



UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN A DISTANCIA
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y EMPRESARIALES
DEPARTAMENTO DE ECONOMÍA DE LA EMPRESA Y CONTABILIDAD

**LA ESTIMACIÓN DE LA ESTRUCTURA TEMPORAL DE LOS
TIPOS DE INTERÉS: METODOLOGÍA Y APLICACIONES**

TESIS DOCTORAL

2009

EMMA BERENGUER CÁRCELES

LICENCIADA EN ADMINISTRACIÓN Y DIRECCIÓN DE EMPRESAS

FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y EMPRESARIALES
DEPARTAMENTO DE ECONOMÍA DE LA EMPRESA Y CONTABILIDAD

**LA ESTIMACIÓN DE LA ESTRUCTURA TEMPORAL DE LOS
TIPOS DE INTERÉS: METODOLOGÍA Y APLICACIONES**

PRESENTADA POR

EMMA BERENGUER CÁRCELES

LICENCIADA EN ADMINISTRACIÓN Y DIRECCIÓN DE EMPRESAS

DIRIGIDA POR

JUAN M. NAVE PINEDA

RICARDO GIMENO NOGUÉS

TUTORIZADA POR

INMACULADA PRA MARTOS

Con esta nota quiero agradecer el apoyo recibido durante el largo período de tiempo que me ha llevado realizar esta tesis doctoral. En primer lugar, quiero dar las gracias a mis padres, que siempre han confiado en mi y me han apoyado y animado como nadie a trabajar en este proyecto. A mi marido Javier que siempre ha considerado como prioritario que realizara la tesis y en consecuencia, ha hecho lo imposible por facilitarme este duro camino ayudándome en los momentos difíciles y de desesperación. A mis directores de tesis: Ricardo, te doy especialmente las gracias porque sabes perfectamente que no lo habría conseguido sin ti, gracias por atender con paciencia todas esas llamadas desesperadas a primera hora de la mañana y por enseñarme tanto; Juan, gracias por querer trabajar conmigo desde el principio y ofrecerme tus conocimientos sin restricciones, en este último período me has aportado mucha serenidad, gracias. A Montserrat Hernández con la que he compartido preocupaciones y desvelos por esta tesis y me ha facilitado mucho el papeleo desde Madrid, la siguiente eres tú. A Fernando Faces del Instituto Internacional San Telmo, por darme siempre tan buenos consejos y facilitarme al máximo la finalización de esta tesis. Finalmente quisiera dar las gracias a todas aquellas personas que han pasado por mi vida mientras estaba en proceso de elaboración de esta tesis y que han contribuido en mayor o menor medida a la realización de la misma. Gracias a todos.

ÍNDICE

Introducción	13
---------------------	-----------

Capítulo Primero

La ETTI y la valoración de activos de renta fija	21
--	----

1.1	Tipos de interés	22
1.1.1	Rentabilidad a vencimiento (TIR)	25
1.1.2	Tipos de interés al contado (<i>spot</i>)	29
1.1.3	Tipos de interés a plazo (<i>forward</i>)	31
1.2	Estructura Temporal de Tipos de Interés (ETTI)	33
1.2.1	Curvas de tipos de interés	33
1.2.2	Formas que puede adoptar la ETTI	37
1.2.3	Teorías alternativas sobre la ETTI	39
1.2.4	Aplicaciones de la ETTI	42
1.3	La Estimación de la ETTI	43
1.3.1	Obtención de datos	45
1.3.2	La función de valoración de los bonos	54
1.3.3	Funciones de aproximación	58

Capítulo Segundo

Estimación de la ETTI en el mercado español de deuda pública con modelos funcionales simples	79
--	----

2.1	Comparativas de métodos de estimación de la ETTI	80
2.2	La elección de los métodos para la estimación	86
2.3	Los métodos utilizados en la estimación	90
2.3.1	Nelson y Siegel (1987)	90
2.3.2	Svensson (1994)	97
2.3.3	Mansi y Phillips (2001)	103

2.4	Los datos	
2.4.1	Problemática de la elección de la muestra	111
2.4.2	La muestra utilizada	113
2.5	La estimación	117
2.6	Los resultados	
2.6.1	Análisis de los Errores Absolutos Medios (EAM)	123
2.6.2	Análisis de las volatilidades de los errores	131
2.6.3	Análisis de los EAM por plazo	135

Capítulo Tercero

	Estimación de primas de liquidez en el mercado español de deuda pública	139
3.1	Concepto e importancia de la liquidez	140
3.1.1	Factores que afectan a la liquidez de un título	143
3.1.2	Estudios realizados sobre liquidez	146
3.2	Metodología empleada	158
3.3	Resultados	
3.3.1	Estimaciones realizadas con la muestra formada OTR (<i>ontherun</i>)	160
3.3.2	Estimaciones realizadas con la muestra formada OOTR (<i>ontherun</i> y <i>offtherun</i>)	176
3.3.3	Análisis de las primas de liquidez según plazo de emisión	185
3.3.4	Análisis de las primas de liquidez con el método de Svesson	189
	Conclusiones	195
	Referencias bibliográficas	203

ÍNDICE DE GRÁFICOS

CAPÍTULO PRIMERO

1.1 Formas que puede adoptar la ETTI	38
1.2 Euribor a distintos plazos (1)	45
1.3 Euribor a distintos plazos (2)	45

CAPÍTULO SEGUNDO

2.1 Curva modelo Nelson y Siegel y sus componentes	94
2.2 Variación del parámetro β_1 del modelo de Nelson y Siegel	95
2.3 Variación del parámetro β_2 del modelo de Nelson y Siegel	96
2.4 Variación del parámetro τ del modelo de Nelson y Siegel	97
2.5 Curva modelo Svensson y sus componentes	99
2.6 Variación del parámetro β_1 del modelo de Svensson	100
2.7 Variación del parámetro β_2 del modelo de Svensson	101
2.8 Variación del parámetro β_3 del modelo de Svensson	102
2.9 Variación del parámetro τ_1 del modelo de Svensson	102
2.10 Variación del parámetro τ_2 del modelo de Svensson	103
2.11 Curva modelo Mansi y Phillips y sus componentes	109
2.12 Variación del parámetro d_2 del modelo de Mansi y Phillips	110
2.13 Variación del parámetro d_3 del modelo de Mansi y Phillips	110
2.14 Variación del parámetro d_4 del modelo de Mansi y Phillips	111
2.15 Error absoluto medio (EAM) con toda la muestra	126
2.16 EAM con la muestra OTR	127
2.17 EAM con la muestra OOTR	127
2.18 EAM con el modelo de Svensson	129
2.19 EAM con el modelo de Nelson y Siegel	130
2.20 EAM con el modelo de Mansi y Phillips	130
2.21 Cuasidesviaciones típicas de errores dentro de la muestra	131
2.22 Cuasidesviaciones típicas de errores fuera de la muestra	132

CAPÍTULO TERCERO

ESTIMACIONES CON LA MUESTRA OTR

Método de Svensson (1994)

3.1 Evolución de los errores medios	161
3.2 Evolución de los errores cometidos con los títulos <i>offtherun</i>	164
3.3 Evolución de los errores cometidos con los títulos <i>offofftherun</i>	165

Método de Nelson y Siegel (1987)

3.4 Evolución de los errores medios	167
3.5 Evolución de los errores cometidos con los títulos <i>offtherun</i>	169
3.6 Evolución de los errores cometidos con los títulos <i>offofftherun</i>	169
<i>Método de Mansi y Phillips (2001)</i>	
3.7 Evolución de los errores medios	171
3.8 Evolución de los errores cometidos con los títulos <i>offtherun</i>	173
3.9 Evolución de los errores cometidos con los títulos <i>offofftherun</i>	173
<i>Comparación entre métodos de estimación</i>	
3.10 Promedio de los errores con los tres modelos	175
3.11 Pendientes de las regresiones realizadas	176
ESTIMACIONES CON LA MUESTRA OOTR	
3.12 Errores medios Svensson cometidos con los títulos <i>offofftherun</i>	177
3.13 Errores medios Nelson y Siegel cometidos con los títulos <i>offofftherun</i>	179
3.14 Errores medios Mansi y Phillips cometidos con los títulos <i>offofftherun</i>	180
3.15 Errores medios por método de estimación	182
3.16 Errores medios de los títulos <i>offofftherun</i> con ambas muestras	182
ANÁLISIS POR TIPO DE EMISIÓN	
3.17 Errores por tipo de emisión Svensson	186
3.18 Errores por tipo de emisión Nelson y Siegel	186
3.19 Errores por tipo de emisión Mansi y Phillips	187
3.20 Obligación a 30 años 1	188
3.21 Obligación a 30 años 2	188

ÍNDICE DE TABLAS

CAPÍTULO PRIMERO

1.1 Saldo vivos de deuda del Estado (1998-2009)	52
1.2 Negociación de deuda del Estado (1998-2009)	53
1.3 Métodos de estimación utilizados por los principales bancos centrales	77

CAPÍTULO SEGUNDO

2.1 Bonos y Obligaciones del Estado utilizados en la estimación	116
2.2 Pasos seguidos en la estimación con Matlab	120
2.3 EAM dentro de la muestra.	123
2.4 EAM fuera de la muestra	123
2.5 Errores ponderados	124
2.6 Contraste de Diebold-Mariano	125
2.7 Contraste de Siegel- Tukey	133
2.8 Promedio EAM dentro con toda la muestra	136
2.9 Promedio EAM fuera con toda la muestra	136
2.10 Promedio EAM dentro con la muestra OTR	136
2.11 Promedio EAM fuera con la muestra OTR	136
2.12 Promedio EAM dentro con la muestra OOTR	136
2.13 Promedio EAM fuera con la muestra OOTR	137

CAPÍTULO TERCERO

ESTIMACIONES REALIZADAS CON LA MUESTRA OTR

Método Svensson (1994)

3.1 Contraste de media de errores de títulos <i>offtherun</i>	162
3.2 Contraste de media de errores de títulos <i>offofftherun</i>	163
3.3 Prueba t para dos muestras supuesto varianzas desiguales.	163
3.4 Regresión de los títulos <i>offtherun</i> respecto al tiempo	165
3.5 Regresión de los títulos <i>offofftherun</i> respecto al tiempo	165
3.6 Contraste de cambio estructural	166

Método de Nelson y Siegel (1987)

3.7 Contraste de media de errores de títulos <i>offtherun</i>	167
3.8 Contraste de media de errores de títulos <i>offofftherun</i>	167
3.9 Prueba t para dos muestras supuesto varianzas desiguales	168
3.10 Regresión de los títulos <i>offtherun</i> respecto al tiempo	170
3.11 Regresión de los títulos <i>offofftherun</i> respecto al tiempo	170
3.12 Contraste de cambio estructural	170

<i>Método de Mansi y Phillips (2001)</i>	
3.13 Contraste de media de errores de títulos <i>offtherun</i>	172
3.14 Contraste de media de errores de títulos <i>offofftherun</i>	172
3.15 Prueba t para dos muestras supuesto varianzas desiguales	172
3.16 Regresión de los títulos <i>offtherun</i> respecto al tiempo	174
3.17 Regresión de los títulos <i>offofftherun</i> respecto al tiempo	174
3.18 Contraste de cambio estructural	174
ESTIMACIONES CON LA MUESTRA OOTR	
<i>Método de Svensson (1994)</i>	
3.19 Contraste de media de errores de títulos <i>offofftherun</i>	177
3.20 Regresión de los títulos <i>offofftherun</i> respecto al tiempo	178
<i>Método de Nelson y Siegel (1987)</i>	
3.21 Contraste de media de errores de títulos <i>offofftherun</i>	179
3.22 Regresión de los títulos <i>offofftherun</i> respecto al tiempo	179
<i>Método de Mansi y Phillips (2001)</i>	
3.23 Contraste de media de errores de títulos <i>offofftherun</i>	181
3.24 Regresión de los títulos <i>offofftherun</i> respecto al tiempo	181
ANÁLISIS DE LAS PRIMAS DE LIQUIDEZ SVENSSON	
3.25 Regresión de errores respecto a la clasificación del título	190
3.26 Regresión respecto a la clasificación y al plazo de emisión del título	191
3.27 Regresión respecto a la clasificación, al plazo de emisión y a los días transcurridos en una categoría	191
3.28 Incremento de las primas de liquidez según los días transcurridos	193

Introducción

El objetivo de la presente Tesis Doctoral es doble. Por un lado, se comparan varios métodos paramétricos de estimación de la Estructura Temporal de Tipos de Interés (ETTI) propuestos por la literatura para tratar de identificar cuál es el más adecuado en el caso del mercado español de Deuda Pública Anotada (MDPA). Por otro, se utilizan dichas estimaciones de la ETTI para obtener una medida de la prima de liquidez que los agentes financieros exigen a dichos títulos en función de distintas características como: el plazo de emisión o el tiempo desde que dejó de ser el título de referencia.

La ETTI es una función que relaciona los tipos de interés al contado con su plazo, y su conocimiento tiene enorme importancia en campos como la Economía Financiera, la Teoría Económica o la Política Monetaria, así como para el propio emisor de Deuda Pública del Estado. Esta estructura no es directamente observable por lo que se hace necesario proceder a su estimación partiendo de los datos proporcionados por los mercados. Sin embargo, no existe una metodología única para su estimación.

Desde los primeros trabajos debidos a Durand (1942) las técnicas matemáticas utilizadas con este propósito han ido evolucionando, volviéndose cada vez más sofisticadas y precisas. Esto ha provocado la aparición de un buen número de trabajos que persiguen la misma finalidad, pero que trabajan con distintas técnicas de estimación, lo que puede llevar a cierta confusión en la materia. Esta situación ha

propiciado la necesidad de comparar las distintas técnicas aparecidas con el objeto de contrastar la bondad de su ajuste.

Obtener una estimación lo más fidedigna posible de la ETTI es fundamental. Sin embargo, el grado de precisión requerido vendrá dado por su aplicación última, de tal forma que para las aplicaciones que requieren un grado de precisión más elevado, como sucede en la valoración de activos reales, financieros y derivados (*swaps*, futuros, opciones, etc.), las técnicas a emplear debieran ser lo más sofisticadas posibles.

La importancia de realizar buenas estimaciones de la ETTI, unido al hecho de que no existe una técnica de estimación generalmente aceptada como la adecuada motiva que uno de los objetivos principales de esta Tesis Doctoral sea la estimación de la ETTI en el MDPA con tres métodos alternativos de estimación, con el fin de contrastar cuál de ellos produce resultados más fiables.

Los métodos de estimación elegidos están basados en funciones simples de tipo paramétrico, concretamente son los métodos propuestos por Svensson (1994), Nelson y Siegel (1987) y Mansi y Phillips (2001). Esta elección tiene su base en las ventajas que aportan estos métodos frente a otras técnicas más complejas y en el uso extendido que hacen de ellos los bancos centrales.

Este trabajo amplía el realizado por Jordan y Mansi (2003), en el que se comparaban varios métodos de estimación alternativos, entre los que se encontraban los métodos de Mansi y Phillips (2001) y Nelson y Siegel (1987), en el mercado americano de bonos. Los resultados obtenidos determinaban que el método de Mansi y Phillips

(2001) superaba al de Nelson y Siegel (1987). Sin embargo, el trabajo no era completo: no trataban de la extensión del estudio al modelo de Svensson que algunos autores como Nuñez (1995) consideran superior al modelo de Nelson y Siegel (1987) y que es usado habitualmente por los bancos centrales (BCE o Banco de España entre otros). Asimismo, los criterios de selección utilizados en dicho artículos eran incompletos, al utilizar únicamente la variabilidad del error cometido, sin considerar que método lo minimizaba. A la vista de estos problemas, se ha considerado oportuno constatar en el mercado español añadiendo en la comparación el método de Svensson (1994), que en la actualidad es el utilizado por el Banco de España, así como ampliar y mejorar los criterios de selección utilizados.

En cuanto al segundo objetivo, la liquidez de un título representa la cualidad de ese activo para ser convertido en dinero efectivo de forma rápida y sin pérdida significativa de su valor, y junto con el rendimiento esperado, los riesgos y la fiscalidad, forma el conjunto de los cuatro puntos de referencia en la toma de decisiones de cualquier inversión financiera.

Los factores que afectan a la liquidez se pueden clasificar en tres grandes grupos: las características propias de los activos, la microestructura del mercado en que se negocian y el comportamiento de los participantes en dicho mercado. Así que no todos los títulos tendrán la misma liquidez.

Lo deseable es que un título sea lo más líquido posible. Esta cualidad será recompensada por los inversores exigiendo menos rentabilidad a un título cuanto más líquido sea. Por lo tanto, una primera consecuencia de la liquidez para los títulos es la

mayor o menor exigencia de rentabilidad, lo que quedará reflejado en sus precios. Estas diferencias se conocen como *primas de liquidez*, que no son otra cosa que desviaciones en las rentabilidades de los distintos activos (TIR) para compensar su mayor o menor liquidez.

Esto implica que los títulos que se tomen para la estimación de la ETTI, al reflejar en sus precios su mayor o menor liquidez, estarían provocando sesgos, generalmente al alza, en la estimación. Por lo tanto, la mayor o menor liquidez de los títulos afectará a la calidad de las estimaciones de la ETTI. Cuantificar esos errores resulta muy interesante para obtener unas buenas estimaciones de la ETTI.

En el MDPA, los trabajos centrados en medir la liquidez son más bien escasos. Entre las principales preocupaciones figuran: la aplicación de las distintas medidas de liquidez a los títulos de deuda pública para clasificarlos atendiendo a su nivel de liquidez (Alonso *et al* (2004)); el análisis de las primas de liquidez existentes entre mercados de deuda pública (mayorista y minorista) donde cotizan los mismos títulos (Díaz y Navarro (2003)) y el estudio de si la entrada de España en la Unión Monetaria Europea (UME) ha tenido repercusión en la liquidez de los títulos(Díaz y Navarro (2004) y Diaz *et al* (2006)).

El trabajo más completo sobre la liquidez en el mercado de Deuda Pública Española es el de Alonso *et al.* (2004). El objetivo del mismo es comprobar si los precios de los títulos de la Deuda Pública incorporan primas de liquidez. En este trabajo se clasifican los títulos de Deuda Pública en categorías atendiendo al estadio en que se encuentran respecto de su momento de emisión. En los mercados de Deuda Pública es

habitual que la negociación se concentre en determinadas emisiones, que suelen ser las más recientes para cada plazo (3, 5, 10, 15 y 30 años). Esas emisiones reciben el nombre de *benchmark* (También conocidas como *ontherun*). Según esto obtienen cuatro categorías de títulos: *benchmark*, *prebenchmark*, *postbenchmark* y no segregables. Tras aplicar una batería de medidas clásicas de liquidez a las anteriores categorías obtienen que los títulos más líquidos son los que tienen categoría o status *benchmark (ontherun)*, seguidos de los *no-benchmark (offtherun y offofftherun)*, siendo los menos líquidos los títulos no segregables.

A partir de esta clasificación, y para una muestra que va desde enero de 1999 hasta abril de 2000, estiman la ETTI con el método propuesto por Svensson (1994) incorporando efectos de liquidez siguiendo el planteamiento realizado por Elton y Green (1998) que consiste en introducir variables *dummy* para las distintas categorías de los bonos que no sean *benchmark*. De este análisis concluyen que existen primas de liquidez en el mercado secundario de Deuda Pública.

Sin embargo, el método de Elton y Green (1998) tiene como principal inconveniente que eleva el número de parámetros a estimar en una situación en la que la sobreparametrización es un problema de primer orden. Esto hace, además, que la caracterización de la liquidez esté restringida por el número de parámetros que se pueden añadir al modelo. Es por ello que en la presente Tesis, aun partiendo de una clasificación de títulos similar a la empleada por Alonso *et al.* (2004), se ha optado por un método distinto de cálculo de las primas de liquidez. Partiendo de una estimación de la ETTI con los títulos *ontherun*, similar a los *benchmark* de Alonso *et al.* (2004), se ha calculado la prima de liquidez como la diferencia entre la rentabilidad de mercado de

los *offtherun* y *offofftherun* y la teórica que les correspondería de acuerdo con la ETTI estimada para los *ontherun*. A partir de estas primas es posible estudiar el efecto que el plazo de emisión o la antigüedad del activo tienen sobre dicha prima.

Los datos que se han tomado para estimar la ETTI a lo largo de toda la Tesis proceden del mercado secundario de Deuda Pública. La elección de este mercado frente a otros está justificada en el hecho de que los títulos negociados en él, en principio, no incorporan primas de riesgo, como ocurre en el mercado interbancario. Para el corto plazo, que abarca desde una semana hasta un año, se han tomado las *operaciones simultáneas*, para el largo plazo se trabaja con *Bonos y Obligaciones del Estado*.

La estructura de la presente Tesis Doctoral se ha organizado en tres capítulos:

En el *Capítulo Primero* se introducen los principales conceptos y magnitudes que ayudarán a entender la definición de la ETTI y su importancia para la valoración de activos, así como los problemas que genera que ésta no sea observable en el mercado y por qué hay que proceder a su estimación. Posteriormente, el capítulo se centra en la metodología de estimación de la ETTI, analizando su problemática y las soluciones existentes en el caso del mercado español. En esta parte se presenta la importancia de los datos tomados como base para realizar la estimación de la ETTI. Para finalizar el capítulo se analizan las técnicas más importantes que han ido apareciendo en la literatura con tal propósito.

En el *Capítulo Segundo* se aborda la estimación diaria de la ETTI con los tres métodos paramétricos de estimación alternativos mencionados. Para ello se toma una

muestra de 1741 días desde enero de 1998 hasta marzo de 2005. Las estimaciones se obtienen con el programa Matlab.

Las estimaciones realizadas son numerosas¹, puesto que la muestra total se divide en tres, atendiendo al nivel de liquidez de los títulos y los errores para cada título y día se obtienen estimando la curva extrayéndolo de la muestra. Los títulos se clasifican en muy líquidos (*ontherun*), líquidos (*offtherun*) y poco líquidos (*offofftherun*) según estén recién emitidos o lleven ya un tiempo en el mercado. Una vez hecho esto, se cuenta con tres muestras como base para la estimación de la ETTI, la primera formada por todos los títulos, una segunda formada por los títulos *ontherun* y *offtherun* (OOTR) y una tercera formada solamente por los *ontherun* (OTR). El análisis de errores de estimación se realiza tanto dentro como fuera de la muestra para los tres métodos alternativos.

A la vista de los resultados obtenidos para los tres métodos, se analizan dos cuestiones: cuál de ellos estima mejor la ETTI y qué muestra proporciona mejores resultados.

En el *Capítulo Tercero* se introducen los conceptos básicos y las medidas clásicas de liquidez para, a continuación, analizar los trabajos más representativos que sobre la liquidez se han realizado. Después, a la vista de los resultados obtenidos en el capítulo segundo, se procede a analizar las primas de liquidez observadas centrando ese análisis en los factores determinantes de su evolución.

¹ Concretamente se han estimado 255.927 curvas.

Para aislar el efecto que la liquidez tiene en la estimación de la ETTI se ha procedido a trabajar con las tres muestras, ya mencionadas, de datos clasificados según su nivel de liquidez. Esto permitirá obtener distintas curvas con diferentes grados de liquidez y observar cómo afecta eso al ajuste de la estimación.

Una vez aislado el efecto que la liquidez de los títulos provoca en la estimación de la ETTI se ha procedido a realizar un análisis más exhaustivo de la misma. Para ello se cuantificarán las primas de liquidez existentes para los distintos niveles de liquidez encontrados y posteriormente se analizará la evolución en el tiempo de las mismas.

Las conclusiones que se obtienen en este apartado permiten realizar estimaciones de la ETTI más precisas y libres de errores debidos a la liquidez de los títulos empleados. Asimismo, la cuantificación de esas primas puede ser importante en la gestión de carteras de renta fija, pues dadas las diferencias de rentabilidad entre unos bonos y otros, eso puede determinar que los fondos de pensiones, que tienden a comprar los activos a vencimiento, y que por tanto no es tan restringidos por la necesidad de liquidez puedan aprovechar esas primas, a diferencia de lo que sucedería en un fondo de inversión normal, que se ve forzado a adquirir activos de más liquidez, puesto que los partícipes pueden retirar su inversión en cualquier momento.

La última parte de esta Tesis Doctoral se dedica a sintetizar las conclusiones que se extraen del trabajo realizado.

Capítulo Primero

La ETTI y la valoración de activos de renta fija

En esta primera parte se pretende desarrollar los conceptos necesarios para comprender la ETTI y su uso como instrumento de valoración de activos de renta fija.

La valoración financiera de cualquier activo (bonos, acciones, inversiones, etc.) se realiza actualizando los flujos monetarios a que dicho activo da derecho a lo largo del tiempo. Para hacer esto, es necesario conocer los tipos de interés que se deben aplicar a cada flujo. Estos surgen como el resultado de agregar a los tipos de interés libres de riesgo una prima de riesgo inherente a la naturaleza del activo concreto que se va a valorar.

Este trabajo se centra en el mercado de renta fija, dónde los flujos monetarios de los activos son conocidos, y se trabaja, por tanto, en ambiente de certeza.

Concretamente, se usan datos procedentes del MDPA, en el que todos los títulos tienen el mismo riesgo de crédito².

En primer lugar, se van a describir las expresiones de los distintos tipos de interés que habitualmente se usan en el mercado de renta fija, sus diferencias básicas y las relaciones entre ellas. En este punto se definirá la *Estructura Temporal de Tipos de Interés (ETTI)*. Una vez hecho esto, se procederá a estudiar con más detalle la ETTI, a través de las teorías sobre la misma, sus aplicaciones más importantes y sus formas de obtención.

1.1 TIPOS DE INTERÉS

Un tipo de interés es una magnitud, también llamada tanto, que mide la variación por unidad de cuantía por unidad de tiempo. Es una recompensa a pagar por la disposición de una unidad de capital ajena durante un periodo de tiempo. Dicho de otra manera, sería el precio a pagar para poder disponer de una unidad monetaria durante un período de tiempo. Pero los tantos también son una buena medida de la rentabilidad de una inversión, puesto que nos indican las unidades ganadas por cada unidad invertida en cada unidad de tiempo. Es una magnitud que depende de la unidad de tiempo con la que se esté trabajando.

Los tipos de interés pueden expresarse en tiempo discreto o en tiempo continuo (tanto instantáneo). Cuando se expresan en tiempo discreto, miden la variación que experimenta cada unidad de cuantía por cada unidad de tiempo transcurrida, siendo ese

² Aunque estos títulos sí que están sometidos a otros riesgos.

tiempo medible en años, meses, etc. Si se trabaja en años, i_1 , será el tipo de interés discreto aplicable al primer año, i_2 será el tipo aplicable al año 2, y así sucesivamente.

El tipo de interés instantáneo mide lo mismo, pero en cada instante de tiempo; se obtiene como límite del tipo de interés discreto cuando la amplitud del intervalo a que va referido tiende a cero. Se puede anotar como una función $\rho(t)$ que depende del tiempo (t).

Los tipos de interés determinan el precio de los distintos activos de renta fija en el mercado, de manera que conocerlos proporcionará, a su vez, el valor que el mercado otorga a cada activo. Se puede distinguir entre dos tipos de títulos de renta fija, los que pagan periódicamente intereses y los que lo hacen de una sola vez a su vencimiento.

En general, un **Bono (u Obligación)** es un título-valor que representa una parte alícuota de un préstamo realizado por el titular del mismo a una empresa privada o al Estado (Deuda Pública), siendo el valor nominal de estos títulos la cuantía prestada.

Estos títulos incorporan dos derechos básicos, por un lado la devolución del principal (valor nominal), y por otro, el abono de unos intereses como pago por el préstamo recibido. Estos intereses se calculan sobre el valor nominal, y suelen denominarse cupones.

Atendiendo al pago de cupones, los bonos pueden clasificarse en:

- *títulos que pagan cupones vencidos*
- *títulos que pagan cupones acumulados (cupón cero)*

Cupones vencidos

Un título que paga *cupones vencidos* es aquel que abona intereses periódicamente. En el supuesto de que la devolución del principal (N) se produzca al final de la operación y el abono de intereses constantes I sea con carácter anual, el esquema de estos títulos quedaría de la siguiente manera:



El precio de mercado (P) del activo debe cumplir la igualdad (1) o (2) según se trabaje en tiempo discreto o continuo, respectivamente.

$$P = I \cdot \sum_{r=1}^n \cdot \prod_{h=1}^r (1+i_h)^{-1} + N \cdot \prod_{h=1}^n (1+i_h)^{-1}, \quad (1)$$

$$P = I \cdot e^{-\int_0^1 \rho(t) dt} + I \cdot e^{-\int_0^2 \rho(t) dt} + \dots + (I+N) \cdot e^{-\int_0^n \rho(t) dt} \quad (2)$$

Sin embargo, sólo se conoce el precio del título (P), los cupones (I) y el valor nominal (N), mientras que ni $\rho(t)$, ni i_1, i_2, \dots, i_n ; son observables.

1.1.1 Rentabilidad al vencimiento (TIR)

Aunque los tipos de interés de las ecuaciones (1) y (2) no son observables, sí se puede obtener, conocido el precio, cuál es el tipo de interés constante que lo iguala financieramente con los pagos que produce este título. Este tipo de interés así calculado mide la *rentabilidad al vencimiento* de esta operación, que se puede obtener planteando la siguiente ecuación de equivalencia:

$$P = \sum_{s=1}^n \frac{I}{(1+r)^s} + N \cdot (1+r)^{-n}, \quad (3)$$

donde la rentabilidad viene representada por r .

En el caso de que el precio coincidiera con el valor nominal, esa rentabilidad coincidiría con el porcentaje al que se pagan los cupones. Suele ser habitual expresar el nominal como 100, indicando que se trata del cien por cien de la cuantía prestada, con lo que los cupones vendrán también expresados en tanto por ciento³.

Igualmente, se puede medir esa rentabilidad trabajando con un tanto instantáneo, con lo que la ecuación anterior quedaría:

$$P = \sum_{s=1}^n I \cdot e^{-y \cdot s} + N \cdot e^{-y \cdot n}, \quad (4)$$

siendo y la rentabilidad medida con el tanto instantáneo.

³ De ahora en adelante se seguirá esta pauta a lo largo del capítulo.

Si los cupones que se pagan no fueran constantes, la rentabilidad al vencimiento, conocido el precio de este título sería:

$$P = \frac{I_1}{(1+r)^1} + \frac{I_2}{(1+r)^2} + \dots + \frac{I_n + 100}{(1+r)^n} \quad (5)$$

$$P = I_1 \cdot e^{-y \cdot 1} + I_2 \cdot e^{-y \cdot 2} + \dots + (I_n + 100) \cdot e^{-y \cdot n} \quad (6)$$

según se trabajara en tiempo discreto (5) o continuo (6).

Estas rentabilidades r e y reciben la denominación de *TIR (tasa interna de rentabilidad)* y suele ser un dato que acompaña a los precios de los activos de renta fija en las pantallas de cotización.

