Medidas longitudinales.*

Varas castellanas á metros.		Pulgadas á metros.	
1 vara vale. . .	0,8359056	1.	0,0232196
2.	1,6718112	2.	0,0464392
3.	2,5077168	3.	0,0696588
4.	3,3436224	4.	0,0928784
5.	4,1795280	5.	0,1160980
6.	5,0154336	6.	0,1393176
7.	5,8513392	7.	0,1625372
8.	6,6872448	8.	0,1857568
9.	7,5231504	9.	0,2089764
10.	8,3590560	10.	0,2321960

Pies á metros.		Líneas á metros.	
1.	0,2786352	1.	0,0019349
2.	0,5572704	2.	0,0038698
3.	0,8359056	3.	0,0058047
4.	1,1145408	4.	0,0077396
5.	1,3931760	5.	0,0096745
6.	1,6718112	6.	0,0116094
7.	1,9504464	7.	0,0135443
8.	2,2290816	8.	0,0154792
9.	2,5077168	9.	0,0174141
10.	2,7863420	10.	0,0193490

TABLA II.—*Leguas comunes de 20.000 pies geométricos á miriámetros* (*).

Leguas á miriámetros.		Leguas á miriámetros.	
1.	0,5555555	6.	3,3333333
2.	1,1111111	7.	3,8888888
3.	1,6666666	8.	4,4444444
4.	2,2222222	9.	4,9999999
5.	2,7777777	10.	5,5555555

(*) Siendo la legua de 20.000 pies burgaleses, ó de 6666 varas y dos pies, tiene miriámetros 0,55727039, ó sean 5 kilómetros, 572 metros y 704 milímetros.

TABLA III. — *Medidas de áridos.*

Caices á litros.

1.	666,012
2.	1332,024
3.	1998,036
4.	2604,048
5.	3320,060
6.	3996,072
7.	4662,084
8.	5328,096
9.	5994,108
10.	6660,120

Fanegas á litros.

1..	55,501
2..	111,002
3..	166,503
4..	222,004
5..	277,505
6..	333,006
7..	388,507
8..	444,008
9..	499,509
10..	555,010

Celemines á litros.

1.	4,625
2.	9,250
3.	13,875
4.	18,500
5.	23,125
6.	27,750
7.	32,375
8.	37,000
9.	41,625
10.	46,250

Cuartillos á litros.

1.	1,156
2.	2,312
3.	3,468
4.	4,624
5.	5,780
6.	6,936
7.	8,092
8.	9,248
9.	10,404
10.	11,560

TABLA IV. — *Medidas de vino á litros.*

Cántaras ó arrobas á litros.

1..	16,133
2..	32,266
3..	48,399
4..	64,532
5..	80,665
6..	96,798
7..	112,931
8..	129,064
9..	145,197
10..	161,330

Azumbres á litros.

1..	2,016
2..	4,032
3..	6,048
4..	8,064
5..	10,080
6..	12,096
7..	14,112
8..	16,128
9..	18,144
10..	20,160

Cuartillos á litros.

1.	0,504
2.	1,008
3.	1,512
4.	2,016
5.	2,520
6.	3,024
7.	3,528
8.	4,032
9.	4,536
10.	5,040

TABLA V. — *Pesos de aceite á litros.*

Arrobas á litros.

1	12,563
2	25,126
3	37,689
4	50,252
5	62,815
6	75,378
7	87,941
8	100,504
9	113,067
10	125,630

Libras á litros.

1	0,502
2	1,004
3	1,506
4	2,008
5	3,510
6	3,012
7	3,514
8	4,016
9	4,518
10	5,020

Panillas á litros.

1	0,125
2	0,251
3	0,375
4	0,502
5	0,625
6	0,750
7	0,875
8	1,004
9	1,125
10	1,151

TABLA VI. — *Pesas castellanas á kilógramos.*

Arrobas á kilógramos.

1	11,502325
2	23,004651
3	34,506976
4	46,009302
5	57,511627
6	69,013953
7	80,516278
8	92,018604
9	103,520929
10	115,023255

Libras á kilógramos.

1	0,460093
2	0,920186
3	1,380279
4	1,840372
5	2,300465
6	2,060558
7	3,220651
8	3,680744
9	4,140837
10	4,600930

Onzas á kilógramos.

1	0,028756
2	0,057512
3	0,086268
4	0,115024
5	0,143780
6	0,172536
7	0,201292
8	0,230048
9	0,258804
10	0,287560

Adarmes á kilógramos.

1	0,001797
2	0,003594
3	0,005391
4	0,007188
5	0,008985
6	0,010782
7	0,012579
8	0,014376
9	0,016173
10	0,017970

TABLA VII. — *Pesas usadas en medicina á gramos.*

Libras á gramos.

1	345,06977
2	690,13953
3	1035,20930
4	1380 27906
5	1725,34883
6	2070,41859
7	2415,48836
8	2760,55813
9	3105,62789
10	3450,69765

Onzas á gramos.

