



NUEVO COMPENDIO

— DE —

ARITMÉTICA PRÁCTICA

con el sistema métrico-decimal

OBRA ESCRITA PARA LAS ESCUELAS DE PRIMERA ENSEÑANZA

— POR —

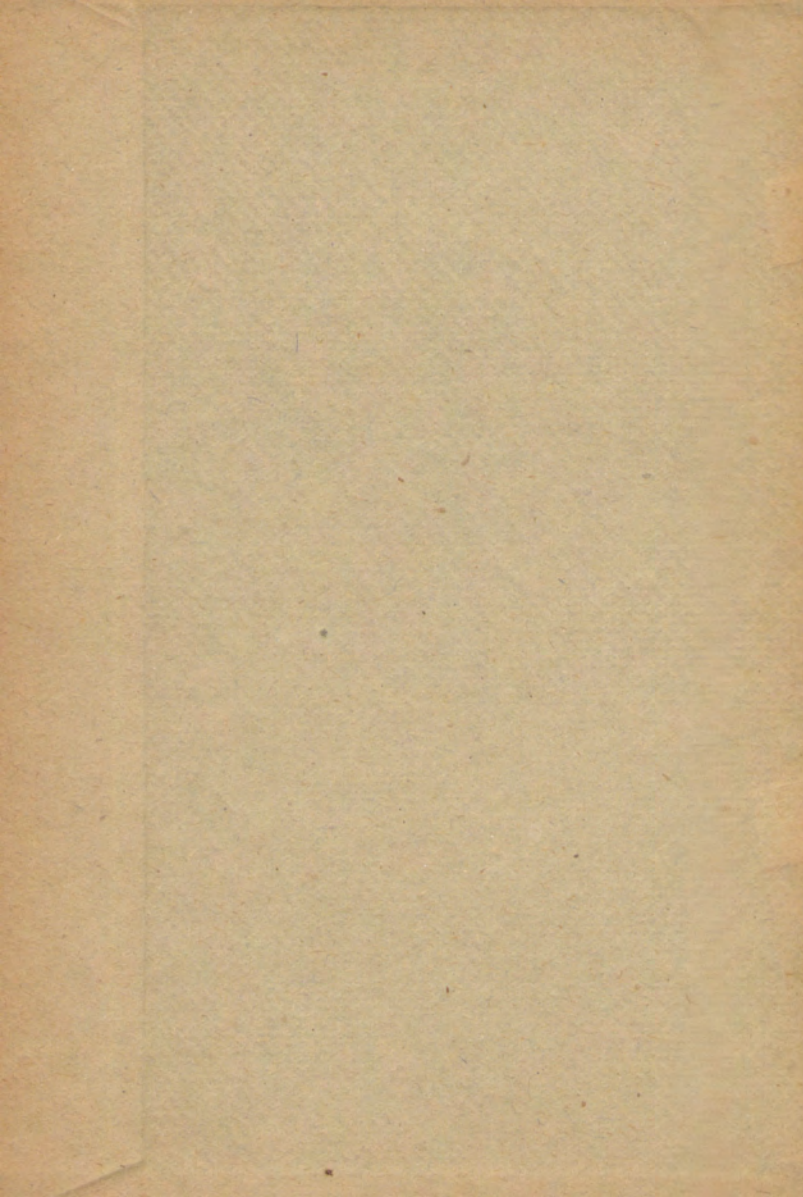
D. Juan Francisco Sánchez-Morate

—
20 EDICIÓN
—

Imprenta y Librería de Eduardo Miranda

Condes de Villaleal, 12.—ALBACETE

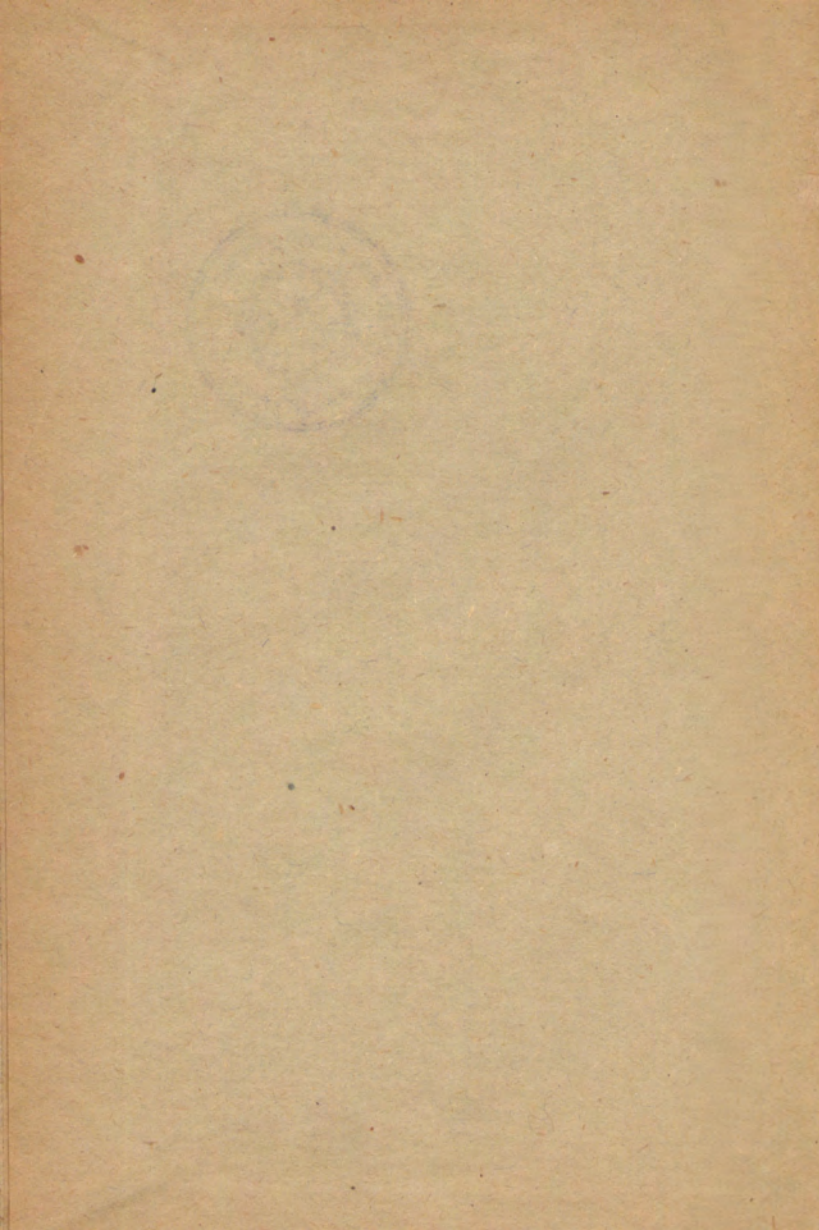
1910





D. Juan Francisco Sánchez-Morales





k. 391770 L.T. 629
NUEVO COMPENDIO

DE

ARITMÉTICA PRÁCTICA

CON EL SISTEMA MÉTRICO-DECIMAL

Y UN MÉTODO SENCILLO PARA RESOLVER LAS CUESTIONES
DE REGLA DE TRES SIN EL AUXILIO DE LAS PROPORCIONES

OBRA ESCRITA EXPRESAMENTE

PARA LAS ESCUELAS DE PRIMERA ENSEÑANZA

POR EL LICENCIADO

D. Juan Francisco Sánchez-Morate

Profesor por oposición de la Escuela Normal de Toledo

20.^a EDICIÓN



«De todos los ramos que abraza la instrucción primaria, la Aritmética es la que más se presta á las aplicaciones prácticas que tienen por objeto los usos y necesidades comunes de la vida». (*Diccionario de Educación y Métodos de Enseñanza* por D. Mariano Carderera.

ALBACETE

IMPRENTA Y LIBRERÍA DE EDUARDO MIRANDA

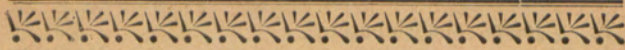
Condes de Villaleal, número 12

1910

Obra autorizada para la enseñanza de esta asignatura en las Escuelas de niños, por Real orden inserta en la *Gaceta de Madrid* de 25 de Febrero de 1863.

Esta obra es propiedad de DOÑA MARÍA DE LOS LLANOS RUIZ, quien perseguirá ante la Ley al que la reimprima. Todos los ejemplares llevan una contraséñal particular.

Queda hecho el depósito que marca la Ley.



COMPENDIO DE ARITMÉTICA

PRELIMINARES

LECCIÓN I.^a

Qué es Aritmética.—Cantidad, número y unidad.— De cuántas maneras puede ser el número.

PREGUNTA. ¿Qué es Aritmética?

RESPUESTA. La ciencia que trata de la cantidad expresada por números.

P. ¿Qué es cantidad?

R. Todo lo que se puede aumentar, disminuir y también medirse: como el dinero, las distancias, etc.

P. ¿Qué es número?

R. La reunión ó conjunto de varias cosas iguales ó semejantes: como v. g., cuatro duros, veinte naranjas, dos kilogramos.

P. ¿Qué es unidad?

R. Cada una de las cosas de que se compone el número; así, si el número es cuatro pesetas, la unidad es la peseta, y si es veinte naranjas la unidad es la naranja, etc.

P. ¿De cuántas maneras puede ser el número?

R. De varias, á saber: **entero, quebrado, mixto, abstracto, concreto, homogéneo y heterogéneo.**

P. ¿Qué es número entero?

R. El que consta de una ó varias unidades cabales: v. g., una naranja, ocho libros, veinte duros.

P. ¿Qué es número entero?

R. El que consta de parte ó partes de la unidad; ó lo que es lo mismo, el que no expresa unidades cabales; v. g., tres quintos, dos tercios, cuatro décimas.

P. ¿Qué es número mixto?

R. El que se compone de un número entero y de un número quebrado; v. g., ocho y tres cuartos, cinco y dos tercios, nueve y tres décimas.

P. ¿Qué es número abstracto?

R. El que expresa unidades sin determinar su especie; v. g., ocho, doce, quince, veinte, treinta.

P. ¿Qué es número concreto?

R. El que determina la especie de sus unidades; v. g. ocho duros, doce libros, quince mesas, veinte plumas, treinta tinteros.

P. ¿Qué son números homogéneos?

R. Los que son de una misma especie; v. g., ocho pesetas, veinte pesetas, sesenta pesetas.

P. ¿Qué son números heterogéneos?

R. Los que no son de una misma especie; v. g., ocho pesetas, veinte mesas, treinta naranjas.

LECCIÓN 2.^a

De la Numeración

Qué es numeración.—De cuántas maneras puede ser la numeración.—Cuáles son las palabras de que se hace uso en la numeración hablada, y cómo se cuenta.—Relación que tienen entre sí los diferentes órdenes de unidades.—Idea de los quebrados ó fracciones decimales.

P. ¿Qué es numeración?

R. Aquella parte de la Aritmética que nos enseña á expresar los números con pocas palabras, y á escribirlos con solo diez cifras.

P. Según esto, de cuántas maneras es la numeración?

R. Dé dos. **hablada y escrita.**

P. ¿Cuáles son las palabras de que se hace uso en la numeración hablada?

R. Las siguientes: uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, diez, ciento, mil y millón; pues todas las demás se derivan de éstas.

P. ¿Podrá Ud. decirme cómo se cuenta?

R. Sí, señor; de la manera siguiente: á un objeto solo se llama **uno**, al agregado de un objeto y otro objeto, se le llama **dos**; si á dos objetos se le añade otro más se le llama **tres**, y así sucesivamente se van agregando unidades una á una, y entonces se llaman respectivamente **cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve y diez.**

P. ¿Cómo se cuenta de diez en adelante?

R. Considerando al conjunto ó reunión de diez objetos como una nueva unidad que se llama **decena** y contamos por dieces ó decenas, como antes lo hemos hecho por unos, expresando las nueve primeras palabras del modo siguiente: diez y uno ú **once**, diez y dos ó **doce**, diez y tres ó **trece**, diez y cuatro ó **catorce**, y así se continúa quince, diez y seis, diez y siete, diez y ocho, diez y nueve y veinte, ó sean dos dieces. Después se sigue veinte y uno, veinte y dos, veinte y tres, veinte y cuatro, etc., hasta llegar á **treinta**, ó tres dieces; luego **cuarenta**, ó cuatro dieces, **cincuenta**, **sesenta**, **setenta**, **ochenta**, **noventa y ciento.**

P. ¿Cómo se cuenta de ciento en adelante?

R. Considerando al conjunto ó reunión de **cien** objetos como una nueva unidad que se llama **centena**, y se sigue contando ciento uno, ciento dos, ciento tres, ciento cuatro, etc., hasta llegar á otro ciento, que entonces se dice **doscientos**, **doscientos uno**, **doscientos dos**, **doscientos tres**, **doscientos cuatro**... **trescientos**, **cuatrocientos**, **qui-**

nientos, seiscientos, setecientos, ochocientos, novecientos, **mil**.

P. ¿Cómo se cuenta de mil en adelante?

R. Agregando á esta nueva unidad llamada **millar** uno, dos, tres, cuatro, etc., y se llegará á dos mil, tres mil, cuatro mil, diez mil, cien mil, millón, billón, etc.

P. ¿Quiere Ud. decirme ahora qué relación guardan entre sí las diferentes clases de unidades que acaba de decir?

R. Sí, señor; que diez unidades simples componen una **decena**; diez decenas, una **centena**; diez centenas, un **millar**; diez millares, una **decena de millar**; y así sucesivamente.

P. ¿Cuántos son, pues, los órdenes de unidades en la numeración?

R. Los siguientes: unidad, decena, centena, millar, decena de millar, centena de millar, millón, decena de millón, centena de millón, etc. De esto se deduce, que cada unidad que se toma por tipo, vale diez veces más que la inferior inmediata; esto es, suponiendo que tomamos por tipo el millar, éste vale ó contiene diez veces á la centena; la centena contiene diez veces á la decena y la decena contiene diez veces á la unidad.

P. Y después de la unidad simple, no se pueden expresar otros diferentes órdenes de unidades?

R. Sí, señor; después de la unidad simple tenemos otra que es diez veces menor que ella y se llama **décima**; si la décima se divide en otras diez partes iguales, tendremos la **centésima**; y siguiendo esta división se tendrá la **milésima**, **diez milésima**, **cien milésima**, etc., parte de la unidad. (1)

(1) Estos son los quebrados ó fracciones decimales, que por tener la misma base y expresarse como los enteros los damos á conocer á la vez.

LECCIÓN 3.^a

Numeración escrita

Cifras que se usan para escribir los números y cómo se escriben.— Cuántos valores podemos considerar en las cifras.— Para qué sirve el cero.— Cómo se leen los números.— Cómo se llama nuestro sistema de numeración.

P. ¿Cuáles son las diez cifras que se usan para escribir los números?

R. Las siguientes:

| | | | | | | | | | |
|-----|-----|------|--------|-------|------|-------|------|-------|------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| uno | dos | tres | cuatro | cinco | seis | siete | ocho | nueve | cero |

P. ¿Cómo se escriben los números?

R. Teniendo presente que el primer lugar, contando de derecha á izquierda, es para las **unidades simples**; el segundo para las **decenas**; el tercero para las **centenas**; el cuarto para los **millares**; el quinto para las **decenas de millar**; el sexto para las **centenas de millar**; el séptimo para los **millones**; y así sucesivamente. Después tenemos, que el primer lugar á la derecha de las unidades simples, es para las **décimas**; el segundo para las **centésimas**; el tercero para las **milésimas**; el cuarto para las **diez milésimas**; el quinto para las **cient milésimas**, etc.