Cupón corrido

Con el fin de simplificar las expresiones anteriores se ha supuesto que el pago de los cupones tiene lugar en períodos enteros. Sin embargo, la situación más habitual es que las transacciones no se realicen en el momento de pago del cupón de un título. Esto implica que desde el último pago de cupón hasta el momento de la transacción se ha devengado parte del cupón que habría de percibirse en el futuro. El tenedor del título exigirá, en caso de venta, el pago de ese cupón devengado hasta el momento de transacción y, por lo tanto, el precio del activo tiende a ser superior a 100 a medida que se acerca uno al momento del pago del cupón.

A este cupón devengado se le conoce como cupón corrido, y se calcula a partir de una aproximación lineal, dividiendo el número de días transcurridos desde el pago del último cupón (s) entre el número total de días del período (habitualmente el año) y multiplicando el resultado por el cupón.

$$C.Corrido = C \times \frac{s}{365} \quad (7)$$

En el mercado, las cotizaciones que aparecen publicadas son ex cupón, esto es, no incluyen el cupón corrido, para así permitir comparar de forma más simple el precio del activo con su valor nominal.

Cupón cero

Los títulos que pagan *cupones acumulados (cupón cero)*, se caracterizan por no pagar ningún interés periódico (cupones) durante la vida de la operación, sino de manera acumulada en el momento de la amortización o reembolso del principal. Para un título que se amortiza en el momento n y que acumula intereses a un tipo de interés constante para toda la operación, su esquema quedaría:



Siendo P el precio a pagar en 0 para poder recibir en n el valor de reembolso V_n .

Ese valor es:

$$V_n = 100 \cdot (1+i)^n + 100, \quad (8)$$

Siendo i el tipo de interés al que se pactó el pago de cupones, y supuesto que no exista ninguna prima de amortización.

Planteando la determinación del precio a través de los tipos de interés de mercado se tiene la siguiente expresión según se considere el tiempo continuo o discreto:

$$P = \frac{V_n}{\prod_{h=1}^n (1+i_h)^1} \quad (9)$$

$$P = V_n \cdot e^{-\int_0^n \rho(t) dt} \quad (10)$$

Volviendo a surgir el problema anterior; ya que se desconoce tanto $\rho(t)$ e i_h para cada período, siendo sólo conocido el precio del título (P) y el valor de reembolso (V_n).

Sin embargo, sí se puede hacer es plantear la ecuación de obtención de la TIR.

$$P = \frac{V_n}{(1+{}_0R_n)^n} \quad (11)$$

$$P = V_n \cdot e^{-{}_0r_n \cdot n}, \quad (12)$$

Según se trabaje con tipos discretos o continuos, donde ${}_0R_n$ y ${}_0r_n$ serían los tipos de interés discretos y continuos (respectivamente) para el periodo $(0,n)$. En este caso particular, la TIR coincide con el rendimiento del título y recibe el nombre de *tipo al contado o spot* (${}_0R_n$ ó ${}_0r_n$),

1.1.2 Tipo de interés al contado (*spot*)

El tipo de interés al contado para un plazo n es el rendimiento que proporcionaría un título cupón cero que no tuviera asociado ningún riesgo y que resultase amortizado dentro de n periodos.

Los tipos al contado también pueden obtenerse a partir de la *función de descuento*, ya que ésta proporciona el valor hoy de una unidad monetaria disponible dentro de n periodos. En ese caso, debe verificarse que:

$$v(0, n) = v(n) = \frac{1}{(1 + {}_0R_n)^n}, \quad (13)$$

de dónde al despejar quedaría

$${}_0R_n = \left[\frac{1}{v(n)} \right]^{1/n} - 1 \quad (14)$$

Trabajando con el tanto instantáneo, las expresiones anteriores serían:

$$v(0, n) = v(n) = e^{-{}_0r_n \cdot n} \quad (15)$$

$${}_0r_n = \frac{-\ln[v(n)]}{n} \quad (16)$$

Toda función de descuento debe cumplir las siguientes características:

- a) Su valor se situará siempre entre cero y uno:

$$0 < v(t) \leq 1 \quad (17)$$

- b) Su valor en cero es uno:

$$v(0) = 1 \quad (18)$$

- c) Su valor en el infinito tiende asintóticamente a cero:

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} v(t) = 0 \quad (19)$$

Conocido el precio de un bono cupón cero (P) y su valor de reembolso (V_n), podría obtenerse el tipo al contado asociado al plazo de ese título. Una vez conocidos estos tipos al contado o *spot*, sí se podría valorar los activos de renta fija, puesto que serían conocidos los tipos de interés asociados a cada plazo con los que descontar esos pagos conocidos. Así, se podría valorar, incluso, los títulos con cupones vencidos:

$$P = \frac{I_1}{(1+{}_0R_1)^1} + \frac{I_2}{(1+{}_0R_2)^2} + \dots + \frac{I_n + 100}{(1+{}_0R_n)^n} \quad (20)$$

1.1.3 Tipo de interés a plazo (forward)

Sean ${}_0R_1$ y ${}_0R_2$ los tipos de interés anuales discretos al contado vigentes en el momento 0 para los plazos $[0, 1]$ y $[0, 2]$ respectivamente. Se define el tipo de interés a plazo implícito o tipo de interés *forward* vigente en 0 y correspondiente al plazo $[1, 2]$ al valor ${}_0F_{1,2}$ que verifica:

$$(1 + {}_0R_2)^{(2-0)} = (1 + {}_0R_1)^{(1-0)} \cdot (1 + {}_0F_{1,2})^{(2-1)}, \quad \text{siendo } (0 < 1 < 2) \quad (21)$$

Si se trabaja con tantos instantáneos la ecuación anterior quedaría;

$$e^{0r_2 \cdot 2} = e^{0r_1 \cdot 1} \cdot e^{0f_{1,2} \cdot (2-1)}, \quad (22)$$

aplicando logaritmos sobre la expresión anterior,

$$0r_2 \cdot 2 = 0r_1 \cdot 1 + 0f_{1,2} \cdot (2-1), \quad (23)$$

o bien,

$$0f_{1,2} = 0r_2 \cdot 2 - 0r_1 \quad (24)$$

El tipo discreto y continuo se relacionan a través de la expresión (25),

$${}_0f_{1,2} = \ln(1 + {}_0F_{1,2}) \quad (25)$$

El tipo de interés *forward* correspondiente a un determinado plazo $[1, 2]$ no es más que el tipo de interés que debería estar vigente en 1 para que el resultado de una inversión al plazo $[0, 2]$ produzca idéntico resultado que invertir al plazo $[0, 1]$ y reinvertir el montante resultante en una segunda operación a un plazo de amplitud 2-1.

El tipo *forward* para períodos de amplitud infinitesimal se obtendría al límite;

$$f_0(t) = \lim_{h \rightarrow 0} {}_0f_{t,t+h} \quad (26)$$

Siendo la relación entre el *forward* instantáneo y el tipo *spot*:

$$e^{-\int_0^t f(s) ds} = (1 + {}_0R_t)^{-t} = v(t) \quad (27)$$

De las relaciones entre ambos tipos de interés se obtiene la siguiente relación entre *spot* instantáneo y *forward* instantáneo.

$$\int_0^t f(s) \cdot ds = r(t) \cdot t, \quad (28)$$

o bien

$$r(t) = \frac{\int_0^t f(s) \cdot ds}{t}; \quad (29)$$

Esta relación indicaría que el tipo *spot* instantáneo no es más que el promedio del correspondiente tipo *forward*.

1.2. ESTRUCTURA TEMPORAL DE LOS TIPOS DE INTERÉS

En el apartado anterior se ha mostrado la relación entre el precio o valor de un bono u obligación y los tipos de interés *spot*. Para ello, se descuentan los pagos futuros del activo al tipo de interés del período correspondiente. La relación entre ambas magnitudes suele representarse gráficamente (en abscisas el período de tiempo y en ordenadas el tipo de interés) dando lugar a una curva representativa del tipo en función del plazo a vencimiento. Esa representación también se podría obtener para las demás expresiones de los tipos de interés, teniendo tantas curvas como expresiones analizadas.

1.2.1 Curvas de tipos de interés

La relación entre tipo de interés y plazo se puede representar gráficamente mediante una curva. En este apartado se verá cómo se puede construir cada una de ellas con la información proporcionada en los mercados.

-Curva de rendimientos.

Al trabajar con esta curva se representan los rendimientos (TIR), en función del vencimiento del título a que van asociados. Anteriormente se ha comentado que la TIR es directamente observable, por lo que esta curva se obtiene directamente conocidos los

precios de cotización de los títulos. Esta curva es muy sencilla de obtener, pero existen razones que desaconsejan su uso para una correcta valoración de activos.

Así, si se iguala la ecuación de obtención de la TIR, conocido el precio del título, con la ecuación de valoración del bono, conocidos los tipos *spot*, se tiene que:

$$\sum_{j=1}^n \frac{I}{(1+{}_0R_j)^j} + \frac{100}{(1+{}_0R_n)^n} = \sum_{j=1}^n \frac{I}{(1+r)^j} + \frac{100}{(1+r)^n} \quad (30)$$

Expresión de la que se deduce que:

- a) La TIR (r) es un promedio ponderado de los tipos de interés al contado. Esa ponderación está relacionada con las cuantías de los flujos de caja. Por lo que al variar esas cuantías cambia la TIR del bono.
- b) La TIR de un título así calculado depende de la estructura de la corriente de pagos del título (número de cupones, magnitud del cupón, así como los plazos hasta los vencimientos de los distintos pagos). Por lo que al variar esa estructura cambia la TIR del bono.

Por lo tanto, es posible que existan títulos con el mismo plazo hasta el vencimiento y distinta TIR, por lo que no es aconsejable utilizarla para comparar bonos con el mismo vencimiento.

-Curva de rendimientos par.

Para evitar los problemas de las curvas de rendimiento, se definen las curvas de rendimiento par, construidas a partir de los rendimientos que obtienen los títulos con cotización a la par, o lo que es lo mismo, cuyo precio es igual al nominal, es decir 100.

El hecho de que un bono cotice a la par hace que la TIR del título coincida con el cupón que paga ese título, sea ese cupón r^* constante durante la vida del título, entonces se cumple que:

$$100 = \sum_{j=1}^n \frac{100 \cdot r^*}{[1 + r^*]^j} + \frac{100}{[1 + r^*]^n}, \quad (31)$$

dónde la TIR coincide con el propio cupón r^* que paga el título.

Se podría expresar la ecuación anterior en función de los tipos al contado, al dividir entre 100:

$$1 = r^* \cdot \sum_{j=1}^n \frac{1}{(1 + {}_0R_j)^j} + \frac{1}{(1 + {}_0R_n)^n} \quad (32)$$

En función de los factores de descuento el rendimiento par quedaría:

$$r^* = \frac{1 - v(n)}{\sum_{j=1}^n v(j)} \quad (33)$$

El problema que surge para la construcción de estas curvas es que en los mercados es difícil encontrar títulos cotizando a la par y, por lo tanto, no hay datos directamente observables que permitan su construcción de forma inmediata.

-Curva cupón cero.

En este caso se representan los tipos de interés *spot*, asociados a bonos cupón cero, en función del plazo al que van asociados.

Al hacer referencia a la ETTI, se trata de esta curva, aunque dada la denominación de este concepto se podría pensar en cualquier relación entre tipos de interés homogéneos y sus plazos.

Para la construcción de esta curva habrá que buscar títulos cupón cero que coticen en el mercado. Dada la importancia de esta relación en la estructura de este trabajo se le dedicará el apartado siguiente al completo.

-Curva Forward

Esta curva representa tipos *forward* instantáneos en función del tiempo. Así, esta curva recoge el tipo instantáneo futuro que estará vigente en cada momento t del tiempo.

Esta curva está muy relacionada con la anterior, puesto que conocidos los tipos *spot*, los *forward* son inmediatos. Lo mismo sucede a la inversa a partir de la relación (29) que los relaciona.

Función de descuento

Anteriormente, en las expresiones (15) y (27), se ha visto ya cuál era su relación con los tipos de interés *spot* y con los tipos *forward* implícitos.

1.2.2 Formas que puede tomar la curva cupón cero (ETTI).

La curva de tipos al contado refleja la situación relativa de los tipos de interés a largo plazo frente a los tipos de interés a corto plazo existente en un determinado momento. Esa relación da lugar distintas formas de la curva, de tal forma que la ETTI:

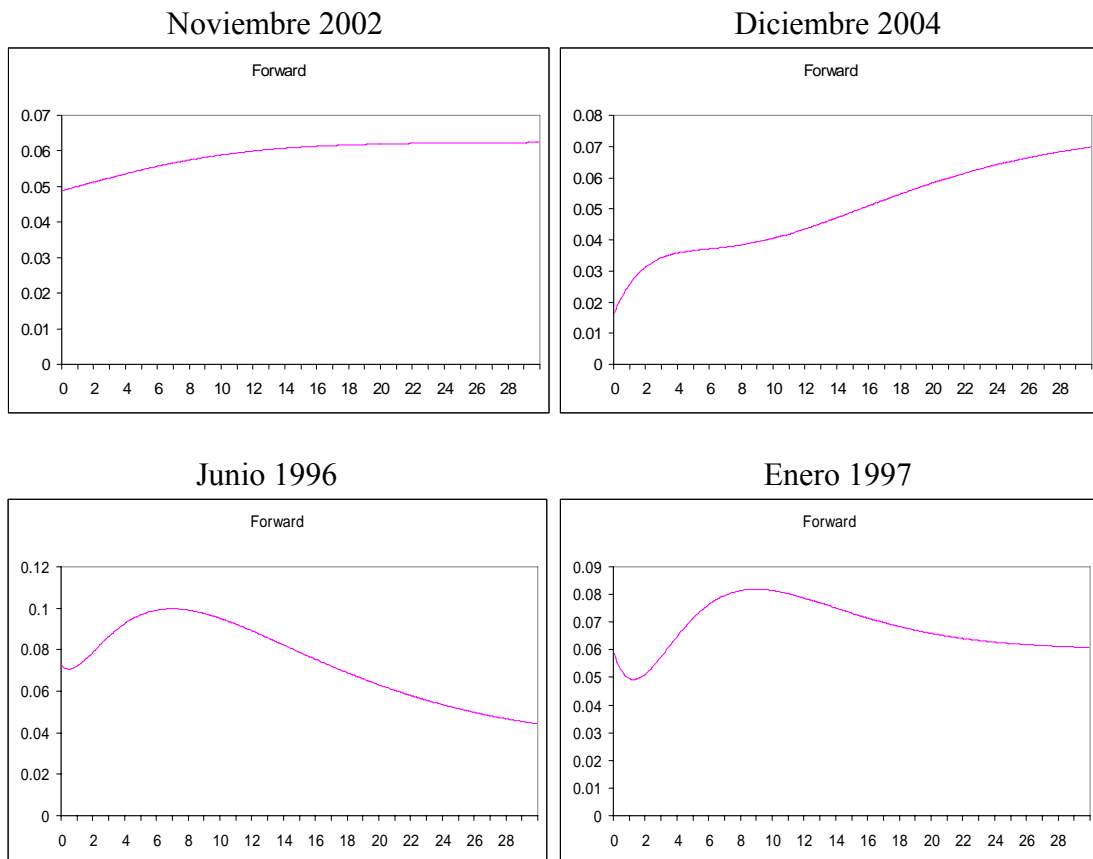
- Es *plana*, cuando los tipos de interés son similares para todos los plazos. Esta situación no estable es, sin embargo, empleada como hipótesis de trabajo en muchos análisis.
- Es *creciente* cuando los tipos de interés a corto plazo son inferiores a los tipos a largo plazo.
- Es *decreciente*, cuando los tipos a corto plazo son mayores que los tipos a corto plazo. Esta curva se conoce también como invertida. Esta es una situación especial y se da cuando el mercado apuesta en el corto y medio plazo por un

descenso de los tipos de interés. Es más probable cuando los tipos de interés que se negocian en el mercado son elevados, lógicamente.

- Es *oscilante o con jorobas*, cuando la curva presenta unos tramos ascendentes y otros descendentes.

En el gráfico 1.1 se puede apreciar las distintas formas que puede adoptar la curva de tipos de interés en la realidad.

Gráfico 1.1. Formas que puede adoptar la curva de tipos de interés



Fuente: Banco de España

1.2.3 Teorías alternativas sobre la ETTI

De la curva de tipos al contado (ETTI) en un momento determinado podemos extraer diversa información. Ezquiaga (1990) considera cuatro factores básicos para la determinación de la estructura temporal de tipos de interés: el riesgo, el hábitat o período en que un inversor dispone de fondos prestables o en que un prestatario precisa de recursos, las expectativas y la incertidumbre.

Los distintos enfoques de las teorías clásicas son el resultado de las diversas consideraciones que pueden hacerse sobre estos elementos. De hecho, no intentan más buscar respuesta a dos cuestiones:

- determinar si existen primas de riesgo o de liquidez para compensar al inversor que renuncia a su hábitat en busca de mayor rentabilidad
- determinar si las expectativas que forman los agentes son racionales

Teoría Pura de las Expectativas

Esta teoría fue desarrollada en sus inicios por Fisher (1896) y posteriormente otros autores continuaron la misma línea (Lutz 1940; Wherle 1958; Malkiel 1962 y Michaelsen 1963)

Considera que las expectativas sobre los futuros tipos de interés al contado a corto plazo tienen una influencia directa sobre los tipos de interés al contado a largo plazo. Es decir, que la ETTI se explica sólo en función de los tipos de interés futuros esperados por el consenso del mercado.

Así, los tipos de interés *forward* reflejan exactamente los tipos de interés esperados para un momento futuro y, por lo tanto, los tipos de interés a largo plazo se pueden concebir como una media de los tipos a corto vigentes en el futuro; de ahí que las expectativas sobre estos tipos influyan en la forma que adopta la ETTI en cada momento.

$$f(t, T) = E_t[r(T)] \quad (34)$$

Según esta teoría, se puede afirmar que el hecho de que la curva de tipos de interés sea creciente es indicativo de que existen expectativas de subida de tipos a corto plazo y cuando esa curva es decreciente las expectativas son de bajada de los tipos de interés a corto plazo. Una estructura plana indicaría un consenso de estabilidad a los actuales niveles de los tipos de interés.

Teoría del Hábitat Preferido

Los agentes participantes del mercado tienen cierta aversión al riesgo que condiciona sus estrategias de inversión, de manera que tienden a adoptar decisiones de acuerdo con su hábitat. Sin embargo, como su aversión al riesgo no es total, toman posiciones diferentes de sus horizontes de inversión, siempre y cuando estas posiciones ofrezcan una compensación vía primas de riesgo.

Modigliani y Sutch (1966) trabajaron en este enfoque y argumentaron que, de acuerdo a esta teoría, las primas de riesgo pueden ser tanto positivas como negativas y su valor absoluto dependerá del nivel de incertidumbre existente en cada mercado. Esta

teoría del hábitat preferido ofrece una explicación para la estructura temporal bastante compleja que requiere de un análisis exhaustivo de la oferta y demanda de activos por plazos.

La teoría de la *Preferencia por la liquidez* es un caso particular de este enfoque, cuando se supone que existen primas de riesgo siempre positivas, porque se considera que los agentes son adversos al riesgo y siempre prefieren la liquidez y el corto plazo. Por ello, los agentes perciben primas de liquidez por soportar el riesgo inherente a sus inversiones a largo plazo. Así, los tipos *forward* son superiores a los tipos de interés a corto plazo esperados en el futuro, porque existe una prima de riesgo positiva.

$$f(t, T) > E_t[r(T)] \quad (35)$$

Esta teoría identifica una estructura temporal creciente con unas expectativas sobre los tipos de interés futuros iguales a los anteriores, mientras que si se esperara una bajada de tipos la forma de la curva sería decreciente, aunque sólo si las expectativas consiguen anular el efecto de la liquidez. La forma creciente de la curva de tipos también está relacionada con unas expectativas de subida de los tipos de interés al contado.

Teoría de la Segmentación de Mercados

Esta teoría supone que no existe una relación sistemática entre los rendimientos de los activos de plazos distintos, que se determinan a partir de la igualdad entre la oferta y la demanda de los mismos para cada uno de los plazos.

La aversión al riesgo es total y los agentes de mercado hacen coincidir el plazo de sus inversiones con sus hábitats. En la evolución de los tipos de interés no influyen ni las expectativas, ni los cambios que se puedan considerar en el nivel de incertidumbre. Así, la estructura temporal no se determina en un mercado único, sino que se considera que éste está segmentado en función de los plazos. En cada segmento tiene lugar un proceso independiente de determinación de precios, que tiene en cuenta la oferta y la demanda de cada plazo concreto. Algunos trabajos sobre esta teoría se deben a Culberston (1957), Fama (1984) y Mankiw y Summers (1984).

De esta forma el análisis que se haga de la ETTI no es relevante, ya que no refleja las expectativas de los inversores. En el contexto de esta teoría los tipos *forward* no son indicativos de ningún tipo de expectativas.

1.2.4 Aplicaciones de la ETTI

Es indudable la utilidad que presta a la economía financiera el conocimiento e interpretación de la ETTI. Sin ánimo de ser exhaustivos y recogiendo algunas posibles aplicaciones (Por ejemplo las de Carleton y Cooper, 1976; Meneu *et al.*, 1992; o Lamothe *et al.*, 1995) se puede mencionar:

- La gestión de carteras de renta fija cuando en dicha gestión se aplican técnicas basadas en la duración y convexidad.
- Instrumento para la contrastación de modelos sobre el comportamiento de la ETTI.
- Para detectar posibles ineficiencias del mercado y oportunidades de arbitraje.
- Para cuantificar las primas de insolvencia en las rentabilidades de instrumentos de renta fija privada o primas de liquidez en los rendimientos de determinados instrumentos de renta fija pública.
- Como metodología para cuantificar el efecto de la fiscalidad en determinados activos financieros.
- Por las autoridades monetarias, como instrumento de análisis del efecto sobre el interés a largo plazo de su intervención a corto plazo.
- Como herramienta para la valoración de activos derivados como los *swaps*, futuros, opciones, etc.
- Como herramienta para la valoración financiera de activos reales o financieros.

1.3 LA ESTIMACIÓN DE LA ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS

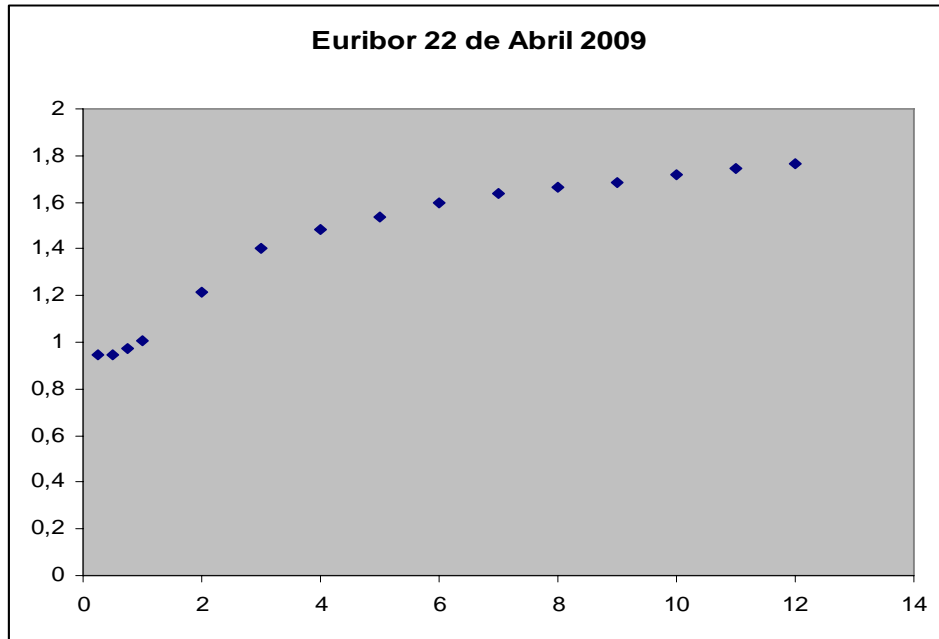
Para proceder a la obtención para cada día de la curva que relaciona los tipos *spot* con los diferentes plazos a que van asociados, es necesario obtener información de

los datos disponibles en el mercado y ver si son suficientes para la construcción de una curva continua.

Al describir los distintos tipos de interés en el primer apartado, se veía cómo los tipos al contado se obtenían de forma directa a través de los títulos cupón cero. Por lo tanto, lo primero que se debe buscar en el mercado español son los mercados en los que estos títulos se negocian. Aunque habría que añadir que, dado que el objetivo que se persigue es la valoración de activos, los tipos de interés que conformen la curva deberían tener el mismo riesgo. Este matiz, es de especial importancia puesto que de no ser así estaríamos incorporando esos riesgos a los activos que valorásemos.

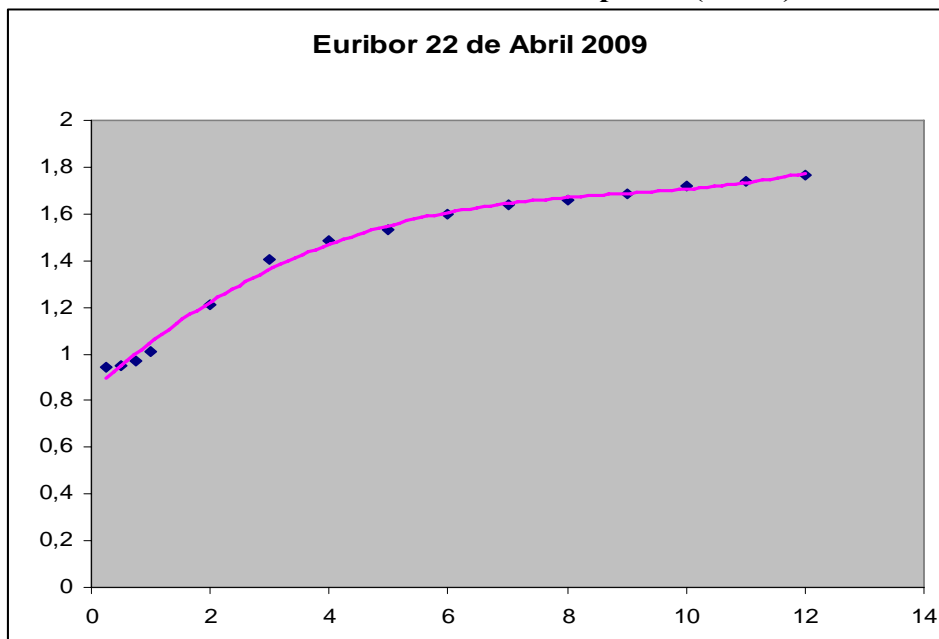
Además del problema de la elección de la fuente de datos de partida surge otro, ya que con esos datos se pueden obtener los tipos al contado para un plazo determinado, de tal forma que queda una curva de tipos de interés discretos, como se puede apreciar en el gráfico 1.2. Al principio de este capítulo se comentaba la necesidad de obtener curvas continuas en el tiempo que proporcionen un tipo de interés para cada plazo. Esto hace que sea necesaria una manera de rellenar los huecos que quedan entre los tipos de interés observados, de tal forma que se obtenga una curva para esos plazos (gráfico 1.3).

Gráfico 1.2. Euribor a distintos plazos (meses)



Fuente: www.euribor.org

Gráfico 1.3. Euribor a distintos plazos (meses)



Fuente: www.euribor.org

1.3.1 Obtención de datos

Tradicionalmente, tres han sido las fuentes utilizadas en el mercado español para la obtención de los datos que permitan la elaboración de la ETTI:

- El mercado interbancario
- El mercado secundario de Deuda Pública
- El mercado de *strips* de Deuda.

El mercado interbancario

Ha sido una fuente bastante utilizada⁴ para la obtención de los tipos *spot*. En concreto, se han utilizado los *swaps* de tipos de interés o *IRS* (del inglés *Interest Rate Swap*). Éstos son contratos de permuta financiera de intereses en los que las partes acuerdan el intercambio de dos flujos de pagos por intereses sobre un mismo nominal a lo largo de un período de tiempo determinado. En función de las características de los flujos monetarios intercambiados, destacan los *swap* de tipo fijo contra variable (*Coupon swap*) y los *swap* de tipo variable contra variable (*Basic Swap*)

Para la obtención de los tipos *spot* interesan los primeros, puesto que los *swaps* en su rama fija son idénticos a un bono que devenga cupones periódicamente y que cotiza a la par, con la ventaja de que los pagos periódicos que se derivan de estas operaciones se realizan siempre en unas fechas predeterminadas fijadas en el contrato correspondiente.

⁴ Los trabajos de Domínguez y Novales (2000), Leber, *et al.* (2001) y Abad y Novales (2002)

La manera de proceder es la siguiente: se calcula el factor de descuento que corresponde a la primera de estas fechas tomando para dicho cálculo un contrato al que sólo le reste el último pago en ese momento. Una vez obtenido el primer factor de descuento se busca un contrato al que le resten dos pagos, y se obtiene el siguiente factor de descuento. De esta forma, se pueden obtener de forma recursiva los factores de descuento asociados a los plazos que determinan las fechas de los distintos vencimientos o pagos de los *swap*⁵. Para poder aplicar esta metodología es necesario disponer de referencias suficientes que permitan abarcar todos los plazos.

La curva de rendimientos *swap* presenta un inconveniente importante, dado que incorporan las primas de riesgo de contrapartida entre los participantes del mercado interbancario en el que se negocian. Estas primas no son fácilmente estimables ya que haría falta conocer la ETTI libre de riesgo, que resulta ser, precisamente, el objetivo perseguido. Además, siendo un contrato entre dos particulares, en unos casos la prima la soportará la parte variable del contrato y en otras lo hará la fija. Además, estos títulos proceden de un mercado *OTC* (del inglés *over the counter*), en el que no existe homogeneidad en los contratos y en el que es muy difícil deshacer una posición, lo que les resta liquidez, y limita la información pública de precios.

El mercado de Deuda Pública

En el mercado de Deuda Pública el número de títulos con estructura cupón cero es insuficiente para poder observar la ETTI. Además, el uso de la técnica recursiva empleada con los *swaps* en este mercado se complica.

⁵ Este método recursivo puede verse en Haugen (1997)

Los títulos de Deuda Pública se dividen en Letras del Tesoro, Bonos y Obligaciones del Estado.

Las Letras del Tesoro son valores de renta fija a corto plazo. Desde 1987 se representan únicamente mediante anotaciones en cuenta. Estos títulos se emiten mediante subasta, siendo el importe mínimo de cada petición de 1.000 euros, y las peticiones por importe superior deben ser múltiplos de esa cantidad.

Son valores emitidos al descuento, por lo que su precio de adquisición es inferior al importe que el inversor recibirá en el momento del reembolso. La diferencia entre el valor de reembolso de la Letra (1.000 euros) y su precio de adquisición será el interés o rendimiento generado por la Letra del Tesoro. De acuerdo a este esquema, las Letras son títulos cupón cero y el interés generado por la misma será un tipo a plazo (el de la letra).