1	28,75581
2	57,51163
3	86,26744
4	115,02325
5	143,77907
6	172,53488
7	201,29069
8	230,04650
9	258,80231
10	287,55813

Dracmas á gramos.

1	3,59448
2	7,18895
3	10,78343
4	14,37790
5	17,97238
6	21,56686
7	25,16133
8	28,75581
9	32,35028
10	35,94476

Escrúpulos á gramos.

1	1,19816
2	2,39632
3	3,59447
4	4,79263
5	5,99079
6	7,18895
7	8,38711
8	9,58526
9	10,78342
10	11,98158

Granos á gramos.

1	0,04992
2	0,09985
3	0,14977
4	0,19969
5	0,24962
6	0,29954
7	0,34946
8	0,39938
9	0,44931
10	0,49923

TABLA VIII. — *Medidas agrarias.*

Fanegas de marco real ó de 576 estadales á áreas.

1	64,395617
2	128,791234
3	193,186851
4	257,582468
5	321,978085

Fanegas de marco real ó de 576 estadales á áreas.

6	386,373702
7	450,769319
8	515,164936
9	579,560553
10	648,956170

Estadales de marco real ó de 12 pies de lado á áreas.		Estadales de marco real ó de 12 pies de lado á áreas.	
1.	0,1118	6.	0,6707
2.	0,2236	7.	0,7826
3.	0,3354	8.	0,8944
4.	0,4472	9.	1,0062
5.	0,5590	10.	1,1179

TABLA IX. — *Medidas de solidez.*

Pies cúbicos á decímetros cúbicos.		Pulgadas cúbicas á decímetros cúbicos.	
1.	21,632561148	1.	0,012518843
2.	43,265122296	2.	0,025037686
3.	64,897683444	3.	0,037556530
4.	86,530244592	4.	0,050075373
5.	108,162885741	5.	0,062594216
6.	129,795366889	6.	0,075113059
7.	151,427928037	7.	0,087631902
8.	173,060489185	8.	0,100150746
9.	194,693050333	9.	0,112669590
10.	216,325611482	10.	0,125188133

TABLAS DE REDUCCION

DE LAS PESAS Y MEDIDAS MÉTRICAS Á LAS ANTIGUAS DE ESPAÑA.

TABLA X. — *Medidas lineales.*

Metros á varas castellanas. Valuada la fraccion decimal.

Metros	Varas castellanas	Varas.	Pies.	Pulg.	Lin.
1 metro vale	1,196308 igual á	1.	0.	7.	0,805
2.	2,392616.	2.	1.	2.	1,610
3.	3.588924.	3.	1.	9.	2,415
4.	4,785232.	4.	2.	4.	3,220
5.	5,981540.	5.	2.	11.	4,025
6.	7,177848.	7.	0.	6	4,830
7.	8,374156.	8.	1.	1.	5,635
8.	9,570464.	9.	1.	8.	6,440
9.	10,766772.	10.	2.	3.	7.245
10.	11,963080.	11.	2.	10.	8,050

TABLA XI. — *Medidas lineales.*

Miriámetros á leguas de 20 al grado.

1.	1,8. igual á	1 legua y	16000 pies geométricos.
2.	3,6.	3.	12000
3.	5,4.	5.	8000
4.	7,2.	7.	4000
5.	9,0.	9.	0
6.	10,8.	10.	16000
7.	12,6.	12.	12000
8.	14,4.	14.	8000
9.	16,2.	16.	4000
10.	18,0.	18.	0 (*)

TABLA XII. — *Medidas de capacidad para áridos.*

Hectólitros á fanegas.

1.	1,8018 igual á	1 faneg.	9 celem.	2,4864 cuart.
2.	3,6036.	3.	7.	0,9728
3.	5,4054.	5.	4.	3,4592

(*) Si se calcula un miriámetro en el supuesto de que la legua tenga 20000 pies burgaleses, valdrá leguas 1,79446, y valuada la fraccion 1 legua y 15889,22 pies.

Hectólitros á fanegas.

4.	7,2072.	7.	2.	1,9456
5.	9,0090.	9.	0.	0,4320
6.	10,8108.	10.	9.	2,9184
7.	12,6126.	12.	7.	1,4048
8.	14,4144.	14.	4.	3,8912
9.	16,2162.	16.	2.	2,3776
10.	18,0180.	18.	0.	0,8640

TABLA XIII. — *Medidas de capacidad para líquidos.*

Decálitros á cántaras.

1.	0,61985 igual á	0 cántar.	4 azumbr.	3,83512	cuart.
2.	1,23970.	1.	1.	3,67024	
3.	1,85955.	1.	6.	3,50536	
4.	2,47940.	2.	3.	3,34048	
5.	3,09925.	3.	0.	3,17560	
6.	3,71910.	3.	5.	3,01072	
7.	4,33895.	4.	2.	2,84584	
8.	4,95880.	4.	7.	2,68096	
9.	5,57865.	5.	4.	2,51608	
10.	6,19850.	6.	1.	2,35120	

Litros á cuartillos.

