

EL PAPEL DE LOS AUTÓMATAS CELULARES COMO EJEMPLO DE SISTEMA COMPLEJO EN EL MARCO DE LA DOCENCIA DE LA ELECTRÓNICA

Joaquín Cerdá¹, Marta Mora², Rafael Gadea³ y Ángel Sebastián⁴

¹*Universidad Politécnica de Valencia. joacerbo@eln.upv.es*

²*Universidad Politécnica de Valencia. marmoag@isa.upv.esl*

³*Universidad Politécnica de Valencia. rgadea@eln.upv.esl*

⁴*Universidad Politécnica de Valencia. asebasti@eln.upv.esl*

RESUMEN

A medida que los recursos al abasto del alumno de diseño digital se ven incrementados, el tipo de sistemas que son capaces de diseñar en laboratorio aumenta en complejidad y en envergadura. La mayoría de las veces el profesor se limita a exponer circuitos secuenciales clásicos, similares a los ya incluidos dentro de microprocesadores o DSPs estándar, de forma que el alumno adquiere la impresión de estar “reinventando la rueda”, aunque se incida en el proceso a medida. Es necesario buscar aplicaciones originales que demuestren la potencia de disponer de arquitecturas abiertas que permitan adaptarse a diseños poco convencionales. En este artículo presentamos una propuesta de inclusión en los planes de estudio de electrónica digital de un concepto relativamente reciente en el campo de la computación: los autómatas Celulares. Se presentan los conceptos básicos, su relación con el diseño electrónico y se hace un análisis de su papel en los planes de estudio de Ingeniería Electrónica.

1. INTRODUCCIÓN

A medida que el alumno profundiza en los conocimientos de electrónica es interesante disponer de sistemas en los que la aplicación de las técnicas desarrolladas suponga un beneficio neto. Esto es particularmente cierto en todo lo referente a lógica programable, puesto que la situación tecnológica pone al abasto del estudiante los medios suficientes para diseñar e implementar en la práctica sistemas de una elevada complejidad a un coste realmente reducido.

En muchas ocasiones, el problema que se plantea es qué tipos de sistema es interesante diseñar para aprovechar al máximo las características de los sistemas utilizados. Las más de las veces terminamos por estudiar arquitecturas de sistemas microprocesadores (con las variaciones pertinentes, sea para entornos de procesamiento de señal o sea para una aplicación en concreto). No obstante, el elevado número de dispositivos microprocesadores existentes en el mercado, junto con la gran variación en el diseño de los mismo sugiere a los alumnos la pregunta típica: ¿por qué hacerlo, si ya está hecho? Esta pregunta es tanto más interesante cuando las prestaciones que se consiguen son pobres en comparación con los dispositivos comerciales, y cuando los alumnos pertenecen a asignaturas de últimos cursos y quieren ver la aplicación práctica y rentable del proceso de diseño, y no, simplemente, “reinventar la rueda”.

Aún más, subyace la cuestión de que estudiando arquitecturas de microprocesadores, secuenciales por definición, perdemos de vista una de las más sugerentes posibilidades de la lógica a medida: el paralelismo o la concurrencia. Utilizando estructuras clásicas de máquinas secuenciales hacemos que todo un sistema dependa de una Unidad de Control central, capaz de organizar y secuenciar tareas pero, en última instancia, cuello de botella para la toma de decisiones, que debe hacerse de una forma secuencial y centralizada.

En este artículo nos proponemos presentar un sistema digital complejo cuyas características lo hacen especialmente interesante para el estudio teórico e implementación práctica sobre dispositivos electrónicos digitales: los Autómatas Celulares. Su inclusión en los temarios de las asignaturas de Electrónica abre el abanico de posibilidades y da ejemplos al alcance del futuro diseñador y le permite ver las posibilidades y las ventajas reales de diseñar hardware específico para determinadas aplicaciones.

El artículo se estructura en torno a cuatro puntos. En primer lugar describimos el concepto de Autómata Celular, tanto desde su evolución histórica como desde un punto de vista más formal. En segundo lugar se proponen arquitecturas digitales específicamente ideadas para implementar Autómatas Celulares. En tercer lugar, y como punto fundamental, se hace un estudio de cómo pueden introducirse estos sistemas en los planes de estudio, las asignaturas que ese verían implicadas tanto de la rama de la electrónica como de otras ramas relacionadas. No sólo eso, en el cuarto punto se presentan otro tipo de actividades docentes en las que la inclusión de estos nuevos conceptos puede suponer un precioso bagaje en el conjunto de conocimientos del alumno. Finalmente, el artículo se cierra con un resumen de la experiencia de los autores y los resultados obtenidos.

2. AUTÓMATAS CELULARES

En este apartado presentaremos las características que definen los Autómatas Celulares, desde una perspectiva formal e histórica. El lector puede encontrar mucha información al respecto en la bibliografía citada.