En la actualidad el Tesoro emite Letras a un plazo que puede llegar hasta los dieciocho meses⁶. Al tratarse de valores a corto plazo las variaciones de su precio en el mercado secundario suelen ser bastante reducidas.

Los Bonos y Obligaciones del Estado son títulos emitidos a un plazo superior a dos años. Bonos y Obligaciones únicamente se diferencian por el plazo al vencimiento, para los Bonos éste oscila entre los 2 y 5 años, mientras que para las Obligaciones es superior a 5 años.

⁶ Los plazos de emisión de las Letras últimamente van cambiando según el calendario de emisiones que se fije cada año.

Estos títulos se emiten mediante subasta y, al igual que las Letras, su valor nominal mínimo es de 1.000 euros. En la actualidad se emiten:

- Bonos a 3 y 5 años
- Obligaciones a 10, 15 y 30 años

Las características de los títulos son las mismas para todos:

- El valor nominal de cada título es de 1.000 euros.
- Los intereses o cupones se pagan anualmente.
- La amortización se efectúa a la par.

Por sus características, estos títulos incorporan rendimientos explícitos y no son cupón cero de los que se puede extraer directamente tipos de interés *spot*, ya que, a largo plazo no se emite Deuda Pública con estas características.

Las rentabilidades de los títulos emitidos por el Estado a corto plazo, es decir al descuento, se pueden utilizar directamente en la construcción de la ETTI, ya que son tipos de interés al contado.

No ocurre lo mismo con los bonos que pagan cupones vencidos, ya que su rentabilidad conocida es la TIR con la problemática que incorporan anteriormente mencionada. No obstante, aunque no se pueda utilizar estas rentabilidades al vencimiento directamente para obtener los tipos al contado, éstas incorporan

información acerca de la ETTI vigente en el mercado para los plazos en que vencen los flujos de caja que el bono genera.

Se puede concluir que este mercado es la fuente de datos que mejor se adapta para obtener la ETTI directamente de él.

El mercado de *strips*

Sin embargo, desde 1997 se permite la emisión de Bonos y Obligaciones del Estado “segregables”, que presentan características diferenciales respecto de los títulos no segregables.

La posibilidad de “segregación”, permite separar cada bono en “n” valores (llamados *strips*), uno por cada pago que la posesión del bono de derecho a recibir. Así, de un Bono a 3 años podrían obtenerse 4 “*strips*”, uno por cada pago de cupón anual y un cuarto por el principal. Esta operación de segregación transforma un activo de rendimiento explícito (bono u obligación) en una serie de valores de rendimiento implícito (bonos cupón cero), cuya fecha de vencimiento y valor de reembolso coinciden con los cupones y principal del activo originario.

Tienen un tratamiento fiscal más favorable para los sujetos pasivos del Impuesto de Sociedades, el cupón de los títulos segregados no está sujeto a retención, así como tampoco lo están los rendimientos implícitos generados por los bonos cupón cero (*strips*) procedentes de su segregación.

Aparte de esto, el resto de características son idénticas a los demás títulos. La posibilidad de “segregar” estos títulos posibilita la determinación de puntos de la ETTI de forma directa, aunque existen varias razones que desaconsejan su uso para la construcción de dicha curva.

- En la práctica el valor de los títulos segregables no coincide con la suma de los *strips* que generan, dando lugar a la aparición de oportunidades de arbitraje cuando se reconstruye el título original a partir de sus correspondientes *strips*. Por ello, la curva cupón cero obtenida a través de los *strips* no corresponde con la curva cupón cero que sería deseable y se obtendría de los bonos con cupón.
- Desde su creación, el volumen en circulación de estos activos ha ido en aumento, pero en ningún caso ha cubierto las expectativas creadas. La proporción sobre el total de deuda pública es muy pequeño en relación con los demás títulos. Véase tabla 1.1 y tabla 1.2.

Tabla 1.1 Saldos vivos de Deuda del Estado (1998-2009) (miles de euros)

	Letras del Tesoro		Bonos y Obligaciones		Deuda segregada		TOTAL
	Importe	% sobre total	Importe	% sobre total	Importe	% sobre total	Importe
1998	59.754	25,15%	170.063	71,58%	7.780	3,27%	237.598
1999	53.142	20,52%	195.050	75,32%	10.776	4,16%	258.968
2000	44.663	16,55%	213.472	79,10%	11.730	4,35%	269.865
2001	35.584	12,99%	226.715	82,76%	11.647	4,25%	273.946
2002	35.830	12,64%	235.028	82,92%	12.582	4,44%	283.440
2003	38.490	13,48%	233.865	81,91%	13.155	4,61%	285.510
2004	36.988	12,61%	242.928	82,81%	13.450	4,58%	293.366
2005	33.294	11,16%	253.130	84,81%	12.031	4,03%	298.455
2006	31.301	10,58%	251.414	84,97%	13.160	4,45%	295.875
2007							
Ene	32.917	10,87%	256.239	84,64%	13.571	4,48%	302.727
Feb	29.828	9,87%	258.808	85,61%	13.677	4,52%	302.313
Mar	32.049	10,41%	261.973	85,07%	13.914	4,52%	307.936
Abr	29.406	9,74%	258.307	85,60%	14.058	4,66%	301.771
May	31.554	10,38%	258.244	84,97%	14.122	4,65%	303.920
Jun	28.855	9,41%	263.534	85,92%	14.332	4,67%	306.721
Jul	30.882	10,36%	252.919	84,84%	14.297	4,80%	298.098
Ago	29.291	9,88%	252.914	85,30%	14.302	4,82%	296.507
Sep	31.887	10,56%	255.852	84,72%	14.256	4,72%	301.995
Oct	30.675	10,62%	243.892	84,46%	14.215	4,92%	288.782
Nov	33.507	11,42%	245.603	83,69%	14.356	4,89%	293.466
Dic	32.444	11,04%	247.001	84,05%	14.420	4,91%	293.865
2008							
Ene	35.854	12,49%	238.740	83,16%	12.486	4,35%	287.080
Feb	34.709	11,93%	243.701	83,76%	12.526	4,31%	290.936
Mar	34.075	11,74%	243.743	83,96%	12.483	4,30%	290.301
Abr	32.605	11,15%	246.655	84,36%	13.117	4,49%	292.377
May	32.086	10,82%	250.966	84,61%	13.562	4,57%	296.614
Jun	31.714	10,64%	252.793	84,80%	13.605	4,56%	298.112
Jul	31.884	10,49%	258.226	84,98%	13.742	4,52%	303.852
Ago	34.022	11,12%	258.356	84,43%	13.612	4,45%	305.990
Sep	36.422	11,54%	265.441	84,13%	13.637	4,32%	315.500
Oct	40.858	13,04%	258.910,00	82,64%	13.537	4,32%	313.305
Nov	47.393	14,29%	270.718,00	81,62%	13.581	4,09%	331.692
Dic	52.074	15,07%	279.918,00	80,99%	13.624	3,94%	345.616
2009							
Ene	57.841	16,03%	288.877,00	80,07%	14.073	3,90%	360.791
Feb	59.495	16,25%	292.898,00	80,01%	13.682	3,74%	366.075
Mar	63.339	16,89%	297.559,00	79,36%	14.055	3,75%	374.953

Fuente: Boletín Estadístico del Banco de España

Tabla 1.2 Negociación de Deuda del Estado (1998-2009) (miles de euros)

	Letras del Tesoro		Bonos y Obligaciones		Deuda segregada		TOTAL
	Importe	% sobre total	Importe	% sobre total	Importe	% sobre total	Importe
1998	7.747	13,27%	50.454	86,42%	182	0,31%	58.383
1999	10.013	19,03%	42.426	80,64%	173	0,33%	52.612
2000	10.214	17,97%	46.230	81,35%	384	0,68%	56.828
2001	10.722	16,64%	53.220	82,58%	503	0,78%	64.445
2002	8.915	11,77%	66.125	87,27%	733	0,97%	75.773
2003	10.390	12,08%	74.421	86,55%	1.179	1,37%	85.990
2004	8.915	9,83%	80.629	88,93%	1.117	1,23%	90.661
2005	8.742	9,92%	78.309	88,90%	1.032	1,17%	88.083
2006	6.650	7,42%	82.036	91,55%	917	1,02%	89.603
2007	6.287	6,93%	83.174	91,66%	1.279	1,41%	90.740
2008							
Ene	10.350	10,50%	86.501	87,74%	1.734	1,76%	98.585
Feb	11.392	11,62%	84.964	86,68%	1.665	1,70%	98.021
Mar	11.017	12,56%	75.108	85,60%	1.617	1,84%	87.742
Abr	9.447	10,97%	74.841	86,88%	1.852	2,15%	86.140
May	7.915	10,24%	67.311	87,11%	2.048	2,65%	77.274
Jun	7.680	10,26%	65.055	86,88%	2.140	2,86%	74.875
Jul	7.892	10,54%	64.687	86,43%	2.264	3,02%	74.843
Ago	7.327	10,14%	62.744	86,80%	2.212	3,06%	72.283
Sep	8.588	11,68%	62.556	85,10%	2.361	3,21%	73.505
Oct	7.761	10,06%	66.638	86,36%	2.762	3,58%	77.161
Nov	7.323	9,40%	68.057	87,32%	2.564	3,29%	77.944
Dic	8.078	11,77%	58.214	84,82%	2.337	3,41%	68.629
2009							
Ene	11.877	15,10%	64.739	82,30%	2.050	2,61%	78.666
Feb	10.995	13,00%	71.574	84,60%	2.030	2,40%	84.599
Mar	10.906	13,61%	67.225	83,88%	2.017	2,52%	80.148

Fuente: Boletín Estadístico del Banco de España

A la vista de los datos que disponibles en los mercados se llega la conclusión de que la ETTI no es directamente observable y para obtenerla se deberá estimar partiendo de los precios diarios de la Deuda Pública que cotizan en el mercado secundario.

Una vez en este punto se debe tener en cuenta:

- Cuál será la función de valoración que relacione el precio de los bonos con el tipo de interés, a través de los pagos prometidos y, quizás, otros factores.

- Qué forma funcional se empleará para aproximar cualquiera de los elementos que definen la estructura temporal y sobre qué elemento se actuará.
- El método econométrico a utilizar para estimar los parámetros de la función elegida anteriormente.

1.3.2 La función de valoración de los bonos.

El precio de un bono con pago periódico de cupones se puede obtener en función de los tipos al contado o *spot*, según se vio en la expresión (20). Esa expresión está basada en el teorema fundamental de valoración, el cuál implica que conocidos los flujos de caja y en un mercado sin fricciones el precio se corresponde con el valor actual de dichos flujos ciertos. Teorema que sustenta que en el mercado exista ausencia de arbitraje.

Haley y Schall (1979) analizan las condiciones por las que el teorema fundamental de valoración es válido, siendo éstas las de equilibrio y eficiencia de los mercados. Pero en la práctica, se sabe que los agentes, cuando valoran los distintos activos, están incorporando otros factores como el efecto impositivo, el riesgo de tipo de interés etc., lo que resta validez al teorema en el que se sustenta la expresión (20).

Para introducir la posibilidad de que el precio real se desvíe del precio teórico, se debe reformular dicha expresión incorporando una perturbación o término de error. En el caso de realizar el ajuste en precio esa expresión quedaría:

$$P^k = \sum_{s=1}^n \frac{I}{(1+{}_0R_s)^s} + \frac{100}{(1+{}_0R_n)^n} + \varepsilon_k \quad (36)$$

Esta no coincidencia entre el precio teórico y el real encuentra justificación empírica en el trabajo de Carlenton y Cooper (1976), donde se pone de manifiesto la imposibilidad de obtener una función de descuento que iguale simultáneamente las cotizaciones de todos los bonos con los valores actuales de sus flujos de caja futuros respectivos.

Estas diferencias observadas entre precios teóricos y reales encuentran su explicación en las razones siguientes:

- a) Las cotizaciones de los títulos que se toman como *inputs* para la obtención de los precios teóricos son el resultado de un promedio efectuado con las operaciones reales realizadas en los mercados durante una sesión, lo que provoca diferencias frente a las cotizaciones individuales reales de las que se obtiene dicho promedio.
- b) El pago de cupones de forma discreta también puede provocar desviaciones entre precios, ya que a la hora de calcular el cupón corrido se tomará una aproximación.
- c) Otros aspectos de microestructura del mercado en que estos títulos se negocian.

Con todo esto se podría pensar en aplicar técnicas de regresión, con el fin de regresar las cotizaciones observadas en el mercado sobre la matriz de flujos.

Si se toma como variable los tipos cupón cero, se observa que la relación con el precio es no lineal, mientras que sí lo es al trabajar con la función de descuento. Esto no supone ningún problema, ya que se puede reescribir la ecuación anterior teniendo en cuenta la función de descuento, en lugar de los tipos *spot*.

$$P_k = \sum_{s=1}^n I \cdot v(s) + 100 \cdot v(n) + \varepsilon_k \quad (37)$$

Para simplificar todavía más la ecuación anterior, se llamará $c(t)$ al flujo de caja que se produzca en el momento t , siendo $c(n)$ la suma del cupón de ese último período y el nominal 100. La expresión anterior quedaría:

$$P_k = \sum_{s=1}^n c(s) \cdot v(s) + \varepsilon_k \quad (38)$$

Partiendo de la ecuación anterior de valoración, se obtiene un sistema con tantas ecuaciones como títulos se observan en el mercado. Sistema que tendría solución si los títulos pagasen cupones en las mismas fechas.

Sin embargo, esta coincidencia de fechas no suele producirse en el mercado español de deuda pública (circunstancia que sí se da en el mercado americano de deuda, en el que se agrupan los flujos de caja semestrales en torno a cuatro fechas a lo largo del año).

Carleton y Cooper (1976) sí que utilizan esta metodología aprovechando las condiciones favorables que les presenta el mercado americano para ello. A pesar de esto sólo consiguen obtener datos de los factores de descuento hasta un plazo de siete años, lo que parece insuficiente en un mercado en el que los plazos que se negocian abarcan hasta los 30 años.

La alternativa más eficiente para hacer frente a este problema sería imponer una restricción funcional a los factores de descuento, definiendo una función representativa de los datos observados. De tal forma que lo que se estime sea los parámetros que caracterizan a la función que intenta aproximar los datos.

Esta forma de trabajo reduce el número de datos a estimar, ya que se pasa de obtener la curva mediante la estimación de puntos contenidos en ella, a la estimación de una forma funcional que la defina a partir de un número reducido de parámetros.

De este modo, sustituyendo los factores de descuento por la forma funcional, $G(t)$ la ecuación de valoración quedaría:

$$P_k = \sum_{s=1}^{n_k} c_{ik}(s) \cdot G(s) + \varepsilon_k \quad (39)$$

1.3.3 Funciones de aproximación

Como se ha comentado en el apartado anterior, establecer una forma funcional es una buena alternativa para evitar problemas en la estimación y conseguir una estimación continua y suave de la ETTI.

La aproximación forma parte del problema de ajustar un modelo matemático a unos datos dados. Básicamente, consiste en encontrar una función $f^*(x)$ cuyos valores, comportamiento y forma sean lo más parecidos posible a la verdadera función $f(x)$.

Se puede distinguir entre aproximación lineal y no lineal. Ésta depende de la relación existente entre los parámetros a estimar. La aproximación no lineal requiere unos procedimientos iterativos, aunque estos modelos pueden transformarse en lineales a través de diversas técnicas más o menos complejas.

También se puede diferenciar la aproximación en base al tratamiento del error, definido como la diferencia entre el verdadero valor o valor observado y el valor que representa la función de aproximación empleada. Tradicionalmente se ha empleado la metodología mínimo cuadrática, que elige aquella función que minimiza la suma de los cuadrados de los errores⁷.

⁷ En este trabajo se utilizará esta metodología de aproximación.

Los orígenes de la estimación de estas curvas es la tesis doctoral de Harry Guthmann (1929). Posteriormente, Durand (1942) realizó estimaciones de curvas para el mercado francés.

Entre los trabajos que estiman la curva de rendimientos par se encuentran el de Mastronickola (1991), Diament (1993) y más recientemente a Mansi y Phillips (2001). Por su parte, entre los trabajos más destacados que estiman la curva de descuento, se encuentra el trabajo pionero de McCulloch (1971) al que siguieron los trabajos de Nelson y Siegel (1987) y posteriormente el de Svensson (1994), entre otros. Siendo éstas obtenidas a partir de las estimaciones de la curva de rendimientos par y de la curva de descuento mediante las relaciones ya vistas al principio del capítulo.

Existe una gran variedad de funciones que se pueden emplear para aproximar la ETTI⁸, sin embargo los modelos propuestos por los diversos autores nos permiten clasificar esas funciones en dos grandes grupos: *funciones simples* y *funciones flexibles*.

Funciones simples

La forma de la curva puede aproximarse mediante *funciones polinómicas*, siendo el primero en aplicarlas McCulloch (1971). En este trabajo, y partiendo de la expresión (39), se supone que $G(s)$ está compuesta por una combinación lineal de h funciones $g(s)$ linealmente independientes

$$P_i = \sum_{s=1}^{n_k} c_{ik}(s) \cdot [a_1 \cdot g_1(s) + a_2 \cdot g_2(s) + \dots + a_h \cdot g_h(s)] + \varepsilon_i \quad (40)$$

⁸ Véase Morini (1998).

Si se define:

$$W_{ij} = \sum_{k=1}^h c_{ik} \cdot g_j(s) \quad (41)$$

A partir de la igualdad definida en (41), la expresión (40) se podría representar en forma de ecuación de regresión:

$$P_i = \sum_{j=1}^h a_j \cdot W_{ij} + \varepsilon_i \quad (42)$$

donde a_j son los parámetros a estimar. A partir de esta propuesta inicial, distintos autores han ido diferenciando sus propuestas en el modo en que especifican la función de aproximación $G(t)$. El propio McCulloch (1971) propone una de las especificaciones más sencillas siguiendo la metodología anterior:

$$g_j(s) = s^j, \quad j = 1, \dots, h. \quad (43)$$

La función de descuento generada por este conjunto de funciones de aproximación es un polinomio de grado j . Sin embargo, dicha función tiene una expresión única para todo el horizonte temporal que abarca la ETTI y, a menos que el número de observaciones se reparta de manera equitativa a lo largo del mismo, esto acarrea un mejor ajuste en el plazo del que se disponga de mayor número de datos. McCulloch (1971) argumenta que aunque esto se puede resolver aumentando el grado del

polinomio, tampoco es la solución, ya que se ocasiona una inestabilidad de los parámetros estimados⁹.

Carleton *et al.* (1984) también utilizan una forma polinomial simple, aunque para describir el tipo de interés *spot* instantáneo.

$${}_s r_T = \sum_{j=1}^J a_{s,j} \cdot t^{j-1} \quad (44)$$

Siendo:

${}_s r_T$ el tipo spot instantáneo para plazo $T-s$

t tiempo $T-s$

J número de polinomios

a_{s-j} coeficiente del polinomio j -ésimo en el momento s .

Entonces la función de descuento quedaría de la siguiente forma:

$$v_s(t) = e^{-\sum_{j=1}^J a_{s,j} \cdot t^j} \quad (45)$$

y la ecuación de regresión:

$$P_{i,s} = \left[\sum_{t=1}^T c_i \cdot (s+t, s) \right] \cdot e^{-\sum_{j=1}^J a_{s,j} \cdot t^j} + \varepsilon_{i,s} \quad (46)$$

⁹ Debido a estos problemas propone la utilización de funciones flexibles.

Para realizar dicha estimación, Carleton *et al.* (1984) utilizan técnicas de regresión por mínimos cuadrados no lineales. Con esta regresión pretenden determinar cuál es el grado del polinomio más adecuado, para ello comparan los resultados utilizando distintos grados, entre uno y cinco. La conclusión a la que llegan es que los grados más apropiados para estimar la estructura temporal, dentro del horizonte temporal de la muestra, son tres y cuatro.

Al analizar los resultados obtenidos con este procedimiento de estimación, Carleton *et al.* (1984) concluyen que los mismos no son todo lo aceptables que cabría esperar, es por esto que repiten las regresiones sin incluir aquellos datos relativos a bonos con pago periódico de cupones y utilizan el método de máxima verosimilitud trabajando ahora con polinomios de sexto grado. Así consiguen mejores resultados, pero a costa de complicar la metodología empleada.

Otra propuesta de aproximación mediante una función simple es la de Nelson y Siegel (1987), que se basa en el concepto de tipo *forward* que se describe en la teoría de las expectativas. Nelson y Siegel (1987) suponen que los tipos *forward* implícitos a cualquier plazo tienden asintóticamente hacia un cierto nivel, es decir, que a largo plazo estos son casi idénticos.

Si el tipo de interés *forward* instantáneo $f(t)$, es la solución a una ecuación diferencial de segundo orden cuyo polinomio característicos tiene raíces reales distintas, se tiene que:

$$f(t) = \beta_0 + \beta_1 \cdot e^{\left(\frac{-t}{\tau_1}\right)} + \beta_2 \cdot e^{\left(\frac{-t}{\tau_2}\right)}; \quad (47)$$

donde β_0 , β_1 y β_2 vienen determinadas por las condiciones iniciales y τ_1 y τ_2 son constantes temporales asociadas con la ecuación.

Esta ecuación genera una familia de curvas *forward* que recoge todas las posibles formas habituales de la ETTI. Nelson y Siegel (1987) observan que modificaciones en el valor de τ_1 y τ_2 no mejoraban el ajuste, así que eliminan una de las constantes ($\tau_1 = \tau_2 = \tau$) y pasan a definir los tipos *forward* instantáneos a través de la ecuación siguiente:

$$f(t) = \beta_0 + \beta_1 \cdot e^{\left(\frac{-t}{\tau}\right)} + \beta_2 \cdot \frac{t}{\tau} \cdot e^{\left(\frac{-t}{\tau}\right)}; \quad (48)$$

siendo τ , β_0 , β_1 y β_2 los parámetros a estimar.

Nelson y Siegel (1987) proponen la contrastación del modelo empleando mínimos cuadrados ordinarios¹⁰, pero también es posible utilizar técnicas de estimación no lineales (mínimos cuadrados no lineales o máxima verosimilitud).

Svensson (1994) modifica el trabajo original de Nelson y Siegel (1987). Para ello, recupera el segundo término, que Nelson y Siegel (1987) habían desechado, y le añade, además, otro parámetro (τ_2). Así, la ecuación que define al *forward* instantáneo queda:

¹⁰ Para que esto sea posible hay que establecer de forma externa el valor del parámetro que afecta a la linealidad del modelo, τ . O bien disponer de bonos sin cupones o trabajar con Tires.

$$f(t) = \beta_0 + \beta_1 \cdot e^{-\frac{t}{\tau_1}} + \beta_2 \cdot \frac{t}{\tau_1} e^{-\frac{t}{\tau_1}} + \beta_3 \cdot \frac{t}{\tau_2} e^{-\frac{t}{\tau_2}} \quad (49)$$

La inclusión de este término adicional permite la existencia de más de un óptimo, pudiendo la curva, así, presentar un máximo y un mínimo de manera simultánea.

Svensson (1994) estima todos los parámetros por máxima verosimilitud, aunque considera que también podrían emplearse mínimos cuadrados no lineales o el método de los momentos generalizados.

Tal y como señalan Gimeno y Nave (2009), el principal inconveniente de este método es la correlación entre los estimadores de los parámetros, ya acusado en el modelo de Nelson y Siegel (1987), que, en este caso, se ve amplificado.

Diament (1993) obtiene la curva de rendimientos directamente del conjunto de precios de los títulos más líquidos del mercado (*ontherun*), que son los últimos emitidos para cada vencimiento. Como estos títulos directamente observables sólo son nueve, para construir una curva continua recurre a un método de interpolación. Se realiza una aproximación semi-empírica para llegar a una interpolación adecuada para así construir su ajuste suave y continuo de la estructura temporal discreta.

La ecuación para obtener la estructura temporal es:

$$r(t) = \frac{C_1 \cdot (t/C_3)^{C_4} + C_2}{(t/C_3)^{C_4} + 1} \quad (50)$$

donde C_1, C_2, C_3 y C_4 son los 4 parámetros a estimar.

Diament (1993) se basa en un modelo de cuatro parámetros que ajusta correctamente las tendencias crecientes y decrecientes e incluso las curvas planas, pero necesita modificaciones en el caso de observarse alguna joroba, problema que resuelve añadiendo dos parámetros más.

El modelo propuesto por Diament (1993) presenta algunas desventajas siendo quizás la más importante que es preciso, previamente, observar la forma de la curva para decidir si es monótona o no y, en consecuencia, aplicar la forma funcional de 4 ó 6 parámetros según el caso¹¹. La ecuación con seis parámetros quedaría:

$$r(t) = C_1 \cdot \frac{\left(\frac{t}{C_2}\right)^{C_3} + p}{\left(\frac{t}{C_2}\right)^{C_3} + 1} \cdot \frac{\left(\frac{t}{C_2}\right)^{C_4} + q}{\left(\frac{t}{C_2}\right)^{C_4} + 1} \quad (51)$$

Mansi y Phillips (2001) proponen un modelo basado en una función exponencial que depende de la estimación de cuatro parámetros. Supone una mejora frente al modelo propuesto por Diament (1993), ya que este no requiere un previo conocimiento de la forma de la curva para estimar la estructura temporal.

¹¹ No es que no se pueda usar siempre el caso de seis parámetros, pero si no es utilizado correctamente genera problemas de convergencia

La forma funcional queda:

$$r(t) = D_1 + D_2 \cdot e^{D_4 \cdot t} + D_3 \cdot e^{2 \cdot D_4 \cdot t} \quad (52)$$

Funciones flexibles

A pesar de que las funciones simples son ampliamente usadas para la estimación de la ETTI, existen otros métodos de estimación que emplean funciones flexibles denominadas *splines*.

El uso de las funciones *splines* en la aproximación aparece como consecuencia del excesivo grado utilizado en los polinomios al aproximar a la totalidad del intervalo, lo que resta suavidad a la curva. Por ello, se busca la forma de disminuir los grados del polinomio sin perder precisión, lo que se consigue aproximando, en lugar de a la totalidad del intervalo, a trozos del mismo¹².

Una función *spline* es una función continua a trozos; es una función definida de forma diferente para cada subintervalo. Los puntos de unión de los trozos se llaman nudos. En los nudos las funciones deben tener el mismo valor para asegurar que la función única sea continuamente diferenciable. Se debe cumplir que:

$$S(x) = f_i(x), \text{ para } x_i \leq x \leq x_{i+1} \rightarrow S(x) = \begin{cases} s_0(x) = f_0(x), \text{ para } x_0 \leq x \leq x_1 \\ \vdots \\ s_{n-1}(x) = f_{n-1}(x), \text{ para } x_{n-1} \leq x \leq x_n \end{cases} \quad (53)$$

¹² Véase Shea, 1984

Para definir formalmente un *spline* se hace una partición en el intervalo objeto de estudio $[a,b]$. $A = \{a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b\}$

Un *spline* ($S(x)$) de grado r definido sobre A , es una función real, $S(x):[a,b] \rightarrow R$ que cumple las siguientes propiedades:

- $S(x) \in C^{r-1}[a,b]$; es decir $S(x)$ es derivable con continuidad hasta el orden $r-1$ en el intervalo $[a,b]$.
- $S(x)$ es, para cada subintervalo $[x_i, x_{i+1}]$, una función de, a lo sumo, grado r .

Existen dos maneras de construir una función *spline*: la primera a partir de las condiciones de continuidad que debe cumplir esta en los nodos y la segunda es haciendo uso de una base. En este último caso el *spline* viene expresado como una combinación lineal de las funciones que conforman la base¹³.

Los *Basic Splines* (*B-splines*) son funciones muy flexibles, se anotan como B_i^r siendo r el grado del *spline* e i el subintervalo al que se hace referencia. Son sencillos de obtener, pues se basan en una relación de recurrencia en función del *B-spline* de orden inmediatamente inferior. Las funciones *B-splines* fueron inicialmente aplicadas para aproximar la función de descuento a través de una regresión lineal. De acuerdo con Powell (1981), la función *B-Spline* se define como;

¹³ De Boor (1978) resulta muy ilustrativo en este punto.

$$g_s^p(t) = \sum_{l=s}^{s+p+1} \left[\prod_{j=s, j \neq i}^{s+p+1} \frac{1}{(T_j - T_i)} \right] [\text{máx}(t - T_j, 0)]^p \quad (54)$$

donde $g_s^p(t)$ es la s -ésima ($s=1, 2, \dots, p+m$) función *B-Spline* de orden p . Su valor es distinto de cero sólo si t pertenece al intervalo $[T_s, T_{s+p+1}]$ y toma valor cero en el resto de casos. El número de subperiodos entre $t=0$ y el mayor vencimiento de los bonos de la muestra es m . Por ello, se requieren $p+m$ funciones *B-Spline*. Los extremos de cada intervalo temporal $[T_s, T_{s+1}]$ se denominan nudos. El número de nudos requerido será de $2p+m+1$.

El número de nudos del intervalo es una cuestión a tener en cuenta, ya que un incremento de los mismos produce una mayor flexibilidad de la curva resultante, pero un exceso de ellos provoca una pérdida de suavidad; por el contrario un número demasiado bajo de nudos no ajusta la curva de forma adecuada. Se observa que la elección del número de nudos en la construcción de *splines* implica una incompatibilidad entre dos de las características más importantes en la estimación de la ETTI: ajuste y suavidad, por ello su determinación debe resolverse mediante el uso de métodos *ad-hoc*. Con posterioridad se analizarán algunos trabajos que centran su estudio en el número de nudos y su posicionamiento.

A continuación se mencionan brevemente algunos de los trabajos más interesantes. Se seguirá un orden cronológico, aunque en ocasiones no sea exhaustivo debido a la relación de unos trabajos con otros a lo largo del tiempo.

McCulloch (1971) fue el primero que utilizó las funciones *splines* en el ajuste de la ETTI. En dicho trabajo utiliza *splines* polinómicas de segundo grado para ajustar la función de descuento. La curva obtenida con este método no resultó del todo suave por lo que, McCulloch (1975), elevó el grado del *spline* empleando funciones *splines* polinómicas cúbicas. Sin embargo, el empleo de *splines* cúbicos dotaba a la curva de tipos *forward* de mayor suavidad a costa de producir, en ocasiones, tipos *forward* negativos¹⁴.

Otra metodología utilizada paralelamente a la introducción de las *splines* con el fin de evitar el problema puesto de manifiesto en McCulloch (1975) en relación al uso de las *splines* polinómicas en el ajuste de la función de descuento y, en concreto, a su comportamiento rígido, ha sido la utilización de las aproximaciones polinomiales de Bernstein¹⁵.