P. ¿Qué se hace para separar las unidades de las fracciones ó quebrados decimales para que no se confundan?

R. Poner una coma entre la cifra de las unidades y la primera cifra de la fracción; v. g. 36,8; pero si no hubiese enteros se pone un cero antes de la coma; v. g. 0,8.

P. ¿Cuántos valores podemos considerar en las cifras?

R. Dos: uno **absoluto** y otro **relativo**.

P. ¿Cuál es el absoluto?

R. El que las cifras representan por sí.

P. ¿Cuál es el relativo?

R. El que representan según el lugar que ocupan en la escritura.

P. Sírvase Ud. aclararme eso bien.

R. La cifra 8, por ejemplo, solo vale ocho, y este es su valor *absoluto*; pero si le ponemos en tercer lugar, como por ejemplo 833, ya no representa ocho unidades ú ocho objetos, sino ocho centenas ó sean ochocientos objetos ó unidades, y éste es su valor *relativo*.

P. ¿Qué me dice Ud. del cero?

R. Que no tiene ningún valor.

P. Pues entonces ¿para qué sirve?

R. Para ocupar en los números el lugar en donde falta alguno de los órdenes de unidades, y para ponerlo antes de la coma, como ya hemos dicho, cuando solo se escriben fracciones ó quebrados decimales.

P. ¿Cómo se leen los números?

R. Dándole á cada cifra su valor absoluto y relativo á la vez; v. g.: el número 8.674.067,36, se leerá, ocho millones seiscientos setenta y cuatro mil sesenta y siete unidades y treinta y seis centésimas.

P. ¿Quiere Ud. ponerme un ejemplo en donde falten los enteros?

R. 0,87.672 y se lee: cero enteros, ochenta y siete mil seiscientas setenta y dos cien milésimas.

P. ¿Cómo se llama este sistema de numeración?

R. Se llama **décuplo** ó **decimal**, porque el número de cifras con que se escriben son diez y porque cada cifra representa unidades diez veces mayores que la cifra inmediata de su derecha.

LECCIÓN 4.^a

Operaciones que se hacen con los números

Cuántas son las operaciones que se hacen con los números y con qué signos se indican

P. ¿Cuántas son las operaciones que se hacen con los números?

R. Las siguientes: **sumar, restar, multiplicar y dividir.**

P. ¿Con qué signos se indican estas operaciones?

R. Con los siguientes:

La operación de sumar se

indica con este..... + que significa **más.**

La de restar con este..... — que significa **menos.**

La de multiplicar con este.. × ó con un punto que significa **multiplicado por.**

La de dividir con este..... : que significa **dividido por**

Para indicar el resultado de es-

tas operaciones, se pone este = que se lee **igual.**

LECCIÓN 5.^a

Operación de Sumar

Qué es sumar.—Cómo se llaman los números que se dan para sumar y cómo se indica esta operación.—Cómo se suman los números enteros.—Pruebas de esta operación y cuándo se hace uso de ella.

Cómo se suman las fracciones ó quebrados decimales.

P. ¿Qué es sumar?

R. Reunir dos ó más números enteros, quebrados ó mixtos, en uno solo.

P. ¿Cómo se llaman los números que se dan para sumar?

R. **Sumandos.**

P. ¿Y el resultado?

R. **Suma ó total.**

P. ¿Cómo se indica esta operación?

R. Del modo siguiente: $8 + 12 + 5 = 25$

Los números 8, 12 y 5 son los sumandos y el 25 la suma ó total.

TABLA DE SUMAR

| | | |
|--------------|--------------|--------------|
| 1 y 0 es 1 | 4 y 0 son 4 | 7 y 0 son 7 |
| 1 y 1 son 2 | 4 y 1 son 5 | 7 y 1 son 8 |
| 1 y 2 son 3 | 4 y 2 son 6 | 7 y 2 son 9 |
| 1 y 3 son 4 | 4 y 3 son 7 | 7 y 3 son 10 |
| 1 y 4 son 5 | 4 y 4 son 8 | 7 y 4 son 11 |
| 1 y 5 son 6 | 4 y 5 son 9 | 7 y 5 son 12 |
| 1 y 6 son 7 | 4 y 6 son 10 | 7 y 6 son 13 |
| 1 y 7 son 8 | 4 y 7 son 11 | 7 y 7 son 14 |
| 1 y 8 son 9 | 4 y 8 son 12 | 7 y 8 son 15 |
| 1 y 9 son 10 | 4 y 9 son 13 | 7 y 9 son 16 |
| <hr/> | | |
| 2 y 0 son 2 | 5 y 0 son 5 | 8 y 0 son 8 |
| 2 y 1 son 3 | 5 y 1 son 6 | 8 y 1 son 9 |
| 2 y 2 son 4 | 5 y 2 son 7 | 8 y 2 son 10 |
| 2 y 3 son 5 | 5 y 3 son 8 | 8 y 3 son 11 |
| 2 y 4 son 6 | 5 y 4 son 9 | 8 y 4 son 12 |
| 2 y 5 son 7 | 5 y 5 son 10 | 8 y 5 son 13 |
| 2 y 6 son 8 | 5 y 6 son 11 | 8 y 6 son 14 |
| 2 y 7 son 9 | 5 y 7 son 12 | 8 y 7 son 15 |
| 2 y 8 son 10 | 5 y 8 son 13 | 8 y 8 son 16 |
| 2 y 9 son 11 | 5 y 9 son 14 | 8 y 9 son 17 |
| <hr/> | | |
| 3 y 0 son 3 | 6 y 0 son 6 | 9 y 0 son 9 |
| 3 y 1 son 4 | 6 y 1 son 7 | 9 y 1 son 10 |
| 3 y 2 son 5 | 6 y 2 son 8 | 9 y 2 son 11 |
| 3 y 3 son 6 | 6 y 3 son 9 | 9 y 3 son 12 |
| 3 y 4 son 7 | 6 y 4 son 10 | 9 y 4 son 13 |
| 3 y 5 son 8 | 6 y 5 son 11 | 9 y 5 son 14 |
| 3 y 6 son 9 | 6 y 6 son 12 | 9 y 6 son 15 |
| 3 y 7 son 10 | 6 y 7 son 13 | 9 y 7 son 16 |
| 3 y 8 son 11 | 6 y 8 son 14 | 9 y 8 son 17 |
| 3 y 9 son 12 | 6 y 9 son 15 | 9 y 9 son 18 |

P. ¿Cómo se suman los enteros?

R. Para mayor claridad se colocan los sumandos los unos debajo de los otros de modo que se correspondan las cifras de igual orden, esto es, que las unidades estén debajo de las unidades, las decenas debajo de las decenas, las centenas debajo de las centenas y así sucesivamente. Se tira una raya por debajo y se empieza á sumar por las unidades, y si de esta suma resulta alguna ó algunas decenas, se añaden á la columna de las decenas, escribiendo debajo de la raya las unidades que hayan sobrado y así se continúa hasta concluir.

EJEMPLO

$$\begin{array}{r}
 \text{Sumandos} \dots \dots \left\{ \begin{array}{l} 3867 \\ 5702 \\ 368 \\ 456 \\ 38 \end{array} \right. \\
 \hline
 \text{Suma} \dots \dots \dots \underline{\underline{10431}}
 \end{array}$$

P. ¿Cómo probaremos si una operación de sumar está bien ejecutada?

R. Repasándola bien dos ó tres veces, y haciendo la suma á la inversa de como la habíamos hecho antes; esto es, si hemos empezado á sumar por arriba empezaremos por abajo, y si la operación está bien ejecutada las dos sumas deben ser iguales.

P. ¿Cuándo deberemos hacer uso de la operación de sumar?

R. Cuando tengamos necesidad de saber cuánto componen reunidos, varios números homogéneos.

SUMAR FRACCIONES DECIMALES

P. ¿Cómo se suman las fracciones decimales?

R. Se colocan los sumandos los unos debajo de los

otros de modo que se correspondan las unidades de igual orden, lo que se consigue haciendo que las comas formen columna; después se tira una raya y se ejecuta la operación como si fueran enteros, teniendo cuidado de poner en la suma una coma que se corresponda con la que tienen los sumandos.

EJEMPLOS

$$\begin{array}{r}
 \text{Sumandos...} \left\{ \begin{array}{l} 0.386 \\ 0.567 \\ 0.26 \\ 0.870 \end{array} \right. \\
 \hline
 \text{Suma...} = \underline{\underline{2.083}}
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 \text{Sumandos...} \left\{ \begin{array}{l} 26,37 \\ 38,06 \\ 47,3 \\ 6,62 \end{array} \right. \\
 \hline
 \text{Suma...} = \underline{\underline{118,35}}
 \end{array}$$

Ejercicios para la práctica

Maestro. Dime, Emilio, ¿qué operación tendrás que hacer para saber el dinero que hay en una cómoda que tiene tres cajones y el primero contiene 286 pesetas, el segundo 696, y el tercero 86?

Emilio. Para saberlo tendré que sumar el dinero que tienen los tres cajones. (Si el niño no contesta así se le llama la atención y se le explica para lo sucesivo.)

Maestro. Bien, perfectamente; pues haz la operación. (El niño la ejecuta.)

Maestro. Vamos á ver tú, Lorenzo, supongamos que te dice tu padre: Hijo mío, el Lunes de la presente semana se han gastado en casa 3 pesetas y 5 céntimos; el Martes 4 pesetas y 10 céntimos, el Miércoles 19 pesetas, el Jueves 16 pesetas y 50 céntimos, el Viernes 8 pesetas y 26 céntimos, y hoy Sábado 6 pesetas; quiero que me ajustes la cuenta para ver cuánto se ha gastado en la semana; ¿qué operación tendrás que hacer?

Lorenzo. Tengo que hacer una operación de sumar.

Maestro. Muy bien; pues hazla.

Maestro. Tú, Manuel, en tu casa teneis cuatro tierras sembradas de trigo, y de una habeis cogido 377 hectólitos y medio, de otra 266 y medio, de otra 210, y de otra 93; se quiere saber cuánto trigo habeis cogido.

Manuel. Tengo que sumar 377,5 con 266,5 con 210 y con 93 y la suma será el número de hectólitos de trigo que hemos cogido.

Maestro. Muy bien; pues haz la operación.

Maestro. Tú, Eduardo, ayer estuvieron en tu casa cuatro arrieros á comprar vino, y uno compró 5 hectólitos, otro 8, otro 6 y otro 7 hectólitos, ¿cuánto vino se llevaron entre los cuatro?

Eduardo. Para saber el vino que se llevaron tengo que hacer una operación de sumar.

Maestro. Perfectamente; pues hazla. (1)

Maestro. Tú, Alberto, un niño hace durante un mes 38 muestrás curiosas de escritura; otro, en el mismo tiempo, hace 42, y otro 54, ¿cuántas muestrás han escrito entre los tres?

Así continuará el Profesor poniendo ejemplos á todos los niños de la sección de sumar.

(1) Para que los niños sepan aplicar á los usos comunes de la vida las principales operaciones de la Aritmética, conviene ejercitarlos mucho en esta clase de cuestiones y otras análogas. Lo mismo haremos en la resta, multiplicación y división.

LECCIÓN 6.^a

Operación de Restar

Qué es restar.—Cómo se llaman los números que se dan para restar y cómo se llama el resultado de la operación.—Cómo se indica esta operación.—Cómo se restan los números enteros.—Cómo probaremos si una operación de restar está bien ejecutada.—Cuándo haremos uso de la resta.—Cómo se restan las fracciones ó quebrados decimales.

P. ¿Qué es restar?

R. Hallar la diferencia que hay entre dos números homogéneos, enteros, quebrados ó mixtos. (1)

P. ¿Cómo se llaman los números que entran en esta operación?

R. **Minuendo y Sustraendo.**

P. ¿Cuál es el minuendo?

R. El mayor.

P. ¿Cuál es el sustraendo?

R. El menor.

P. ¿Cómo se llama el resultado?

R. **Resta, exceso ó diferencia.**

P. ¿Cómo se indica esta operación?

R. Del modo siguiente:

$$8 - 5 = 3$$

El 8 es el minuendo, el 5 el sustraendo y el 3 es la resta ó la diferencia.

(1) Conviene que el Profesor haga ver á los niños que esta operación es la inversa de la suma, cuyo objeto es, dada una suma de dos sumandos y uno de ellos, hallar el otro.

TABLA DE RESTAR

| | | |
|----------------|-----------------|-----------------|
| De 0 á 0 va 0 | De 3 á 3 va 0 | De 6 á 6 va 0 |
| De 0 á 1 va 1 | De 3 á 4 va 1 | De 6 á 7 va 1 |
| De 0 á 2 van 2 | De 3 á 5 van 2 | De 6 á 8 van 2 |
| De 0 á 3 van 3 | De 3 á 6 van 3 | De 6 á 9 van 3 |
| De 0 á 4 van 4 | De 3 á 7 van 4 | De 6 á 10 van 4 |
| De 0 á 5 van 5 | De 3 á 8 van 5 | De 6 á 11 van 5 |
| De 0 á 6 van 6 | De 3 á 9 van 6 | De 6 á 12 van 6 |
| De 0 á 7 van 7 | De 3 á 10 van 7 | De 6 á 13 van 7 |
| De 0 á 8 van 8 | De 3 á 11 van 8 | De 6 á 14 van 8 |
| De 0 á 9 van 9 | De 3 á 12 van 9 | De 6 á 15 van 9 |

| | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|
| De 1 á 1 va 0 | De 4 á 4 va 0 | De 7 á 7 va 0 |
| De 1 á 2 va 1 | De 4 á 5 va 1 | De 7 á 8 va 1 |
| De 1 á 3 van 2 | De 4 á 6 van 2 | De 7 á 9 van 2 |
| De 1 á 4 van 3 | De 4 á 7 van 3 | De 7 á 10 van 3 |
| De 1 á 5 van 4 | De 4 á 8 van 4 | De 7 á 11 van 4 |
| De 1 á 6 van 5 | De 4 á 9 van 5 | De 7 á 12 van 5 |
| De 1 á 7 van 6 | De 4 á 10 van 6 | De 7 á 13 van 6 |
| De 1 á 8 van 7 | De 4 á 11 van 7 | De 7 á 14 van 7 |
| De 1 á 9 van 8 | De 4 á 12 van 8 | De 7 á 15 van 8 |
| De 1 á 10 van 9 | De 4 á 13 van 9 | De 7 á 16 van 9 |

| | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|
| De 2 á 2 va 0 | De 5 á 5 va 0 | De 8 á 8 va 0 |
| De 2 á 3 va 1 | De 5 á 6 va 1 | De 8 á 9 va 1 |
| De 2 á 4 van 2 | De 5 á 7 van 2 | De 8 á 10 van 2 |
| De 2 á 5 van 3 | De 5 á 8 van 3 | De 8 á 11 van 3 |
| De 2 á 6 van 4 | De 5 á 9 van 4 | De 8 á 12 van 4 |
| De 2 á 7 van 5 | De 5 á 10 van 5 | De 8 á 13 van 5 |
| De 2 á 8 van 6 | De 5 á 11 van 6 | De 8 á 14 van 6 |
| De 2 á 9 van 7 | De 5 á 12 van 7 | De 8 á 15 van 7 |
| De 2 á 10 van 8 | De 5 á 13 van 8 | De 8 á 16 van 8 |
| De 2 á 11 van 9 | De 5 á 14 van 9 | De 8 á 17 van 9 |

| | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|
| De 9 á 9 va 0 | De 9 á 13 van 4 | De 9 á 16 van 7 |
| De 9 á 10 van 1 | De 9 á 14 van 5 | De 9 á 17 van 8 |
| De 9 á 11 van 2 | De 9 á 15 van 6 | De 9 á 18 van 9 |
| De 9 á 12 van 3 | | |

P. ¿Cómo se restan los números enteros?

R. Para mayor claridad se coloca el sustraendo debajo del minuendo de modo que se correspondan las unidades de igual orden; en seguida se tira una raya por debajo, y se va viendo la diferencia que hay entre cada una de las unidades del sustraendo de sus correspondientes del minuendo, empezando por la derecha, escribiendo debajo de la raya cada una de estas diferencias.