2.1. Breve Historia de los Autómatas Celulares

Los Autómatas Celulares (a los que, en adelante, nos referiremos abreviadamente como AC) son una idealización de sistemas físicos en los cuales el tiempo y el espacio son considerados magnitudes discretas, y todas las cantidades físicas pueden tener valores dentro de un conjunto finito dado. El concepto fundamental fue propuesto alrededor de 1940 por John von Neumann en un intento de imitar el comportamiento del cerebro humano para construir una máquina capaz de resolver problemas muy complejos. La idea básica era obviar las diferencias entre estructura del procesador y datos almacenados, considerándolos como diferentes aspectos de una misma realidad, lo cual le llevó a vislumbrar la factibilidad de máquinas capaces de construirse a sí mismas a partir de un material disponible.

El primer Autómata Celular autorreplicable propuesto por von Neumann se componía de una matriz cuadrada bidimensional de células, y la estructura de autorreproducción estaba compuesta por unos cuantos cientos de células elementales. Cada una de estas células presentaba 29 posibles estados [1]. La regla de evolución partía del estado actual de cada célula y de las cuatro células más próximas, ubicadas arriba, abajo, a la derecha y a la izquierda de la célula central.

En 1970, los Autómatas Celulares acapararon de lleno el interés general de científicos de numerosos campos. El detonante fue un artículo, aparecido en *Scientific American*, firmado por Martin Gardner, el cual llamaba la atención sobre la extraordinaria complejidad que emergía de la evolución de un Autómata Celular propuesto poco tiempo antes por John Conway bajo el nombre de “El juego de la Vida” [2]. La motivación profunda de Conway era la de proponer reglas sencillas que llevasen a comportamientos complejos. La regla se basaba en un tablero bidimensional cuadrado en el cual cada célula podía encontrarse en dos estados: viva (estado 1) o muerta (estado 0). La regla de actualización de estados era la siguiente: una célula muerta rodeada exactamente de tres células vivas vuelve a la vida, mientras que una

célula viva rodeada de menos de dos o más de tres células vivas muere de aislamiento o superpoblación. En este caso las células vecinas corresponden no solamente a las cuatro células adyacentes, sino también a las diagonales, lo cual completa una vecindad de ocho individuos alrededor de la célula central.

En su artículo de 1970, Martin Gardner llamó la atención sobre el inesperado riquísimo comportamiento que presentaba la evolución de “Vida”. Complejas estructuras emergían a partir de las configuraciones iniciales y evolucionaban de forma característica. El artículo de Gardner supuso el pistoletazo de salida para toda una vasta serie de literatura relacionada con el “Juego de la Vida”, mayormente centrada en identificar estructuras con propiedades interesantes y en utilizarlas para computación, habiéndose postulado en numerosas ocasiones que, al igual que la regla de von Neumann, el “Juego de la Vida” exhibe la propiedad de computación universal.