En esta línea, Schaefer (1981) utiliza la metodología desarrollada en Schaefer (1979) en la que las funciones utilizadas son derivaciones de funciones polinomiales tipo Bernstein cuyas combinaciones positivas aproximan funciones monótonas decrecientes con suficiente precisión y dan lugar a aproximaciones considerablemente mejores de las curvas de tipos *forward* que de ellos se derivan. Sin embargo, tal y como apunta Shea (1984), tampoco garantizan la estabilidad de la curva de tipos *forward*,

¹⁴ Entre los trabajos que critican esta especificación cabe destacar: Vasicek y Fong (1982), Shea (1984), Steely (1991) y en el caso español Núñez (1995).

¹⁵ De Boor (1978) demuestra que la aproximación de una función en un intervalo $[a, b]$ utilizando *B-Splines* es equivalente a una aproximación polinomial Bernstein en donde $n=k$ y $[a, b] = [0, 1]$

pudiendo presentar cambios muy acusados en su tramo a corto plazo. Este modelo no ha sido tan estudiado como el propuesto por McCulloch (1971)¹⁶.

Vasicek y Fong (1982), basándose en el hecho de que la función de descuento suele adoptar expresiones de tipo exponencial abordan la estimación de esta función mediante la utilización de funciones *splines* exponenciales. En concreto, realizan una transformación del argumento de la función de descuento $v(t)$, que es aproximadamente exponencial respecto al tiempo, en una función aproximadamente potencial, $G(x)$, respecto de la nueva variable.

Proponen la siguiente transformación:

$$t = -\alpha^{-1} \ln(1 - x), \quad 0 \leq x \leq 1, \quad (55)$$

siendo α una constante¹⁷, por lo que $G(x)$ queda definida como:

$$G(x) \equiv v(t) = v(-\alpha^{-1} \ln(1 - x)). \quad (56)$$

El modelo queda definido inicialmente a partir de la función de descuento incorporando, además, un ajuste para recoger el efecto impositivo (Q) y la posibilidad de cancelación anticipada (W)¹⁸:

¹⁶ Entre otras cosas, porque este último trabajo se centró principalmente en analizar la carga impositiva sobre los cupones y ganancias de capital obtenidas en las inversiones en bonos más que en el propio modelo.

¹⁷ A representa el valor de los tipos de interés *forward* cuando t tiende a infinito. Véase Contreras *et al* (1996)

¹⁸ Concretamente Q_i es la disminución en el precio del título k debida al efecto impositivo y W_k representa la disminución en el precio del título k debida a la amortización anticipada.

$$P_k = 100 \cdot v(t_n) + \sum_{j=1}^n I_k \cdot v(t_j) - Q_k - W_k + \varepsilon_k \quad (57)$$

Esta ecuación se reescribe utilizando la función transformada $G(x)$ expresada como combinación lineal de una base de *splines* polinomiales cuyos parámetros se estiman por mínimos cuadrados. Los parámetros así estimados dependen del valor de α , que se optimiza posteriormente utilizando procedimientos numéricos.

El trabajo de Vasicek y Fong (1982), a pesar de su importante aportación a la modelización de la ETTI ha sido duramente criticado por otros investigadores¹⁹ debido, principalmente, a la ausencia de análisis empíricos que corroboren sus afirmaciones y a la falta de transparencia en algunos aspectos de la metodología.

Shea (1984), pone de manifiesto en su trabajo algunos inconvenientes de las funciones *splines* utilizadas por McCulloch (1971) y por Vasicek y Fong (1982) en la estimación suave de la ETTI. Siendo uno de ellos la multicolinealidad existente en la matriz de regresión. Para evitarlos, lo que propone es la utilización de las bases *B-Splines* definidas anteriormente.

La propuesta de Shea (1984), es compartida por Steely (1991), quien además de recomendar el uso de las *B-Splines* reproduce todos los pasos necesarios para su construcción a través de un ejemplo muy ilustrativo.

Steely (1991) aproxima la función de descuento $v(t)$, a través de una combinación lineal de m funciones *B-Splines* cúbicas:

¹⁹ Véase Shea (1984) y Deacon y Derry (1994).

$$v(t) = \sum_{j=1}^m \beta_j \cdot B_j^3(t) \quad (58)$$

Este autor define los *B-splines* tomando nodos extra fuera del intervalo temporal, es decir p nodos por encima y p nodos por debajo, siendo p el grado del *B-spline*. Además, sólo considera natural restringir la función de descuento en su origen para que tome valor unitario, a pesar de la facilidad de las bases *B-splines* para incorporar restricciones a la forma y nivel de la función ajustada resultante, que es precisamente lo propuesto por Shea (1984).

El Banco de Inglaterra (Mastronikola 1991) define una función polinómica cúbica para cada subintervalo de la función de rendimientos par, introduciendo las restricciones de igualdad del valor de las funciones contiguas en los nudos y de las dos primeras derivadas para conseguir suavidad en la curva ajustada. Impone, asimismo, dos restricciones a cada función. La primera en el extremo del corto plazo, que supone que la segunda derivada sea nula, lo que implica pendiente constante. La segunda, en el largo plazo, que implica la primera y la segunda derivadas nulas, es decir una curva plana. Esta metodología es similar a la de Vasicek y Fong (1982).

Fisher *et al.* (1995) aproximan la curva de tipos *forward* mediante *splines* que denominan “suaves” utilizando como base una *B-Spline* cúbica. Esa suavidad se consigue con la incorporación de una penalización por variabilidad materializada en un solo parámetro. Un incremento en la penalización reduce el número de parámetros del *spline*, de tal forma que son los datos los que determinan el número de parámetros apropiados del *spline*. La especificación matemática de suavidad que utilizan es la

definida con anterioridad por Adams y Van Deventer (1994), excepto por la aparición de la constante λ .

$$Z = \lambda \cdot \int_0^T [f''(s)]^2 \cdot ds \quad (59)$$

Un inconveniente a tener en cuenta en los métodos de Adams y Van Deventer (1994) y de Fisher *et al.* (1995) es que la penalización reduce el comportamiento oscilatorio, pero reduce la precisión del ajuste.

Frishling y Yamamura (1996) parten del trabajo de Adams y Van Deventer (1994) desarrollando una metodología para suavizar las curvas de tipos *forward* usando precios observados de los bonos de Estado australiano. Utilizan un método no-paramétrico con el que estudian la sensibilidad de los tipos *forward* con la naturaleza de los datos utilizados, para lo que dividen la muestra en tres grupos (cupones altos, cupones bajos y bonos con vencimientos periódicos). Los resultados muestran una alta sensibilidad de los tipos *forward* con los datos.

Bliss (1996) estudia el modelo presentado por Fisher *et al.* (1995) y considera que se podrían obtener mejores resultados si λ dependiese del vencimiento, en concreto si $\lambda(t)$ fuese creciente para t . Waggoner (1997) sigue sus indicaciones y trabaja con un parámetro de penalización variable entre vencimientos. Especifica una penalización pequeña en el corto plazo y un valor mayor en el largo, permitiendo, que en el tramo corto exista la flexibilidad suficiente, pero que en el largo no se produzcan movimientos oscilatorios. Posteriormente Anderson y Sleath (2001) adaptan la propuesta de

Waggoner (1997) al mercado de Deuda Pública del Reino Unido²⁰. Este método recibe el nombre de VRP (del inglés *Variable Roughness Penalty*) y es el utilizado en la actualidad por el Banco de Inglaterra.

Kwon (2002) establece un marco teórico y numérico para la construcción “suave” de las curvas de tipos *forward* instantáneos. En particular, presenta una caracterización explícita de las curvas *forward* óptimas, materializada en las ecuaciones diferenciales ordinarias que éstas deben satisfacer, así como la técnica empleada para la construcción de las mismas. Este autor observa que las restricciones impuestas a las curvas por los tipos de interés observados en el mercado a menudo provocan que estas no sean todo lo suaves que se desearía. Esto es debido a la elección arbitraria de los tipos de mercado usados en la estimación. Este autor proporciona una técnica efectiva “suave” de obtención de los tipos de mercado óptimos, dentro de la horquilla *bid-ask*, de los que se obtiene la curva de tipos más suave posible.

Lin (2002) aplica *B-Splines* en la estimación de tipos de interés tomando como muestra los bonos del Estado de Taiwán. Este autor realiza un trabajo muy interesante ya que analiza como la posición de los nudos afecta al ajuste de los precios. De este trabajo se pueden extraer varias conclusiones: primero llega a razonamientos muy similares a los de Steeley (1991) en cuanto a la partición del intervalo temporal para la determinación del número de nudos y de *B-Splines* a utilizar; y segundo, concluye para los cuatro procedimientos utilizados en estimación con *B-Splines* que los errores en precios no son muy sensibles a cambios en el posicionamiento de los nudos siguiendo la

²⁰ Dadas las diferentes características del mercado americano de Deuda Pública consideran $\lambda(t)$ una función continua de tres parámetros.

metodología *ad-hoc*, pero que esos errores disminuyen al usarse el proceso de búsqueda propuesto por él.

Ramponi (2003) centra su trabajo en la localización de nudos al trabajar con *splines*. Desarrolla dos algoritmos adaptables, de forma que la estimación final pueda realizarse mediante métodos clásicos y conocidos. Los algoritmos que utiliza son el determinista “voraz” y su versión aleatoria. Tras realizar un estudio sobre precios reales concluye que el primero posee dos cualidades deseables, ajusta bien y el tiempo de computación es bajo.

Hagan y West (2004) realizan un recorrido por distintas metodologías de estimación de tipos de interés, aportando ellos, al final, dos nuevas propuestas. La primera consiste en un *spline* convexo monótono, al que exigen muchas restricciones. El segundo método propuesto supone minimizar una función de penalización (compuesta por la suma de cuadrados de las variaciones de las primeras derivadas de los nudos). Este segundo método no parece muy adecuado porque no garantiza que los *forward* sean positivos.

Jarrow *et al.* (2004) estiman la ETTI basándose en bonos corporativos, en lugar de hacerlo sobre bonos del Tesoro. Generalizan el modelo de Fisher *et al.* (1995) para la deuda corporativa, añadiéndole un diferencial a la ETTI así obtenida. Este diferencial sería la prima que exigen los inversores por comprar un bono corporativo, ya que éste resulta más arriesgado y menos líquido que un bono del Estado.

En definitiva, el abanico de trabajos y metodologías propuestas es muy amplio y dentro del mismo parece que los esfuerzos han estado más centrados en los trabajos basados en *splines*. Esto se ha debido a que, en algunos casos, estos modelos ajustan mejor y por lo tanto son más útiles a la hora de valorar financieramente los distintos activos. Sin embargo, los métodos basados en formas funcionales simples o paramétricos presentan una serie de ventajas frente a los *splines* que los hacen muy atractivos para estimar la ETTI. Entre esas ventajas podemos destacar las siguientes:

- Los parámetros de los modelos tienen significado económico, lo que facilita la interpretación de los resultados obtenidos.
- No tienen el riesgo de sobreparametrización que tienen los modelos basados en *splines*. Este problema, que surge al trabajar en distintos tramos, puede llevar a *forward* negativos lo que podría conducir a análisis erróneos.
- Los bancos centrales para evitar el problema anterior optan, en su mayoría, por utilizar en sus estimaciones modelos de tipo paramétrico (tabla 1.3).
- Es más sencillo trabajar con métodos paramétricos que con *splines*, entre otras cosas, porque se elimina toda la problemática del posicionamiento de los nudos. La mayoría de los métodos basados en *splines* ha mostrado gran sensibilidad respecto a la selección y posicionamiento de los nudos.

Tabla 1. 3. Métodos de estimación utilizados por los principales bancos centrales

Banco Central	Modelo
Bélgica	Svensson/Nelson y Siegel
Canadá	Spline exponencia
Finlandia	Nelson y Siegel
Francia	Svensson/Nelson y Siegel
Alemania	Svensson
Italia	Nelson y Siegel
Japón	Spline suavizado
Noruega	Svensson
España	Svensson
Suecia	Spline suavizado/Svensson
Suiza	Svensson
Reino Unido	VRP
EE.UU	Spline suavizado

Fuente: BIS 2005.

Por todas estas ventajas la tendencia de los trabajos aparecidos en los últimos años parece retornar hacia la utilización de modelos paramétricos de estimación frente a los *splines*, sobre todo a partir de la publicación de un artículo de Diebold y Li (2006) en el que se realizaban predicciones precisas de la estructura temporal partiendo del modelo de Nelson y Siegel (1987).

Además, son muchos los trabajos que comparan diversos métodos para ver empíricamente cuál aproxima mejor la ETTI. En este punto el volumen de trabajos es muy elevado y sus características muy heterogéneas, lo que no siempre permite obtener conclusiones de forma clara. Sin embargo, en lo que a comparación entre *splines* y modelos paramétricos se refiere, la mayoría obtienen mejores resultados con estos últimos.

Todas estas razones motivan que para la estimación que se realizará en este trabajo se usen métodos paramétricos. Concretamente los modelos propuestos por Nelson y Siegel (1987), su versión extendida de Svensson (1994) y el modelo paramétrico presentado por Mansi y Phillips (2001) aún no aplicado al mercado español de Deuda Pública. Todo esto se verá con más detalle en el capítulo segundo.

Capítulo Segundo

Estimación de la ETTI en el mercado español con modelos basados en formas funcionales simples

Tal y como se ha constatado en el capítulo anterior, no existe una metodología generalmente aceptada para la estimación de la ETTI. Por el contrario, existen una gran cantidad de metodologías propuestas para tal finalidad que hemos clasificado en métodos basados en *splines* y formas funcionales simples. Este capítulo está dedicado a la estimación de la ETTI en el mercado español con modelos basados en formas funcionales simples con el fin de poder determinar la existencia, o no, de un claro predominio de una de las funciones utilizadas frente al resto.

En este contexto, cabe resaltar que en los últimos años han aparecido trabajos dedicados a comparar empíricamente distintas metodologías de estimación de la ETTI, comprobando empíricamente las bondades de unas frente a otras. De dichos trabajos, aunque sus resultados no sean directamente comparables por las muchas diferencias

existentes en sus respectivas metodologías y aplicaciones, las distintas variables y fuentes de datos empleadas, los distintos tratamientos fiscales de los bonos y la distinta liquidez de los títulos utilizados, entre otras; algunas conclusiones aunque sean de tipo generalista se obtienen de la revisión de los mismos a la que se dedica el siguiente apartado.

Estas conclusiones servirán de argumento, entre otros, en la elección de las funciones simples utilizadas en el trabajo empírico, metodologías que se explicarán con un detalle mayor antes de ser aplicadas al mercado español para, así, obtener los resultados que nos permitirán alcanzar el objetivo antes propuesto.

2.1. COMPARATIVAS DE MÉTODOS DE ESTIMACIÓN DE LA ETTI.

Entre los trabajos de corte empírico en los que se lleva a cabo una comparativa de distintas metodologías de estimación de la ETTI, incluso sin ser éste su objetivo, destaca el de Bliss (1996). En él, el autor realiza una comparativa rigurosa, además de pionera, entre cinco métodos distintos de estimación basados en *splines* y en formas funcionales simples.

La principal aportación de este trabajo empírico, en relación con el que se va a realizar en este capítulo, consiste en demostrar que la medición de errores realizada fuera de la muestra complementa al realizado dentro de la misma, poniendo en evidencia los problemas que conlleva sólo realizar esta última.

Aunque Bliss (1996) no parece estar interesado en ver cuál de ellos produce mejor resultado, en el contexto de nuestro trabajo resulta interesante resaltar que el que peor resultado produce es uno de los métodos basados en *splines*²¹. Sin embargo, justifica este peor resultado por el parámetro de penalización que incluye ese método y sugiere que lo que convendría sería hacer depender al mismo del vencimiento, de tal forma que $\lambda(t)$. Para las estimaciones realizadas, utiliza bonos del Estado americanos y la frecuencia con la que trabaja es mensual.

Malz (1998) utiliza los métodos propuestos por Nelson y Siegel (1987) y Svensson (1994) para realizar estimaciones de la ETTI, con la novedad de basarse en datos procedentes de los créditos interbancarios²². Este autor justifica el uso de estos instrumentos en su mayor liquidez frente a los títulos emitidos por el Estado aunque no tiene en cuenta que esos datos incorporan primas de riesgo. Realiza estimaciones de la ETTI para distintos países, y, aunque el trabajo se centra más en analizar los resultados obtenidos entre países que en los métodos utilizados en la estimación, obtiene un mejor ajuste con el método de Svensson (1994).

Otro trabajo a destacar es el de Ioannides (2003), que toma como referencia el artículo de Bliss (1996) y analiza los siete métodos de estimación siguientes: 2 modelos paramétricos (Nelson y Siegel (1987) y Svensson (1994)); el modelo de *spline* cúbico de McCulloch (1975); 3 modelos de *B-Splines* no paramétricos y por último el método VRP desarrollado por Anderson y Sleath (2001)²³.

²¹ Se trata del método propuesto por Fisher *et.al* (1995), véase página 72.

²² Concretamente se basa en los tipos de interés de los eurodepósitos y en los tipos de interés de los *swaps*.

²³ El método VRP es el propuesto por Anderson y Sleath (2001), véase página 73.

Para cada día observa siete curvas de la ETTI obtenidas a partir de los bonos emitidos por el Reino de Inglaterra en el período enero 1995- enero 1999, desestimando los datos procedentes del mercado interbancario por considerar que incluyen primas de riesgo. Compara las estructuras temporales estimadas a través de las diferencias entre el error absoluto medio, calculado dentro y fuera de la muestra, concluyendo que para las pruebas realizadas dentro y fuera de la muestra los modelos que mejor ajustan son los paramétricos (Svensson (1994) y Nelson y Siegel (1987)), seguidos del que incorpora la penalización. Este trabajo completa al de Bliss (1996), puesto que analiza más métodos y obtiene resultados más concluyentes.

Jordan y Mansi (2000) estiman la ETTI utilizando como datos las rentabilidades de los títulos *ontherun* y las rentabilidades a vencimiento constante (rentabilidades par). Estos autores utilizan los métodos de Nelson y Siegel (1987) y un *spline* cúbico para llevar a cabo su análisis, comparando ambos en base al ajuste de precios. Las pruebas realizadas tanto dentro como fuera de la muestra indican que aproxima mejor la ETTI el uso de las rentabilidades de los *ontherun* y la metodología propuesta por Nelson y Siegel (1987).

Anderson y Sleath (2001) comparan cuatro métodos de estimación alternativos de la ETTI. Los métodos son Nelson y Siegel (1987); Svensson (1994); Fisher *et al.* (1995) y el método VRP propuesto por ellos mismos a partir de la propuesta de Waggoner (1997). La comparación entre métodos se centra en el análisis de los siguientes criterios: suavidad, flexibilidad y estabilidad. Para analizar los mismos observan las curvas ETTI estimadas. Los resultados que obtienen muestran que el método de Svensson (1994) es el que menores errores produce fuera de la muestra, sin

embargo observan que su estabilidad no es muy buena. Por eso deciden quedarse con el método VRP propuesto por ellos que resulta más estable.

Subrahmanyam (2001) tiene como objetivo la obtención de un método que proporcione un buen ajuste en precios cuando se trabaja en mercados con muy pocos títulos líquidos. Propone utilizar una función para minimizar el error en precios que incorpore ponderaciones basadas en la liquidez. Prueba este sistema de ponderaciones para cuatro métodos de estimación: Nelson y Siegel (1987); Svensson (1994); Un *spline* cúbico y un *spline* cúbico con una penalización. Los resultados del análisis que este autor realiza sobre los bonos del Estado de la India, muestran que los resultados mejores los proporcionan los métodos de Nelson y Siegel (1987) y Svensson (1994).

Jordan y Mansi (2003) realizan una comparación de cinco métodos de estimación, que son: un *spline* lineal, un *spline* cúbico, el método de Nelson y Siegel (1987), el de Diament (1993) y el de Mansi y Phillips (2001). Usan muestras de bonos simuladas y reales para examinar las fuentes de los posibles errores producidos en dichos modelos. Así, pueden observar los efectos de los errores de estimación y los errores aleatorios de los precios de los bonos estimados. Para cada modelo estudian los errores de estimación de los tipos *forward* y *spot*, así como los errores de estimación de los precios de los bonos con cupón.

Los resultados a los que llegan Jordan y Mansi (2003) para las 60 muestras sugieren que el método que mejor estima para todos los vencimientos es el de Mansi y Phillips (2001). Los errores obtenidos con este método son más pequeños que los obtenidos por Nelson y Siegel (1987), aunque las diferencias no son estadísticamente

diferentes excepto para algunos rangos de vencimientos. El método que peores resultados produce para todos los vencimientos es el *spline* lineal.

También existen trabajos en los que se comparan distintos métodos de estimación de la curva usando datos específicos de mercados financieros españoles. Entre los más representativos podemos destacar los siguientes:

Urrutia *et al.* (1995)²⁴, realizan un estudio comparativo del método de Nelson y Siegel (1987) con los métodos de Svensson (1994), de McCulloch (1975) y de Vasicek y Fong (1982). Entre los modelos basados en funciones *splines* el modelo de Vasicek y Fong (1982)²⁵ produce mejores resultados que el propuesto por McCulloch (1975).

Núñez (1995) compara las estimaciones de Nelson y Siegel (1987), Svensson (1994) y McCulloch (1975) obtenidas con datos de precios del mercado de deuda del Estado. En general obtiene mejores resultados con Nelson y Siegel (1987) y Svensson (1994) que con McCulloch (1975). Ambos métodos dan lugar a estructuras temporales estimadas muy similares entre sí la mayor parte de los días analizados. Sin embargo, para el corto plazo el método de Svensson (1994) consigue un mejor ajuste²⁶, aunque sólo analiza los errores dentro de la muestra. Hubiera resultado conveniente analizar también los errores fuera de la muestra para descartar que esos mejores resultados se deban a una sobreparametrización del modelo.

²⁴ Un repaso muy completo a los trabajos de estimación de la ETTI en el mercado español anteriores a este puede verse en Nave (1998).

²⁵ Otros trabajos ya habían contrastado este modelo en el mercado español: Contreras y Navarro (1993), Contreras, Ferrer, Navarro y Nave (1994), Navarro, Ferrer y Nave (1995).

²⁶ Minimizando la suma de errores en TIR al cuadrado.

Morini (1998) realiza estimaciones de la ETTI para el mercado español de Deuda Pública con los principales modelos de estimación conocidos, entre los que también se encuentran Nelson y Siegel (1987) y Svensson (1994). Este es un trabajo muy completo desde el punto de vista de la cantidad de métodos contrastados. En cuanto a los resultados obtenidos en el mercado español de Deuda Pública con los métodos de Nelson y Siegel (1987) y Svensson (1994) resalta la inestabilidad de los parámetros con ambos métodos. Sin embargo, la propia autora, a la vista de los resultados obtenidos por otros autores²⁷, atribuye ese problema a la escasez de datos de su muestra. Morini (1998), al igual que Nuñez (1995) no analiza los errores fuera de la muestra de estimación.

En síntesis, siendo muchos los trabajos que se dedican a realizar comparativas entre métodos de estimación, aquí se han repasado aquellos que resultaban interesantes en algún modo para el estudio que posteriormente se realizará. Aunque todos ellos son muy heterogéneos, tanto en sus planteamientos como en sus conclusiones específicas, sin embargo, ofrecen ciertas conclusiones de tipo general:

En primer lugar, que al comparar varios métodos de estimación resulta necesario medir los errores dentro y fuera de la muestra. Conformarse con calcular los errores dentro de la muestra haría que los resultados se vieran afectados por la posible sobreparametrización del modelo. La mayoría de los trabajos analizados calculan ambos errores, aunque en el mercado español no se tiene constancia de que se haya realizado un análisis de errores cometidos en la valoración de bonos fuera de la muestra de estimación con el propósito de comparar varios métodos de estimación.

²⁷ Nuñez (1995).

En segundo lugar, los métodos basados en funciones simples proporcionan muy buenos resultados superando a los *splines* en muchas de las comparaciones realizadas. Esto se ha observado también en el mercado español, concretamente en Nuñez (1995).

También se observa que la mayoría de trabajos utilizan datos del mercado de Deuda Pública, frente a la alternativa de trabajar con datos del mercado interbancario, para no incluir en sus estimaciones las primas de riesgo que incorporan estos últimos o incluir su modelización en la comparación de metodologías.

2.2. LA ELECCIÓN DE LOS MÉTODOS PARA LA ESTIMACIÓN

En el resto del capítulo se va a proceder a la comparación de los métodos de estimación de la ETTI de Nelson y Siegel (1987), Svensson (1994) y Mansi y Phillips (2001). Esta comparación, es similar a la realizada en Jordan y Mansi (2003), que se basaba en los modelos de Nelson y Siegel (1987) y el de Mansi y Phillips (2001). Sin embargo, dicho estudio no incluía el modelo de Svensson (1994), que algunos trabajos, como Nuñez (1995) consideran superior al de Nelson y Siegel (1987). Además, este último modelo es el habitualmente utilizado por el Banco de España y el Banco Central Europeo (BCE), entre otros bancos centrales tal y como se comenta a continuación.

La elección de los métodos de Nelson y Siegel (1987) y Svensson (1994) se justifica por varios motivos:

- Su utilización en el pasado y en la actualidad por gran parte de los bancos centrales, incluido el Banco de España

- El hecho de que ambos métodos son de referencia cuando se trata de estimar la estructura temporal. Esto se observa en el volumen de estudios que los incluyen, tanto a nivel nacional como internacional.

La mayoría de bancos centrales se inclinan por los modelos que aplican formas funcionales simples²⁸, concretamente tanto el modelo de Nelson y Siegel (1987) como el de Svensson (1994) son ampliamente utilizados para el análisis de política monetaria. El *Bank of International Settlements* informó, en un estudio reciente (BIS, 2005), que de los trece bancos que habitualmente comunican sus métodos de estimación de la curva al BIS, nueve utilizan Nelson y Siegel (1987) o Svensson (1994) para construir la curva de tipos cupón cero²⁹.

Ambos modelos se caracterizan por ser muy flexibles a la hora de reflejar los datos observados en el mercado. Así, pueden adoptar formas monótonas crecientes o decrecientes, con forma cóncava o convexa, en forma de S. Además son sencillos de interpretar en términos de política monetaria.

En cuanto a los países que aplican estos métodos cabe destacar Alemania, Francia, Suecia y España; países con larga tradición en la aplicación de estos dos métodos. Actualmente la mayoría de países de la Unión Monetaria Europea (UME) utilizan formas funcionales simples para estimar la ETTI. A todos estos se unen ahora

²⁸ Anderson *et al.* (1996).

²⁹ Véase tabla 1.3 del Capítulo Primero.

países como Colombia, que en los últimos años han visto como su mercado de deuda pública crecía en liquidez y transparencia y comienzan a preocuparse por obtener información sobre las expectativas del mercado sobre los tipos de interés y también aplican Nelson y Siegel (1987) o su versión extendida para estimar sus curvas de tipos de interés³⁰.

La segunda razón que justifica la elección de estos modelos en el presente trabajo es el volumen de investigaciones que los incluyen y que permiten dar una idea de su importancia en la materia. Los trabajos más representativos que sobre estos dos métodos han ido apareciendo en la literatura especializada ya se han comentado. Además, la mayoría de ellos concluyen que estos métodos paramétricos producen mejores resultados que sus competidores.

Otro hecho significativo es la aparición de una nueva oleada de trabajos que tienen al modelo de Nelson y Siegel (1987) como base. Estos trabajos recientes tuvieron como punto de partida el artículo de Diebold y Li (2006), en el cual demuestran que los parámetros del modelo de Nelson y Siegel (1987) sirven para realizar predicciones de la ETTI.

Estos autores lograron demostrar que el modelo predecía bien, especialmente en el largo plazo, a través de un procedimiento de estimación de dos pasos muy sencillo. En un primer paso estiman el modelo de Nelson y Siegel (1987) fijando el parámetro τ como constante para todos los periodos. A continuación usan modelos autorregresivos uni y multidimensionales para predecir el resto de parámetros. A pesar de que el modelo

³⁰ Para un mayor detalle de los distintos países y sus diferentes métodos de estimación véase Ruiz (2005).

de Nelson y Siegel (1987) es estático, lo que no permite obtener la evolución intertemporal de la ETTI, Diebold y Li (2006) comprueban que los coeficientes β_0 , β_1 y β_2 pueden ser interpretados como factores: β_0 , el factor del largo plazo, regiría el nivel de la curva de tipos, mientras que β_1 y β_2 lo hacen con la pendiente y la curvatura respectivamente. Posteriormente Mönch (2006a) confirma estos resultados.

Gimeno y Marqués (2008), Christensen *et al.* (2008) y Gimeno y Marqués (2009) parten de la metodología de Diebold y Li (2006) para la definición de modelos dinámicos afines³¹ en las que los factores latentes son sustituidos por los parámetros del modelo de Nelson y Siegel (1987), añadiendo la ausencia de oportunidades de arbitraje y la aversión al riesgo a la aproximación de Diebold y Li (2006).

Asimismo, otros trabajos aplican la versión dinámica del modelo de Nelson y Siegel (1987) para estudiar las interacciones entre la macroeconomía y la curva de tipos³². Diebold, *et al.* (2006a) lo aplican a la localización de fuentes de riesgo sistemático.

La elección del modelo de Mansi y Phillips (2001) se deriva del trabajo realizado por Jordan y Mansi (2003), en el que al compararlo con Nelson y Siegel (1987) concluían que el primero ofrecía mejores resultados. Sin embargo, ese resultado se obtenía usando como criterio la varianza del error cuadrático cometido, y no el ajuste en sí logrado. Además, no se incluía en ese análisis el método de Svensson (1994) que dentro de la familia de modelos a la Nelson y Siegel es el más utilizado por ofrecer mejores resultados, siendo el utilizado por el Banco de España en la actualidad.

³¹ Estos modelos incorporan variables macroeconómicas como factores determinantes de la ETTI.

³² Diebold *et al.* (2005), Diebold *et al.* (2006b) y Gimeno y Marqués (2008) y Gimeno y Marqués (2009).

2.3 LOS MÉTODOS UTILIZADOS PARA LA ESTIMACIÓN

A continuación se verá con más detalle los tres métodos que posteriormente se utilizarán en la estimación.

2.3.1 Nelson y Siegel (1987)

Su propuesta de aproximación se basa en el tipo *forward*. Así, Nelson y Siegel (1987) suponen que los tipos *forward* implícitos a cualquier plazo tienden asintóticamente hacia un cierto nivel, es decir que a largo plazo estos son casi idénticos.

Si el tipo de interés *forward* instantáneo $f(t)$, es la solución a una ecuación diferencial de segundo orden cuyo polinomio característicos tiene raíces reales distintas, se tiene que:

$$f(t) = \beta_0 + \beta_1 \cdot e^{\left(\frac{-t}{\tau_1}\right)} + \beta_2 \cdot e^{\left(\frac{-t}{\tau_2}\right)} \quad (60)$$

en donde β_0 , β_1 y β_2 vienen determinadas por las condiciones iniciales y τ_1 y τ_2 son constantes temporales asociadas con la ecuación.