EJEMPLO

| | |
|--------------------|--------------|
| Minuendo ... | 87985— |
| Sustraendo .. | <u>54834</u> |
| <i>Resta</i> | <u>33151</u> |

P. ¿Cómo se ejecuta la operación cuando alguna de las cifras del sustraendo es mayor que su correspondiente del minuendo?

R. Agregándole una unidad del orden superior inmediata que vale diez, y para que la resta no varíe, se añade otra unidad á la cifra siguiente del sustraendo.

EJEMPLO

| | |
|--------------------|--------------|
| Minuendo... .. | 75468— |
| Sustraendo .. | <u>67975</u> |
| <i>Resta</i> | <u>07493</u> |

P. ¿Cómo probaremos si una operación de restar está bien ejecutada?

R. Sumando el sustraendo con la resta, y la suma debe ser igual al minuendo.

EJEMPLO

| | | |
|-------------------------|--------|--|
| Minuendo | 98009— | |
| Sustraendo | 76754 | |
| | | |
| <i>Resta</i> | 21255 | |
| <i>Prueba</i> | 98009 | |

P. Cuando haremos uso de la operación de restar?

R. Cuando de un número mayor se quiere quitar otro menor, debiendo ser ambos homogéneos.

RESTAR QUEBRADOS Ó FRACCIONES DECIMALES

P. ¿Cómo se restan los decimales?

R. Se coloca el sustraendo debajo del minuendo, de modo que se correspondan las unidades de igual orden, lo que se consigue poniendo la coma del sustraendo debajo de la del minuendo, se tira una raya y se resta como los números enteros, poniendo en la resta una coma que forme columna con la del minuendo y sustraendo.

EJEMPLOS

| | | | |
|-------------------------|-------|-------------------------|--------|
| Minuendo | 86,54 | Minuendo | 0,8764 |
| Sustraendo | 67,3 | Sustraendo | 0,6872 |
| | | | |
| <i>Resta</i> | 19,24 | <i>Resta</i> | 0,1892 |
| <i>Prueba</i> | 86,54 | <i>Prueba</i> | 0,8764 |

P. Qué se hace cuando el minuendo no tiene tantas cifras decimales como el sustraendo?

R. Se le añaden ceros; v. g. 87,3 — 65,642.

Será esto:

| | | |
|-------------------------|---------|--|
| Minuendo | 87,300— | |
| Sustraendo | 65,642 | |
| | | |
| <i>Resta</i> | 21,658 | |
| <i>Prueba</i> | 87,300 | |

Ejercicios para la práctica

Maestro. Vamos á ver, Antonio, si sabes tú qué operación hay que hacer para saber lo siguiente: un comerciante tiene 5752 kilogramos de azúcar, y ha vendido 2449; ¿cuántos kilogramos le quedan?

Antonio. Para saber los kilogramos que le quedan tengo que quitar de los 5752 los 2449 que vendió.

Maestro. Bien; pero dime, qué operación tienes que hacer?

Antonio. Una operación de restar.

Maestro. Muy bien; pues hazla. (El niño la ejecuta.)

Maestro. Tú, Octaviano; supongamos que el criado de tu casa gana todos los años 480 pesetas, y tu padre le tiene entregadas 150 pesetas y 5 céntimos, te pregunto: ¿cuánto dinero tiene ahorrado?

Octaviano. Tengo que hacer una operación de restar para saberlo.

Maestro. Perfectamente; pues hazla.

Maestro. Vamos á ver, tú, Vicente, si sabes qué operación hay que hacer para saber cuantos metros le quedan á una pieza de percal que tiene 46 metros y le han cortado 22?

Vicente. Sí, señor, que lo sé.

Maestro. Pues bien, dilo.

Vicente. Tengo que hacer una operación de restar.

Maestro. Muy bien; pues hazla.

Maestro. Vamos á ver tú, Angel; supongamos que te dice tu padre: hijo mío, yo nací el año 1866, ¿cuántos años tengo?

Angel. Si resto del año en que estamos, el año en que Ud. nació, sabré los años que Ud. tiene.

Maestro. Perfectamente bien; veo que habeis comprendido la operación de restar y que sabeis hacer aplicación de ella. (Así continuará con todos los niños de la sección de restar.

LECCIÓN 7.^a

Operación de Multiplicar

Qué es multiplicar.—Cómo se llaman los números que entran en esta operación y cómo se llama el resultado.—Cómo se indica esta operación y cuantos casos ocurren en la multiplicación de números enteros.—Cómo se multiplica un número por la unidad seguida de ceros.—Idem un número de una cifra por otro también de una cifra.

P. ¿Qué es multiplicar?

R. Repetir un número dado tantas veces como unidades tiene otro número dado. (1)

P. ¿Cómo se llaman los números que entran en esta operación?

R. **Multiplicando y Multiplicador.**

P. ¿Y lo que resulta?

R. **Producto.**

P. ¿Y el multiplicando y el multiplicador juntos?

R. **Factores del producto.**

P. ¿Cómo se indica esta operación?

R. Así:

$$8 \times 9 = 72 \quad \text{También así: } 8 \cdot 9 = 72$$

P. ¿Cuántos casos ocurren en la multiplicación de números enteros?

(1) El Profesor hará ver al niño que esta operación es un caso particular de la suma en que todos los sumandos son iguales.

R. Los siguientes:

1.º Multiplicar un número por la unidad seguida de uno ó más ceros.

2.º Multiplicar un número de una cifra por otro también de una cifra.

3.º Multiplicar un número de varias cifras por otro de una sola cifra.

4.º Multiplicar un número de varias cifras por otro también de varias cifras.

P. ¿Cómo se multiplica un número por la unidad seguida de ceros, esto es, por 10, por 100, por 1000, etc?

R. Añadiendo á la derecha del número que se quiere multiplicar, tantos ceros como acompañen á la unidad.

EJEMPLOS

$$86 \times 10 = 860 \qquad 36 \times 100 = 3600$$

P. ¿Cómo se multiplica un número de una cifra por otro también de una cifra?

R. Sabiendo de memoria la siguiente

TABLA DE MULTIPLICAR

| | | |
|---------------|----------------|----------------|
| 0 por 0 es 0 | 1 por 1 es 1 | 2 por 2 es 4 |
| 0 por 1 es 0 | 1 por 2 es 2 | 2 por 3 es 6 |
| 0 por 2 es 0 | 1 por 3 es 3 | 2 por 4 es 8 |
| 0 por 3 es 0 | 1 por 4 es 4 | 2 por 5 es 10 |
| 0 por 4 es 0 | 1 por 5 es 5 | 2 por 6 es 12 |
| 0 por 5 es 0 | 1 por 6 es 6 | 2 por 7 es 14 |
| 0 por 6 es 0 | 1 por 7 es 7 | 2 por 8 es 16 |
| 0 por 7 es 0 | 1 por 8 es 8 | 2 por 9 es 18 |
| 0 por 8 es 0 | 1 por 9 es 9 | 2 por 10 es 20 |
| 0 por 9 es 0 | 1 por 10 es 10 | |
| 0 por 10 es 0 | | |

| | | |
|----------------|----------------|----------------|
| 3 por 3 es 9 | 4 por 4 es 16 | 5 por 5 es 25 |
| 3 por 4 es 12 | 4 por 5 es 20 | 5 por 6 es 30 |
| 3 por 5 es 15 | 4 por 6 es 24 | 5 por 7 es 35 |
| 3 por 6 es 18 | 4 por 7 es 28 | 5 por 8 es 40 |
| 3 por 7 es 21 | 4 por 8 es 32 | 5 por 9 es 45 |
| 3 por 8 es 24 | 4 por 9 es 36 | 5 por 10 es 50 |
| 3 por 9 es 27 | 4 por 10 es 40 | |
| 3 por 10 es 30 | | |

| | | |
|----------------|----------------|----------------|
| 6 por 6 es 36 | 7 por 7 es 49 | 8 por 8 es 64 |
| 6 por 7 es 42 | 7 por 8 es 56 | 8 por 9 es 72 |
| 6 por 8 es 48 | 7 por 9 es 63 | 8 por 10 es 80 |
| 6 por 9 es 54 | 7 por 10 es 70 | |
| 6 por 10 es 60 | | |

| | |
|----------------|-----------------------------|
| | 10 por 10 es 100 |
| 9 por 9 es 81 | 10 por 100 es 1.000 |
| 9 por 10 es 90 | 10 por 1.000 es 10.000 |
| | 10 por 10.000 es 100.000 |
| | 10 por 100.000 es 1.000.000 |

LECCIÓN 8.^a

Cómo se multiplica un número de varias cifras por otro de una sola.—Idem un número de varias cifras por otro también de varias cifras.—Qué se hace cuando el multiplicando y multiplicador terminan en ceros.—Idem cuando los hay entre las cifras significativas. Cómo probaremos que una operación de multiplicar está bien ejecutada y cuándo haremos uso de la multiplicación.—Cómo se multiplican las fracciones ó quebrados decimales.

P. ¿Cómo se multiplica un número de varias cifras por otro de una sola?

R. Se coloca el número de una sola cifra debajo de las unidades del que tiene varias y se tira una raya en la parte inferior; después se multiplican todas las cifras del multiplicando por la del multiplicador, reservando las decenas que resulten de cada orden de unidades para añadir las al producto parcial siguiente.

EJEMPLO

$$\begin{array}{r}
 \text{Multiplicando...} \quad 8758 \times \\
 \text{Multiplicador...} \quad \quad 5 \\
 \hline
 \text{Producto.....} \quad 43790
 \end{array}$$

P. ¿Cómo se multiplica un número de varias cifras por otro también de varias cifras?

R. Se toma por multiplicador el que menos cifras tenga, se escribe debajo del multiplicando, y se tira una raya como en el caso anterior; después se multiplican todas las cifras del multiplicando por cada una de las del multiplicador, escribiendo los productos parciales en su correspondiente lugar, sumando después estos productos parciales para obtener el total.

EJEMPLO

| | | |
|--------------------------|--------|----------|
| Multiplicando..... | 87675× | |
| Multiplicador..... | 393 | |
| | | 263025 |
| Productos parciales... { | 789075 | |
| | 263025 | 34456275 |
| Producto total..... | | |

P. ¿Qué se hace cuando el multiplicando y el multiplicador terminan en ceros?

R. Se prescinde de ellos; pero se añaden luego á la derecha del producto total.

EJEMPLOS

| | | |
|---------------------|-------|---------|
| Multiplicando..... | 6800× | |
| Multiplicador..... | 400 | |
| Producto total..... | | 2720000 |

| | | |
|--------------------------|-------|---------|
| Multiplicando..... | 7800× | |
| Multiplicador..... | 360 | |
| | | 468 |
| Productos parciales... { | 234 | |
| | | 2808000 |
| Producto total..... | | |

P. ¿Qué se hace cuando hay ceros entre las cifras significativas?

R. Se prescinde de ellos multiplicando solamente las que tienen valor; pero colocando los productos parciales en sus correspondientes lugares.

EJEMPLO

| | | |
|--------------------------|-------|---------|
| Multiplicando..... | 5473× | |
| Multiplicador..... | 607 | |
| | | 38311 |
| Productos parciales... { | 32838 | |
| | | 3322111 |
| Producto total..... | | |

P. ¿Cómo probaremos que una operación de multiplicar está bien ejecutada?

R. Se repasa bien, y después se vuelve á hacer la multiplicación, tomando el multiplicando por multiplicador y el multiplicador por multiplicando, y si está bien ejecutada, los productos en ambos casos deben ser iguales.

P. ¿Cuándo haremos uso de la operación de multiplicar?

R. Siempre que tengamos necesidad de hacer un número tantas veces mayor como indica otro; cuando conocido el valor de una unidad, se quiere hallar el de muchas, y cuando queramos reducir unidades de especie superior á unidades de especie inferior.

MULTIPLICAR FRACCIONES DECIMALES

P. ¿Cómo se multiplican las fracciones decimales?

R. Como si fueran números enteros; esto es, no haciendo caso de las comas; pero teniendo cuidado de separar á la derecha del producto total, con una coma, tantas cifras como decimales hay en el multiplicando y en el multiplicador, y si no hay bastantes se añaden ceros á la izquierda.

EJEMPLOS

| | | | | | |
|-------------------------|--|---|-------|--|-------|
| Multiplicando..... | 98,36× | | | | |
| Multiplicador..... | 3,2 | | | | |
| Productos parciales.... | <table style="border-collapse: collapse; margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="font-size: 2em; vertical-align: middle;">{</td> <td style="border-top: 1px solid black; padding: 2px 5px;">19672</td> </tr> <tr> <td></td> <td style="border-bottom: 1px solid black; padding: 2px 5px;">29508</td> </tr> </table> | { | 19672 | | 29508 |
| { | 19672 | | | | |
| | 29508 | | | | |
| Producto total... .. | 314,752 | | | | |
| | | | | | |
| Multiplicando..... | 0,82× | | | | |
| Multiplicador..... | 0,4 | | | | |
| Producto total..... | 0,328 | | | | |

P. ¿Cómo se multiplican los decimales por la unidad seguida de uno ó más ceros?

R. Se corre la coma tantos lugares á la derecha como ceros acompañan á la unidad, añadiendo ceros si no hay cifras bastantes.

EJEMPLOS

$$36,28 \times 10 = 362,8$$

$$37,587 \times 100 = 3758,7$$

$$0,68 \times 10 = 6,8$$

$$3,2 \times 100 = 320$$

Ejercicios para la práctica

Maestro. Dime, Paquito, supongamos que te dice tu padre: mira, hijo mío, me he comprado 5 metros de paño para una capa y cada metro vale 10 pesetas y 50 céntimos, ¿cuánto importan los 5 metros?

Paquito. Para saber lo que importan los 5 metros tengo que multiplicar 10,50 por 5 y entonces lo sabré.

Maestro. ¿Por qué?

Paquito. Porque conocemos el valor de un metro y queremos hallar el de muchos.

Maestro. Muy bien; pues saca la cuenta.

Maestro. Dime tú, Pepito, ¿cuánto habrá ganado el criado de tu casa en 36 días, sabiendo que cada día gana 1 peseta y 25 céntimos?

Pepito. Para saber lo que ha ganado hay que multiplicar el 36 por 1 y 25.