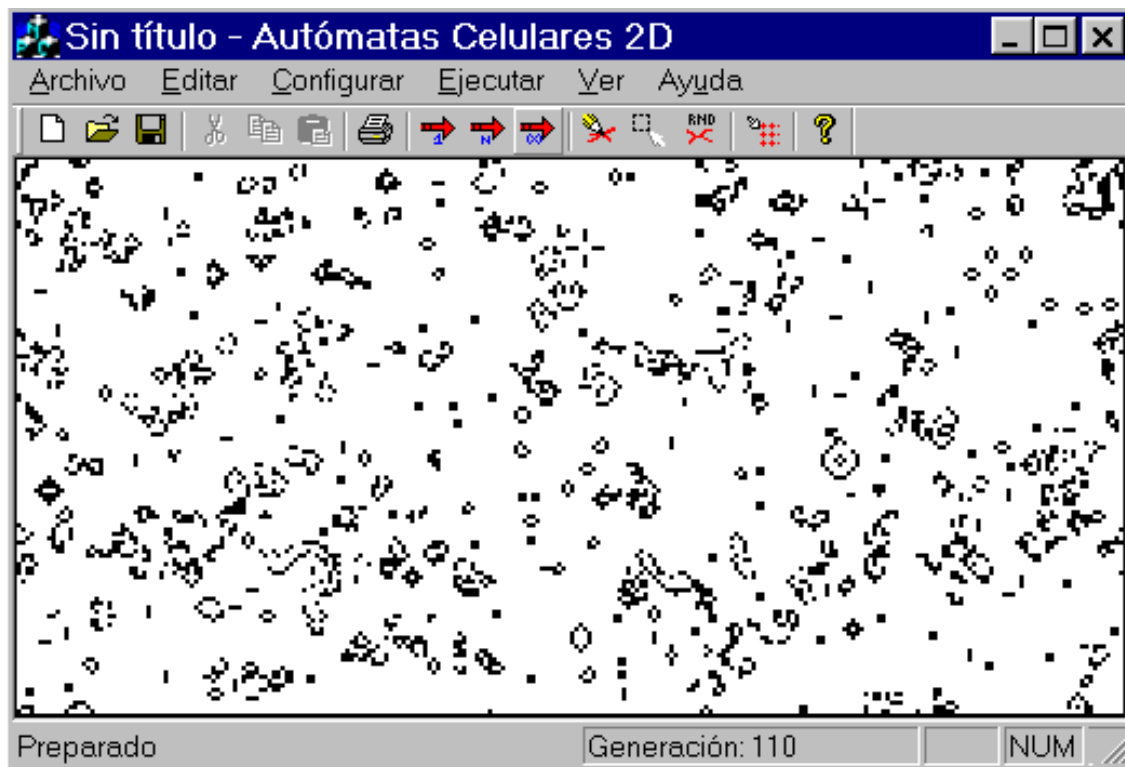


Figura 1: El Juego de la Vida

T. Toffoli, N. Margolus y E. Fredkin supieron ver la importancia de los Autómatas Celulares como entorno de modelización para sistemas físicos. Su investigación se centró en describir la analogía existente entre teoría de información y las leyes de la física. De este modo, los Autómatas Celulares suponían un marco excelente para desarrollar dichas ideas. En concreto, una de sus primeras aportaciones fue la de demostrar cómo es posible construir lógica completamente reversible temporalmente a partir de la cual sea posible implementar cualquier operación numérica sin pérdida de información. El paradigma de toda esta investigación es el modelo de computación de *Bolas de Billar* (o BBM, por *Billiard Ball Model*), introducido por Fredkin en [3] y traducido al lenguaje de Autómatas Celulares por Margolus en [4].

La posibilidad de representar en la pantalla de un ordenador la evolución temporal de grandes sistemas a una frecuencia de varias actualizaciones por segundo supone una posibilidad seria de realizar experimentos sobre universos artificiales, la evolución de los

cuales puede ser configurada y seguida por un observador. Toffoli y Margolus construyeron, a mediados de los 80, CAM-6, la primera Máquina de propósito general basada en Autómatas Celulares [5], lo que supuso un potente entorno de trabajo sobre el cual poner a prueba las nuevas ideas. La máquina presentaba características equiparables a los supercomputadores de aquellos tiempos, a un precio bastante razonable y con capacidades de representación verdaderamente sorprendentes. Este soporte físico estimuló el desarrollo subsiguiente de técnicas relacionadas con Autómatas Celulares y jugó un papel decisivo en la diseminación de las nuevas perspectivas entre una amplia audiencia de científicos, interesados por seguir el curso de las investigaciones.

También en la década de los 80 Stephen Wolfram hizo su entrada en el campo de la investigación teórica sobre ACs. Sus primeras aportaciones consistieron en el estudio sistemático y detallado de una familia de reglas sencillas unidimensionales, las hoy conocidas por el nombre de Reglas de Wolfram. Wolfram reparó en el hecho de que un Autómata Celular no es más que un sistema dinámico discreto y, como tal, presenta la mayoría de comportamientos encontrados en sistemas continuos, pero dentro de un marco mucho más simple. Wolfram postuló que un concepto como el de complejidad podría ser investigado utilizando modelos matemáticos y permitiendo un cálculo numérico exacto, basándose en la naturaleza booleana del fenómeno (esto es, sin los errores numéricos o de truncamiento de los modelos tradicionales).

El hecho fundamental que emerge de las investigaciones de Wolfram es que sistemas discretos tan sencillos como los que él estudió son capaces de exhibir un comportamiento macroscópico extremadamente complejo. Esta propiedad, que en sus primeros artículos aparece como algo aparentemente sin relevancia, con el tiempo ha venido a convertirse en el punto más importante relacionado con los Autómatas Celulares. En un libro de reciente aparición [6] Wolfram resume veinte años de trabajo intensivo en el campo y describe como la idea de complejidad fue surgiendo a medida que la capacidad de simulación de grandes sistemas iba aumentando al disponer de recursos físicos más sofisticados, permitiendo observar propiedades a gran escala de observación. En ese sentido, el incremento de prestaciones de los ordenadores, así como el surgimiento de estructuras electrónicas configurables que permitan implementar sistemas particulares, han sido factores decisivos en la investigación.

2.2. Definiciones

En general, para tener un Autómata Celular necesitamos:

1. Una matriz regular de células que cubre una porción de un espacio d -dimensional;
2. Un conjunto de variables Booleanas $\Phi(\mathbf{r},t)=\{\Phi_1(\mathbf{r},t), \Phi_2(\mathbf{r},t), \dots, \Phi_m(\mathbf{r},t)\}$ ligado a cada nodo de la matriz y que nos da el estado interno de cada célula en el tiempo $t=0,1,2,\dots$;
3. Una regla $\mathbf{R}=\{R_1, R_2, \dots, R_m\}$ que especifica la evolución temporal de los estados en la forma siguiente:

$$\Phi_j(\mathbf{r},t+1)=R_j(\Phi(\mathbf{r},t), \Phi(\mathbf{r}+\delta_1,t), \Phi(\mathbf{r}+\delta_2,t), \dots, \Phi(\mathbf{r}+\delta_q,t)) \quad (1)$$

donde $\mathbf{r}+\delta_k$ designa las células pertenecientes a la vecindad de una célula \mathbf{r} .