Esta ecuación genera una familia de curvas *forward* que recoge todas las posibles formas habituales de la ETTI, aunque el ajuste del modelo sugiere que está sobrep parametrizado. Los autores observan que modificaciones en el valor de τ_1 y τ_2 no

mejoraban el ajuste, así eliminan una de las constantes $\tau_1 = \tau_2 = \tau$. Y pasan a definir los tipos *forward* instantáneos a través de la ecuación siguiente:

$$f(t) = \beta_0 + \beta_1 \cdot e^{\left(\frac{-t}{\tau}\right)} + \beta_2 \cdot \frac{t}{\tau} \cdot e^{\left(\frac{-t}{\tau}\right)} \quad (61)$$

siendo τ , β_0 , β_1 y β_2 los parámetros a estimar.

Como se vio en el capítulo anterior, los tipos *spot* pueden expresarse como promedio de los *forward* instantáneos, por lo que la curva *spot* quedaría definida de la siguiente forma:

$$r(t) = \beta_0 + (\beta_1 + \beta_2) \cdot \left[\frac{1 - e^{\frac{-t}{\tau}}}{t/\tau} \right] - \beta_2 \cdot e^{\frac{-t}{\tau}} \quad (62)$$

Por tanto la función de descuento sería:

$$v(t) = e^{-t \cdot r(t)} \quad (63)$$

Al sustituir el valor de $r(t)$ esa función quedaría:

$$v(t) = e^{-t \cdot \left[\beta_0 + (\beta_1 + \beta_2) \cdot \left[\frac{1 - e^{\frac{-t}{\tau}}}{t/\tau} \right] - \beta_2 \cdot e^{\frac{-t}{\tau}} \right]} \quad (64)$$

Para estimar los coeficientes utilizan un método iterativo de búsqueda del mejor valor de τ mientras que el resto de coeficientes han sido estimados utilizando una regresión lineal por mínimos cuadrados.

Nelson y Siegel (1987) consideran que β_0 representa la contribución del componente al largo plazo, β_1 la del componente a corto plazo y β_2 la del componente a medio plazo. El parámetro τ representa la tasa a la que el tipo *forward* instantáneo se aproxima a su valor asintótico.

La principal ventaja del modelo está a la hora de realizar predicciones en los precios de los títulos, aunque reconocen que el ajuste no es tan bueno como el de los modelos que utilizan más parámetros (como los polinómicos).

Los autores del modelo proponen la contrastación del mismo empleando mínimos cuadrados ordinarios, pero también es posible utilizar técnicas de estimación no lineales (mínimos cuadrados no lineales o máxima verosimilitud).

Interpretación de los parámetros

Una de las ventajas que tiene este modelo frente a otros es el significado económico de sus parámetros. Para valores muy pequeños y muy grandes de t la función tiende a³³:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \beta_0 \quad (65)$$

³³ Supuesto $\tau > 0$. Esta es una condición del modelo para que la función sea convergente a largo plazo.

$$\lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \beta_0 + \beta_1 \quad (66)$$

Como se observa, β_0 está midiendo el tipo a largo plazo y, por lo tanto su valor debe ser siempre positivo. Para el corto plazo, la función toma el valor $\beta_0 + \beta_1$, suma que estaría representando el tipo a muy corto plazo. De estos resultados se deduce que β_1 está midiendo un diferencial entre el tipo a corto y a largo plazo. Si se llama al tipo a corto z , este se obtiene como suma de $\beta_0 + \beta_1$, y despejando:

$$\beta_1 = z - \beta_0 \quad (67)$$

Expresión que muestra que β_1 es el *spread* o diferencial existente entre el tipo de interés a corto y el tipo de interés a largo plazo.

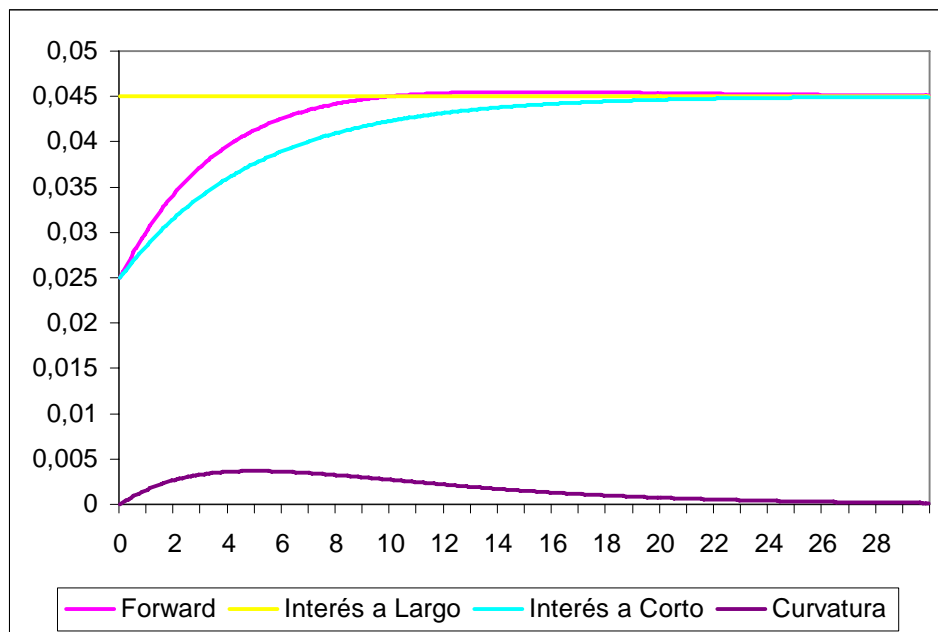
Los otros dos parámetros (β_2 y τ) son más difíciles de interpretar. Su efecto desaparece a vencimientos a muy corto y a muy largo plazo. Dado que la curvatura de la función se pone de manifiesto en vencimientos intermedios son estos parámetros β_2 y τ los que recogen esta particularidad. Estos dos parámetros son responsables de la curvatura de la curva.

El parámetro β_2 determina la magnitud y la forma de la curvatura. Si β_2 es positivo la curva tendrá un máximo interior, si β_2 es negativo existirá un mínimo interior.

La tasa a la que el tipo *forward* instantáneo se aproxima a su nivel asintótico β_0 depende del parámetro τ . Un incremento en τ desplaza la curvatura hacia la derecha, de forma que cuanto mayor sea τ más lento tenderá el tipo de interés hacia β_0 . El parámetro τ sólo puede tomar valores positivos con el fin de posibilitar la convergencia a largo plazo de β_0 .

En los gráficos 2.2, 2.3 y 2.4 se muestra como cambia la forma de la curva variando el valor de cada parámetro para ver su efecto sobre la curva *forward*.

Gráfico 2.1. Curva modelo de Nelson y Siegel y sus componentes

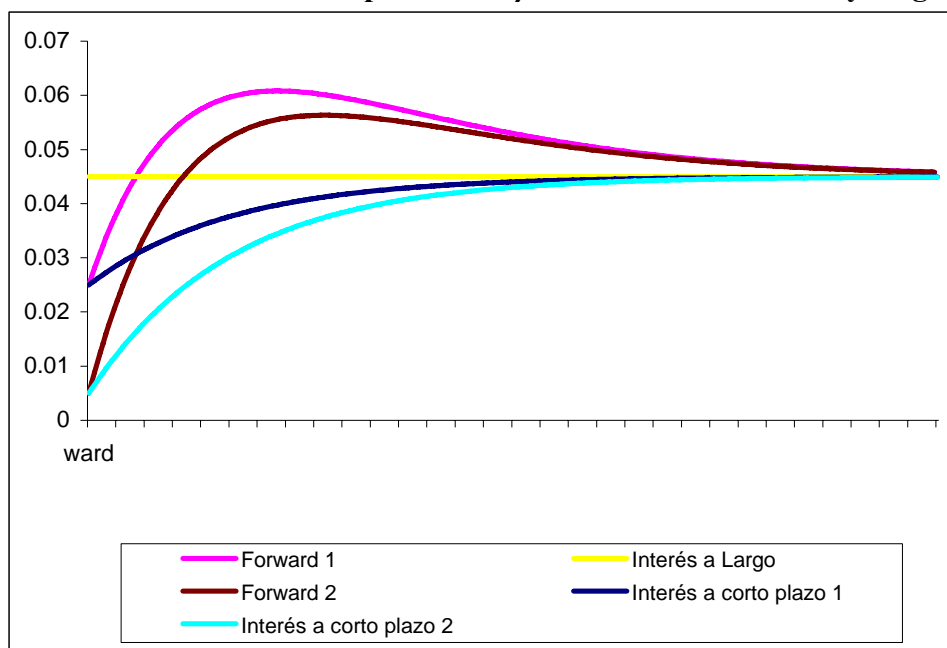


$$\beta_0 = 0,045; \beta_1 = -0,02; \beta_2 = 0,01 \text{ y } \tau = 5.$$

En el gráfico anterior (2.1) se puede observar que la curva de color rosa representa la curva de tipos *forward*. La línea amarilla representa al parámetro β_0 , que es el valor asintótico de los *forward*. La curva azul sería la curva *forward* si β_2 fuera cero; finalmente la curva de color morado representa el efecto que ejerce β_2 sobre la curva a cada plazo.

En el gráfico 2.2 se puede ver cómo varía la curva forward y el diferencial de intereses al cambiar el valor del parámetro β_1 , dejando constante el valor de los demás.

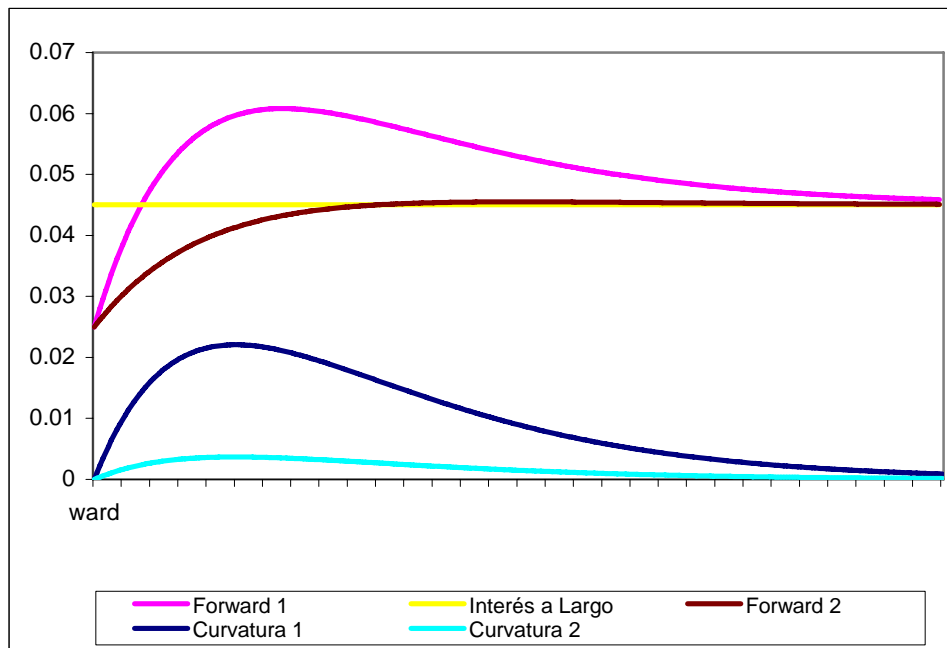
Gráfico 2.2 Variación del parámetro β_1 del modelo de Nelson y Siegel.



Los intereses a corto 1 y la curva *forward* 1 se han calculado para un valor de $\beta_1 = -0,02$; mientras que para los intereses a corto 2 y para la curva *forward* 2 el valor de $\beta_1 = -0,04$

Esta variación en el parámetro β_1 vemos que afecta a los tipos de interés a corto plazo, desplazando la curva que mide esos intereses hacia abajo y por lo tanto aumentando el diferencial con los tipos a largo que permanecen constantes. Como consecuencia de esto la curva *forward* también se desplace en el mismo sentido.

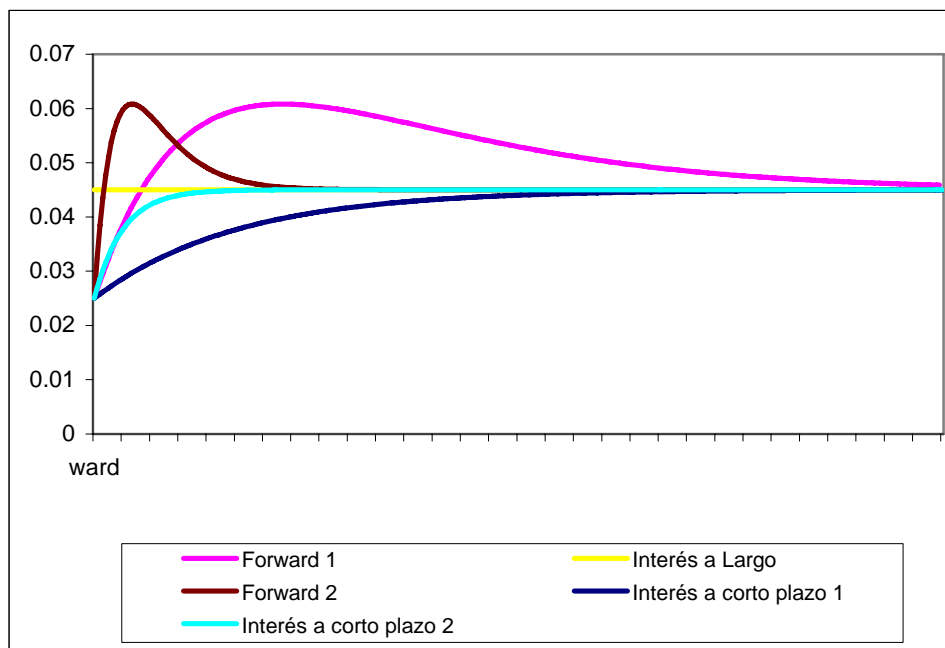
Si ahora modificamos el valor de β_2 , veremos el efecto que esto tiene sobre la curvatura y sobre la curva *forward* (gráfico 2.3).

Gráfico 2.3. Variación del parámetro β_2 del modelo de Nelson y Siegel

En este caso la curvatura 1 y la curva *forward* 1 se han calculado para $\beta_2 = 0,06$; mientras que, para la curvatura 2 y para el *forward* 2, $\beta_2 = 0,01$. En este gráfico se aprecia claramente cómo aumenta la curvatura con β_2 y por lo tanto cómo esta variación afecta a la forma de la curva *forward*.

Por último, al variar τ se observa como cambia la velocidad con la que los tipos *forward* tienden a su valor asintótico (gráfico 2.4).

El interés a corto 1 y el *forward* 1 se han obtenido para $\tau = 5$; mientras que el interés a corto 2 y la curva *forward* 2 se han calculado para $\tau = 1$. Con estos cambios, lo que se observa es la velocidad con la que la curva *forward* tiende a su valor asintótico β_0 . Claramente, cuanto mayor valor toma τ , menor velocidad de convergencia tienen tanto los tipos a corto como las curvas *forward*.

Gráfico 2.4 Variación del parámetro τ del modelo de Nelson y Siegel

2.3.2 Svensson (1994)

Svensson (1994) modifica el trabajo original de Nelson y Siegel (1987). Lo hace recuperando el segundo término, que los autores habían desechado y añadiéndole además otro parámetro constante τ_2 . La ecuación que define al *forward* instantáneo queda:

$$f(t) = \beta_0 + \beta_1 \cdot e^{-\frac{t}{\tau_1}} + \beta_2 \cdot \frac{t}{\tau_1} e^{-\frac{t}{\tau_1}} + \beta_3 \cdot \frac{t}{\tau_2} e^{-\frac{t}{\tau_2}} \quad (68)$$

Integrando la ecuación anterior entre $[0, t]$ y dividiendo entre t se obtiene la ecuación que relaciona el tipo de interés al contado con el vencimiento:

$$r(t) = \beta_0 + \beta_1 \frac{1 - e^{-t/\tau_1}}{\left(\frac{t}{\tau_1}\right)} + \beta_2 \left[\frac{1 - e^{-t/\tau_1}}{\left(\frac{t}{\tau_1}\right)} - e^{-t/\tau_1} \right] + \beta_3 \left[\frac{1 - e^{-t/\tau_2}}{\left(\frac{t}{\tau_2}\right)} - e^{-t/\tau_2} \right] \quad (69)$$

Y sustituyendo en la función de descuento se obtiene la siguiente expresión:

$$v(t) = \exp \left[-\beta_0 t - (\beta_1 + \beta_2) \tau_1 \left(1 - \exp \left(-\frac{t}{\tau_1} \right) \right) + \beta_2 t \exp \left(-\frac{t}{\tau_1} \right) - t \beta_3 \left(\frac{\tau_2}{t} \left(1 - \exp \left(-\frac{t}{\tau_2} \right) \right) - \exp \left(-\frac{t}{\tau_2} \right) \right) \right] \quad (70)$$

Siendo para este modelo τ_1 , τ_2 , β_0 , β_1 , β_2 y β_3 los parámetros a estimar. Svensson (1994) estima todos los parámetros a través de máxima verosimilitud, aunque considera que también podrían emplearse mínimos cuadrados no lineales o el método de los momentos.

Como señalan Gimeno y Nave (2009), el inconveniente principal del modelo es el problema de correlación entre los parámetros, que se ve amplificado con respecto al modelo de Nelson y Siegel (1987).

Interpretación de los parámetros

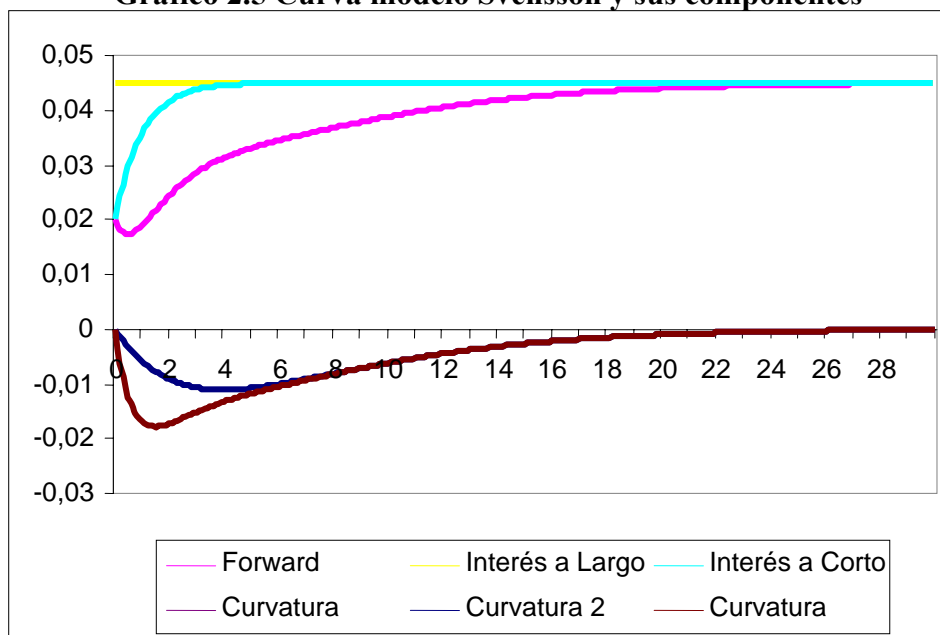
La interpretación de los parámetros τ_1 , β_0 , β_1 y β_2 es la misma que en el modelo de Nelson y Siegel (1987). En esta versión extendida, los parámetros τ_1 y τ_2 deben ser positivos, al igual que τ por las mismas razones de convergencia de la función. El

parámetro τ_2 está relacionado con la posición de la segunda curvatura. β_2 permite la primera curvatura en el corto plazo.

La interpretación del nuevo parámetro β_3 es equivalente a la del anterior β_2 , siendo la única diferencia entre ambos la pendiente de la curva a la que acompañan, que en el caso de β_3 está condicionada por τ_2 . La inclusión de este término adicional permite la existencia de más de un extremo, por lo que el modelo puede presentar, de manera simultánea, un máximo y un mínimo.

Gráficamente se observa mucho mejor la interpretación de los parámetros.

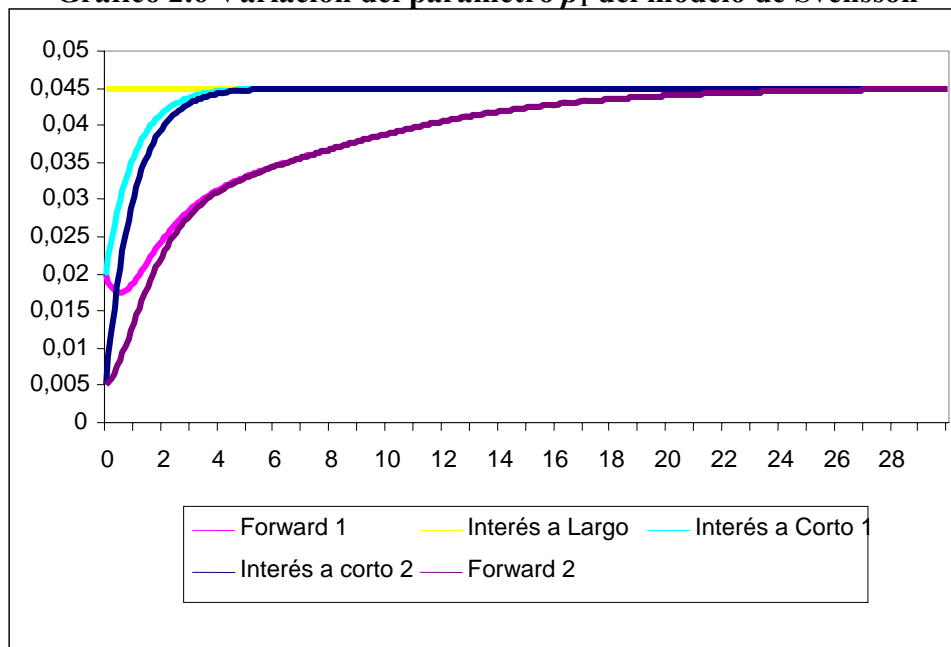
Gráfico 2.5 Curva modelo Svensson y sus componentes



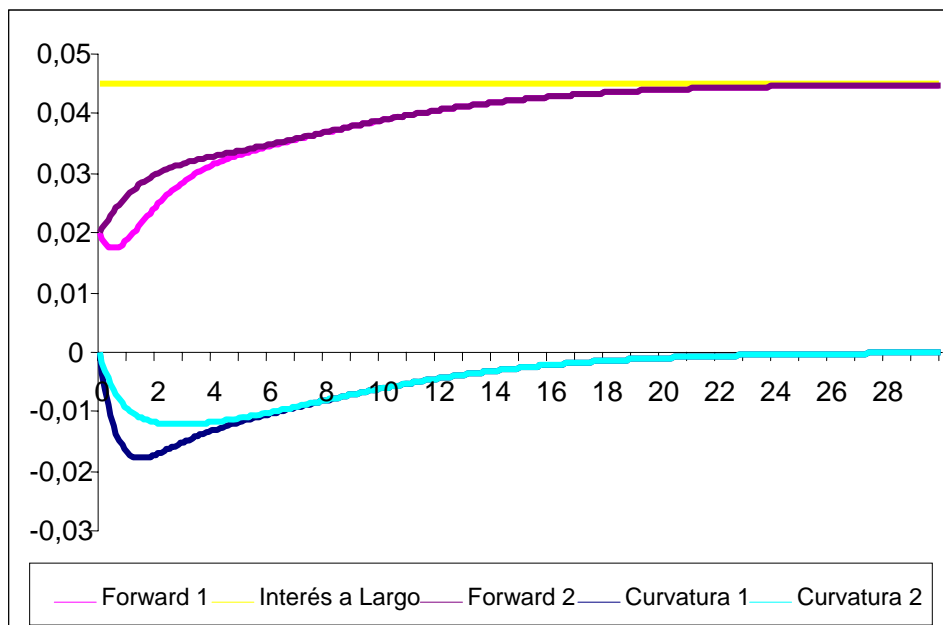
$$\beta_0 = 0,045, \beta_1 = 0,025, \beta_2 = \beta_3 = 0,03, \tau_1 = 1 \text{ y } \tau_2 = 4$$

En el gráfico 2.6, se puede comprobar cómo varían esas curvas al variar el parámetro β_1 . Así, se observa que las variaciones de β_1 afectan a los intereses a corto plazo y, por lo tanto, al diferencial con los intereses a largo. En este caso, los intereses a corto disminuyen como consecuencia de aumentar el diferencial con los tipos a largo (β_0). Ya que los intereses a corto 1 y el forward 1 se han calculado para un valor de $\beta_1 = -0,025$, mientras que los intereses a corto 2 y el forward 2 utilizan $\beta_1 = -0,04$.

Gráfico 2.6 Variación del parámetro β_1 del modelo de Svensson

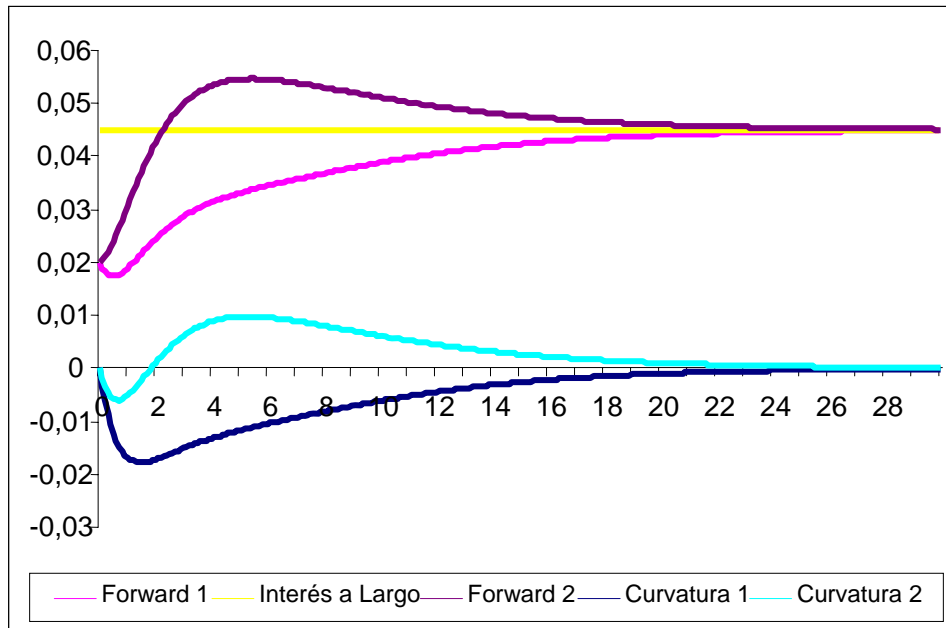


Las variaciones de β_2 afectan a la curvatura de la función (gráfico 2.7), en este caso la curvatura 1 se ha calculado para un valor de $\beta_2 = -0,03$ mientras que para la curvatura 2 $\beta_2 = -0,01$. Se observa que la curvatura de la función es menos acusada cuanto mayor es el valor del parámetro β_2 .

Gráfico 2.7 Variación del parámetro β_2 del modelo de Svensson

Ya se ha señalado que la interpretación de β_3 es equivalente a la de β_2 , por lo que también afecta a la curvatura de la función. Lo que ocurre con la curvatura al cambiar el signo de este parámetro se muestra en el gráfico 2.8. En este caso, la curvatura 1 se ha calculado con $\beta_3 = -0,03$ y la curvatura 2 con $\beta_3 = 0,03$. En este caso al hablar de

curvatura estamos refiriéndonos al término: $\beta_3 \cdot \frac{t}{\tau_2} \cdot e^{\frac{-t}{\tau_2}}$.

Gráfico 2.8 Variación del parámetro β_3 del modelo de Svensson

El parámetro τ_1 mide la velocidad a la que el tipo a corto plazo converge al largo (gráfico 2.9). En este caso los intereses a corto 1 se han calculado para un valor de $\tau_1=1$, mientras que en los intereses a corto 2 $\tau_1=5$. Se puede observar claramente que a mayor valor de τ_1 la velocidad de convergencia disminuye.

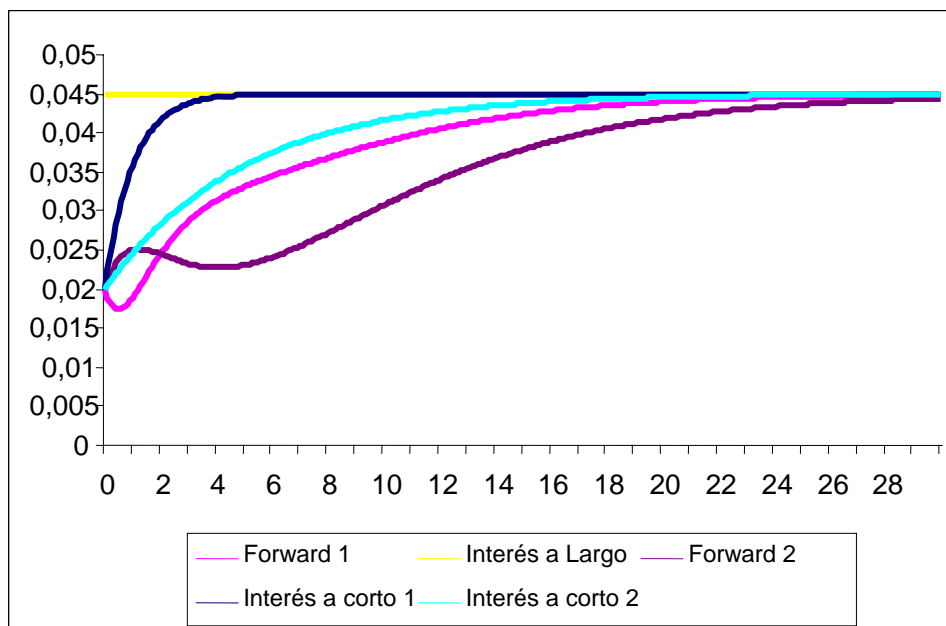
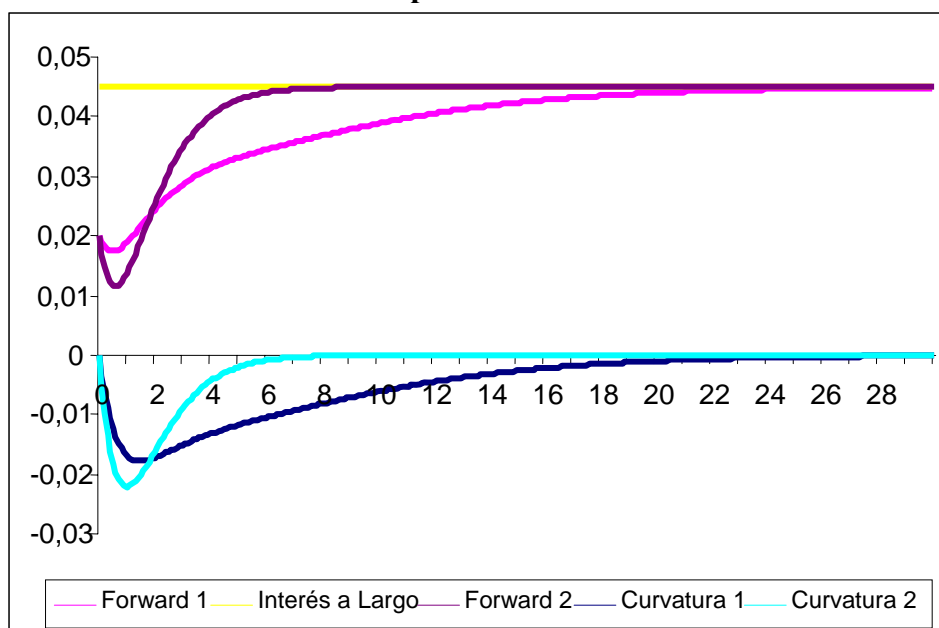
Gráfico 2.9 Variación del parámetro τ_1 del modelo de Svensson

Gráfico 2.10 Variación del parámetro τ_2 del modelo de Svensson

El parámetro τ_2 afecta al término $\beta_3 \cdot \frac{t}{\tau_2} \cdot e^{-\frac{t}{\tau_2}}$ de la función *forward* definida para

este modelo. Este término afecta a la curvatura de la función (gráfico 2.10), en este caso la curvatura 1 toma un valor de $\tau_2=4$, mientras que para la curvatura 2 $\tau_2=1$, manteniendo constante el valor de β_3 en 0,03. Se observa que lo que se modifica con este parámetro es la pendiente de la curvatura que crece al disminuir el valor de τ_2 .