Maestro. Perfectamente; pues hazla.

Maestro. Vamos á ver, tú, Salvador, hay en tu casa 479 hectólitros de trigo y quiere vender tu padre 253 á 25 pesetas el hectólitro, ¿cuánto deben darle por los 253 hectólitros?

Salvador. Para saber el dinero que le han de dar á mi padre multiplicaré 253 por 25.

Maestro. ¿Por qué?

Salvador. Porque sabemos el valor de un hectólitro y queremos hallar el de muchos.

Maestro. Bien; pues saca esa cuenta.

Maestro. Vamos á ver tú, Salustiano, en el comercio de tu casa se han vendido 286 metros de lienzo á 1 peseta y 5 céntimos el metro ¿cuánto importan los 286 metros?

Salustiano. Para saber lo que importan tengo que multiplicar 286 por 1 y 5 céntimos.

Maestro. Muy bien; pues saca la cuenta.

Maestro. Tú, Luis; yo tengo en el bolsillo 64 duros, ¿cuántas pesetas tengo?

Luis. Tiene Ud. 320 pesetas.

Maestro. Pues ¿cómo has reducido los duros á pesetas?

Luis. Multiplicando los duros por 5 que son las pesetas que tiene un duro.

Maestro. Muy bien; cuando lleguemos á la división os diré cómo se reducen las pesetas á duros.

Maestro. Dime tú, Felipe, ¿cuántos metros de cinta se necesitan para adornar 8 vestidos, sabiendo que para adornar 1 son necesarios 5,75 metros de cinta?

Felipe. Para saberlo tengo que multiplicar 8 por 5,75.

Maestro. Muy bien; pues haz la operación.

LECCIÓN 9.^a

Operación de Dividir

Qué es dividir.—Cómo se llaman los números que entran en esta operación.—Cuántos casos ocurren en la división y cómo se resuelve cada uno de ellos.—Cuándo haremos uso de la operación de dividir.—Cómo se dividen las fracciones ó quebrados decimales.

P. ¿Qué es dividir?

R. Averiguar cuantas veces un número contiene á otro. (1)

P. ¿Cómo se llaman los números que entran en esta operación?

R. **Dividendo** y **Divisor**.

P. ¿Cuál es el dividendo?

R. El número mayor ó sea el que se ha de dividir.

P. ¿Cuál es el divisor?

R. El número menor ó sea por el que se ha de dividir.

P. ¿Cómo se llama el resultado?

R. **Cociente**.

P. ¿Cómo se indica esta operación?

R. Así:

$$28 : 4 = 7$$

(1) Conviene que el Profesor haga ver á los niños que la división es una operación inversa de la multiplicación, cuyo objeto es: dado un producto de dos factores y uno de éstos factores hallar el otro factor.

TABLA DE DIVIDIR

| | | |
|---|--|--|
| La mitad de 0 es 0 de 2 es 1 de 4 son 2 de 6 son 3 de 8 son 4 de 10 son 5 de 12 son 6 de 14 son 7 de 16 son 8 de 18 son 9 | La 5. ^a parte de 0 es 0 de 5 es 1 de 10 son 2 de 15 son 3 de 20 son 4 de 25 son 5 de 30 son 6 de 35 son 7 de 40 son 8 de 45 son 9 | La 8. ^a parte de 0 es 0 de 8 es 1 de 16 son 2 de 24 son 3 de 32 son 4 de 40 son 5 de 48 son 6 de 56 son 7 de 64 son 8 de 72 son 9 |
| La 3. ^a parte de 0 es 0 de 3 es 1 de 6 son 2 de 9 son 3 de 12 son 4 de 15 son 5 de 18 son 6 de 21 son 7 de 24 son 8 de 27 son 9 | La 6. ^a parte de 0 es 0 de 6 es 1 de 12 son 2 de 18 son 3 de 24 son 4 de 30 son 5 de 36 son 6 de 42 son 7 de 48 son 8 de 54 son 9 | La 9. ^a parte de 0 es 0 de 9 es 1 de 18 son 2 de 27 son 3 de 36 son 4 de 45 son 5 de 54 son 6 de 63 son 7 de 72 son 8 de 81 son 9 |
| La 4. ^a parte de 0 es 0 de 4 es 1 de 8 son 2 de 12 son 3 de 16 son 4 de 20 son 5 de 24 son 6 de 28 son 7 de 32 son 8 de 36 son 9 | La 7. ^a parte de 0 es 0 de 7 es 1 de 14 son 2 de 21 son 3 de 28 son 4 de 35 son 5 de 42 son 6 de 49 son 7 de 56 son 8 de 63 son 9 | La 10. ^a parte de 0 es 0 de 10 es 1 de 20 son 2 de 30 son 3 de 40 son 4 de 50 son 5 de 60 son 6 de 70 son 7 de 80 son 8 de 90 son 9 |

P. ¿Cuántos casos ocurren en la división?

R. Los siguientes:

1.º Dividir un número de una cifra por otro de una sola cifra.

2.º Dividir un número de varias cifras por otro de una sola cifra.

3.º Dividir un número de varias cifras por otro también de varias cifras.

PRIMER CASO

P. ¿Cómo se divide un número de una ó dos cifras por otro de una sola cifra?

R. Sabiendo la tabla de multiplicar.

SEGUNDO CASO

P. ¿Cómo se divide un número de varias cifras por otro de una sola cifra?

R. Colocando el divisor á la derecha del dividendo separados ambos con una raya que se tira de arriba á abajo; en seguida se tira otra debajo del divisor y se separan del dividendo con un punto, una ó dos cifras y se ve cuantas veces el divisor está contenido en la cifra ó cifras separadas, y este número es la primera cifra del cociente. Se multiplica el divisor por este cociente y el producto se resta de la cifra ó cifras separadas. Al lado de este resto se baja la siguiente cifra del dividendo, se ve las veces que este nuevo dividendo contiene al divisor, y se tendrá la segunda cifra del cociente. Se multiplica el divisor por esta segunda cifra y el producto se resta del dividendo último, continuando de este modo la operación, hasta concluir con todas las cifras del dividendo.

EJEMPLOS

$$\begin{array}{r|l}
 \text{Dividendo.} & 4.8:6.5 \\
 \hline
 & 3 \\
 \hline
 & 18 \\
 & 18 \\
 \hline
 & 006 \\
 & 6 \\
 \hline
 & 05 \\
 & 3 \\
 \hline
 & 2
 \end{array}
 \quad \left| \begin{array}{l}
 3 \text{ Divisor} \\
 \hline
 1621 \frac{2}{3} \text{ cociente}
 \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{r|l}
 \text{Dividendo...} & 48.6.7 \\
 \hline
 & 48 \\
 \hline
 & 006 \\
 & 6 \\
 \hline
 & 07 \\
 & 6 \\
 \hline
 & 1
 \end{array}
 \quad \left| \begin{array}{l}
 6 \text{ Divisor} \\
 \hline
 811 \frac{1}{6} \text{ cociente}
 \end{array} \right.$$

TERCER CASO

P. ¿Cómo se divide un número de varias cifras por otro también de varias cifras?

R. Se colocan el dividendo y divisor como en el caso anterior, y se toman del dividendo tantas cifras como tiene el divisor, ó una más, si las separadas forman un número menor que el divisor; se ve cuantas veces está contenida la primera cifra del divisor en la primera ó dos primeras del dividendo y este número será la primera cifra del cociente. Se multiplica todo el divisor por esta cifra del cociente, y este producto se resta de las cifras separadas en el dividendo. Al lado del resto se baja la si-

guiente cifra y se hace lo mismo, continuando así hasta concluir con todas las cifras del dividendo.

EJEMPLO

$$\begin{array}{r|l}
 \text{Dividendo...} & 368.7.6 \\
 \hline
 & 336 \\
 \hline
 & 0327 \\
 & \quad 288 \\
 \hline
 & \quad 0396 \\
 & \quad \quad 384 \\
 \hline
 & \quad \quad 012
 \end{array}
 \quad \begin{array}{l}
 48 \text{ Divisor} \\
 \hline
 768 \frac{12}{48} \text{ cociente}
 \end{array}$$

P. ¿No puede hacerse de una vez la multiplicación del divisor por el cociente, y la resta de este producto del dividendo parcial correspondiente?

R. Si, señor; pero para mayor claridad es mejor hacer la multiplicación, escribir el producto y luego hacer la resta.

P. ¿Tiene Ud. que hacerme algunas observaciones acerca de la operación de dividir?

R. Si, señor; las siguientes:

1.^a Que cuando alguno de los dividendos parciales no contiene ninguna vez al divisor, se pone cero en el cociente, y se baja una cifra más.

2.^a Que en el cociente no puede ponerse más de 9 de una vez.

3.^a Que cuando el dividendo y el divisor terminan en ceros, se suprimen en ambos tantos como hay en el que tiene menos.

4.^a Siempre que el producto del divisor por la cifra que se haya puesto en el cociente ser mayor que el dividendo parcial correspondiente, dicha cifra es mayor que la verdadera, en cuyo caso se pone otra más pequeña.

5.^a Siempre que la diferencia entre el producto del

divisor por la cifra que se haya puesto en el cociente y el dividendo parcial, sea igual ó mayor que el divisor, dicha cifra es menor que la verdadera, en cuyo caso se pone otra mayor.

P. ¿Cómo probaremos que una operación de dividir está bien ejecutada?

R. Multiplicando el cociente por el divisor, á este producto se añade el residuo, si lo hay, y el resultado debe ser igual al dividendo; pero la mejor prueba es poner mucho cuidado para no equivocarse y repasar dos ó tres veces la operación.

P. ¿Cuándo haremos uso de la operación de dividir?

R. Cuando tengamos necesidad de repartir alguna cantidad entre varias personas, cuando sabiendo el valor de muchas unidades queramos hallar el de una, y cuando queramos reducir unidades de especie inferior á unidades de especie superior.

DIVIDIR FRACCIONES DECIMALES

P. ¿Cómo se dividen las fracciones decimales?

R. Se hace que el dividendo y el divisor tengan igual número de cifras decimales, lo cual se consigue añadiendo ceros á la derecha del que tenga menos, se borran las comas y queda reducida la operación á uno de los casos anteriores.

EJEMPLOS

Dividir 36,8 por 2,367. Sería esto:

$$36800 \quad | \quad \underline{2367}$$

que ya sabemos cómo se hace.

Se quiere dividir 0,86 por 0,678 Sería esto:

$$860 \quad | \quad \underline{678}$$

que también sabemos cómo se hace.

Se quiere dividir 0,16 por 0,032.

Sería esto:

$$160 : \underline{\quad 32 \quad}$$

P. ¿Qué se hace para hallar el valor de la última resta, en una división de enteros, en fracciones decimales?

R. Se pone una coma después de la última cifra del cociente, en seguida se añade un cero al resto final, y se continúa la división hasta sacar dos ó tres cifras decimales, despreciando en este caso el último residuo.

EJEMPLO

$$\begin{array}{r}
 38676 \quad | \quad 78 \\
 \underline{312} \\
 0747 \\
 \underline{702} \\
 0456 \\
 \underline{390} \\
 0660 \\
 \underline{624} \\
 0360 \\
 \underline{312} \\
 48
 \end{array}$$

P. ¿Cómo se dividen las fracciones decimales por la unidad seguida de uno ó más ceros?

R. Se corre la coma hacia la izquierda tantos lugares como ceros acompañen á la unidad, y si no hay bastantes cifras en el dividendo, se añaden ceros á su izquierda.

EJEMPLOS

$$36,2 : 10 = 3,62$$

$$86,2 : 100 = 0,862$$

$$0,48 : 1000 = 0,0048$$

Ejercicios para la práctica

Maestro. Dime, Eliseo, un padre que tiene tres hijos ha dejado para los tres 36865 pesetas, á ¿cómo les toca?

Eliseo. Para saber lo que le toca á cada uno, tengo que dividir las 36865 pesetas por 3.

Maestro. Muy bien; pues haz la operación.

Maestro. Tú, Pepito; se quieren repartir 456 hectólitros de trigo entre 5 personas; se quiere saber cuántos hectólitros toca á cada una.

Pepito. Para saberlo tengo que dividir los 456 hectólitros por 5.

Maestro. Perfectamente; pues haz la división.

Maestro. Vamos á ver, Antonio, si sabes cuantos duros son 320 pesetas.

Antonio. No lo sé.

Maestro. Lo sabes tú, David?

David. Si, señor.

Maestro. Pues haz el favor de decirlo.

David. Son 64 duros.

Maestro. Pues qué has hecho para reducir las pesetas á duros?

David. Dividir las pesetas por 5 que son las pesetas que tiene un duro, y el cociente es el número de duros que se busca.

Maestro. Muy bien; veo que ya sabeis reducir también pesetas á duros.

Maestro. Tú mismo, á ver si nos resuelves este pro-

blema. Con 272 metros de paño se han hecho 20 capas, ¿cuántos metros se han necesitado para cada capa?

David. Para saberlo tengo que dividir 272 por 20.

Maestro. Perfectamente; haz la operación.

LECCIÓN 10.^a

Sistema Métrico Decimal

Qué es sistema métrico decimal y por qué se llama así.—Cuáles son las unidades de este sistema y qué múltiplos y divisores tiene cada una de ellas.—Cómo se reducen las unidades del sistema antiguo á unidades del sistema métrico.

P. ¿Qué es sistema métrico decimal?

R. El conjunto de pesas, medidas y monedas mandado observar en España por ley de 19 de Julio de 1849.

P. ¿Por qué se llama métrico?

R. Porque tiene por base el metro.

P. ¿Y qué es el metro?

R. La unidad tipo de las medidas de longitud, que equivale á la diez millonésima parte del cuadrante del meridiano terrestre.

P. ¿Por qué se llama también decimal este sistema?

R. Porque todas sus unidades son 10, 100, 1000 ó 10000 veces mayores, ó 10, 100 ó 1000 veces menores de aquellas de quien se derivan.

P. ¿Cuáles son las unidades de este sistema?

R. Las siguientes:

El **metro**, que equivale á 1 vara y 196 milésimas de vara, y sirve para medir longitudes.

El **área**, que es un cuadrado de 10 metros de lado y sirve para medir superficies, equivale á 143 varas cuadradas y 115 milésimas de vara cuadrada.

El **litro**, que es un vaso cúbico de un decímetro de lar-

go y otro de profundo, sirve para áridos y líquidos y equivale á un cuartillo 983 milésimas de cuartillo.

El **gramo**, que sirve para pesar y es igual al peso de un centímetro cúbico de agua destilada á la temperatura de cuatro grados.

El **metro cúbico** es un cubo que tiene un metro de largo, otro de ancho y otro de grueso ó alto; sirve para medir el espacio.

P. ¿Qué tiene Ud. que decir acerca de estas unidades?

R. Que todas tienen sus múltiplos y divisores. (1)

P. ¿Cuáles son los múltiplos del metro?

R. Los siguientes:

El **decámetro** = á 10 metros.

El **hectómetro** = á 100 metros.

El **kilómetro** = á 1000 metros.

El **miriámetro** = á 10000 metros.

P. ¿Cuáles son los divisores del metro?

R. Los siguientes:

El **decímetro** = á la décima parte del metro.

El **centímetro** = á la centésima parte del metro.

El **milímetro** = á la milésima parte del metro.