2.2.1. Casos Particulares

En la definición anterior se incide en que la regla de evolución es la misma para todas las células y se aplica simultáneamente, dando lugar a una dinámica síncrona. Es importante reparar en el hecho de que la regla es homogénea, esto es, no depende explícitamente de la posición de la célula. No obstante, determinadas inhomogeneidades espaciales o temporales pueden ser introducidas, por ejemplo haciendo que $\Phi_j(r)=1$ sistemáticamente en determinadas posiciones para marcar células particulares en las que se aplican distintas reglas. Un ejemplo típico de esto pueden ser las células de los bordes, las cuales inducen estas no-homogeneidades.

De forma similar, es posible ir alternando entre dos reglas distintas cada paso temporal si marcamos con un bit de información que esté a '1' en pasos temporales pares y a '0' en pasos temporales impares.

En nuestra definición, el nuevo estado para el tiempo $t+1$ es solamente una función de los estados previos en el instante t . A veces se hace necesario disponer de una memoria mayor e introducir dependencias con los estados en los tiempos $t-1, t-2, \dots t-k$. Una situación así puede ser incluida en la definición si guardamos una copia de los estados previos en el estado actual.

2.2.2. La Vecindad

Una regla de Autómata Celular es local por definición. La actualización de una célula dada requiere el conocimiento del estado de las células más próximas. La región espacial que una célula necesita para determinar su estado futuro recibe el nombre de *Vecindad*. En principio, no existe restricción alguna sobre el tamaño de la vecindad, excepto que debe ser el mismo para todas las células. En la práctica, la vecindad se compone normalmente de las células adyacentes. Si la vecindad es demasiado grande la complejidad de la regla puede ser inaceptable, dado que, en general, la complejidad crece exponencialmente con el número de células en la vecindad.

Para Autómatas Celulares bidimensionales hay dos vecindades cuya importancia las ha hecho merecedoras de un nombre propio. La primera es la Vecindad de von Neumann, que consiste en una célula central (la que tiene que ser actualizada) y los cuatro vecinos geográficos situados arriba, abajo, a la derecha y a la izquierda. La otra vecindad, la Vecindad de Moore, contiene además las células en las diagonales: arriba a la izquierda, arriba a la derecha, abajo a la izquierda y abajo a la derecha. La figura 2 ilustra estas vecindades.

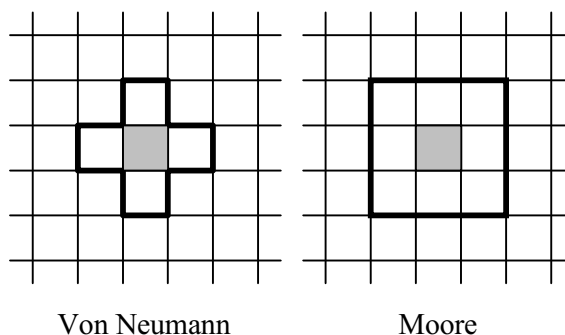


Figura 2: Vecindades más importantes

Otra vecindad muy utilizada es la vecindad de Margolus, la cual permite el particionado del espacio celular en bloques adyacentes de 2×2 células, reduciendo la complejidad de la regla. La regla es sensible a la ubicación dentro de estos bloques. La forma en que la matriz se particiona cambia a medida que la regla es iterada, lo que permite la propagación de información entre bloques. Una representación de esta vecindad puede verse en la figura 3. El punto clave en este caso es que, para la actualización de un bloque, sólo es necesario conocer el estado de ese mismo bloque, y no de los adyacentes. Esto nos permite prevenir efectos de “larga distancia” entre células. Numerosas reglas de evolución se basan en esta vecindad, entre las cuales destacan la regla BBM, reglas de gravedad o la regla del montón de arena [7].

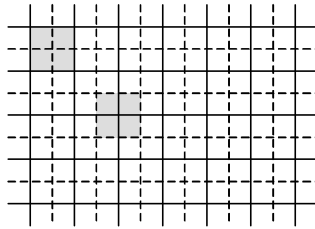


Figura 3: Vecindad de Margolus

2.2.3. Reglas probabilistas

A partir de la definición estricta, un Autómata Celular es un sistema determinista: la regla es una función bien definida y una condición inicial dada evolucionará siempre del mismo modo. No obstante puede ser conveniente, en determinadas aplicaciones, tener cierto grado de aleatoriedad en la regla. Por ejemplo, podría ser deseable que una regla permitiese seleccionar uno entre varios posibles estados con probabilidad p . Autómatas Celulares cuya Regla de Evolución incluya probabilidades externas reciben el nombre de Autómatas Celulares Probabilísticos, para distinguirlos de aquellos que cumplen estrictamente la definición anterior utilizando reglas deterministas y que pueden llamarse Autómatas Celulares Deterministas.