2.3.3 Modelo de Mansi y Phillips (2001)

Estos autores desarrollan una forma funcional capaz de ajustar los rendimientos (TIR) de los últimos títulos del Estado de referencia emitidos (*ontherun*) con errores mínimos. Este modelo también tiene la habilidad de aproximar las TIR para cualquier plazo.

La forma funcional se basa en un argumento teórico. Aceptando que la curva de tipos de interés Y_t se presenta como una función continua y diferenciable del tiempo con los valores frontera:

- Un valor mínimo del tipo de interés r , por debajo del cual nadie prestaría dinero, incluso en períodos infinitesimales $Y_0 = r$
- Un valor máximo del tipo de interés R , por encima del cual ningún prestatario pediría dinero ni siquiera para un tiempo infinito $Y_\infty = R$.

Ese mínimo tipo de interés r representa el tipo de interés diario, mientras que R sería el tipo de interés de una deuda perpetua. Estas tasas existen en el mercado y sus valores fluctúan aleatoriamente como respuesta a distintas fuerzas económicas. Sin embargo, para cada momento estas tasas tienen unos valores definidos que pueden ser estimados.

Como la forma funcional de la ETTI depende tanto del largo plazo como del corto junto con otros factores que tienen en cuenta la curvatura y otras consideraciones, lo relevante será la desviación que presenta cada tipo de interés tanto del tipo a corto como a largo para cada momento de tiempo. Para el tipo de interés a largo plazo, afirman que cambios en la curva de tipos dY , o lo que es lo mismo, que lo que varía la función desconocida Y_t ante cambios infinitesimales en el vencimiento, es proporcional a la desviación del tipo Y respecto al tipo a largo R . Esto significa que para valores muy grandes de t , las variaciones en los tipos de interés respecto a variaciones en el tiempo son iguales a cero. Para el tipo a corto, no asumen nada que afecte a la forma de Y_t cerca

de $t=0$ ya que la continuidad no da especial significancia a $t=0$. Así, se puede tratar a $Y_0=r$ como un problema de frontera, lo que simplificará la forma funcional.

De tal forma que el problema frontera es determinar Y_t para que ante valores grandes de t los cambios en la curva de tipos sean cero, sujeto a $Y_0=r$ y $Y_\infty=R$. Así, asumen que los cambios en los tipos dY toman la forma funcional³⁴:

$$dY = (R - Y)df_t \quad (71)$$

Donde $(R-Y)$ es la desviación del tipo a largo R respecto al tipo Y y f_t es un factor de proporcionalidad determinado empíricamente por los datos. Integrando la ecuación anterior, sustituyendo las condiciones frontera $Y_0=r$ y determinando la forma funcional de f_t usando un gráfico de $\ln[(Y-R)/(r-R)]$ respecto a t para cada uno de los títulos utilizados (*ontherun*), obtienen:

$$Y_t = (1 - e^{-ct})R + re^{-ct} \quad (72)$$

La ecuación anterior sugiere que la rentabilidad es una función exponencial que puede medirse usando el tipo a largo y la media ponderada de los tipos a corto y a largo, dónde los pesos de esas ponderaciones están determinados por el plazo a vencimiento. La ecuación anterior también puede reescribirse de la siguiente forma:

$$Y_t = R - (R - r)e^{-ct} \quad (73)$$

³⁴ Esta forma funcional es similar a la propuesta por Diament (1993) donde $dY = (R - Y)(Y - r)df$.

Esta ecuación satisface las condiciones impuestas desde el principio. La versión parametrizada³⁵ de la misma quedaría como sigue:

$$Y_t = c_1 + c_2 e^{c_3 t} \quad (74)$$

Dónde c_1 , c_2 y c_3 (con $c_3 < 0$) son coeficientes de regresión a estimar a partir de las condiciones iniciales.

La ecuación anterior es la forma general utilizada para estimar curvas de tipos de interés crecientes y decrecientes. De hecho, se espera que los signos de los coeficientes positivo/negativo determinen si la curva es monótona creciente/decreciente, resultando para cada caso:

$$Y_t = c_1 - c_2 e^{-c_3 t}, \text{ para el caso de curva creciente} \quad (75)$$

$$Y_t = c_1 + c_2 e^{-c_3 t}, \text{ para el caso de curva decreciente} \quad (76)$$

Generalización de la forma funcional

Mansi y Phillips (2001) desarrollan una forma funcional generalizada que pueda adoptar todas las formas posibles de la curva de tipos (creciente, decreciente o con jobas). Esto se consigue imponiendo la condición de que el tipo de interés pueda obtener un máximo y un mínimo. Asumen que Y_t es una función continuamente diferenciable obtenida del producto de las funciones desarrolladas en (75) y (76):

³⁵ Más adecuada cuando tratamos de estimar curvas de tipos de interés.

$$Y_t = l_t \times m_t \quad (77)$$

Combinando las ecuaciones (75) y (76) la forma funcional quedaría:

$$Y_t = (\theta_1 - \theta_2 e^{\theta_5 t}) (\theta_3 + \theta_4 e^{\theta_5 t}) \quad (78)$$

o bien,

$$Y_t = d_1 + d_2 e^{d_4 t} + d_3 e^{2d_4 t} \quad (79)$$

donde: $d_1 = \theta_1 \theta_3$, $d_2 = \theta_1 \theta_4 - \theta_2 \theta_3$, $d_3 = -\theta_2 \theta_4$ y $d_4 = \theta_5$.

La ecuación (79) consiste en un término constante más la suma de una función exponencial cóncava y otra convexa, ambas asintóticas a cero para valores muy grandes de t . El signo de los coeficientes (positivo/negativo) determina la curvatura del término exponencial (convexo/cóncavo). El término $d_3 e^{2d_4 t}$ domina la curva de tipos para los valores pequeños de t , mientras que $d_2 e^{d_4 t}$ domina para valores grandes de t .

Interpretación de los parámetros

Partiendo de la expresión (79) el valor de la función para valores muy pequeños y muy grandes de t quedaría:

$$\lim_{t \rightarrow 0} Y_t = d_1 + d_2 + d_3 \quad (80)$$

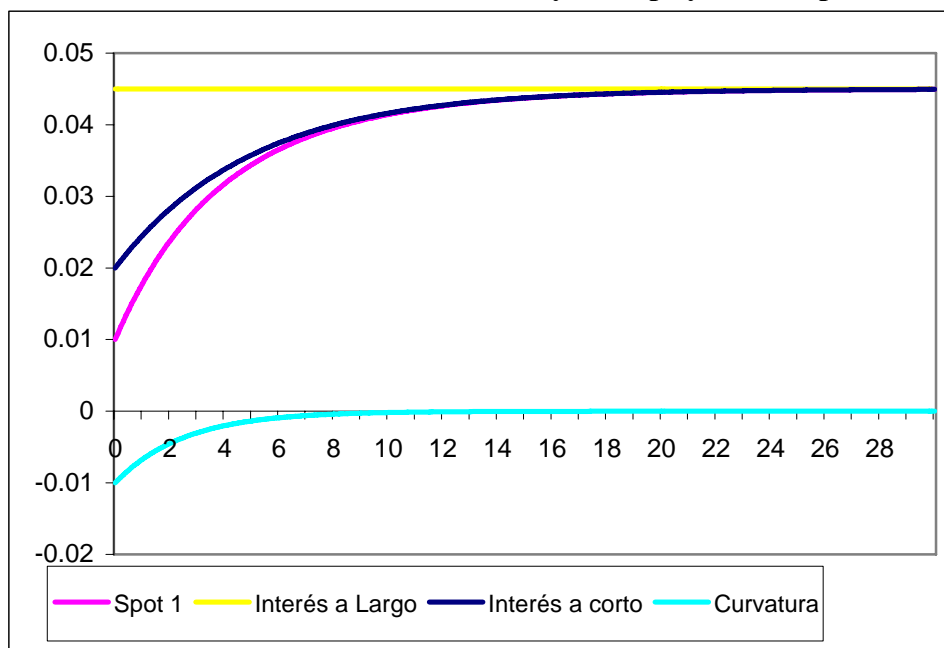
$$\lim_{t \rightarrow \infty} Y_t = d_1 \quad (81)$$

En este caso el parámetro d_4 tiene la misma interpretación que el parámetro τ del método de Nelson y Siegel (1987), sólo que en este caso para que la función converja a su valor asintótico la restricción impuesta es que sea menor que cero.

El parámetro d_1 representa el tipo de interés a largo plazo, mientras que a corto el tipo de interés viene medido por la suma de d_1 , d_2 y d_3 .

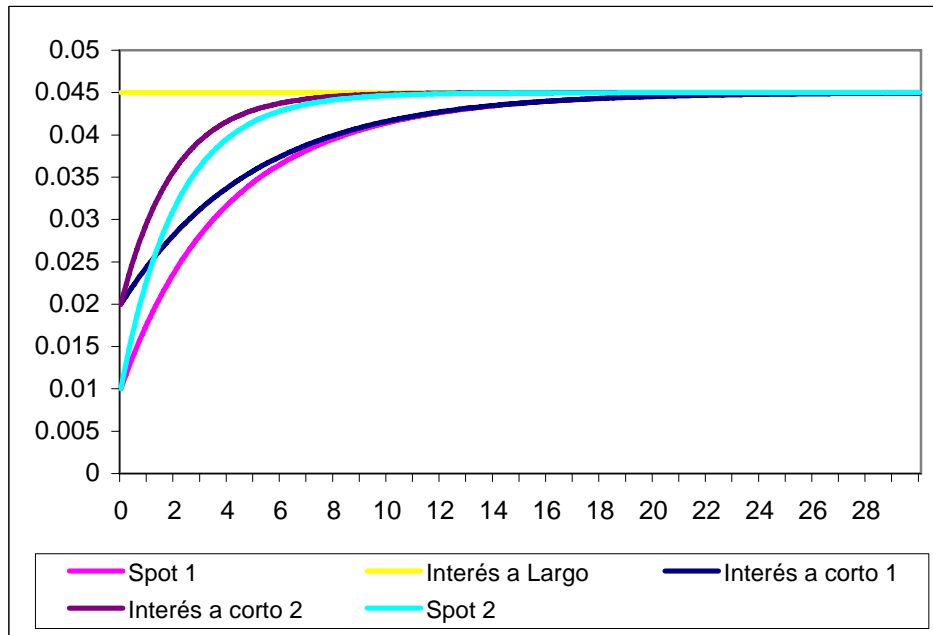
Al igual que para el método de Nelson y Siegel (1987), β_2 medía la forma de la curvatura, en el caso de Mansi y Phillips (2001) ese parámetro es d_3 . Los parámetros tienen las siguientes restricciones: $d_1 > 0$; $d_1 + d_2 + d_3 > 0$ y $d_4 < 0$.

El gráfico 2.11 muestra la curva tipos al contado (*spot*), el interés a corto y a largo y la curvatura de la función para los siguientes valores de los parámetros: $d_1 = 0,045$, $d_2 = -0,025$, $d_3 = -0,01$ y $d_4 = -0,2$.

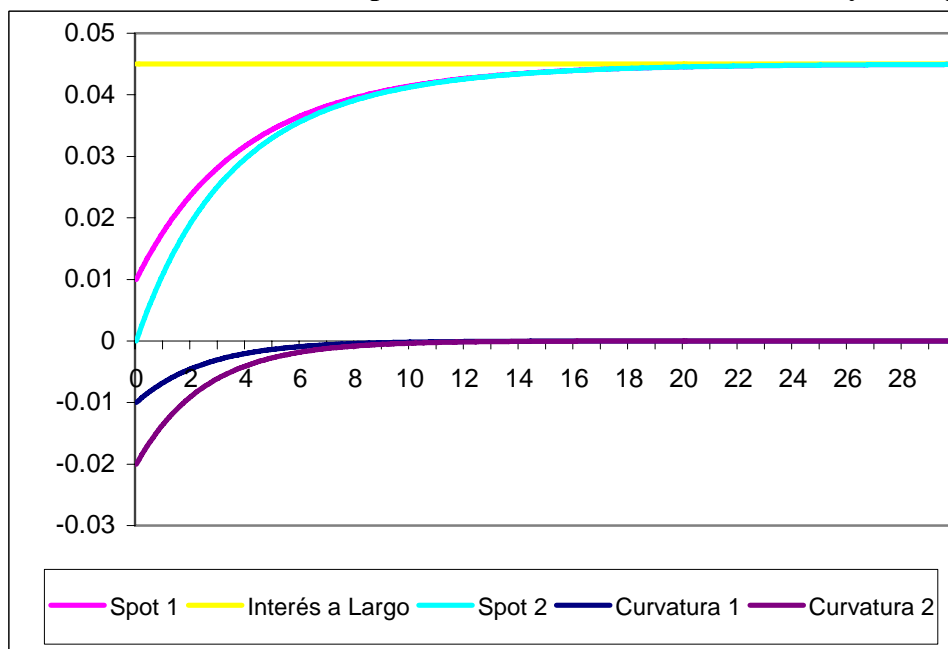
Gráfico 2.11 Curva del método Mansi y Phillips y sus componentes

En el gráfico 2.12, se muestra como varían los tipos de interés a corto y la curva *spot* al variar el parámetro d_2 manteniendo los demás constantes.

En este caso la curva *spot* 1 y los intereses a corto 1 se han calculado para $d_2 = -0,025$; mientras que la curva *spot* 2 y los intereses a corto 2 se han calculado con $d_2 = -0,01$. Lo que se observa en este gráfico es que, tal y como está definida la función de cálculo del *spot*, cuanto más pequeño es d_2 , siendo negativo, menor es el interés a corto y, por lo tanto mayor es el diferencial a largo (permaneciendo constantes d_1 y d_3).

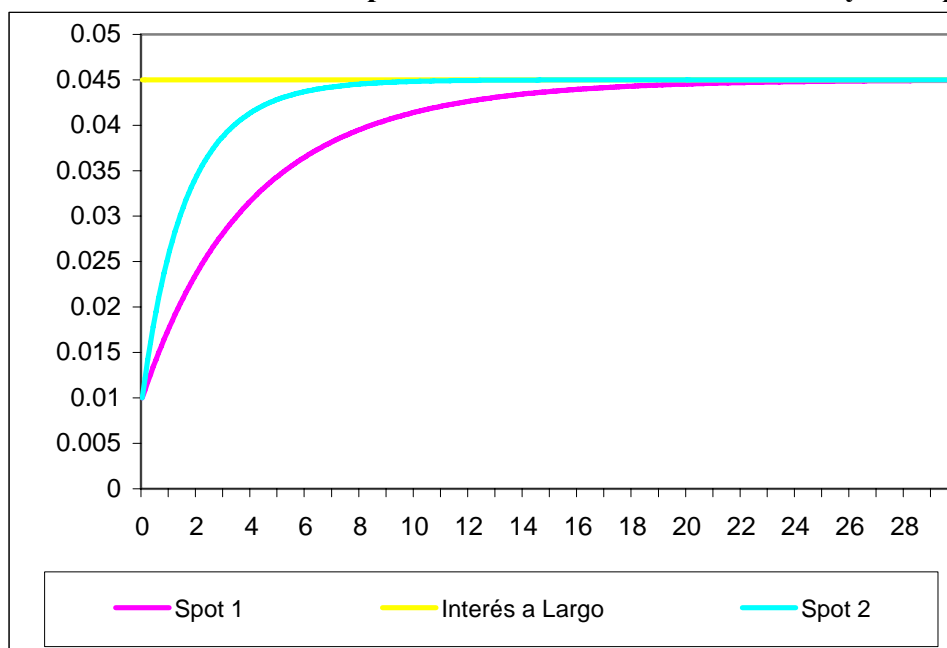
Gráfico 2.12 Variación del parámetro d_2 del modelo de Mansi y Phillips

Si se toma ahora distintos valores para d_3 , se comprueba en el gráfico 2.13 cómo afecta esto a la curvatura de la función. Curvatura 1 y *spot 1* se han calculado para $d_3 = -0,01$, mientras que para la curvatura 2 y la curva *spot 2* $d_3 = -0,02$. Para este caso ocurre que cuanto menor es el valor de d_3 (en negativo) menor es la curvatura de la curva *spot*.

Gráfico 2.13. Variación del parámetro d_3 del modelo de Mansi y Phillips

Por último, se analiza los cambios producidos al variar d_4 , de tal forma que para la curva *spot* 1 $d_4 = -0,2$ y para la curva *spot* 2 $d_4 = -0,5$. Esa variación afecta a la velocidad de aproximación al tipo a largo de la curva *spot* y como se puede apreciar es mayor cuanto menor es el valor del parámetro (gráfico 2.14).

Gráfico 2.14 Variación del parámetro d_4 del modelo de Mansi y Phillips



2.4 DATOS

2.4.1 La problemática de la elección de la muestra

Este es un tema fundamental en cualquier análisis empírico, ya que en determinados estudios los resultados pueden variar considerablemente dependiendo de la muestra utilizada, por ello es importante ser cuidadoso en la elaboración de la misma.

Para proceder a la estimación de la ETTI en el mercado español, la fuente más adecuada para la obtención de datos es el mercado secundario de Deuda Pública Anotada y en este punto parece haber un consenso generalizado por parte de los distintos autores que utilizan este mercado para realizar las estimaciones de la curva de tipos.

Otro tema de especial relevancia es la frecuencia con la que se toman los datos. En los trabajos más recientes es ya habitual encontrar estimaciones diarias de la ETTI, esto es posible gracias a los avances informáticos producidos en los últimos años, lo que ha permitido ampliar notablemente las muestras. Sin embargo, los trabajos realizados para el mercado español con anterioridad utilizaban datos semanales o mensuales para su obtención, o bien escogían el día del mes con mayor volumen de negociación, o realizaban una media con los datos para todo el período. Entre esos trabajos resultan interesantes los de Contreras, *et al.* (1994) y (1996) que utilizan datos semanales escogiendo como dato representativo el del último día de negociación de la semana por ser el de mayor volumen de negociación. Utilizan datos mensuales los trabajos de De Andrés *et al.* (2004) y de Domínguez y Novales (2000).

Otra decisión a tomar es que precio del día se va a utilizar, puesto que no existe un único precio de liquidación para cada día para cada título, sino que las diferentes operaciones realizadas se efectúan a precios diferentes, de tal forma que al final de cada sesión encontramos cuatro precios: el máximo y el mínimo de la sesión, la media de estos y el precio al cierre. La práctica totalidad de trabajos coinciden en emplear el precio medio de la sesión.

2.4.2 La muestra utilizada

La estimación que se ha realizado de la ETTI abarca el periodo que va desde el 8 de enero de 1998 hasta el 1 de marzo de 2005, lo que supone un total de 1741 observaciones.

Los datos que se han tomado para estimar son, para el *corto plazo* (que abarca desde una semana hasta un año), las *operaciones dobles simultáneas*³⁶. Las operaciones simultáneas son compraventas simples (a vencimiento, a plazo o al contado) que se contratan simultáneamente con otras de signo contrario de nominales iguales.

Para el largo plazo no se dispone de títulos con las características anteriores. Si bien es cierto que a partir del año 1997 se permite la segregación de los bonos y obligaciones de Estado, convirtiéndolos en títulos cupón cero, llamados *strips*. Sin embargo, estos títulos no habían tenido el éxito esperado y no disponían del suficiente volumen de negociación como para ser tenidos en cuenta. De Andrés *et al.* (2004) han estudiado el mercado de *strips* sobre Deuda Pública española en el período 1998-2003 y concretamente uno de los aspectos en los que se fijaban era el volumen de negociación de estos títulos. De tal forma que las transacciones al contado con *strips* habían pasado de representar en 1998 más del 2 por 100 del total de operaciones con Deuda de Estado a medio y a largo plazo a tan sólo el 0,5 por 100 del mismo total en 2003. Esta falta de liquidez en el mercado de *strips* de deuda provoca distorsiones en los precios que afectarán a la forma de la ETTI en caso de ser utilizados en su estimación.

³⁶ La diferencia que existe entre *repo* y simultánea afecta a la transmisión de la propiedad de los títulos y es una característica particular que sólo se produce en España, ya que en el resto del mundo sólo existen las simultáneas. Por ese motivo se prefieren las simultáneas, que incorporan todos los derechos de propiedad en la transmisión y, por lo tanto, no incorporan ninguna prima adicional que pudiera estar causada por la restricción impuesta sobre su propiedad.

Para cada día hábil del período considerado se han tomado los precios (tires) medios *bid-ask* en un instante del tiempo de los Bonos y Obligaciones del Estado (operaciones simultáneas). La fuente de esos datos ha sido Reuters-BDE, construida por el servicio de estudios del Banco de España usando los precios mostrados por Reuters a las 2 de la tarde. En ella se incluyen los precios *bid* y *ask* de los títulos de renta fija tanto para emisiones a corto como a largo plazo, en el caso de las transacciones *simultáneas* se incluyen los *tires ask* y *bid*. Los precios *ask* y *bid* diarios se calculan usando las cotizaciones de cuatro *brokers*, tres de ellos predeterminados siendo el cuarto el que negoció más recientemente. Al tomar los precios se computa el *bid* más alto y el *ask* más bajo.

Dentro de la muestra total de títulos los Bonos y Obligaciones del Estado se han dividido a su vez en tres categorías, la formada por los títulos *ontherun*, por los *offtherun* y una tercera compuesta por los *offofftherun*. Se incluyen como *ontherun* los últimos títulos emitidos para los distintos plazos (3, 5, 10, 15 y 30 años), estos títulos son los más líquidos del mercado³⁷. Los *offtherun* son los títulos inmediatamente anteriores a los *ontherun* en cuanto a su emisión para los mismos plazos y son menos líquidos que estos. Y por último, los *offofftherun* son los inmediatamente anteriores a los *offtherun* y son los menos líquidos del mercado. Una vez clasificados los títulos según su categoría, se crean las distintas muestras con las que se procederá a estimar la ETTI. En total tendremos tres muestras:

³⁷ Alonso *et al.* (2004), aplican una batería de medidas de liquidez a los Bonos y Obligaciones del mercado secundario de Deuda Pública española que justifica la existencia de estas categorías de títulos según su nivel de liquidez.

- La muestra con Todos los títulos, en la que se incluirán todos los Bonos y Obligaciones del Estado independientemente de la clasificación anterior. También se incluirán en esta muestra las *simultáneas* para los siguientes plazos, una semana, dos semanas, un mes, tres meses, seis meses y un año.
- La muestra formada por los títulos *ontherun* (muestra OTR), que incluirá para cada día los Bonos y Obligaciones del Estado con esa categoría para cada plazo. Como la utilidad de la creación de estas muestras es proceder a la estimación de la curva ETTI es necesario incluir títulos a corto plazo. En este caso se han añadido para cada día las *simultáneas* a plazo de una semana, seis meses y un año. Con esta muestra en total para cada día se tendrán ocho datos, tres para corto plazo y cinco para largo.
- La muestra formada por los títulos *ontherun* y *offtherun* (muestra OOTR), que estará formada por la muestra anterior, añadiendo para cada día los títulos *offtherun* de los distintos plazos. En total, esta muestra tendrá aproximadamente trece datos (los ocho anteriores más cinco de los títulos *offtherun*).

La construcción de estas tres muestras permite observar si existen diferencias significativas dependiendo de la liquidez de los títulos utilizados en la estimación. Estos resultados se analizarán con detalle en el capítulo tercero.

Para una mejor visualización de los datos, a continuación se presenta un cuadro con los Bonos y Obligaciones del Estado tenidos en cuenta para la estimación.

Tabla 2.1 Bonos y Obligaciones del Estado utilizados en la estimación

Tipo de título	Fechas de emisión	Cupón	Vencimiento	Años hasta vencimiento
Obligación del Estado	25/03/1990	12,25%	25/03/2000	10
Obligación del Estado	15/11/1991	11,30%	15/01/2002	10
Bono del Estado	15/04/1992	11%	15/06/1997	5
Obligación del Estado	15/04/1992	10,30%	15/06/2002	10
Obligación del Estado	15/02/1993	10,90%	30/08/2003	10
Obligación del Estado	17/05/1993	10,50%	30/10/2003	10
Obligación del Estado	15/12/1993	8,20%	28/02/2009	15
Obligación del Estado	17/01/1994	8,00%	30/05/2004	10
Bono del Estado	15/02/1994	7,40%	30/07/1999	5
Obligación del Estado	15/11/1994	10,00%	28/02/2005	10
Bono del Estado	15/09/1995	10,10%	28/02/2001	5
Obligación del Estado	15/09/1995	10,15%	31/01/2006	10
Bono del Estado	15/12/1995	9,40%	30/04/1999	3
Bono del Estado	15/03/1996	8,40%	30/04/2001	5
Obligación del Estado	15/03/1996	8,80%	30/04/2006	10
Bono del Estado	17/06/1996	7,80%	31/10/1999	3
Obligación del Estado	15/07/1996	8,70%	28/02/2012	15
Bono del Estado	15/10/1996	7,90%	28/02/2002	5
Bono del Estado	15/11/1996	6,75%	15/04/2000	3
Obligación del Estado	16/12/1996	7,35%	31/03/2007	10
Obligación del Estado	15/12/1998	6,00%	30/07/2029	30
Obligación del Estado	23/06/1998	5,15%	30/07/2009	10
Bono del Estado	07/08/1998	4,25%	30/07/2002	3
Bono del Estado	10/08/1998	4,50%	30/07/2004	5
Obligación del Estado	07/12/1998	4,75%	30/07/2014	15
Obligación del Estado	11/05/1999	4,00%	31/01/2010	10
Bono del Estado	13/07/1999	3,00%	31/01/2003	3
Bono del Estado	12/07/1999	3,25%	31/01/2005	5
Bono del Estado	15/02/2000	4,60%	30/07/2003	3
Bono del Estado	14/02/2000	4,95%	30/07/2005	5
Obligación del Estado	19/09/2000	5,40%	30/07/2011	10
Obligación del Estado	23/01/2001	5,75%	30/07/2032	30
Bono del Estado	12/03/2001	4,65%	31/10/2004	3
Bono del Estado	09/04/2001	4,80%	31/10/2006	5
Obligación del Estado	12/06/2001	5,35%	31/10/2011	10
Bono del Estado	09/09/2002	4,25%	31/10/2007	5
Bono del Estado	13/01/2003	3,20%	31/01/2006	3
Obligación del Estado	15/04/2003	4,20%	30/07/2013	10
Bono del Estado	19/01/2004	3,60%	31/01/2009	5
Bono del Estado	11/05/2004	3%	30/07/2007	3
Obligación del Estado	28/06/2004	4,40%	31/01/2015	10
Obligación del Estado	17/01/2005	4,20%	31/01/2037	30

2.5 LA ESTIMACIÓN

Para cada modelo y muestra se han estimado los distintos parámetros que definen las formas funcionales de cada uno de los modelos. Para realizar las estimaciones minimizaremos los errores en precios ponderados por sus duraciones.

De forma simultánea se calculará para cada modelo y muestra los errores dentro y fuera de la muestra. Esto nos conducirá a una duplicidad de todo el trabajo. Cuando se trabaja dentro de la muestra lo que se hace es tener en cuenta para la estimación todos los títulos (forma tradicional de trabajo).

En cambio, al trabajar fuera de la muestra vamos dejando fuera cada vez una observación distinta a la hora de estimar la curva. Después medimos el error en TIR de cada título que se ha quedado fuera. Ese error es la diferencia entre el TIR de mercado del título y el estimado con todos los títulos excepto él. Los títulos de los dos extremos de la muestra no los incluimos.

Al trabajar dentro de la muestra iremos calculando los errores en TIR cometidos con cada observación utilizada en la estimación. Así, de este análisis se obtendrá un error en TIR para cada título y para cada día. Con el fin de simplificar los resultados, el dato que se presenta es el error promedio con cada modelo, muestra y tipo de error (dentro o fuera).

Además de medir los anteriores errores en TIR, se ha calculado el error medio ponderado. Este aparece como dato único para cada día de la muestra y es un promedio del error cuadrático de cada título dividido por la duración del mismo. En este caso se trata de un error en precios.

El programa que se ha usado para realizar las estimaciones es Matlab. Para realizar las mismas se ha definido una serie de rutinas. El objetivo es estimar la curva *spot* para cada día utilizando tres formas funcionales: Nelson y Siegel (1987), Svensson (1994) y Mansi y Philips (2001).