P. ¿Cuáles son los múltiplos del área?

R. La **hectárea** = á 100 áreas.

P. ¿Cuáles son sus divisores?

R. La **centiárea** = á un metro cuadrado.

P. ¿Cuáles son los múltiplos del litro?

R. Los siguientes:

El **decálitro** = á 10 litros.

(1) Se dice que un número es *múltiplo* de otro cuando le contiene exactamente más de una vez: *divisor* el que está contenido exactamente en otro cierto número de veces. Así el 100 es múltiplo de 10, y el 10 es divisor del 100.

El **hectólitro** = á 100 litros.

El **kilólitro** = á 1000 litros.

P. ¿Cuáles son sus divisores?

R. Los siguientes:

El **decílitro** = á la décima parte del litro.

El **centílitro** = á la centésima parte del litro.

P. ¿Cuáles son los múltiplos del gramo?

R. Los siguientes:

El **decágramo** = á 10 gramos.

El **hectógramo** = á 100 gramos.

El **kilogramo** = á 1000 gramos.

El **quintal métrico** = á 100 kilogramos ó á 100000 gramos.

La **tonelada de peso** = á 1000 kilogramos ó 1.000000 de gramos.

P. ¿Cuáles son sus divisores?

R. Los siguientes:

El **decígramo** = á la décima parte del gramo.

El **centígramo** = á la centésima parte del gramo.

El **milígramo** = á la milésima parte del gramo.

P. Cuáles son los múltiplos y divisores del metro cúbico?

R. Los siguientes: el **metro cúbico**, el **decímetro** y **centímetro cúbicos**.

P. ¿Cómo hemos formado los múltiplos?

R. Anteponiendo á las unidades tipo las siguientes palabras: **deca**, **hecto**, **kilo** y **miria**, que significan respectivamente *diez*, *ciento*, *mil*, *diez mil*.

P. ¿Cómo se han formado sus divisores?

R. Anteponiendo á la unidad tipo las siguientes palabras: **deci**, **centi**, **mili**, que significan respectivamente, *décima*, *centésima*, *milésima*.

P. Sabido esto, ¿cómo se escribirán las unidades métricas?

R. Colocando las unidades tipos en el lugar que ocupan las unidades simples en el sistema de numeración, y las *deca*, *hecto*, *kilo* y *miria*, se colocan respectivamente en el lugar de las decenas, centenas, millares y decenas de millar. Las palabras *deci*, *centi* y *mili*, en el lugar de las décimas, centésimas y milésimas.

P. ¿Qué se deduce de esto?

R. Que con las cantidades métricas se ejecutan las operaciones lo mismo que con las fracciones decimales; pero es preciso reducirlas antes á una misma especie de unidades.

P. ¿Y cómo se hace esta reducción?

R. Si hay que reducir unidades de un orden superior á otro inferior, se corre la coma hacia la derecha tantos lugares como hay de diferencia de una unidad á otra, ó añadiendo ceros si no hay coma en el número.

EJEMPLOS

26,3 metros se quieren reducir á decímetros: tendremos que 26,3 metros = á 263 decímetros. También se quieren reducir á metros 26 decámetros. Como el decámetro tiene 10 metros tendremos, que 26 decámetros = 260 metros. Pero si hay que reducir unidades de un orden inferior á otro superior, se corre la coma hacia la izquierda tantos lugares como haya de diferencia de una á otra unidad; v. g., se quieren reducir 3862 centímetros á metros; tendremos que 3862 centímetros = 38,62 metros. También se quieren reducir 663 decilitros á litros: tendremos que 663 decilitros = á 66,3 litros. Idem 4863 kilogramos á toneladas; tendremos que, 4863 kilogramos = á 4,863 toneladas.

P. ¿Cuál es la equivalencia recíproca entre las pesas y medidas métricas y las del sistema antiguo?

R. Las siguientes:

| | |
|------------------------------------|-------------------------|
| El metro equivale á..... | 1,197 varas. |
| La vara equivale á..... | 0,836 metros. |
| El área equivale á..... | 143,115 varas cuadradas |
| La vara cuadrada equivale á.. | 0,698 metros cuadrados. |
| La fanega de tierra equivale á. | 64,395 áreas. |
| El litro para líquidos equivale á. | 1,983 cuartillos. |
| El cuartillo equivale á..... | 0,504 litros. |
| El litro para áridos equivale á.. | 0,865 cuartillos. |
| La fanega de grano equivale á. | 55,501 litros. |
| El kilogramo equivale á..... | 2,173 libras. |
| La libra equivale á..... | 0,460 kilogramos. |
| El metro cúbico equivale á..... | 1,712 varas cúbicas. |
| La vara cúbica equivale á..... | 0,586 metros cúbicos. |

P. ¿Qué me dice Ud. de la moneda?

R. Moneda es un cuerpo metálico de forma cilíndrica y acuñada por el Gobierno para facilitar los cambios comerciales y usuales.

P. ¿Cuál es la unidad tipo?

R. La peseta.

P. ¿Cuáles son sus múltiplos?

R. Los múltiplos de la peseta, ó mejor dicho, las monedas que en la actualidad tienen mayor valor, son las siguientes:

DE ORO

La antigua pieza de veintiún reales y cuartillo; la de diez pesetas; la de veinte; la de veinticinco; la de cuarenta; la de ochenta, ó sea la onza; y la de cien pesetas.

• DE PLATA

La pieza de dos pesetas y la de cinco pesetas, ó duro.

P. ¿Cuáles son sus divisores?

R. Los siguientes: la media peseta; el real, ó sea un cuarto de peseta.

DE COBRE

La décima de peseta, ó sea la pieza de diez céntimos; la de cinco, la de dos y la de uno.

REDUCIR UNIDADES DEL SISTEMA ANTIGUO Á UNIDADES DEL SISTEMA MÉTRICO

P. ¿Cómo se reducen varas á metros?

R. Se multiplican las varas que se quieren reducir á metros por 0,837 milímetros y el producto es el número de metros á que equivalen.

EJEMPLO

¿Cuántos metros son 120 varas?

Será esto:

$$120 \times 0,837 = 100,324 \text{ metros.}$$

P. ¿Cómo se reducen fanegas de tierra á áreas?

R. Se multiplican las fanegas que tiene la tierra por 64,39 y el producto es el número de áreas que tiene la tierra.

EJEMPLO

¿Á cuántas áreas equivale una tierra que tiene 6 fanegas?

Será esto:

$$6 \times 64,39 = 386,34$$

P. ¿Cómo se reducen libras á kilogramos?

R. Se multiplican las libras que se quieren reducir á kilogramos por 0,460 y el producto es el número de kilogramos á que equivalen.

EJEMPLO

¿Cuántos kilogramos son 50 libras?

Será esto:

$$50 \times 0,460 = 23 \text{ kilogramos.}$$

Para reducir arrobas á kilogramos se multiplican las arrobas por 11,502.

EJEMPLO

¿Cuántos kilogramos son 8 arrobas?

Será esto:

$$8 \times 11,502 = 92,016 \text{ kilogramos,}$$

P. ¿Cómo se reducen fanegas de áridos á litros?

R. Multiplicando las fanegas por 55,501 y el producto es el número de litros á que equivalen.

EJEMPLO

¿Cuántos litros son 8 fanegas de trigo?

Será esto:

$$8 \times 55,501 = 444,008 \text{ litros.}$$

Para reducir fanegas de áridos á decálitros se multiplican las fanegas por 5,550.

EJEMPLO

¿Cuántos decálitros son 8 fanegas de trigo?

Será esto:

$$8 \times 5,550 = 44,400 \text{ decálitros.}$$

Para reducir celemines á litros se multiplican los celemines por 4,625.

EJEMPLOS

¿Cuántos litros son 8 celemines de trigo?

Será esto:

$$8 \times 4,625 = 37 \text{ litros.}$$

P. ¿Cómo se reducen arrobas de vino á litros?

R. Se multiplican las arrobas por 16,13 y el producto es el número de litros á que equivalen.

EJEMPLO

¿Cuántos litros son 8 arrobas de vino?

Será esto:

$$8 \times 16,13 = 129,04 \text{ litros.}$$

P. ¿Cómo se reducen arrobas de aceite á litros?

R. Se multiplican las arrobas por 12,56 y el producto es el número de litros á que equivalen.

EJEMPLO

¿Cuántos litros son 8 arrobas de aceite?

Será esto:

$$8 \times 12,56 = 100,48 \text{ litros.}$$

LECCIÓN II.^a

Divisibilidad de los Números

Señales para conocer cuando un número es divisible por 2, por 3, por 4, por 5, por 9, por 10, por 100, por 1000, etc., y regla para hallar los factores simples de un número.

P. ¿Cuándo es un número divisible por 2?

R. Cuando termina en cero ó cifra par; (1) v. g., 20, 36, 50, 282.

P. ¿Cuándo es un número divisible por 3?

R. Cuando sumadas sus cifras dan 3 ó un múltiplo de 3; v. g., 21, porque sumadas sus cifras $2 + 1$ dan 3; el 408 también lo es, porque sumadas sus cifras $4 + 0 + 8$ dan 12 que es múltiplo de 3.

(1) Se llama número par al que puede dividirse exactamente por 2: v. g., 8, 12, 16, etc.

P. ¿Cuándo es un número divisible por 4?

R. Cuando sus dos últimas cifras de la derecha son ceros ó componen un múltiplo de 4; v. g., 300, 228, 132.

P. ¿Cuándo es un número divisible por 5?

R. Cuando termina en cero ó en 5; v. g., 20, 25, 215.

P. ¿Cuándo es un número divisible por 9?

R. Cuando sumadas sus cifras dan 9 ó un múltiplo de 9; v. g., 54 es divisible por 9, porque sumadas sus cifras $5 + 4$ dan 9. También lo es 9882 porque sumadas sus cifras $9 + 8 + 8 + 2$ dan 27 que es múltiplo de 9.

P. ¿Cuándo es un número divisible por 10, 100, 1000, etc?

R. Cuando termina en uno, dos, tres ó más ceros.

P. ¿Cómo se hallan los factores simples de un número?

R. Se divide el número propuesto y los cocientes que vayan resultando por su menor división simple diferente de la unidad, hasta que se obtenga el cociente 1.

Los factores que se vayan hallando se colocan al lado de la raya que se tira de arriba á bajo á la derecha del número, según se ve en los siguientes

EJEMPLOS

Hallar los factores simples de los números 320 y 216.

| | | | |
|-----|---|-----|---|
| 320 | 2 | 216 | 2 |
| 160 | 2 | 108 | 2 |
| 80 | 2 | 54 | 2 |
| 40 | 2 | 27 | 3 |
| 20 | 2 | 9 | 3 |
| 10 | 2 | 3 | 3 |
| 5 | 5 | 1 | |
| 1 | | | |

Donde se ve que los factores del número 320 son $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5$; y los del 216 son $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$.

QUEBRADOS COMUNES



PRELIMINARES

LECCIÓN 12.^a

Qué se entiende por quebrados comunes, cuántos números se necesitan para escribirlos y cómo se llama cada uno de ellos.—De cuántas maneras pueden ser estos quebrados.—Cómo se sacan los enteros de un quebrado impropio.—Cómo se reduce un número entero á quebrado impropio.—Idem un número mixto.—Cómo se simplifican los quebrados y cómo se reducen á un común denominador.

P. Qué se entiende por quebrados comunes?

R. Los que considerando la unidad dividida en dos partes iguales llamadas **medios** ó **mitades**, en tres llamadas **tercios**, en cuatro llamadas **cuartos**, en cinco llamadas **quintos**, en seis llamadas **sextos**, etc., expresan alguna ó algunas de estas mismas partes. (1)

P. ¿Cuántos números se necesitan para escribir estos quebrados?

R. Dos: uno llamado **numerador**, que es el que indica las partes que se toman de la unidad, y otro llamado **denominador**, que es el que indica las partes en que se halla dividida la unidad.

(1) Cuando se divide la unidad en 10, 12, 14, 15, 20, 25, etc. partes, se leen los quebrados así: v. g., sea el quebrado $\frac{12}{36}$ se lee doce treinta y seis avos. También se lee 12 dividido por 36.

P. Cómo se llaman el numerador y el denominador juntos?

R. **Términos del quebrado.**

P. ¿Y cómo se escriben estos quebrados?

R. Se escribe el numerador, debajo una raya y debajo de la raya el denominador; v. g., $\frac{3}{4}$ y se lee tres cuartos.

P. ¿De cuántas maneras pueden ser los quebrados?

R. De dos, á saber: **propios é impropios.**

P. ¿Qué es quebrado propio?

R. El que tiene su numerador menor que su denominador; v. g. $\frac{4}{5}$

P. ¿Qué es quebrado impropio?

R. El que tiene su numerador igual ó mayor que su denominador y vale una unidad ó más de una unidad;

v. g. $\frac{2}{2}$ $\frac{6}{4}$

P. ¿Cuánto vale el quebrado cuyo numerador es igual á su denominador?

R. La unidad; v. g. $\frac{2}{2} = 1$

P. ¿Cuánto vale el quebrado cuyo numerador es mayor que su denominador?

R. Más de la unidad; v. g. $\frac{6}{4} = 1 + \frac{2}{4}$

P. Según eso ¿cómo se sacan los enteros de un quebrado impropio?

R. Dividiendo el numerador por el denominador; v. g. $\frac{15}{5} = 3$

P. ¿Cómo se reduce un entero á quebrado?

R. Poniendo por denominador la unidad; v. g. $8 = \frac{8}{1}$

P. ¿Cómo se reduce un número entero á quebrado impropio cuyo denominador sea dado?

P. Multiplicando el entero por el denominador dado, y este producto será el numerador del quebrado.

EJEMPLO

Se quiere reducir á quintos el número 24.

Será esto:

$$24 = \frac{24 \times 5}{5} = \frac{120}{5}$$

P. ¿Cómo se reduce un número mixto á quebrado?

R. Multiplicando el entero por el denominador del quebrado, á este producto se le añade el numerador, poniéndole á esta suma por denominador el mismo que tiene el quebrado.

EJEMPLO

El número mixto $8 \frac{3}{4}$ se quiere reducir á quebrado impropio.

Será esto:

$$8 + \frac{3}{4} = \frac{8 \times 4 + 3}{4} = \frac{35}{4}$$

P. ¿Si los dos términos de un quebrado se multiplican ó dividen por un mismo número, altera el quebrado?

R. No señor; puesto que el nuevo quebrado que resulta es de igual valor que el propuesto.

EJEMPLOS

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 2}{4 \times 2} = \frac{6}{8}$$

$$\frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

P. ¿Qué se deduce de esta propiedad de los quebrados?

R. La simplificación de ellos y la reducción á un mismo denominador.

P. Qué es simplificar un quebrado?

R. Hallar otro de igual valor, pero que sus términos sean más pequeños.

P. ¿Y cómo se simplifica un quebrado?

R. Dividiendo sus dos términos por un mismo número; v. g.

$$\frac{28}{36} = \frac{14}{18} = \frac{7}{9}$$

De modo que

$$\frac{28}{36} = \frac{7}{9}$$

P. Qué quiere decir reducir quebrados á un común denominador?

R. Hacer que tengan sus denominadores iguales cuando no lo tienen.

P. ¿Y cómo se reducen los quebrados á un común denominador?

R. Multiplicando el numerador de cada quebrado por el producto de los denominadores de los demás y este es el numerador; y para formar el denominador común, se multiplican todos los denominadores entre sí.