En la práctica, la diferencia entre Autómatas Celulares Probabilistas y Deterministas no es demasiado importante. La aleatoriedad puede entrar en la regla a través de un bit extra que, en cada paso temporal, sea ‘1’ con probabilidad p y ‘0’ con probabilidad $1-p$, independientemente en cada posición de la matriz. Entonces la cuestión pasa a ser cómo generar un bit aleatorio.

Además de las formas clásicas de generar números aleatorios, incluso Autómatas Celulares Deterministas muy sencillos son capaces de generar comportamiento lo suficientemente impredecible como para ser considerado aleatorio. En estos Autómatas no hay otra forma de conocer el estado futuro más que ejecutar la propia regla local. Una regla así puede ser utilizada como generador de bit aleatorio con probabilidad $1/2$ de estar en estado ‘1’. Con este simple mecanismo podemos implementar Autómatas Celulares probabilistas.

3. IMPLEMENTACIÓN ELECTRÓNICA DE AUTÓMATAS CELULARES

Las estructuras electrónicas que dan lugar a Autómatas Celulares son realmente sencillas. La verdadera potencia se obtiene mediante la posibilidad de disponer de un elevado número de estructuras funcionando en paralelo, lo cual nos lleva a encontrar un comportamiento complejo. Pero esta complejidad es fruto del comportamiento colectivo de un gran número de sistemas, cada uno de los cuales evoluciona según una regla muy sencilla.

Un primer ejemplo de este tipo serían los Autómatas elementales de Wolfram. En estos sistemas el estado actual de una célula puede venir implementado como un simple registro, debido al hecho de que los posibles valores para una célula son 0 y 1. La evolución de la célula se lleva a cabo aplicando una operación en la que las entradas son los estados de las células pertenecientes a la vecindad. En una distribución unidimensional con radio de vecindad unitario, que es lo que define al autómata de Wolfram, esto se traduce en que la regla de evolución actúa en función del valor de la célula y de las células situadas a la derecha y la izquierda. A efectos prácticos, se trata de una función lógica combinacional de tres entradas, la cual puede ser implementada por cualquiera de los métodos clásicos. Una estructura de este tipo se representa en la figura 4 en la cual se ha añadido un multiplexor que permita la introducción de datos externos y se ha especificado la existencia de una señal de habilitación en el flip-flop que permita la evolución.

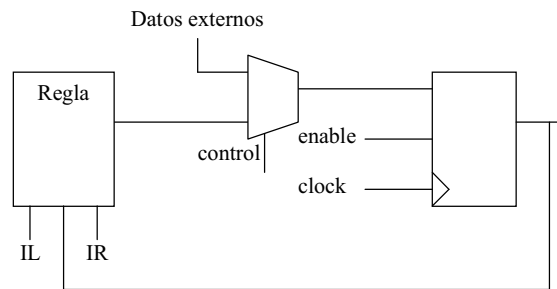


Figura 4: Estructura correspondiente al Autómata de Wolfram

Una posibilidad abierta cuando se trabaja con Autómatas unidimensionales es la de representar la evolución a lo largo del tiempo. Para ello, disponiendo de sistemas de representación de la información bidimensionales como es normal, es posible asignar el eje vertical al tiempo e ir representando cada una de las evoluciones que van apareciendo en sucesivas iteraciones. Esto puede llevarse a cabo muy fácilmente mediante memorias o registros de desplazamiento, obteniendo diagramas como los que se muestran en la figura 5, que corresponde al Autómatas de Wolfram con la denominada regla 90, en la que se representan las células a 1 en negro y las células a 0 en blanco. El tiempo avanza en el sentido descendente de las y .