1.	1,983512 igual á	1 cuartillos	3,934	copas.
2.	3,967024.	3.	3,868	
3.	5,950536.	5.	3,802	
4.	7,934048.	7.	3,786	
5.	9,917560.	9.	3,670	
6.	11,901072.	11.	3,604	
7.	13,884584.	13.	3,538	
8.	15,868096.	15.	3,472	
9.	17,851608.	17.	3,406	
10.	19,835120.	19.	3,340	

TABLA XIV. — *Medidas de aceite.*

Decálitros á arrobas.

1.	0,79599 igual á 0 arrob.	19 libras	3,61 panillas.	
2.	1,59198. . . .	1. . . .	14. . . .	3,22
3.	2,38797. . . .	2. . . .	9. . . .	2,83
4.	3,18396. . . .	3. . . .	4. . . .	2,44
5.	3,67995. . . .	3. . . .	24. . . .	2,05
6.	4,77594. . . .	4. . . .	19. . . .	1,66
7.	5,57193. . . .	5. . . .	14. . . .	1,27
8.	6,36792. . . .	6. . . .	9. . . .	0,88
9.	7,16391. . . .	7. . . .	4. . . .	0,49
10.	7,95990. . . .	7. . . .	24. . . .	0,10

Litros á libras.

1.	1,989971 igual á	1 libras	3,61 panillas
2.	3,979942.	3.	3,92
3	5,969913.	5.	3,88
4.	7,959884.	7.	3,84
5.	9,949855.	9.	3,80
6.	11,939826.	11.	3,76
7.	13,929797.	13.	3,72
8.	15,919768.	15.	3,68
9.	17,909739.	17.	3,64
10.	19,899710.	19.	3,60

TABLA XV. — *Pesas.*

Kilógramos á libras.

1.	2,17347 igual á	2 libras	2 onzas	12,409 adarm.
2.	4,34695. . . .	4. . . .	5. . . .	8,818
3.	6,52042. . . .	6. . . .	8. . . .	5,227
4.	8,69389. . . .	8. . . .	11. . . .	1,636
5.	10,86737. . . .	10. . . .	13. . . .	14,045
6.	13,04084. . . .	13. . . .	0. . . .	10,454
7.	15,21432. . . .	15. . . .	3. . . .	6,863
8.	17,38779. . . .	17. . . .	6. . . .	3,272
9.	19,56126. . . .	19. . . .	8. . . .	15,681
10.	21,73474. . . .	21. . . .	11. . . .	12,090

TABLA XVI. — *Pesas medicinales.*

Gramos á escrúpulos.

1.	0,83461 igual á.	0 escrúpulos	20,031 granos.
2.	1,66923.	1.	16,062
3.	2,50384.	2.	12,093
4.	3,33846.	3.	8,124
5.	4,17307.	4.	4,155
6.	5,01768.	5.	0,186
7.	5,84230.	5.	29,217
8.	6,67691.	6.	16,248
9.	7,51152.	7.	12,279
10.	8,34614.	8.	8,310

TABLA XVII. — *Medidas agrarias.*

Areas á estadales de 12 pies de lado.

1.	8,944708 igual á	8 estad.	15,115 var. cuad.
2.	17,889416.	17.	14,230
3.	26,834124.	26.	13,345
4.	35,778832.	35.	12,460
5.	44,723540.	44.	11,575
6.	53,668248.	53.	10,690
7.	62,612956	62.	9,805
8.	71,557664.	71.	8,920
9.	80,502372.	80.	8,035
10.	89,447080.	89.	7,150

TABLA XVIII. — *Medidas de solidez.*

Metros cúbicos á pies cúbicos.

1.	46,226615263
2.	92,453230526
3.	138,679845789
4.	184,906461052
5.	231,133076316
6.	277,359691576
7.	323,586306842
8.	369,812922105
9.	416,039537168
10.	462,266152631

TABLA XVI. — Pesos medicinales.

[illegible]

1.	0,83464 igual á	0 escrúpulos	[illegible] granos.
2.	[illegible]	1.	[illegible]
3.	[illegible]	2.	[illegible]
4.	[illegible]	3.	[illegible]
5.	[illegible]	4.	[illegible]
6.	[illegible]	5.	[illegible]
7.	[illegible]	5.	[illegible]
8.	[illegible]	6.	[illegible]
9.	[illegible]	7.	[illegible]
10.	[illegible]	8.	[illegible]

TABLA XVII. — Medidas agrarias.

[illegible]

[illegible]	[illegible]	[illegible]

TABLA XVIII. — [illegible]

[illegible]

[illegible]	[illegible]