EJEMPLO

Se quieren reducir á un común denominador los quebrados siguientes:

$$\frac{2}{3} \quad \frac{3}{5} \quad \frac{5}{7}$$

Será esto:

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 5 \times 7}{3 \times 5 \times 7} \quad \frac{3}{5} = \frac{3 \times 3 \times 7}{5 \times 3 \times 7} \quad \frac{5}{7} = \frac{5 \times 5 \times 3}{7 \times 5 \times 3}$$

De modo que

$$\frac{2}{3} + \frac{3}{5} + \frac{5}{7} = \frac{70}{105} + \frac{63}{105} + \frac{75}{105}$$

LECCIÓN 13.^a

Sumar quebrados

Cuántos casos pueden ocurrir en la suma de quebrados y cómo se resuelve cada uno de ellos

P. ¿Cuántos casos pueden ocurrir en la suma de quebrados?

R. Tres; que son:

- 1.º Sumar quebrados con quebrados.
- 2.º Sumar un entero con un quebrado.
- 3.º Sumar números mixtos.

PRIMER CASO

P. ¿Cómo se suman los quebrados?

R. Se reducen á un común denominador, si no lo tienen, en seguida se suman los numeradores, poniéndole á esta suma por denominador el común, y si la suma es un quebrado impropio se sacan los enteros.

EJEMPLO

$$\frac{3}{5} + \frac{2}{3} + \frac{8}{9}$$

Reduciéndolos á un común denominador será esto:

$$\frac{81}{135} + \frac{90}{135} + \frac{120}{135} = \frac{291}{135} = 2 \frac{21}{135}$$

SEGUNDO CASO

P. ¿Cómo se suma un entero con un quebrado?

R. El entero se reduce á quebrado poniéndole por denominador la unidad, y queda la operación reducida á sumar quebrados.

EJEMPLO

Se quieren sumar 8 enteros con $\frac{2}{3}$

Será esto:

$$\frac{8}{1} + \frac{2}{3} = \frac{24}{3} + \frac{2}{3} = \frac{26}{3} = 8 \frac{2}{3}$$

TERCER CASO

P. ¿Cómo se suman los números mixtos?

R. Se reducen á quebrados y se suman como tales.

EJEMPLO

$$3 \frac{2}{5} + 5 \frac{2}{7} + 4 \frac{3}{4}$$

Reduciéndolos á quebrados será esto:

$$\frac{17}{5} + \frac{37}{7} + \frac{19}{4}$$

Que reduciéndolos á un común denominador será esto:

$$\frac{476}{140} + \frac{740}{140} + \frac{665}{140} = \frac{1881}{140} = 13 \frac{61}{140}$$

También puede hacerse sumando los quebrados y añadiendo los enteros que resulten á la suma de los enteros.

LECCIÓN 14.^a

Restar quebrados

Cuántos casos ocurren en la resta de quebrados y cómo se resuelve cada uno de ellos.

P. ¿Cuántos casos ocurren en la resta de quebrados?

R. Tres, que son:

- 1.º Restar un quebrado de otro.
- 2.º Restar un quebrado de un entero.
- 3.º Restar números mixtos.

PRIMER CASO

P. ¿Cómo se resta un quebrado de otro?

R. Se reduce á un común denominador, si no lo tienen, después se restan los numeradores, poniéndole á la resta por denominador el común.

EJEMPLO

$$\frac{3}{5} - \frac{2}{6} = \frac{18}{30} - \frac{10}{30} = \frac{8}{30} = \frac{4}{15}$$

SEGUNDO CASO

P. ¿Cómo se resta un quebrado de un entero?

R. Reduciendo el entero á quebrado y queda la operación reducida á restar un quebrado de otro.

EJEMPLO

$$8 - \frac{2}{3} = \frac{8}{1} - \frac{2}{3} = \frac{24}{3} - \frac{2}{3} = \frac{22}{3} = 7 \frac{1}{3}$$

TERCER CASO

P. ¿Cómo se restan los números mixtos?

R. Se reducen á quebrados, y queda la operación reducida á restar un quebrado de otro.

EJEMPLO

$$4\frac{3}{5} - 3\frac{2}{6} = \frac{23}{5} - \frac{20}{6} = \frac{138}{30} - \frac{100}{30} = \frac{38}{30} = 1\frac{8}{30}$$

LECCIÓN 15.^a

Multiplicar quebrados

Cuántos casos ocurren en la multiplicación de quebrados y cómo se resuelve cada uno de ellos.

P. ¿Cuántos casos ocurren en la multiplicación de quebrados?

R. Tres, que son:

- 1.º Multiplicar un quebrado por otro.
- 2.º Multiplicar un entero por un quebrado ó un quebrado por un entero.
- 3.º Multiplicar números mixtos.

PRIMER CASO

P. ¿Cómo se multiplica un quebrado por otro?

R. Se multiplica numerador por numerador y denominador por denominador.

EJEMPLO

$$\frac{2}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{2 \times 2}{5 \times 3} = \frac{4}{15}$$

SEGUNDO CASO

P. ¿Cómo se multiplica un entero por un quebrado ó un quebrado por un entero?

R. Se reduce el entero á quebrado, y queda reducida la operación á multiplicar un quebrado por otro.

EJEMPLO

Se quiere multiplicar 8 por $\frac{3}{4}$

Será esto:

$$\frac{8}{1} \times \frac{3}{4} = \frac{24}{4} = 6$$

TERCER CASO

P. ¿Cómo se multiplican los números mixtos?

R. Se reducen á quebrados, y queda la operación reducida á multiplicar un quebrado por otro.

EJEMPLO

$$3\frac{2}{4} \times 2\frac{3}{5} = \frac{14}{4} \times \frac{13}{5} = \frac{14 \times 13}{4 \times 5} = \frac{182}{20} = 9\frac{2}{20}$$

LECCIÓN 16.^a

Dividir quebrados

Cuántos casos ocurren en la división de quebrados y cómo se resuelve cada uno de ellos.

P. ¿Cuántos casos ocurren en la división de quebrados?

R. Cuatro, á saber:

1.º Dividir un quebrado por otro.

2.º Dividir un entero por un quebrado.

- 3.º Dividir un quebrado por un entero.
4.º Dividir un número mixto por otro mixto.

PRIMER CASO

P. ¿Cómo se divide un quebrado por otro?

R. Se multiplica el numerador del dividendo por el denominador del divisor, y el numerador del divisor por el denominador del dividendo, y se divide el primer producto por el segundo.

EJEMPLO

$$\frac{5}{6} \div \frac{3}{8} = \frac{5 \times 8}{3 \times 6} = \frac{40}{18} = 2 \frac{4}{18}$$

SEGUNDO CASO

P. ¿Cómo se divide un entero por un quebrado?

R. Reduciendo el entero á quebrado, y queda la operación reducida á dividir un quebrado por otro.

EJEMPLO

$$8 \div \frac{2}{5} = \frac{8}{1} \div \frac{2}{5} = \frac{5 \times 8}{2 \times 1} = \frac{40}{2} = 20$$

TERCER CASO

P. ¿Cómo se divide un quebrado por un entero?

R. Reduciendo el entero á quebrado, y queda reducida la operación á dividir un quebrado por otro.

EJEMPLO

$$\frac{2}{5} \div 8 = \frac{2}{5} \div \frac{8}{1} = \frac{2 \times 1}{8 \times 5} = \frac{2}{40} = 0,05$$

CUARTO CASO

P. ¿Cómo se dividen los números mixtos?

R. Se reducen á quebrados, y queda la operación reducida á dividir un quebrado por otro.

EJEMPLO

$$6 \frac{2}{3} : 4 \frac{3}{6} = \frac{20}{3} : \frac{27}{6} = \frac{20 \times 6}{27 \times 3} = \frac{120}{81} = 1 \frac{39}{81}$$

LECCIÓN 17.^a

Reducir quebrados comunes á decimales y viceversa

Cómo se reduce un quebrado común á decimal.—Idem una fracción decimal exacta, periódica pura y periódica mixta á quebrado común.

P. ¿Es conveniente en el cálculo de las operaciones reducir los quebrados comunes á decimales?

R. Sí, señor; porque con los decimales se hacen las operaciones lo mismo que con los enteros, y por consiguiente se ejecutan con mayor facilidad.

P. ¿Cómo se reduce un quebrado común á decimal?

R. Dividiendo el numerador por el denominador, añadiendo un cero al numerador, si el quebrado es propio, en cuyo caso se pone cero en el cociente y en seguida la coma, y después se añade también un cero á cada residuo.

EJEMPLOS

Se quieren reducir á fracciones decimales los quebrados siguientes:

$$\frac{7}{8} \quad \frac{4}{11} \quad \frac{5}{12}$$

Será esto:

| | | | | | |
|-----|-------|-----|----------|-----|---------|
| 70 | 8 | 40 | 11 | 50 | 12 |
| 64 | 0,875 | 33 | 0,363636 | 48 | 0,41666 |
| 060 | | 070 | | 020 | |
| 56 | | 66 | | 12 | |
| 040 | | 040 | | 080 | |
| 40 | | 33 | | 72 | |
| 00 | | 070 | | 080 | |
| | | 66 | | 72 | |
| | | 040 | | 080 | |
| | | 33 | | 72 | |
| | | 07 | | 08 | |

P. ¿Qué me dice Ud. de estas tres fracciones?

R. Que la primera se llama fracción decimal exacta; la segunda, fracción decimal periódica pura; y la tercera, fracción decimal periódica mixta.

P. Según eso, ¿qué se entiende por fracción decimal exacta?

R. La que da un cociente exacto, como la primera.

P. ¿Qué es fracción decimal periódica pura?

R. Aquella cuyo período empieza en las décimas, como la segunda. (1)

P. ¿Qué es fracción decimal periódica mixta?

R. Aquella cuyo período no empieza en las décimas, ó la que en parte es periódica y en parte no, como la tercera

P. ¿Cómo se reduce una fracción decimal exacta á quebrado común?

R. Se pone por numerador un número entero repre-

(1) La cifra ó grupo de cifras que se repite, es lo que constituye el período en una fracción decimal; así en la segunda el período está formado por las cifras 3 y 6 y en la tercera el período es 6.

sentado por las cifras de la fracción, y por denominador la unidad seguida de tantos ceros como cifras decimales tiene la fracción.

EJEMPLO

Se quiere reducir á quebrado común la fracción decimal 0,875.

Será esto:

$$\frac{875}{1000}$$

P. ¿Cómo se reduce una fracción decimal periódica pura á quebrado común?

R. Se le pone por numerador el período y por denominador tantos nueves como cifras tiene el período.

EJEMPLO

Se quiere reducir á quebrado común la fracción decimal 0,363636.

Será esto:

$$\frac{36}{99}$$

P. ¿Cómo se reduce una fracción decimal periódica mixta á quebrado común?

R. Se le pone por numerador un número representado por la parte no periódica y el período, restando antes de este número la parte no periódica, y por denominador, un número compuesto de tantos nueves como cifras tiene el período, seguido de tantos ceros como cifras tiene la parte no periódica.

EJEMPLO

Se quiere reducir á quebrado común la fracción decimal 0,416666.

Será esto:

$$\frac{416 - 41}{900} = \frac{375}{900}$$

LECCIÓN 18.^a

Números denominados ó complejos

Qué son números denominados.—Unidades más usuales de medida y peso.

P. ¿Qué son números denominados ó complejos?

R. Los que expresan unidades de diferentes órdenes, pero de una misma naturaleza; v. g., 2 arrobas, 3 libras, 4 onzas.

P. ¿Qué es necesario saber para hacer las operaciones con los números denominados?

R. Las unidades más usuales de medida y peso.

P. ¿Y cuáles son?

R. Las siguientes:

DE LONGITUD

| | |
|--|--------------|
| El grado del meridiano terrestre, que tiene | 20 leguas. |
| La legua, que tiene | 6666 varas. |
| La vara, que tiene | 3 pies. |
| El pie, que tiene | 12 pulgadas. |
| La pulgada, que tiene | 12 líneas. |
| La línea, que tiene | 12 puntos. |

DE SUPERFICIE

| | |
|-----------------------------------|--------------------|
| La fanega, que tiene | 576 estadales. |
| La aranzada, que tiene | 400 estadales. |
| La aranzada de viña, que tiene .. | 400 cepas. |
| El estadal, que tiene | 4 varas en cuadro. |

DE PESO

| | |
|-----------------------------|---------------|
| La tonelada, que tiene..... | 20 quintales. |
| El quintal, que tiene | 4 arrobas. |
| La arroba, que tiene | 25 libras. |
| La libra, que tiene..... | 16 onzas. |
| La onza, que tiene..... | 16 adarmes. |

DE CAPACIDAD PARA ÁRIDOS

| | |
|----------------------------|---------------|
| El cahiz, que tiene..... | 12 fanegas. |
| La fanega, que tiene..... | 12 celemines. |
| El celemín, que tiene..... | 4 cuartillos. |

DE CAPACIDAD PARA LÍQUIDOS

| | |
|-----------------------------------|---------------|
| La cántara ó arroba, que tiene... | 8 azumbres. |
| La azumbre, que tiene..... | 4 cuartillos. |
| El cuartillo, que tiene..... | 4 copas. |

DE TIEMPO

| | |
|------------------------------|--------------|
| El siglo, que tiene..... | 100 años. |
| El lustro, que tiene | 5 años. |
| La olimpiada, que tiene..... | 4 años. |
| El año, que tiene..... | 365 días. |
| El día, que tiene..... | 24 horas. |
| La hora, que tiene..... | 60 minutos. |
| El minuto, que tiene | 60 segundos. |

LECCIÓN 19.^a

Operaciones con los números denominados

Cómo se suman, restan, multiplican y se dividen los números denominados ó complejos.

P. Cómo se suman los números denominados?

R. Se colocan los sumandos los unos debajo de los otros, de modo que se correspondan las unidades de cada orden, en seguida se empieza á sumar por la especie in-

ferior, añadiendo á las especies superiores las que resulten de la suma de las inferiores colocando las sobran-
tes debajo de la columna sumada.

EJEMPLO

| | | |
|--------------|-------------|-------------|
| <u>3</u> | <u>1</u> | |
| 8 varas..... | 3 pies..... | 5 pulgadas. |
| + 3..... | 2..... | 4 |
| + 5..... | 4..... | 2 |
| + 2..... | 1..... | 3 |
| <hr/> | | |
| = 21 varas. | 2 pies. | 2 pulgadas. |
| <hr/> | | |

P. ¿Cómo se restan los números denominados?

R. Se coloca el sustraendo debajo del minuendo, de modo que se correspondan las unidades de cada especie; en seguida se resta cada una de las especies del sustraendo de las correspondientes del minuendo, empezando por la especie inferior. Si alguna cifra del sustraendo es mayor que su correspondiente del minuendo, se le añade una unidad de la especie inmediata superior, la cual se descompone en unidades de la especie inferior y se agrega á las que antes había, y para que la resta no varíe se añade otra unidad al sustraendo parcial siguiente.