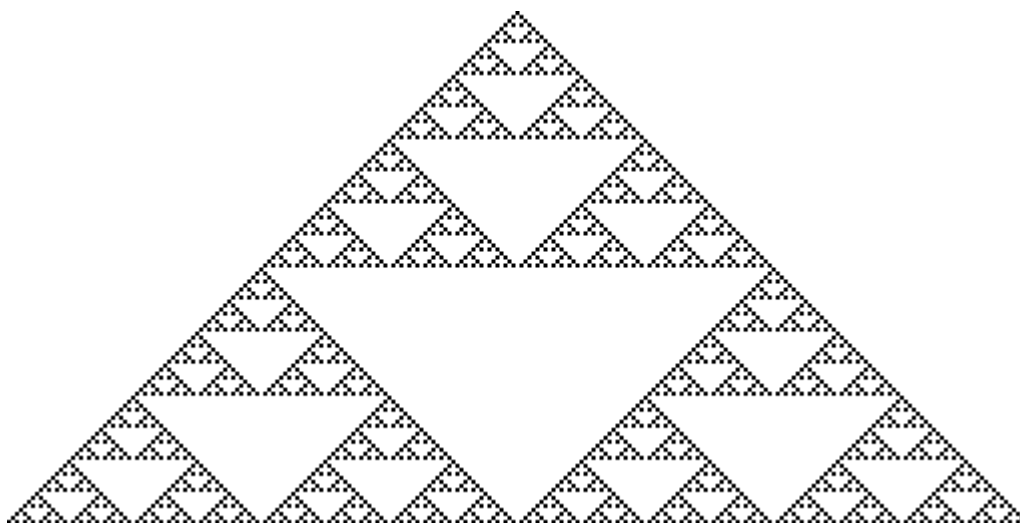


Figura 5: Evolución temporal de la regla 90 de Wolfram

El esquema dado puede ir completándose paulatinamente para lograr sistemas más complejos con propiedades interesantes. La vecindad bidimensional de Margolus, por ejemplo, admite implementaciones secuenciales bastante eficientes utilizando una memoria y el esquema presentado en la figura 6 [7]. No obstante, la arquitectura secuencial imponen restricciones ineludibles sobre el tiempo de procesado de los datos, haciendo que dependa directamente del número de células del sistema y perdiendo la característica de paralelismo. Una arquitectura más adecuada para el problema podría ser la interconexión de células como las mostradas en la figura 7, con lo que se consigue obtener de nuevo un esquema paralelo que realice una evolución completa en un único ciclo de reloj.

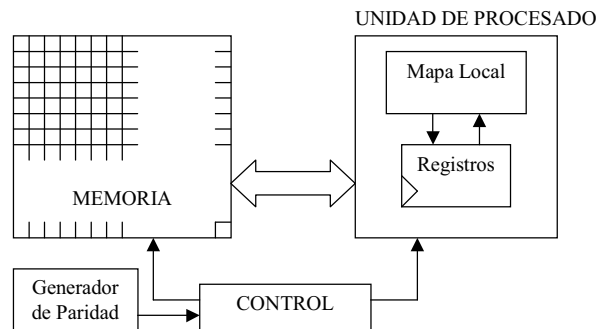


Figura 6: Arquitectura secuencial para la vecindad de Margolus

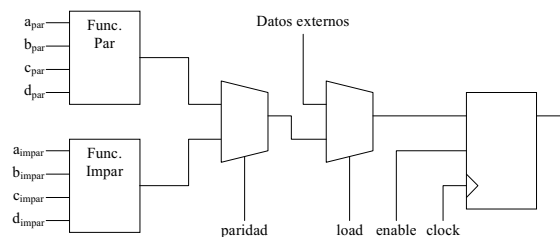


Figura 7: Arquitectura concurrente para la vecindad de Margolus

Con muy pocas variaciones los resultados que se obtienen son fascinantes. En la figura 8 presentamos el esquema de una célula en una matriz bidimensional. La célula se compone de un multiplexor que actúa en función de un generador de números aleatorio, de tal forma que en cada iteración la célula “copia” el valor de uno de los cuatro vecinos dispuestos a su alrededor: es la denominada *Random Neighbour Rule*, RNR, que promediada macroscópicamente da la solución de la Ecuación de Laplace en una geometría con condiciones de contorno conocidas [8].

Aún más, es posible ir aumentando paulatinamente los recursos hardware de la célula, de tal forma que todo pueda hacerse de forma automática. En la figura 9 se muestra que el propio proceso de promediado macroscópico es susceptible de ser incluido en la propia célula con sólo introducir un contador. El acceso a los valores instantáneos del Autómata se vuelve prescindible y tras un número corto de evoluciones se dispone de la solución de la ecuación ya promediada.

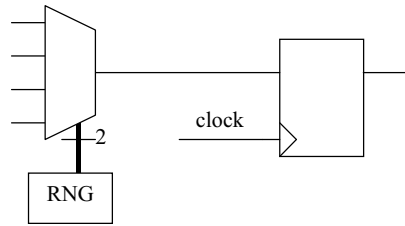


Figura 8: Célula básica del Autómata RNR

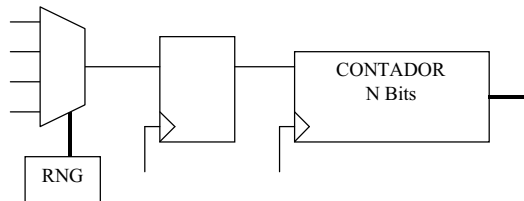


Figura 9: Célula del Autómata RNR con promediado

4. ASIGNATURAS RELACIONADAS

Vistas las estructuras electrónicas que dan lugar a implementaciones de los autómatas celulares, en este apartado haremos un repaso de aquellas asignaturas en las que debe considerarse la introducción de estos nuevos conceptos. La lista de asignaturas se refiere, en concreto, al plan de estudios de Ingeniería de Telecomunicación que se imparte actualmente en la Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Telecomunicación de la Universidad Politécnica de Valencia, en la que desarrollamos fundamentalmente nuestra docencia los autores, pero hemos intentado adoptar un enfoque lo más genérico posible para que fácilmente pueda ser adaptada a otras circunstancias específicas.

Distinguiremos, en este apartado, las asignaturas electrónicas propiamente dichas de las asignaturas de otro ámbito cuyos conocimientos pueden enriquecer el concepto global más profundo del tipo de sistema complejo estudiado.