Lo primero que se hace es definir en Matlab las formas funcionales de los métodos de estimación elegidos, transformadas en factores de descuento (*g*). Las funciones de descuento instantáneo quedarían:

```
function g= nelson(m,c)
```

```
% Dado un tiempo 'm' (medido como días/365) y un conjunto de parámetros 'c' la  
función devuelve el factor de descuento instantáneo.
```

```
g= exp(-c(1)*m-((c(2)+c(3))*c(4)*(1-exp(-m/c(4))))+c(3)*m.*exp(-m/c(4)));
```

```
function g=svenson(m,c)
```

```
% Dado un tiempo 'm' (medido como días/365) y un conjunto de parámetros 'c'
```

```
% la función devuelve el factor de descuento instantáneo
```

```
g=exp(-m.*(exp(c(1))+((exp(c(2))-exp(c(1)))+c(3)).*(exp(c(5))./m).*(1-exp(-  
m./exp(c(5)))))-c(3).*...
```

$$\exp(-m./\exp(c(5)))+c(4).*((\exp(c(6))./m).*(1-\exp(-m./\exp(c(6)))))-c(4).\exp(-m./\exp(c(6))));$$

function g=mansi(m,c)

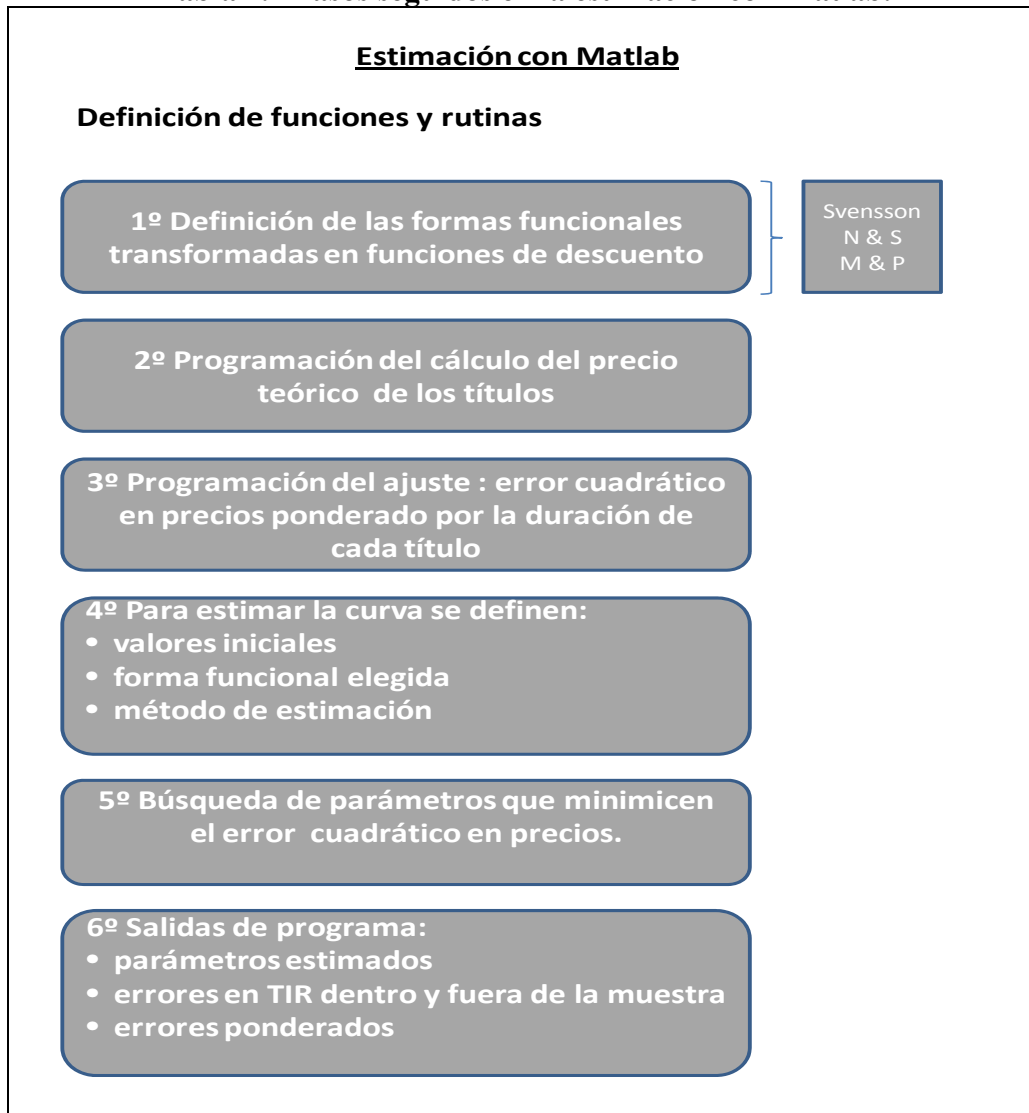
% Dado un tiempo 'm' (medido como días/365) y un conjunto de parámetros 'c'

% la función devuelve el factor de descuento spot

$$g = \exp(-(c(1)+(c(2)*\exp(-c(4)*m))+(c(3)*\exp(-2*c(4)*m))).*m);$$

Una vez definidas las tres formas funcionales a utilizar, se ha programado el cálculo del precio teórico de los títulos, puesto que ya se tienen programadas las funciones de descuento que se necesita para calcular el precio teórico.

Lo siguiente será programar el ajuste; ya se ha comentado que se trabaja con el error cuadrático en precios ponderado por la duración de cada título; es decir cada error cuadrático es dividido por la duración del título con el fin de corregir la distinta sensibilidad del precio a cambios de tipos de interés entre el corto y el largo plazo. Este error será función de los datos de entrada, de la forma funcional utilizada y los parámetros c que tenga esa forma funcional.

Tabla 2.2 Pasos seguidos en la estimación con Matlab.

Fuente: Elaboración Propia

Se programa Matlab para que busque aquellos parámetros que hagan mínimo el error. Una vez obtenidos esos parámetros se procederá a calcular la función de descuento de la que posteriormente se obtendrán para cada día los tipos *spot* a los distintos plazos.

En este caso de minimización de los errores cuadráticos se requiere la búsqueda no lineal de mínimos, por lo que adquieren especial importancia los valores iniciales

que se den a los parámetros de cada modelo. En concreto, la estimación con el modelo de Svensson (1994) es la que ha presentado mayor dependencia de los valores iniciales. Por su parte el modelo de Nelson y Siegel (1987) ha resultado ser el menos sensible a dichos valores; mientras que el modelo de Mansi y Phillips (2001) muestra una cierta dependencia pero, en cualquier caso, mucho menor que la experimentada por Svensson (1994).

En un primer intento para resolver este problema, se ha procedido del siguiente modo, igual para los tres modelos. En primer lugar se estimó dando para el primer día de la muestra, unos valores iniciales de los parámetros aleatorios, aunque plausibles si se tiene en cuenta la interpretación de los parámetros para cada modelo. A partir de ahí cada día el programa estima tomando como valores iniciales los resultantes de la estimación del día anterior. Con este procedimiento se obtiene una estimación para toda la muestra con cada modelo.

Al analizar esa estimación se fija uno en los valores de los parámetros estimados para cada modelo. Como se comentaba, la estimación con el modelo de Svensson (1994) es la que más saltos en los parámetros producía, seguida de Mansi y Phillips (2001). Por ello, tras esa primera estimación, se decidió probar con valores iniciales alternativos para ver si los resultados mejoraban.

Se realizó un análisis minucioso de los días de la muestra que originaban esas estimaciones erróneas, cambiando para esa fecha los valores iniciales dados a los parámetros (generalmente se hacían coincidir con los del día anterior sin problemas). Tras este proceso llevado a cabo en el modelo de Svensson (1994) y en el de Mansi y

Phillips (2001), en Nelson y Siegel no fue necesario por lo comentado anteriormente, se crearon tres ficheros con los valores de los parámetros estimados para cada día con cada modelo.

Finalmente se volvió a realizar la estimación completa para los tres modelos, ahora tomando como valores iniciales de los parámetros los ficheros de valores iniciales obtenidos con la primera estimación para el caso de Nelson y Siegel (1987) y el de Mansi y Phillips (2001). Para el método de Svensson (1994), dada su inestabilidad, se tomaron como valores de partida los parámetros resultantes de las estimaciones llevadas a cabo para Nelson y Siegel (1987). Este procedimiento sí que dio buen resultado en general.

Gimeno y Nave (2009) también observan la gran dependencia que tiene el modelo de Svensson (1994) a los valores iniciales y proponen el uso de un algoritmo genético que soluciona este problema proporcionando unas estimaciones de los parámetros muy estables. Desgraciadamente, aquí no se ha podido aplicar esta metodología. Esto se ha debido a que, dado el volumen de estimaciones realizadas, el número de curvas estimadas en este trabajo asciende a 255.927 y, teniendo en cuenta que para cada curva la estimación con el algoritmo llevará unos 2 minutos, eso habría supuesto 100 semanas sólo para obtener las estimaciones.

Esta imposibilidad técnica lleva a asumir que se podría mejorar los resultados del análisis si se corrigieran los problemas de inestabilidad de los parámetros observada y, por lo tanto, supone una limitación de los resultados, por lo que no entraremos en la interpretación de los parámetros estimados. Sin embargo, la metodología empleada por

Gimeno y Nave (2009) mejora, sobre todo, las estimaciones del modelo de Svensson (1994), que como se mostrará en el apartado siguiente es el que mejor resultados da en el análisis de la presente tesis, por lo que la aplicación del algoritmo genético de dichos autores sólo ahondaría en la misma dirección, no restando validez de los resultados obtenidos, a pesar de reconocerse su limitación técnica.

2.6 LOS RESULTADOS

2.6.1 Análisis de los errores absolutos medios (EAM)

Errores según el método de estimación

A continuación se muestran unos cuadros que recogen los errores absolutos medios de las distintas muestras para los distintos modelos.

Tabla 2.3 Errores Absolutos medios dentro de la muestra.

Modelos			
EAM	Svensson	Nelson y Siegel	Mansi y Philipps
Todos	0,00046	0,00062	0,00061
OTR	0,00033	0,00047	0,00043
OOTR	0,00032	0,00041	0,00039

Tabla 2.4 Errores Absolutos medios fuera de la muestra.

Modelos			
EAM	Svensson	Nelson y Siegel	Mansi y Philipps
Todos	0,00053	0,00068	0,00066
OTR	0,00060	0,00070	0,00065
OOTR	0,00047	0,00054	0,00051

Tabla 2.5 Errores Ponderados

Modelos			
Error			
Ponderado	Svensson	Nelson y Siegel	Mansi y Philipps
Todos	0,01226	0,01428	0,01418
OTR	0,00923	0,01627	0,01293
OOTR	0,01660	0,02098	0,01846

A la vista de los resultados presentados, se observa que, independientemente de la muestra utilizada y de los errores calculados (dentro o fuera de la muestra), el método que proporciona un menor error absoluto medio (EAM) es el de Svensson (1994), seguido del de Mansi y Phillipps (2001) y el de Nelson y Siegel (1987) en este orden.

Este resultado viene corroborado por el contraste propuesto por Diebold y Mariano (1995). Este contraste tiene por objeto evaluar si las diferencias son estadísticamente significativas respecto al modelo de referencia. La hipótesis nula establece la igualdad de los dos procedimientos de predicción en términos de una función de pérdida cuadrática³⁸, $g(e)$, sobre sus errores absolutos medios, es decir, $E(d_t)=0$, dónde $d_t=g(e_{nelson}-e_{mansi})$, así sucesivamente según los modelos que comparemos. El estadístico de contraste de Diebold y Mariano (1995) vendría dado por:

$$DM = \frac{\bar{d}}{\sqrt{\text{var}(\bar{d})}} \quad (82)$$

donde \bar{d} es la media muestral de la serie d_t .

³⁸ En este caso no se realiza ninguna predicción por lo que realmente se está realizando algo similar a un contraste de igualdad de medias de los errores absolutos medios.

El estadístico DM sigue una distribución normal estándar bajo la hipótesis nula y su corrección por muestras finitas sigue una t de Student con $l-1$ grados de libertad, siendo l el número de predicciones.

Los resultados obtenidos con los tres modelos para las distintas muestras se presentan en tabla 2.6.

Tabla 2.6: Contraste de Diebold Mariano

CONTRASTE DE DIEBOLD MARIANO			
	Svensson- Nelson	Nelson- Mansi	Mansi y Philips-Svensson
Todos fuera	29,994 ***	3,821 ***	24,955 ***
Todos dentro	31,361 ***	1,735	24,441 ***
OTR fuera	12,224 ***	6,169012 ***	6,366 ***
OTR dentro	29,768 ***	8,848 ***	18,587 ***
OOTR fuera	13,028 ***	5,394 ***	8,474 ***
OOTR dentro	28,199 ***	7,447 ***	19,896 ***

(*) Estadístico significativo al 10%. (**) Estadístico significativo al 5%. (***) Estadístico significativo al 1%.

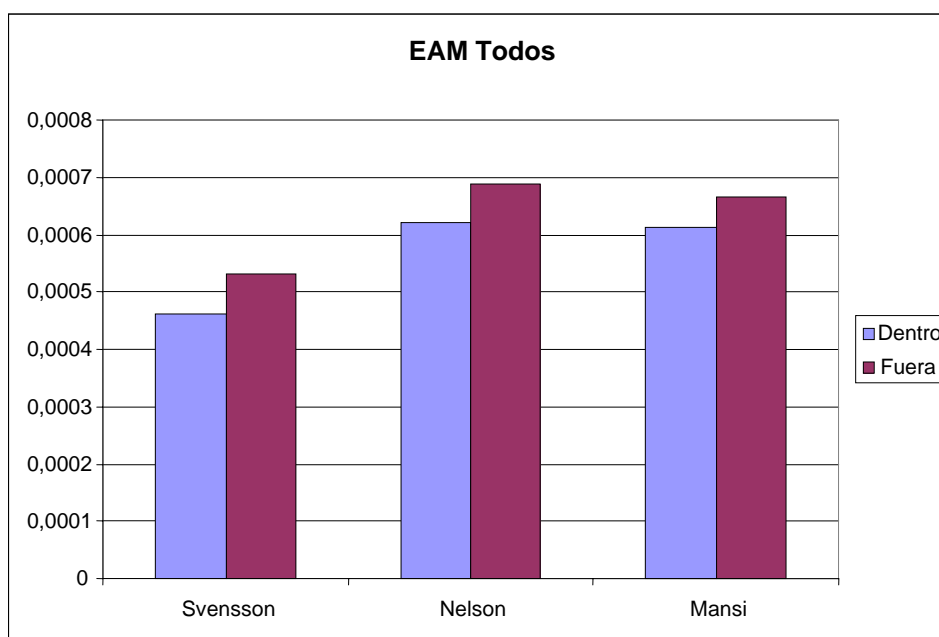
Según los resultados presentados en la tabla 2.6 se puede concluir que, en general, las medias de los EAM para los modelos contrastados dos a dos presentan diferencias significativas y por lo tanto no podemos asumir la igualdad.

Esta conclusión refuerza el resultado de que el modelo de Svensson (1994) produce los menores EAM en todas las estimaciones realizadas. Al centrar la atención en los errores dentro de la muestra es lógico que Svensson (1994) produzca menores errores, ya que tiene más parámetros, sin embargo al analizar los resultados fuera de la muestra se observa que los resultados siguen siendo los mismos, por lo que no pueden

atribuirse estos mejores resultados a la sobreparametrización. Todo esto sugiere que en algunos períodos de tiempo la curva de tipos requiere de esos parámetros “extra”³⁹.

En los tres gráficos siguientes se puede ver que los errores dentro de la muestra siempre son menores que los errores fuera de la muestra, esto es lógico puesto que al considerar cada dato en la estimación de él mismo disponíamos de más información y por lo tanto nuestro ajuste era mejor. En estos tres gráficos también queda claro que el modelo de Svensson (1994) produce para todas las muestras los errores más bajos de estimación.

Gráfico 2.15 Error Absoluto Medio con Toda la muestra.



³⁹ En Gimeno y Nave (2009) se comparaban los τ históricos de Nelson y Siegel (1987) y Svensson (1994) y se comprobaba que para los años 1996, 1998 y 2004 los τ no coincidían lo que justificaba el uso de Svensson (1994) en la estimación.

Gráfico 2.16 Error Absoluto Medio con la muestra OTR

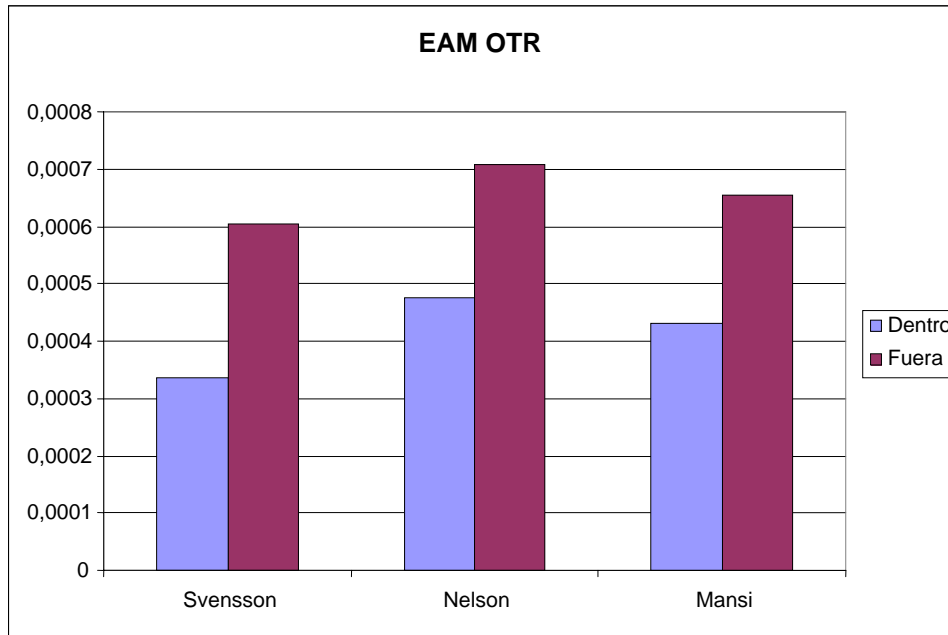
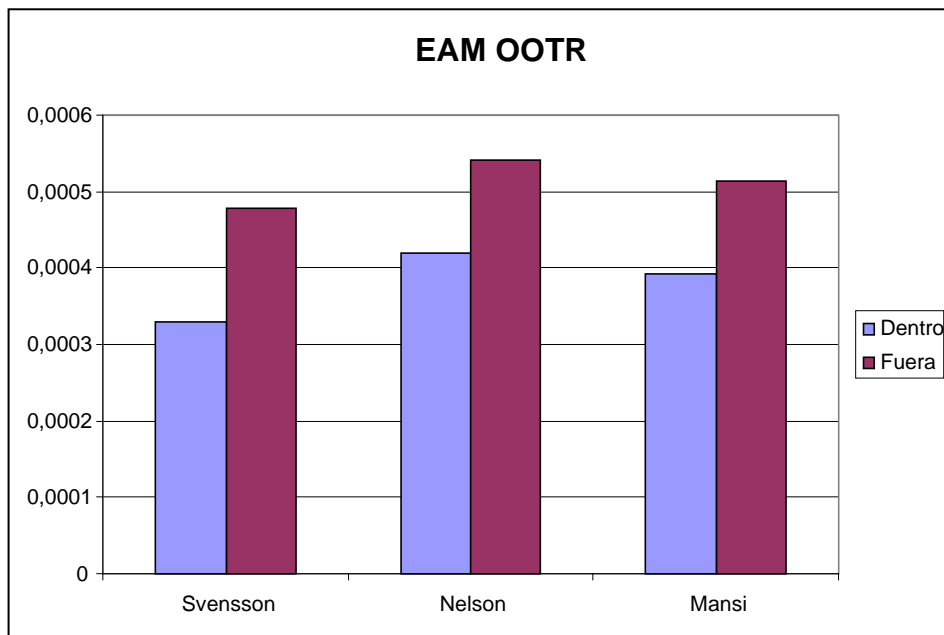


Gráfico 2.17 Error Absoluto Medio con la muestra OOTR



Errores según la muestra utilizada

Resulta interesante fijarse en los errores cometidos en función de la muestra utilizada. En primer lugar, los resultados son diferentes según se calculen los errores dentro o fuera de la muestra. Así, cuando se trabaja dentro, se puede observar que los errores absolutos medios de la muestra de Todos los datos son mayores que la de la muestra *ontherun* (OTR) y que los de la muestra *onofftherun* (OOTR) en este orden. Esto se cumple para todos los modelos. Sin embargo, para los errores fuera de la muestra el modelo de Mansi y Phillips (2001) sigue con el mismo criterio, mientras que los de Svensson (1994) y el de Nelson y Siegel (1987) producen ahora mayores errores en la muestra OTR seguidos de la muestra total y la OOTR

De este análisis se extraen las siguientes conclusiones:

Primero, que cuando se estima con todos los títulos los resultados obtenidos no son muy buenos. Esto es debido a que se incluyen títulos que se encuentran en períodos muy avanzados de su vida y, por lo tanto, llevan incorporada una prima de liquidez que distorsiona la estimación. Precisamente para evitar este problema se ha procedido a la estimación con la muestra *ontherun* (OTR). El uso de esta muestra resuelve el problema de las primas de liquidez, pero incorpora una sobreparametrización debido al escaso número de títulos utilizado en la estimación (ocho), más acusada cuantos más parámetros a estimar incorpora el modelo.

Segundo, el mejor ajuste se produce al estimar con la muestra formada con los títulos *ontherun* y *offtherun* (OOTR) tanto si se calculan los errores dentro como fuera

de la muestra. Este resultado sugiere que esta muestra supone un equilibrio, puesto que se aumenta el número de títulos utilizados en la estimación respecto a la muestra *ontherun* y a la vez se elimina de la muestra los títulos menos líquidos (*offofftherun*) que distorsionaban la estimación.

Para ver estos resultados más claramente, se presentan tres gráficos en los que se recoge el EAM con cada método, para cada error calculado (dentro y fuera de la muestra) y para cada muestra utilizada.

Gráfico 2.18 Error Absoluto Medio obtenido con Svensson

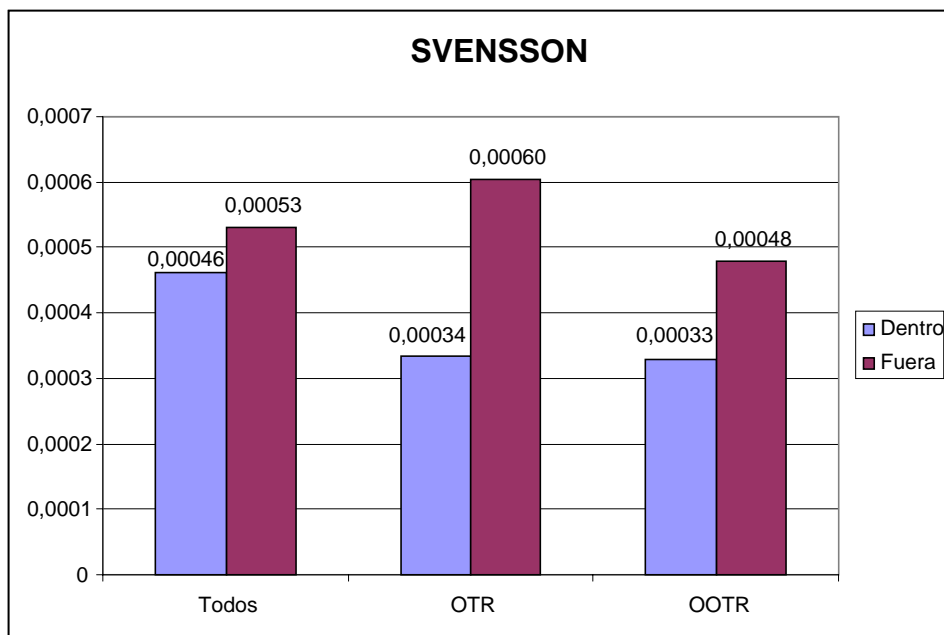
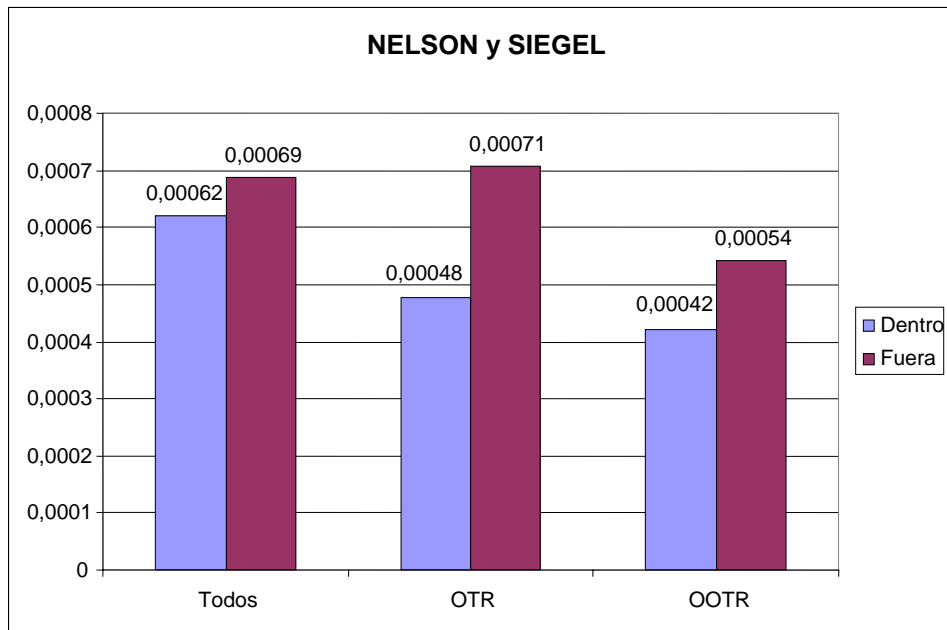
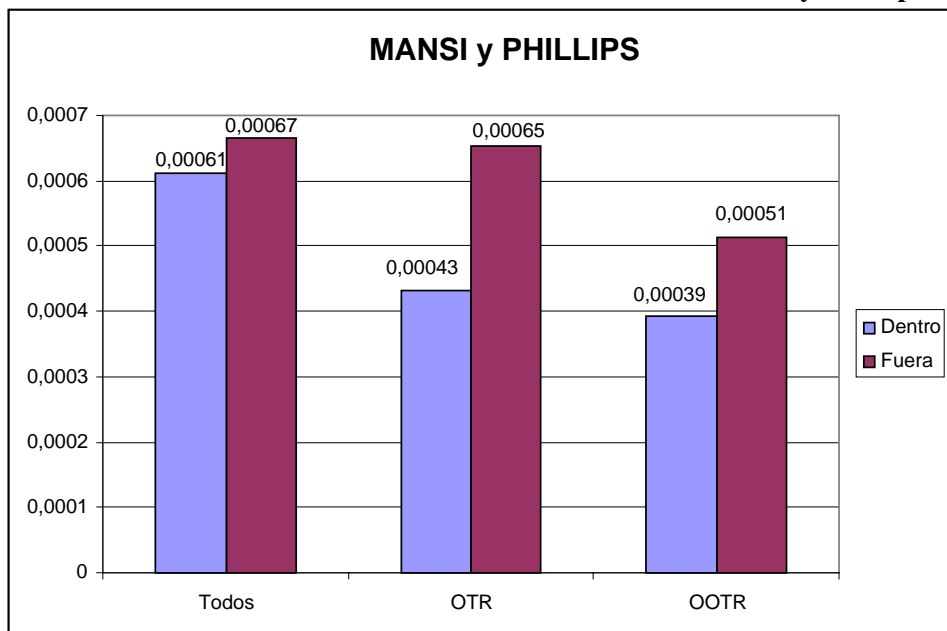
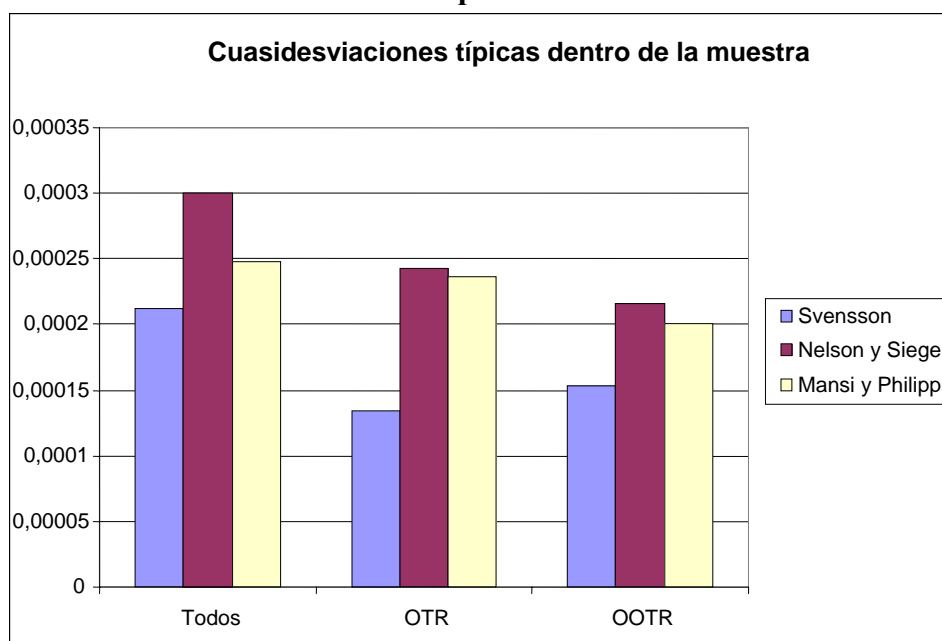


Gráfico 2.19 Error Absoluto Medio obtenido con Nelson y Siegel**Gráfico 2.20 Error Absoluto Medio obtenido con Mansi y Phillips**

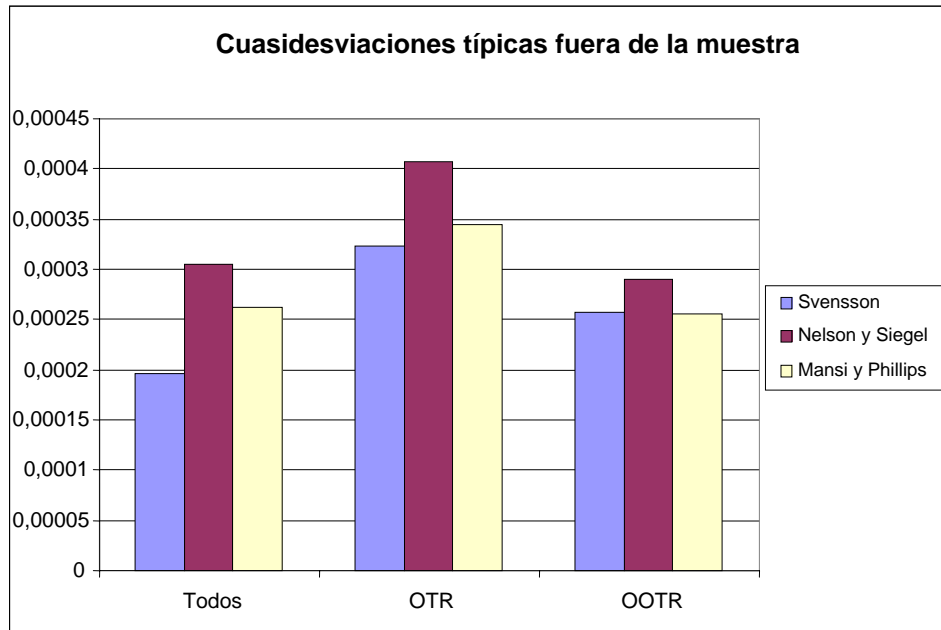
2.6.2 Análisis de las volatilidades de los errores

Jordan y Mansi (2003), realizan su comparación entre los modelos de Nelson y Siegel (1987) y Mansi y Phillips (2001) usando como criterio de selección la minimización de las cuasidesviaciones⁴⁰ típicas del error absoluto medio de los errores tanto dentro como fuera de la muestra. Estas cuasivarianzas calculadas sobre los errores medios estarían dando una medida de la dispersión de los errores absolutos medios con respecto a la media de todos esos errores. Por lo tanto, un método de estimación será mejor cuanto más pequeña sea su cuasivarianza, porque tendrá menos variabilidad respecto a la media de los errores. Los resultados obtenidos se muestran en los gráficos siguientes.