EJEMPLOS

| | | |
|----------------|----------------|---------------|
| 16 duros..... | 8 reales..... | 24 maravedís. |
| 12..... | 5..... | 14 |
| <hr/> | | |
| = 4 duros. | 3 reales. | 10 maravedís. |
| <hr/> | | |
| | <u>12</u> | <u>4</u> |
| 12 fanegas.... | 6 celemines... | 8 cuartillos. |
| 8..... | 7..... | 9 |
| <hr/> | | |
| = 3 fanegas. | 10 celemines. | 3 cuartillos. |
| <hr/> | | |

P. ¿Cómo se multiplican los números denominados?

R. Se reducen el multiplicando y el multiplicador á la menor de sus especies, poniéndoles por denominador las veces que la unidad de especie inferior de cada uno está contenida en la superior; y queda la operación reducida á multiplicar un quebrado por otro, que ya sabemos cómo se hace.

EJEMPLO

Se quiere saber cuánto valen 8 arrobas, 6 libras y 3 onzas de azúcar, á 56 reales y 8 maravedís la arroba.

Reduciendo el multiplicando y el multiplicador á quebrados, será esto:

$$\frac{3299}{400} \times \frac{1912}{34} = 463 \text{ reales y } \frac{10888}{13600} \text{ avos de real que}$$

reduciéndolos á decimal resultan 8 décimas.

P. ¿Cómo se dividen los números denominados?

R. Se reducen también el dividendo y el divisor á la menor de sus especies, como para multiplicar, y queda reducida la operación á dividir un quebrado por otro.

EJEMPLO

6 varas de tela, 2 pies y 3 pulgadas han costado 832 reales y 12 maravedís, ¿á cómo ha costado la vara?

Reduciendo el dividendo y el divisor á la menor de sus especies, será esto:

$$\frac{28300}{34} : \frac{243}{36} = \frac{1018800}{8262} = 123,31$$

LECCIÓN 20.^a

Raiz cuadrada

Qué se entiende por raiz cuadrada de un número y qué por cuadrado. —Cómo se extrae la raiz cuadrada de un número mayor que 100.

P. ¿Qué se entiende por raiz cuadrada de un número?

R. Otro número, que multiplicado por sí mismo produce el número propuesto. Así la raiz cuadrada de 9 es 3, la de 36 es 6, la de 64 es 8.

P. Y cuadrado de un número, ¿qué es?

R. El producto que resulta de multiplicarlo por sí mismo. Así el cuadrado de 3 es 9, el de 6 es 36, el de 8 es 64.

P. ¿Cómo se indica que de un número se ha de extraer la raiz cuadrada?

R. Con este signo $\sqrt{\quad}$ que se llama signo radical; de modo que esto $\sqrt{64}$ nos indica que del número 64 se ha de extraer la raiz cuadrada.

P. ¿Cuáles son las raices cuadradas y los cuadrados de los diez primeros números?

R. Los siguientes:

Raices cuadradas..... 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

Cuadrados respectivos: 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100

P. ¿Cómo se extrae la raiz cuadrada de un número mayor que 100?

R. Se divide el número en secciones de á dos cifras, principiandò por la derecha, y si el número de cifras es impar, la primera sección de la izquierda tendrá una sola cifra. Se extrae la raiz de la primera sección de la izquierda, y se tendrá la primera cifra de la raiz: esta cifra

se eleva al cuadrado y se resta de la sección que la ha producido, y á la derecha de esta resta se baja la siguiente sección; se separa la primera cifra de la derecha y lo que queda á la izquierda se divide por el duplo de la raíz hallada, y el cociente será la segunda cifra de la raíz, la cual se coloca al lado de la primera. Esta segunda cifra se escribe también al lado del divisor, y así modificado, se multiplica por la misma cifra y el producto se resta del dividendo, incluso la cifra separada. Al lado del resto se baja la tercera sección; se separa la primera cifra de la derecha y lo que queda á la izquierda se divide por el duplo de la raíz hallada, y así se continúa hasta bajar la última sección. Si al concluir la operación queda residuo, es señal que el número no tiene raíz cuadrada exacta, que se puede extraer aproximada, añadiendo dos ceros á cada residuo hasta sacar dos ó tres cifras decimales.

EJEMPLO

Se quiere extraer la raíz cuadrada del número 38683.

Se indica así:

$$\sqrt{38683}$$

| | |
|---------|-------|
| 3.86.83 | 196.6 |
| 1 | |
| 28.6 | 29 |
| 26.1 | |
| 0258.3 | 386 |
| 231.6 | |
| 02670.0 | 3926 |
| 2355.6 | |
| 0314.4 | |

Si se quiere sacar otra cifra decimal se añaden otros dos ceros al residuo, ejecutando la operación como hasta aquí.

De modo que $\sqrt{38683} = 196,6$ no es la verdadera, pero se diferencia poco de la verdadera.

LECCIÓN 21.^a

Razones y Proporciones

A qué llamamos razón de dos números.—De cuántos términos consta una razón.—Cómo se llaman y cómo se escribe la razón de dos números.—Qué es proporción y de cuántos términos consta.—Cómo se escribe una proporción y cuáles son sus principales propiedades.

P. ¿Á qué llamamos razón de dos números?

R. Al cociente que resulta de dividir el uno por el otro. Así la razón de 10 á 5 es 2, la de 4 á 5 es $\frac{4}{5}$.

P. ¿De cuántos términos consta una razón?

R. De dos.

P. ¿Y cómo se llaman?

R. El primero **antecedente** ó dividendo y el segundo **consecuente** ó divisor.

P. ¿Cómo se escribe ó indica la razón de dos números?

R. De este modo: 8 : 4 y se lee 8 es á 4.

P. ¿Qué es proporción?

R. La igualdad de dos razones.

P. Según eso, de cuántos términos consta una proporción?

R. De cuatro, á saber: dos antecedentes y dos consecuentes.

P. ¿Cómo se escribe una proporción?

R. Así: $8 : 4 :: 24 : 12$, y se lee, 8 es á 4 como 24 es á 12.

P. ¿Qué nombres reciben los términos de una proporción según el lugar que ocupan?

R. Se llaman **términos extremos** el primero y el último, y **términos medios** el segundo y el tercero.

P. Cuáles son las principales propiedades de las proporciones?

R. Las siguientes:

1.º Que el producto de términos medios es igual al producto de términos extremos.

2.º Que si se multiplican ordenadamente los términos de varias proporciones, los productos forman también proporción.

P. ¿Qué se deduce de la primera propiedad?

R. Que conociendo tres términos de una proporción se puede hallar el que falta.

P. ¿Y cómo?

R. Si el término que falta es extremo, se multiplican los términos medios y el producto se divide por el extremo conocido; v. g.

$$8 : 4 :: 24 : x \text{ (1)}$$

$$\text{Luego } x = \frac{4 \times 24}{8} = 24$$

Pero si es término medio, se multiplican los dos términos extremos y el producto se divide por el término medio conocido; v. g.

$$8 : 4 :: x : 12$$

$$x = \frac{8 \times 12}{4} = 24$$

(1) Las cantidades desconocidas las designaremos con la letra X según se acostumbra.

P. ¿Quiere Ud. ponerme de manifiesto la segunda propiedad de las proporciones?

R. Sí, señor; sean estas las proporciones.

$$2 : 6 :: 4 : 12$$

$$4 : 2 :: 6 : 3$$

$$5 : 8 :: 10 : 16$$

Multiplicando sus términos ordenadamente los productos forman esta proporción.

$$2 \times 4 \times 5 : 6 \times 2 \times 8 :: 4 \times 6 \times 10 : 12 \times 3 \times 16 \quad (1)$$

LECCIÓN 22.^a

Aplicación de las Proporciones

Qué aplicación tienen las proporciones en el cálculo.— Qué es problema y qué conviene considerar en todo problema.— Cuándo se dice que dos cantidades están en razón directa y cuándo en razón inversa.— Resolución de problemas de regla de tres simple y compuesta.

P. ¿Qué aplicación tienen las proporciones en el cálculo?

R. Para resolver los problemas de regla de tres. (2)

P. ¿Y qué es problema?

R. Una proposición en la que se pide hallar el valor de una ó varias cantidades desconocidas, por medio de la relación que éstas tienen con otras conocidas.

(1) Un producto indicado de varios factores como $2 \times 3 \times 5 \times 6 \times 4$ quiere decir que se hagan las multiplicaciones en el orden en que los factores están escritos; esto es, el factor 2 por el 3, su producto por el 5, éste por el 6 y así sucesivamente.

(2) Se llama regla de tres la que tiene por objeto hallar el cuarto término de una proporción. Puede ser simple y compuesta: es simple cuando se resuelve por una proporción, y compuesta, cuando se resuelve por dos ó más proporciones.

P. ¿Qué conviene considerar en todo problema?

R. Dos partes ó miembros llamados **suposición y conclusión.**

P. ¿Cuál es la suposición?

R. Aquella parte ó miembro del problema que solo tiene cantidades conocidas.

P. ¿Cuál es la conclusión?

R. Aquella parte ó miembro del problema que contiene alguna cantidad desconocida.

P. ¿Hay que saber algo más antes de pasar á resolver problemas de regla de tres?

R. Sí, señor: es preciso saber conocer bien cuándo dos cantidades están en razón directa y cuándo en razón inversa.

P. ¿Cuándo se dice que están en razón directa?

R. Cuando multiplicando ó dividiendo una de ellas, su correspondiente se multiplica ó se divide también.

P. ¿Cuándo se dice que están en razón inversa?

R. Cuando multiplicando una de ellas su correspondiente queda dividida, y cuando dividiéndola su correspondiente queda multiplicada.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE REGLA DE TRES SIMPLE, POR PROPORCIONES

P. ¿Cómo se resuelven los problemas de regla de tres simple cuando las cantidades que entran en la cuestión están en razón directa?

R. Por medio de una proporción, la cual se forma de la manera siguiente: la primera razón con las dos cantidades homogéneas conocidas, y por antecedente de la segunda razón, la homogénea de la cantidad desconocida ó sea la incógnita.

EJEMPLO

12 metros de paño han costado 170 pesetas, ¿cuánto costarán 16 metros de la misma calidad?

Para mayor claridad escribiremos así el problema.

12 metros..... 170 pesetas.

16 metros..... x pesetas.

En este problema las dos cantidades homogéneas conocidas son 12 metros y 16 metros y la homogénea de la incógnita es 170 pesetas. Veamos ahora si están en razón directa ó en razón inversa discurrendo de este modo: cuanto mayor sea el número de metros, más dinero costarán, en donde se ve, que multiplicando los metros su cantidad correspondiente que son las pesetas aumentan también; luego están en razón directa y la proporción se formará así:

$$2 : 16 :: 170 : x$$

$$\text{Luego } x = \frac{16 \times 170}{12} = \frac{2720}{12} = 226 \text{ pesetas } 66 \text{ céntimos.}$$

P. ¿Cómo se resuelven los problemas de regla de tres simple cuando sus cantidades están en razón inversa?

R. Formando una proporción de la manera siguiente: la primera razón con las dos cantidades homogéneas conocidas, y por antecedente de la segunda razón la x ó sea la incógnita.

EJEMPLO

8 hombres han empleado 24 días en hacer una obra; 26 hombres, ¿cuánto tiempo hubieran empleado?

8 hombres..... 24 días.

26 hombres..... x días.

En este problema las dos cantidades homogéneas conocidas son 8 hombres y 26 hombres y la incógnita es x .

Veamos ahora si están en razón directa ó en razón inversa discurriendo así: cuanto mayor sea el número de hombres menos días tardarán, donde se ve que aumentando los hombres disminuyen los días; luego están en razón inversa y la proporción se formará así:

$$8 : 26 :: x : 24$$

$$\text{Luego } x = \frac{8 \times 24}{26} = 7 \frac{5}{13} \text{ días.}$$

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE REGLA DE TRES COMPUESTA POR MEDIO DE LAS PROPORCIONES

P. ¿Cómo se resuelven los problemas de regla de tres compuesta?

R. Se forma primero una proporción de este modo: la primera razón la forman las dos cantidades principales homogéneas, como ya hemos dicho en la regla de tres simple, y después se forman tantas proporciones como circunstancias entran en el problema.

EJEMPLO

6 escribientes en 8 días han escrito 236 pliegos ¿cuántos pliegos escribirán 3 escribientes en 5 días?

6 escribientes 8 días... 236 pliegos.

3 escribientes 5 días... x pliegos.

En este problema las cantidades homogéneas principales son 6 escribientes y 3 escribientes, luego formaremos esta proporción.

$$6 : 3 :: 236 : x$$

$$x = \frac{3 \times 236}{6}$$

Formando ahora otra proporción con los 8 días y 5 días, el valor de x será esto:

$$8 : 5 :: \frac{3 \times 236}{6} : x$$

Haciendo las operaciones indicadas será esto:

$$8 : 5 :: 118 : x$$

$$x = \frac{5 \times 118}{8} = 73 \frac{3}{4} \text{ pliegos.}$$

LECCIÓN 23.^a

Método sencillo llamado del quebrado, para resolver sin el auxilio de las proporciones los problemas de regla de tres simple y compuesta.

P. ¿Cómo se resuelven por este método las cuestiones ó problemas de regla de tres simple?

R. Multiplicando la cantidad homogénea de la incógnita, por un quebrado cuyo numerador, si las cantidades están en razón directa, es la cantidad conocida de la **conclusión**, y el denominador su homogénea de la **suposición**, y al contrario si las cantidades están en razón inversa.

EJEMPLOS

12 metros de paño han costado 170 pesetas ¿cuánto costarán 16 metros del mismo paño?

Para mayor claridad conviene escribir separadamente los dos miembros del problema, primero la *suposición* y debajo la *conclusión*, de modo que se correspondan las cantidades homogéneas de este modo:

12 metros. . . . 170 pesetas. *suposición*.

16 metros. . . . x pesetas. *conclusión*.

En este problema la homogénea de la incógnita es 170 pesetas. Se ve también que están en razón directa, porque á más metros más dinero, luego según la regla que hemos dado resulta que el valor de x será este:

$$x = 170 \times \frac{16}{12} = \frac{170 \times 16}{12} = \frac{2720}{12} = 226 \text{ pesetas } 66 \text{ cénts.}$$

8 hombres han empleado 24 días en hacer una obra,
26 hombres ¿cuánto tiempo hubieran empleado?

8 hombres..... 24 días. *suposición.*
26 hombres..... x días. *conclusión.*

En este problema la homogénea de la incógnita es 24 días. Se ve también que las cantidades están en razón inversa, porque aumentando los hombres disminuyen los días de trabajo, luego según la regla que hemos dado resulta que el valor de x será este.

$$x = 24 \times \frac{8}{26} = \frac{24 \times 8}{26} = \frac{192}{26} = 7\frac{5}{13} \text{ días.}$$

P. ¿Cómo se resuelven por este método los problemas de regla de tres compuesta?

R. Si las cantidades están en razón directa, el valor de la incógnita es un quebrado que tiene por numerador el producto que resulta de multiplicar la homogénea de la incógnita por todos los términos de la *conclusión*, y por denominador el producto de las demás cantidades; pero si las cantidades están en razón inversa, el numerador será el producto que resulte de multiplicar la homogénea de la incógnita por todos los términos de la *suposición*, y por denominador el producto de las demás cantidades. Después se simplifica el quebrado todo lo que se pueda y se hacen las operaciones indicadas.

EJEMPLOS

6 escribientes en 8 días han escrito 236 pliegos.
¿Cuántos pliegos escribirán 3 escribientes en 5 días?