4.1. Asignaturas de Electrónica

4.1.1. *Electrónica Digital*

En una asignatura introductoria y básica para el desarrollo subsiguiente es importante disponer de sistemas sencillos que puedan servir de ejemplo para los conceptos que se van a desarrollar. En ese sentido, el sistema simple que se representa en la figura 4 es susceptible de un análisis profundo en todos los aspectos. Puede servir para introducir conceptos de diseño combinacional dado que deja abierta la definición de la regla. Se puede estudiar el comportamiento secuencial en toda su magnitud. Cálculos de temporización son especialmente adecuados y sencillos con estructuras de este estilo. Pueden introducirse conceptos tales como sincronismo y desfase de relojes. Así pues, los sistemas presentados guardan un interesante equilibrio entre sencillez de diseño elemental y posibilidad de síntesis de comportamiento complejo, lo que los hace especialmente adecuados para el estudiante que se inicia en planteamientos digitales.

4.1.2. Diseño de Circuitos y Sistemas Electrónicos

Las siguientes asignaturas del plan de estudios profundizan en aspectos prácticos de la electrónica digital. En concreto, en esta asignatura [9] uno de los puntos más interesantes es la introducción de lenguajes de descripción hardware en el proceso de diseño. Es el momento en que el alumno puede empezar a tomar contacto con el comportamiento auto organizado que surge de la interconexión de un colectividad de sistemas sencillos, y observar la implementación práctica de forma sencilla al implementarlo sobre dispositivos lógicos programables. En ese sentido, los Automatas Celulares suponen uno de los sistemas pedagógicamente más adecuados para el tipo de diseños que deberían ser objeto del curso [10]. Es fundamental, en este caso, ver las posibilidades que los lenguajes de descripción Hardware ofrecen para el diseño complejo, dado que permiten trabajar a un alto nivel de abstracción facilitando enormemente la tarea de interconexión de células y permitiendo que se realice con sencillez de la forma requerida, mediante la instanciación.

4.1.3. Diseño de Sistemas Integrados Digitales

En asignaturas avanzadas el alumno entra en contacto en el proceso de diseño *Full Custom* y *Semi Custom*. Si bien las estructuras programables ofrecen la indudable ventaja de ser accesibles en el laboratorio y permitir cierto grado de libertad en el diseño, desde luego en el campo en que tenemos una libertad completa es en el diseño a bajo nivel, estudiando las estructuras a nivel de Silicio que nos permitan implementar circuitos con una prestaciones realmente importantes para la aplicación específica. Contar con estructuras a bajo nivel que implementen las células elementales y ser capaces de distribuirlas convenientemente en un ASIC hace que el alumno vea en toda su potencia el disponer de todos los recursos electrónicos y adaptar las estructuras que utilice para el problema específico.

4.1.4. Sistemas Electrónicos Avanzados

Asignaturas consistentes en el estudio de sistemas microprocesadores pueden ser interesantes como contra ejemplos de los problemas que supone la emulación de sistemas paralelos mediante recursos secuenciales. Es, pues interesante, el proveer al alumno de técnicas de emulación de multitarea o de funcionamiento paralelo.

4.2. Otras áreas relacionadas

Tal como hemos dicho al inicio de la sección, el grado de conocimiento del alumno se ve reforzado estableciendo enlaces entre las diversas asignaturas de su plan de estudios. En ese sentido, mencionamos ahora brevemente las asignaturas cuyos contenidos se verían enriquecidos al introducir, al menos, los conceptos básicos relacionados con los sistemas complejos, y cuyo aporte podría ser fundamental para una formación integral y comparativa..

4.2.1. Matemáticas

Los problemas de colectividades, en especial los que hacen referencia a conceptos probabilísticos, tienen un peso matemático considerable. En ese sentido, asignaturas como Estadística, o Álgebra y Cálculo básicas podrían reforzar sus ejemplos introduciendo

problemas relacionados con ACs. Más aún, tal y como se ha venido señalando en los últimos años, existe todavía un vacío de hecho en la formulación matemática de Autómatas Celulares, e forma que es muy poco lo que se puede predecir a partir de un Regla de Evolución sin ponerla a iterar. Es, pues, un campo de investigación abierto y muy prometedor.

4.2.2.Física Fundamental

Como ya se ha mencionado en los apartados anteriores, uno de los usos más interesantes de los Autómatas Celulares es el de disponer de modelos muy simplificados para determinados fenómenos físicos, que sean exactamente computables y que, a un nivel macroscópico, pierdan de vista los efectos particulares microscópicos y se adapten al fenómeno que se estudia. Es, por ejemplo, el caso el Autómata RNR que modeliza el campo electrostático [8], y de muchos otros ejemplos.

4.2.3.Mecánica Estadística

Distinguímos esta rama en lugar de incluirla como caso particular de al anterior, debido a que se trata de, quizá, la rama teórica que más se relaciona con los Autómatas Celulares. La física estadística pone su objetivo en sistemas formado por un elevado número de componentes. Los métodos que se utilizan habitualmente en física estadística están siendo exportados últimamente al campo de los Autómatas Celulares para intentar establecer el enlace definitivo entre funcionamiento microscópico y características macroscópicas. Por ejemplo, la Expansión de Chapman-Enskog se perfila como el método más aceptado de dar las ecuaciones diferenciales que rigen el comportamiento a gran escala para una determinada Regla.

4.2.4.Programación y Teoría de la Computación

Aspectos como la Universalidad de Computación o construcción, emulación, procesado paralelo, juegan un papel decisivo en el establecimiento de reglas que tengan utilidad y sean capaces de realizar procesado sobre unos datos de entrada, que pueden venir representados como una configuración inicial. Asignaturas relacionadas con teoría de la Computación pueden aportar este tipo de conceptos, fundamentales para una comprensión completa.

5. OTRAS ACTIVIDADES DOCENTES

Fuera del marco estrictamente de las asignaturas pertenecientes a los planes de estudio, hay toda una serie de actividades docentes relacionadas con el campo de los Autómatas Celulares que pueden llevarse a cabo. En esta sección citamos algunas de las iniciativas llevadas a cabo por los autores recientemente:

- **Proyectos Fin de Carrera:** El alumno motivado por temas de investigación se muestra especialmente receptivo hacia cuestiones que impliquen la interacción entre áreas de conocimientos y en los que pueda haber una aportación original. En ese aspecto, el campo es realmente prometedor.
- **Seminarios y cursos:** Organizaciones como IEEE, Centros de Formación de Postgrado o similares se muestran interesados en cursos que impliquen divulgación de ideas recientes, siendo éste un buen medio para dar a conocer al alumno las últimas tendencias.

- **Asignaturas y trabajos de Doctorado:** son el marco idóneo don de exponer estas nuevas tendencias.
- **Trabajos voluntarios:** Es notorio que cuanto más atractivo para el alumno es el tipo de trabajos prácticos que se les sugiere en las asignaturas, con más interés abordan el estudio teórico. Introduciendo temas de investigación que, además, estén a su abasto profundizamos en su motivación de cara a contenidos más arduos pero necesarios.

6. CONCLUSIONES Y RESULTADOS

En este artículo hemos presentado los conceptos básicos sobre Autómatas Celulares como ejemplo de sistema sencillo que resulta atractivo al alumno y cuya inclusión en los planes de estudio puede acentuar el interés por las asignaturas, además de proporcionar un marco idóneo para el desarrollo de toda una serie de conceptos teóricos que se aplican de forma inmediata en las estructuras electrónicas implicadas.

Nuestra experiencia al incluir estos nuevos conceptos dentro del temario de las asignaturas de electrónica no puede haber sido más positiva: los alumnos se sienten motivados al entrar en contacto con sistemas que, aunque evidentemente sencillos, se encuentran en la vanguardia de la investigación. Incluso en muchas ocasiones surgen de ellos ideas originales, modificaciones interesantes que pueden llevar a sintetizar comportamientos complejos mediante ACs. El interés de los alumnos se ha puesto de manifiesto en el número creciente de proyectos fin de carrera sobre el tema que se han ido desarrollando y en el interés con que se abordan estas cuestiones en las clases.

7. BIBLIOGRAFÍA

- [1] A. Burks (ed), *Essays on Cellular Automata*, University Illinois Press, 1970.
- [2] M. Gardner, "The fantastic combinations of John Conway's new solitaire game life," *Scientific American*, 220(4), pp.120, 1970.
- [3] E. Fredkin, T. Toffoli, "Conservative Logic," *International Journal of Theoretical Physics* 21, pp.219-253, 1982.
- [4] N. Margolus, "Physics-Like models of computation," *Physica D* 10, pp.81-95, 1984.
- [5] T. Toffoli, "CAM: A High-Performance Cellular-Automaton Machine," *Physica D* 10, pp.195-204, 1984.
- [6] S. Wolfram, "*A New Kind of Science*," Wolfram Media, Inc. 2001.
- [7] J. Cerdá, R. Gadea, G. Payá, "Implementing a Margolus Neighborhood Cellular Automata on a FPGA," *Artificial Neural Nets Problem Solving Methods, Lecture Notes in Computer Science* 2687, pp.121-128, 2003.
- [8] J. Cerdá, O. Amoraga, R. Torres, R. Gadea, A. Sebastià, "FPGA Implementations of the RNR Cellular Automata to model Electrostatic Field," Pendiente de publicación en VECPAR 2004.
- [9] R. Gadea, R. Colom, M. A. Larrea "Diseño de circuitos y sistemas electrónicos" IV Congreso de Tecnologías Aplicadas a la Enseñanza de la Electrónica, 2000
- [10] M. A. Larrea, R. Gadea, R. Colom, M. Martínez, J. Cerdá, "Ejercicios Prácticos con Lógica Programable", Editorial UPV, 2003.