6 escribientes. 8 días. 236 pliegos. *suposición.*
3 escribientes. 5 días. x pliegos. *conclusión.*

En este problema la homogénea de la incógnita es 236 pliegos. Se ve también que todas las cantidades tomadas

dos á dos están en razón directa, porque disminuyendo el número de escribientes, menos pliegos escribirán; y disminuyendo el número de días también escribirán menos pliegos; luego según la regla que hemos dado, el valor de la incógnita es:

$$x = \frac{236 \times 3 \times 5}{6 \times 8}$$

Simplificando el quebrado resulta:

$$x = \frac{59 \times 5}{4} = \frac{295}{5} = 73 \text{ pliegos y } \frac{3}{4} \text{ de pliego.}$$

$$\text{Luego tendremos que } x = 73 \frac{3}{4}$$

12 sastres en 10 días, trabajando 8 horas diarias han hecho 120 levitas, ¿cuántas levitas harán 16 sastres en 8 días, trabajando 10 horas diarias?

12 sastres. 10 días. 8 horas. 120 levitas. *suposición.*

16 sastres. 8 días. 10 horas. x levitas. *conclusión.*

En este problema la homogénea de la incógnita es 120 levitas. Se ve también que todas las cantidades están en razón directa; luego tendremos que

$$x = \frac{120 \times 16 \times 8 \times 10}{12 \times 10 \times 8}$$

Simplificando el quebrado resulta:

$$x = 40 \times 4 = 160 \text{ levitas.}$$

Luego tendremos que $x = 160$

P. Y si en un mismo problema hay cantidades que unas están en razón directa y otras en razón inversa, ¿cómo se forma el quebrado?

R. Se pone siempre como primer término, en el numerador la homogénea de la incógnita, como en los ejemplos anteriores; después se van comparando las can-

tidades dos á dos, y si están en razón directa, se escribe en el numerador el término correspondiente de la *conclusión* y en el denominador su homogénea de la *suposición*, y si están en razón inversa, se escribe en el numerador el término correspondiente de la *suposición*, y en el denominador su homogénea de la *conclusión*, todo conforme á la regla que ya hemos dado.

EJEMPLO

¿Cuántas horas al día deben trabajar 20 jornaleros para hacer un foso en 48 días, que tengã 240 metros de largo, 32 de ancho y 30 de profundo, suponiendo que 4 jornaleros en 12 días, trabajando 18 horas diarias, han hecho otro foso de 24 metros de largo, 16 de ancho, y 8 de profundo, en un terreno cuya resistencia es 10 veces mayor?

4 joro. 12 días 18 horas 24 m's. larg. 16 ancho 8 prof. 10 veces. Suposición.
20 id. 48 id. X id. 240 id. id. 32 id. 30 id. 1 id. Conclusión.

En este problema la homogénea de la incógnita es 18. Vemos también que unas cantidades están en razón directa y otras en razón inversa; luego el valor de x será:

$$x = \frac{18 \times 4 \times 12 \times 240 \times 32 \times 30 \times 1}{20 \times 48 \times 24 \times 16 \times 8 \times 10}$$

Simplificando el quebrado resulta:

$$x = \frac{3 \times 3 \times 3 \times 1}{4} = \frac{27}{4} = 6 \frac{3}{4}$$

De donde resulta que $x = 6 \frac{3}{4}$

Para formar el quebrado hemos discurrido así: más jornaleros menos horas, están, pues, en razón inversa y hemos colocado en el numerador el término 4 de la suposición y en el denominador su homogénea 20 de la conclusión; después hemos dicho, á más días menos horas,

están pues en razón inversa, y hemos puesto en el numerador el término 12 de la suposición, y en el denominador su homogénea 48 de la conclusión; después hemos dicho, cuanto más largo sea el foso, más horas hay que trabajar, están pues en razón directa, y hemos puesto en el numerador el término 240 de la conclusión y en el denominador su homogénea 24 de la suposición; y lo mismo hemos hecho en las demás cantidades.

LECCIÓN 24.^a

Regla de Compañía

Qué es regla de compañía.—Cuántos casos pueden ocurrir en la regla de compañía y cómo se resuelven.

P. ¿Qué es regla de compañía?

R. La que enseña á hallar la ganancia ó pérdida de los capitales que han puesto varios socios en un fondo común para hacer una especulación cualquiera.

P. ¿Cuántos casos pueden ocurrir en la regla de compañía?

R. Dos: 1.º Que los capitales de los socios sean diferentes y el tiempo porque los imponen en la compañía sea uno mismo. 2.º Que los capitales y el tiempo sean diferentes.

P. ¿Cómo se halla la ganancia ó pérdida que corresponde á cada socio en el primer caso?

R. Multiplicando el capital que puso cada uno en la compañía por la ganancia ó pérdida que haya habido, y este producto se divide por la suma de los capitales.

EJEMPLO

Tres personas se han asociado para emprender un negocio, y el primero ha puesto en la compañía 200 duros,

el segundo ha puesto 300, y el tercero ha puesto 500; han ganado 340 duros y quieren saber lo que le corresponde á cada uno.

Para mayor claridad escribiremos la cuestión de este modo:

| | | |
|--------------------|-------------|--------------------------|
| El 1.º puso | 200 duros. | } han ganado 340 duros.. |
| El 2.º | 300 id. | |
| El 3.º | 500 id. | |
| <hr/> | | |
| Suma de capitales. | 1000 duros. | |

Luego según la regla que hemos dado les tocará:

Al primero le corresponde esto. $\frac{200 \times 340}{1000} = 68$ duros.

Al segundo

$$\frac{300 \times 340}{1000} = 102 \text{ id.}$$

Al tercero

$$\frac{500 \times 340}{1000} = 170 \text{ id.}$$

P. ¿Cómo se halla la ganancia ó pérdida de cada socio en el segundo caso?

R. Multiplicando el capital que pone cada socio por el tiempo que quiere tenerlo en la compañía, y estos productos se consideran como si fuesen capitales, quedando entonces este caso reducido al primero.

EJEMPLO

Tres personas se han asociado para emprender un negocio, y el 1.º ha puesto 200 duros, por tres meses, el 2.º ha puesto 300 duros por 4 meses, el 3.º ha puesto 500 duros por 6 meses, y han ganado 250 duros; quiere saberse cuanto corresponde á cada uno de los socios.

| | | |
|---------------|-----------------------------|------------------------|
| El 1.º puso.. | $200 \times 3 = 600$ duros. | } ganancia 250 duros.. |
| El 2.º | $300 \times 4 = 1200$ id. | |
| El 3.º | $500 \times 6 = 3000$ id. | |

Suma de los capitales.. 4800 duros.

Al 1.º le corresponde. $\frac{600 \times 250}{4800} = 31$ duros y 5 reales.

Al 2.º $\frac{1200 \times 250}{4800} = 62$ id. y 10 id.

Al 3.º $\frac{3000 \times 250}{4800} = 156$ id. y 5 id.

LECCIÓN 25.ª

Regla de Interés

Cuál es el objeto de la regla de interés y cuántos casos pueden ocurrir.—Cómo se resuelven estas cuestiones.

P. ¿Cuál es el objeto de la regla de interés?

R. Averiguar la ganancia que puede dar un capital prestado por cierto tiempo, con la condición de que 100 pesetas han de producir al prestamista cierta cantidad al cabo de un año.

P. Cuántos casos puede ocurrir en la regla de interés?

R. Los más generales son dos: primero, que el capital que se presta sea por un año: segundo, que el capital que se presta sea por más de un año.

P. ¿Cómo se resuelven las cuestiones del primer caso?

R. Multiplicando el capital que se ha prestado por el interés, y este producto se divide por 100.

EJEMPLO

¿Cuánto producirán 5000 pesetas en un año al 5 por 100?

Producirán esto: $\frac{5000 \times 5}{100} = 250$ pesetas.

P. ¿Cómo se resuelven las cuestiones del segundo caso?

R. Se averigua lo que produce en un año el capital

prestado, y lo que resulte se multiplica por el número de años que se ha prestado.

EJEMPLO

¿Cuánto producirán 5000 pesetas prestadas al 5 por 100 en 6 años?

Será esto:

$$\frac{5000 \times 5}{100} = 250 \times 6 = 1500 \text{ pesetas.}$$

LECCIÓN 26.^a

Regla de Aligación

Cuál es el objeto de la regla de aligación y cómo se resuelven estas cuestiones.

P. ¿Cuál es el objeto de la regla de aligación?

R. Resolver los dos problemas siguientes: 1.º Dadas las cantidades de varias especies y sus precios respectivos hallar el precio medio á que debe venderse la mezcla. 2.º Dados los precios de los géneros y el precio medio, averiguar en qué proporción deben mezclarse.

P. ¿Cómo se resuelven los problemas en el primer caso?

R. Multiplicando cada uno de los géneros que han de entrar en la mezcla por sus respectivos precios, estos productos se suman, y esta suma se divide por la suma de las cantidades mezcladas.

EJEMPLO

Quieren mezclarse

10 hectólitros de trigo de 20 pesetas el hectólitro con
12 idem de idem de 24 idem el idem con
15 idem de idem de 17 idem el idem

Y se desea saber á cómo podrá venderse la mezcla.

Será esto:

$$10 \times 20 = 200 \text{ pesetas.}$$

$$12 \times 24 = 288 \text{ pesetas.}$$

$$15 \times 27 = 255 \text{ pesetas.}$$

$$37 \text{ hectólitros. } 743 \text{ pesetas.}$$

Dividiendo el valor de toda la mezcla que es 743 pesetas por la suma de las cantidades mezcladas, se tendrá el precio á que debe venderse la mezcla, que

Será este:

$$\frac{743}{37} = 20,08 \text{ pesetas.}$$

Esto es á 20 pesetas y 8 céntimos el hectólitro.

P. Cómo se resuelven los problemas del segundo caso?

R. Si son dos los géneros que se han de mezclar se ve la diferencia que hay entre el precio del género inferior y el precio medio, y esta diferencia es lo que se ha de tomar del género de la especie superior, después se ve también la diferencia que hay entre el género de la especie superior y el precio medio y esta diferencia es lo que se ha de tomar del género de la especie inferior.

EJEMPLO

Tenemos café de 6 pesetas el kilogramo y café de 2 pesetas, ¿cuánto habrá que tomar de cada uno para vender la mezcla que se haga á 3 pesetas el kilogramo?

$$3 \left\{ \begin{array}{l} 6 \dots\dots\dots 1 \\ 2 \dots\dots\dots 3 \end{array} \right.$$

De modo que habrá que tomar 1 kilogramo del de á 6 pesetas y 3 del de á 2.

P. ¿Y cuando son más de dos los géneros que han de entrar en la mezcla?

R. Se colocan los precios de los géneros unos debajo

de otros, de mayor á menor, y se van comparando de dos en dos; pero uno mayor y otro menor que el precio medio,

EJEMPLO

¿Cuántas arrobas de azúcar de á 64 reales la arroba, de 60 reales, de 50 reales y de 48 reales se han de mezclar para que la mezcla que resulte se pueda vender á 54 reales?

| | | |
|----|---|------------|
| 54 | } | 64..... 6 |
| | | 60..... 4 |
| | | 50..... 6 |
| | | 48..... 10 |

De modo que hay que tomar 6 arrobas de la de 64, 4 de la de á 60, 6 de la de á 50 y 10 de la de á 48.

P. ¿Qué se hace cuando los géneros que han de entrar en la mezcla son en número impar?

R. Se compara el que resulte de non con el precio superior ó el inferior, como si estuvieran solos, según que el precio medio sea mayor ó menor que el que ha resultado de non.

EJEMPLO

Un labrador tiene vino de 28 reales arroba, de 26, de 24, de 18 y de 14, ¿cuánto debe tomar de cada uno para formar una mezcla que pueda venderse á 22 reales la arroba?

| | | |
|----|---|-------------|
| 22 | } | 28..... 8 |
| | | 26..... 4 |
| | | 24..... 8 |
| | | 18..... 4 |
| | | 14..... 6+2 |

De modo, que hay que tomar 8 arrobas del de á 28 reales, 4 del de á 26, 8 del de á 24, 4 del de á 18 y 8 del de á 14.

FIN

IMPRESA Y LIBRERÍA

— DE —

Eduardo Miranda

ALBACETE

Calle de los Condes de Villaleal, núm. 12

En esta acreditada Librería existe un completo surtido de toda clase de libros de primera enseñanza y material de Escuelas de los editores **Paluzie y Bastinos**, de Barcelona, **Perlado, Paez y C.^a**, Calleja y **Antonio Pérez**, de Madrid, y **Señores Hijos de Santiago Rodríguez**, de Burgos.

Esta casa puede proporcionar á los señores Profesores cuanto en este ramo necesiten: Libros; Mapas, Colecciones de láminas de Historia Sagrada, de Historia de España, Esferas, Crucifijos, papel pautado y gráfico, plumas, etc., de las casas editoriales antes mencionadas, á los mismos precios de los catálogos respectivos.

Los señores Profesores que no conozcan el catálogo de esta casa, pueden pedirlo y se les servirá á vuelta de correo.

EDUARDO MIRANDA.-Condes de Villaleal, 12.-ALBACETE

PUNTOS DE VENTA

ALBACETE

Imprenta y Librería de EDUARDO MIRANDA, calle de los Condes de Villaleal, número 12, donde se dirigirán los pedidos al por mayor.

Imprenta y Librería de D. Eliseo Ruiz, calle Mayor número 47.

MADRID

Librería de los Sres. Perlado, Paez y Compañía, calle del Arenal. 11.

Librería escolar de D. Antonio Pérez, calle de la Bolsa número 9.

BURGOS

Librería de los Sres. Hijos de Santiago Rodríguez, Pasaje de la Flora, 11.

MURCIA

Librería de D.^a Clotilde Santamaría.

TOLEDO

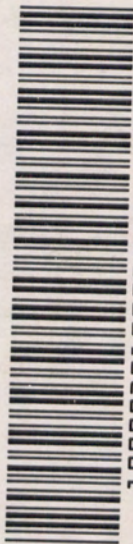
Librería de D. Rafael Gómez Menor, Comercio, 57.

RIBADEO (Lugo)

Librería de D. Fernando Salgado Valdés.

TORRELAVEGA (Santander)

Librería de D. Antonio Hernandez, Consolación 32.



30000391770BICE
L.T. 629

Obras de Sánchez-Morate

Nociones elementales de Geografía, para uso de los niños. Vigésimacuarta edición reformada é ilustrada con varios mapas en negro y colores.

Precio: **7 pesetas** docena.

Nociones elementales de Historia de España. Obra señalada de texto por Real orden. Décima quinta edición aumentada con los últimos sucesos hasta nuestros días, ilustrada con 32 grabados nuevos.

Precio: **6 pesetas** docena.

Obras de Martínez Abellán

El Espejo de la niñez.—Libro de lectura para niños y niñas, consta de 180 páginas de lectura amena é instructiva y trata de conocimientos científicos, de todos los descubrimientos modernos y de artes, oficios, industria y comercio.

Precio: **9 pesetas** docena, encuadernado en holandesa.

Lecciones de Historia de España al alcance de los niños. Consta de 96 páginas y trata de los últimos acontecimientos hasta nuestros días.

Precio: **6 pesetas** docena encuadernada.

De estas obras servimos pedidos para librerías con descuentos considerables sobre los precios marcados, por haber adquirido la propiedad de las últimas ediciones.