Gráfico 2.21 Cuasidesviaciones típicas obtenidas dentro de la muestra



⁴⁰ Suele utilizarse en lugar de las desviaciones típicas ya que resulta ser mejor estimador de la desviación típica poblacional que la desviación típica muestral. En el presente caso, la media muestral es estimada no observada y por ello se pierde un grado de libertad.

Gráfico 2.22 Cuasidesviaciones típicas obtenidas fuera de la muestra

A la vista de los resultados anteriores podemos observar que:

- El método de estimación de Svensson (1994) produce los menores valores de la cuasivarianza en todos los casos, para los errores dentro y fuera de la muestra.
- Por su parte el método propuesto por Nelson y Siegel (1987) es el que produce los mayores valores también para todos los casos.

Al comparar los resultados entre los métodos de Nelson y Siegel (1987) y Mansi y Phillips (2001), éstos parecen confirmar los de Jordan y Mansi (2003).

Las diferencias entre los distintos modelos son tan pequeñas que resulta necesario realizar alguna prueba para ver si son significativas o no. Por ello a continuación se va a realizar un contraste de hipótesis que aclare esto.

Contraste de Siegel-Tukey (1960)

Es una adaptación del procedimiento de Mann-Whitney y se utiliza para contrastar si dos muestras independientes han sido extraídas de población con igual varianza, frente a la hipótesis alternativa de que han sido extraídas de poblaciones con varianzas diferentes. Lo que se analiza en este caso, al tratarse de errores en tiros, sería la volatilidad de los tiros estimados respecto a sus medias. Por tanto, al aceptar la hipótesis nula entre modelos se está asumiendo que las variaciones en tiros de ambos modelos son parecidas y no se pueden considerar como elemento diferenciador. Por el contrario, si se rechaza la hipótesis nula, sería como aceptar que sí existen diferencias entre dichos errores y por tanto los modelos tendrían varianza diferente.

Los gráficos presentados en el apartado anterior ya nos daban una idea de qué modelos poseían varianzas iguales o no significativamente distintas

Los resultados obtenidos tras la aplicación del contraste se muestran en la tabla 2.7.

Tabla 2.7 Contraste de Siegel Tukey

CONTRASTE DE SIEGEL TUKEY			
	Svensson- Nelson	Nelson- Mansi	Mansi y Phillips- Svensson
Todos fuera	-10,377 ***	-5,518 ***	-5,806 ***
Todos dentro	-6,475 ***	-9,195 ***	-0,701
OTR fuera	-6,056 ***	-4,310 ***	-1,740
OTR dentro	-13,076 ***	-3,240	-5,776 ***
OOTR fuera	-5,579 ***	-6,375 ***	-0,492
OOTR dentro	-9,626 ***	-6,385 ***	-3,302 ***

(*) Estadístico significativo al 10%. (**) Estadístico significativo al 5%. (***) Estadístico significativo al 1%.

Los resultados del contraste son distintos al comparar los métodos dos a dos:

- Al comparar Svensson (1994) y Nelson y Siegel (1987), se rechaza la hipótesis nula de igualdad de varianzas en todos los casos.
- Cuando los métodos a comparar son Nelson y Siegel (1987) y Mansi y Phillips (2001), sólo existe un caso en el que se acepte la hipótesis de igualdad de varianzas y corresponde a la estimación con la muestra *ontherun* (OTR) al calcular los errores dentro de la muestra.
- Sin embargo, al comparar Svensson (1994) con Mansi y Phillips (2001) son tres los casos en los que se acepta la igualdad de varianzas.

La conclusión que se obtiene después de realizar este test resulta bastante clara. Si se comparan los tres modelos de estimación en base a la variabilidad de sus errores se comprueba que Svensson (1994) es el que menos variabilidad presenta y, por lo tanto, sería el más interesante. Sin embargo, la variabilidad del método de Mansi y Phillips (2001) se puede considerar igual a la del método de Svensson (1994) en tres de los seis casos, puesto que aceptamos la hipótesis nula de igualdad de varianzas. Al producirse esta situación no se puede concluir con rotundidad que el método de Svensson (1994) tenga una menor variabilidad que el de Mansi y Phillips (2001).

No obstante, conviene recordar que el análisis completo de los distintos métodos se ha basado además de en la variabilidad en el error absoluto medio y, en ese último caso, el método de Svensson (1994) producía mejores resultados. Luego, combinando

ambos resultados, parece claro que el modelo de Svensson (1994) también proporciona mejores resultados que el de Mansi y Phillips (2001).

2.6.3 Análisis por plazo

Para comprobar si los resultados anteriores siguen siendo válidos independientemente del plazo hasta el vencimiento de los títulos se ha procedido a dividir las muestras según el vencimiento de los mismos. Se dividen los títulos utilizados en la estimación según su plazo a vencimiento de la siguiente manera:

- *A corto plazo*: compuesta con aquellos títulos con vencimientos inferiores a dos años.
- *A medio plazo*: formada por títulos con vencimientos entre los dos y los cinco años.
- *A largo plazo*: compuesta por los títulos con vencimientos superiores a cinco años.

A continuación se muestran los resultados de los errores dentro y fuera de la muestra para los distintos casos y métodos de estimación:

Tabla 2.8 Promedio de los EAM dentro con Toda la muestra

Modelos			
Vencimientos	Svensson	Nelson y Siegel	Mansi y Phillips
Corto Plazo (0 a 2 años)	0,00106	0,00173	0,00163
Medio Plazo (>2 a 5 años)	0,00033	0,00037	0,00037
Largo Plazo (>5 a 30 años)	0,00025	0,00027	0,00028

Tabla 2.9 Promedio de los EAM fuera con Toda la muestra

Modelos			
Vencimientos	Svensson	Nelson y Siegel	Mansi y Phillips
Corto Plazo (0 a 2 años)	0,00123	0,00188	0,00172
Medio Plazo (>2 a 5 años)	0,00038	0,00043	0,00041
Largo Plazo (>5 a 30 años)	0,00044	0,00035	0,00037

Tabla 2.10 Promedio de los EAM dentro con la muestra OTR

Modelos			
Vencimientos	Svensson	Nelson y Siegel	Mansi y Phillips
Corto Plazo (0 a 2 años)	0,00101	0,00161	0,00145
Medio Plazo (>2 a 5 años)	0,00022	0,00038	0,00030
Largo Plazo (>5 a 30 años)	0,00012	0,00020	0,00014

Tabla 2.11 Promedio de los EAM fuera con la muestra OTR

Modelos			
Vencimientos	Svensson	Nelson y Siegel	Mansi y Phillips
Corto Plazo (0 a 2 años)	0,00142	0,00185	0,00167
Medio Plazo (>2 a 5 años)	0,00053	0,00062	0,00054
Largo Plazo (>5 a 30 años)	0,00087	0,00071	0,00052

Tabla 2.12 Promedio de los EAM dentro con la muestra OOTR

Modelos			
Vencimientos	Svensson	Nelson y Siegel	Mansi y Phillips
Corto Plazo (0 a 2 años)	0,00101	0,00157	0,00136
Medio Plazo (>2 a 5 años)	0,00027	0,00031	0,00031
Largo Plazo (>5 a 30 años)	0,00020	0,00027	0,00022

Tabla 2.13 Promedio de los EAM fuera con la muestra OOTR

Vencimientos	Modelos		
	Svensson	Nelson y Siegel	Mansi y Phillips
Corto Plazo (0 a 2 años)	0,00153	0,00174	0,00153
Medio Plazo (>2 a 5 años)	0,00040	0,00041	0,00042
Largo Plazo (>5 a 30 años)	0,00053	0,00043	0,00037

De estos resultados la principal conclusión que se puede extraer es que, en general, los errores absolutos medios son más pequeños con el método de Svensson (1994). Sin embargo, se observa que para las tres muestras utilizadas en la estimación para los errores fuera de la muestra en el largo plazo, el método de Svensson (1994) produce los mayores errores respecto a los otros dos métodos. Esto nos estaría diciendo que este método no está produciendo buenos resultados en el largo plazo.

Llegados a este punto puede resultar interesante cuantificar las diferencias de liquidez observadas al estimar con distintos títulos. Por ello en el siguiente capítulo se abordará el estudio de las primas de liquidez que incorporan los títulos, pero desde un punto de vista de su evolución en el tiempo. Se pretende que este análisis proporcione una medida del momento en que esos títulos dejan de ser interesantes para realizar estimaciones de la ETTI.

Capítulo Tercero

Estimación de primas de liquidez en el mercado español de deuda pública

En el capítulo segundo se ha podido comprobar cómo al utilizar títulos con distinto grado de liquidez la estimación de la ETTI se veía afectada. Tras realizar estimaciones diarias de la curva con las tres muestras diferentes formadas por títulos con distinto nivel de liquidez, se observaba que las mejores estimaciones se obtenían al trabajar con la muestra compuesta por los títulos *ontherun* más los *offtherun* (OOTR), dejando fuera de las estimaciones a los títulos menos líquidos llamados *offofftherun*. Es decir, se lograba un mejor ajuste en la curva cuando se desechaban los títulos menos líquidos.

Estos resultados son un indicio claro de que las diferencias de liquidez de los títulos en el mercado afectan al precio de los mismos y, por lo tanto, a la hora de realizar estimaciones de la ETTI debe tenerse en cuenta el grado de liquidez de los títulos incluidos en la muestra. El objetivo de este capítulo es cuantificar y estudiar la evolución de las primas de liquidez observadas al estimar la curva de tipos de interés.

Este análisis dará una idea de qué ocurre con la liquidez de los títulos a medida que va pasando el tiempo y se acerca su vencimiento. Las conclusiones que se obtengan permitirán realizar estimaciones de la ETTI más precisas y libres de errores debidos a la liquidez de los títulos empleados y dar una estimación aproximada de la prima de liquidez asociada a un título en función del plazo de emisión, número de emisiones similares en circulación y del tiempo transcurrido desde que dejó de ser *ontherun*. Esto será posible en la medida en que se pueda reconocer cuándo un título ha perdido liquidez y ya no tienen sentido su uso para la estimación de la ETTI.

3.1 CONCEPTO E IMPORTANCIA DE LA LIQUIDEZ

En economía, la liquidez representa la cualidad de los activos para ser convertidos en dinero efectivo de forma rápida y sin pérdida significativa de su valor. Estimar si existen primas de liquidez y cuantificar su importe es interesante puesto que éstas afectan a la determinación del precio del activo. Por lo tanto, medir lo más acertadamente posible la liquidez de un activo tiene gran utilidad, especialmente para todos aquellos agentes que operan en el mercado y, también, para todos aquellos que analizan los mercados. Como medida de los costes de transacción de un mercado la liquidez influye en los incentivos a los *dealers*. Como barómetro de las condiciones del mercado la liquidez transmite el buen hacer de los creadores de mercado.

Aunque no sólo interesa conocer la liquidez a los agentes del mercado, los inversores también deben conocerla para poder tomar sus decisiones de inversión. Junto con el rendimiento esperado, los riesgos y la fiscalidad, la liquidez forma el conjunto de

los cuatro puntos de referencia en la toma de decisiones de cualquier inversión financiera.

Además de los agentes mencionados, los bancos centrales también están muy interesados en la liquidez de los títulos. Las razones de ese interés son fundamentalmente dos: su responsabilidad respecto a la política monetaria del país y su preocupación por la estabilidad del sistema financiero. Así, en un mercado con activos líquidos la formación de precios será más eficiente por lo que los bancos centrales obtendrán de los precios mayor información que luego podrán aplicar a sus respectivas políticas monetarias. Además, también contribuye a una transmisión más efectiva de los efectos de intervención utilizados por los bancos centrales desde los mercados donde éstos realizan sus operaciones de mercado abierto hacia los mercados financieros.

En cuanto a los títulos de Deuda Pública, los bancos centrales y el Tesoro Público están muy interesados en lo que pueda afectar a su la liquidez por una serie de razones:

- Si la liquidez del mercado no es suficiente, los bancos centrales no serán capaces de absorber y proporcionar la cantidad necesaria de fondos de forma suave a través de las operaciones de mercado abierto, esto podría provocar efectos indeseados como un exceso de volatilidad en los precios.
- Obtener la información adecuada que proporcionan los precios de los mercados de Deuda Pública como, por ejemplo la estructura de tipos de interés o las expectativas de inflación, es muy importante de cara a las

decisiones que se tomen en materia de política monetaria. La existencia de diferencias de liquidez entre los distintos activos distorsionaría la información obtenida de los diferentes títulos.

- Un alto grado de liquidez en los mercados de Deuda Pública favorece una mayor eficiencia financiera y estabilidad, proporcionando las referencias (*benchmark*) y los instrumentos de cobertura utilizados por otros activos financieros (papel comercial, bonos corporativos y los bonos de titulización). Por ello, la liquidez del mercado de Deuda Pública hace más eficiente el proceso de intermediación financiera.

- Como muchos bancos centrales actúan como intermediarios de sus respectivos gobiernos en la emisión de sus títulos, tienen un especial interés en las características del mercado dónde se colocarán esos títulos, puesto que un mercado secundario líquido disminuirá los costes de financiación del gobierno, al reducirse las primas por liquidez exigidas.

A pesar de la importancia que tiene la liquidez de los títulos de Deuda Pública para los bancos centrales y para el funcionamiento, en general, de los mercados financieros en nuestro país se le ha prestado muy poca atención. La mayoría de los trabajos que se centran en la liquidez lo hacen en renta variable.

3.1.1 Factores que afectan a la liquidez de un título

Se pueden clasificar los factores que afectan a la liquidez en tres grandes grupos: las características propias de los activos, la microestructura del mercado en que se negocien y el comportamiento de los participantes en dicho mercado.

Las características propias del activo, influyen en la mayor o menor liquidez del mismo. Factores como su saldo en circulación, su frecuencia de negociación, su edad, su plazo de vida residual, etc. influyen notoriamente en su liquidez. Un factor que influye tremendamente en la liquidez de un activo es su volatilidad. Cuanto más volátil sea un título menor será su liquidez.

La sustituibilidad de los productos dentro de un mercado los hace más o menos líquidos. Cuanto más homogéneas son las características de los títulos negociados en un mercado mayor concentración de liquidez se produce en uno de ellos. Esto ocurre con mayor frecuencia en los mercados de deuda pública, dónde hay un solo emisor y las características de los títulos apenas difieren entre sí. Así, en estos mercados se aprecia una mayor concentración de liquidez en aquellos títulos que ostentan la posición de *benchmark* o referencia para cada vencimiento frente a aquellos que no.

La microestructura del mercado. El mercado en el que se negocia una referencia tiene una gran repercusión en su liquidez debido a la existencia de distintas formas de operar, distintos sistemas de negociación, compensación y liquidación, etc. Esto último implicaría que un mismo activo tuviera distinta liquidez dependiendo del mercado en

que fuera negociado⁴¹. Es habitual considerar la liquidez a través de tres dimensiones del mercado en el que se negocia: la estrechez, la profundidad y la elasticidad del mercado, aunque también se utilizan el volumen y la frecuencia de negociación.

El comportamiento de los participantes es otro de los factores que afecta a la liquidez de los activos dentro de un mercado. Características como su grado de aversión al riesgo, su confianza en sus propias expectativas, su sensibilidad a la información que proporciona el mercado pueden modificar las primas de liquidez. También la heterogeneidad de los participantes en un mercado conduce a una mayor liquidez del mismo. Esto último se debe a que los intermediarios, conscientes de esta heterogeneidad, pueden ofrecer la misma cantidad de órdenes en un sentido y en otro, mostrándose menos favorables a aumentar la horquilla *bid-ask* cuando esto ocurre.

La liquidez de un título es una cualidad apreciada favorablemente por los inversores que exigirán menos rentabilidad a un título cuanto más líquido sea. Por tanto una primera consecuencia de la liquidez para los títulos es la mayor o menor exigencia de rentabilidad, lo que quedará reflejado en los precios de esos títulos. Estas diferencias quedarán reflejadas en lo que se conoce como *primas de liquidez* y que no son otra cosa que desviaciones en las rentabilidades de los distintos activos para compensar su mayor o menor liquidez.

La complejidad de medir las primas de liquidez de los distintos activos la provoca el hecho de que no siempre las diferencias de rentabilidad de los títulos se deben a la mayor o menor liquidez de los mismos y por lo tanto es importante aislar la

⁴¹ Una completa revisión bibliográfica se puede ver en “Liquidez: una revisión de la investigación en microestructura”. Roberto Pascual. Revista de Economía Financiera. Nov.2003 n°1.

liquidez de otros factores que pudieran estar afectando a las rentabilidades. Así, uno de los factores que, junto a la liquidez, pueden hacer variar la rentabilidad de un activo es el riesgo de contrapartida. Sin embargo, en el contexto de este trabajo, en el que se trabaja con títulos emitidos por el Estado, se puede considerar que este factor no es relevante.

Como consecuencia de considerarse libres de riesgo de crédito, los Bonos de un mismo Estado se consideran homogéneos respecto al mismo. Esta homogeneidad de los títulos emitidos por el Estado hace que tengan en común las siguientes características:

1. Sus precios se consideran generados por información pública y ni privada.
2. Los títulos de Deuda Pública habitualmente sirven de referencia para otros títulos. Son utilizados para valorar una amplia gama de productos y se usan como principal herramienta de cobertura del riesgo de crédito.
3. Estos títulos suelen utilizarse como subyacentes y garantías en los mercados de *repos*, futuros y opciones.
4. La liquidez de estos títulos suele estar concentrada en emisiones específicas a determinados plazos de vencimiento.

3.1.2 Estudios realizados sobre liquidez

La literatura existente sobre liquidez desde el punto de vista de las primas de liquidez y su dinámica en los distintos mercados es muy amplia. No obstante, parece interesante realizar un pequeño recorrido por los trabajos más relevantes a nivel internacional y a nivel español.

La mayoría de los trabajos se han centrado tradicionalmente en analizar la liquidez para la renta variable. Sin embargo, en los últimos años parece que el interés por la renta fija y, en concreto con la Deuda Pública se ha hecho un hueco.

Trabajos centrados en la renta variable

En este punto podemos destacar el trabajo pionero de Amihud y Mendelson (1986) que formalizan la relación entre la teoría de microestructura de mercados y la valoración de activos. Entre sus conclusiones, la más importante es la constatación de que es necesario considerar la liquidez en la valoración de activos ya que se demuestra que los inversores demandan una compensación por los costes que deben soportar corroborada posteriormente entre otros trabajos en los de Amihud y Mendelson (1989), Eleswarapu y Reinganum (1993) y Eleswarapu (1997).

Brennan y Subrahmanyam (1996), basándose en el trabajo de Kyle (1985), miden los costes de selección adversa. La hipótesis es que un inversor racional no informado demandará un mayor rendimiento a aquellos activos con un riesgo por asimetrías de

información más elevado. Trabajando con datos del NYSE⁴² demuestran que los costes de selección adversa son un determinante importante en los costes de capital de una empresa. Evidencia adicional se puede encontrar en Brennan *et al.* (1998) y Amihud (2000), entre otros.

Rubio y Tapia (1998) aplican una metodología similar a la de Brennan y Subrahmanyam (1996) para el mercado español, pero estudiando un mercado dirigido por órdenes. Estos autores estiman la existencia de una prima por liquidez en la Bolsa de Madrid, con la motivación de proporcionar evidencia adicional sobre la relación entre la horquilla de precios y los rendimientos. Las conclusiones que obtienen sugieren la existencia de prima por liquidez tan sólo en el mes de enero, aunque esa prima no resulta significativa. Tapia (1997) estudia la estacionalidad de la prima por liquidez en el mercado español.

Otro segmento que parece haber despertado el interés de los investigadores es el riesgo de información como causante de las variaciones en los precios de los activos. Easley y O'Hara (2000) y Easley *et al.* (2002) investigan el papel que la negociación basada en información privilegiada tiene sobre el rendimiento de los activos.

Más recientemente, según han aparecido estudios que han mostrado que la liquidez varía con el tiempo (Chordia *et al.*, 2000), los trabajos se han ido inclinando hacia el análisis de la liquidez como un factor de riesgo agregado. Entre los trabajos que van por esta línea destacan Pastor y Stambaugh (2003) y Acharya y Pedersen (2005), que para datos americanos encuentran efectos significativos en precios debidos a la liquidez

⁴² New York Stock Exchange.

como factor de riesgo. En nuestro país, Martínez *et al.* (2005) compara medidas alternativas de riesgo de liquidez con datos españoles. Más recientemente, González y Rubio (2007) estudian el impacto de la liquidez en el proceso de formación de una cartera óptima.

En general, de la mayoría de trabajos analizados se desprende que existe una prima de liquidez positiva en los rendimientos de los activos.

Trabajos que estudian la liquidez para la renta fija

Desde que Fisher (1959) señalara que es la liquidez la variable responsable de los diferenciales de rentabilidad existentes entre los títulos de renta fija privada y los títulos de Deuda Pública, muchos han sido los autores que han estudiado la liquidez en los mercados de renta fija. Así, entre los trabajos que analizan títulos de Deuda Pública del mercado norteamericano, destacan los que se comentan seguidamente.

Elton y Green (1998) utilizan el volumen como medida de liquidez y la introducen como variable explicativa al ajustar la curva cupón cero al mercado americano. Encuentran que el coeficiente de esta variable es positivo para la mayoría de los días considerados, sin embargo la prima de liquidez implícita resultante es muy pequeña.

Shen y Starr (1998) trabajan con la horquilla de precios *bid-ask* como medida de liquidez. Uno de sus objetivos se centra en comprobar si la liquidez aumenta con el plazo a vencimiento. Los resultados que obtienen resultan concluyentes y por ello

afirman que uno de los componentes de la prima por plazo es la liquidez, que en buena parte viene recogida por la horquilla de precios.

En Amihud y Mendelson (1991), Kamara (1994) y Garbade (1996), las primas de liquidez sólo se estiman para títulos emitidos por el Estado americano a corto plazo. Se comparan los rendimientos de las Letras (*bills*) con los de los Bonos (*notes*) para el mismo plazo a vencimiento. Ambos títulos tienen como diferencia fundamental la mayor actividad negociadora de las letras, por tanto las diferencias de rentabilidad encontradas se deben a diferencias de liquidez. Las primas de liquidez encontradas en estos trabajos son significativas y elevadas.

Warga (1992) estima la liquidez a través de las emisiones *ontherun*. Compara el exceso de rendimiento de los títulos del tesoro americano a 30 días con dos series; una de títulos *ontherun* y la otra formada con el resto de títulos. Observa que la cartera de títulos *ontherun* tiene un menor rendimiento lo que interpreta como evidencia de que existen primas de liquidez.

Fleming (2003) compara empíricamente distintas medidas de liquidez en el mercado americano de Deuda Pública llegando a la conclusión de que la horquilla de precios *bid-ask* es una buena medida de liquidez frente a otras como el volumen y frecuencia de negociación.

Brunnermeier y Pedersen (2007) y Chordia *et al.* (2002) sugieren que las variables macroeconómicas y la volatilidad de los precios tienen su impacto sobre los costes de mercado. Posteriormente, Goyenko *et al.* (2008) estudian si ese impacto es

diferente según se trate de títulos *ontherun* u *offtherun*. Estos autores encuentran evidencia de que las variables macroeconómicas tienen mayor impacto sobre los costes de transacción en los títulos menos líquidos, es decir, los *offtherun*.

También existen trabajos que buscan comparar la liquidez de los mercados de renta fija y variable (Chordia *et al.*, 2005 y 2006), estudian series temporales de mercados de renta fija y variable con el fin de observar si la liquidez de un mercado está relacionada con la del otro. Entre los resultados obtenidos destacan que un aumento del volumen de un mercado se asocia con una disminución de volumen en el otro. Hallan evidencia de que la liquidez de un mercado predice bastante bien la liquidez del otro.

Para el mercado de Deuda Pública de La India, Subramahnyam (2001) obtiene un modelo de valoración de precios en mercados cuyos títulos no sean muy líquidos, como sucede en dicho país. Propone utilizar una función para minimizar el error en precios que incorpore ponderaciones basadas en la liquidez. Esas ponderaciones se calculan en base al volumen de negociación y el número de transacciones de cada título respecto al total de títulos negociados en cada día.

En cuanto a los trabajos realizados en el mercado español de Deuda Pública, no muy abundantes, sus resultados y propuestas constituyen, lógicamente, el punto de referencia que se tomará para realizar el trabajo empírico que se pretende en este capítulo, por lo que a continuación se comentan con mayor detalle.

Díaz y Navarro (2002) tienen como objetivo fundamental analizar los diferenciales de rentabilidad entre títulos de renta fija corporativa y del Estado. Con este

trabajo intentan averiguar si la forma de la estructura temporal de los diferenciales de rentabilidad se debe a dos factores: el riesgo de crédito y la liquidez. Entre los resultados principales, obtienen que se da una relación negativa entre las primas de liquidez y el plazo a vencimiento, mientras que esa relación es positiva para las primas por riesgo de crédito.

En un primer momento, estiman los diferenciales de rentabilidad entre ambas clases de títulos como la diferencia entre la TIR de un bono corporativo y la TIR de un bono teórico libre de riesgo de crédito con las mismas características que el anterior (cupones y vencimiento)⁴³. Una vez hecho esto observan que la curva de diferenciales de rentabilidad tiene pendiente negativa. Lo que analizan posteriormente es a qué se debe esa pendiente negativa., para lo que analizan dos tipos de riesgo el de liquidez y el de crédito.

Para explicar esas diferencias de rentabilidad entre ambas clases de títulos utilizan distintas variables. En el caso del riesgo de liquidez, utilizan el volumen emitido, la edad relativa, el volumen negociado y el plazo a vencimiento. En cuanto al riesgo de crédito, las variables que analizan son el *rating* de los títulos, la pendiente de la ETTI (como aproximación al ciclo económico) y el plazo a vencimiento.

En Díaz y Navarro (2003) se analizan los factores que afectan a las primas de liquidez de la Deuda Pública española teniendo en cuenta dos aspectos: las características propias de los títulos y el mercado dónde se llevan a cabo las transacciones con los mismos.

⁴³ Para hacer esto estiman la ETTI según Contreras *et al.* (1996).

Trabajan con los datos publicados por el Banco de España para el MDPA y con datos proporcionados por la Bolsa de Madrid para el mercado electrónico. De estas fuentes obtienen para cada referencia el número de transacciones, los volúmenes negociados (tanto nominales como efectivos), así como los precios y rentabilidades medias. Todos estos datos sugieren la existencia de diferentes niveles de liquidez entre las Letras y los Bonos del Tesoro.

En un primer momento, analizan la relación entre la liquidez y algunas variables habitualmente empleadas para medirla, tratando de identificar los factores de los que depende. Este análisis lo realizan para el MDPA. Concretamente, utilizan datos semanales de la frecuencia de negociación, el *turnover* y la cuota de mercado. Asimismo, utilizan como variables explicativas del comportamiento de las anteriores medidas: la edad relativa, el plazo a vencimiento, el plazo de emisión, el volumen en circulación y el status de la emisión: *prebenchmark*, *benchmark* y *postbenchmark*.

Una vez definidas las variables, proponen un modelo⁴⁴ para estudiar el poder explicativo de las mismas. Los resultados que obtienen sugieren que el status de la emisión es un factor clave para explicar la liquidez, siendo los más líquidos aquellos títulos que ostentan el status de *benchmark*. También obtienen como resultado importante que la liquidez es decreciente con la edad de la emisión.

⁴⁴ En el que incorporan el status de los títulos mediante variables *dummy*.

Finalmente, realizan el estudio de las primas de liquidez existentes entre dos mercados dónde se negocia la Deuda Pública⁴⁵. En este caso, consideran que esas primas se verán influidas por los factores explicativos anteriores y por el mercado donde se negocien, obteniendo resultados que confirman que la edad relativa de los títulos es un factor explicativo muy potente de la existencia de primas de liquidez.

Díaz y Navarro (2004) analizan si la entrada de España en la Unión Monetaria Europea (UME) ha tenido alguna repercusión en cuanto a liquidez se refiere. Los mercados analizados son los mismos que en el trabajo anterior y las primas de liquidez se obtienen comparando el mismo activo, el mismo día en esos dos mercados

Para analizar el efecto de la entrada en la UME se divide la muestra en dos submuestras. El hecho de medir así las primas de liquidez incorpora los factores debidos al propio mercado. Esto se refleja en las conclusiones obtenidas. Entre ellas cabe destacar que no observan que la entrada en la UME afecte a las primas de liquidez y la existencia de primas de liquidez significativas en el mercado MDPA, tanto en el sistema bilateral de negociación como en el multilateral⁴⁶.

Por su parte, Alonso *et al.* (2004) comprueban si existen primas de liquidez en los precios de los títulos negociados en el mercado español de Deuda Pública. Para realizar su estudio, lo primero que hacen es clasificar los títulos de deuda pública en cuatro categorías atendiendo a si son segregables o no y al estadio en que se encuentran (*benchmark, pre o post-benchmark*).

⁴⁵ Son el mercado electrónico de renta fija y el MDPA.

⁴⁶ En el sistema de negociación bilateral las partes acuerdan una operación y posteriormente la introducen en el sistema, mientras que el sistema multilateral se realiza por pantalla y de forma anónima.

Una vez hecha la clasificación, le aplican a las distintas categorías una batería de medidas clásicas de liquidez (número de transacciones por título, volumen de negociación y *turnover ratio*) de las que se obtiene que los títulos más líquidos son los que tienen categoría o status *benchmark*, seguidos de los *no-benchmark* (tanto *pre* como *post-benchmark*), siendo los menos líquidos los títulos no segregables. En el mercado español en los primeros días de emisión de un título, éstos carecen de la liquidez que cabría esperarse. Esto es debido a que, en ese primer momento, su volumen de negociación todavía no es muy elevado. Sin embargo, al cabo de unos días alcanzan el estadio de *benchmark* y con él la liquidez. Alonso *et al.* (2004) tienen esto en cuenta a la hora de clasificar los títulos según su nivel de liquidez.

Trabajan con datos que van desde enero de 1999 hasta abril de 2000 y utilizan como datos los precios *bid* y *ask* proporcionados por dos fuentes: La base de datos creada por el Banco de España a partir de los precios publicados por Reuters⁴⁷ y los precios proporcionados por *Bloomberg*.

La metodología empleada en este trabajo sigue la de Elton y Green (1998) que, como ya se comentó, se basa en la estimación de la ETTI. Estos autores incorporan el efecto de la liquidez en la estimación introduciendo variables *dummy* para las distintas categorías de los bonos. El *forward* instantáneo queda definido según el método de Svensson (1994) añadiéndole las variables *dummy* de la siguiente forma:

$$f(m) = \beta_0 + \beta_1 e^{-m/\tau_1} + \beta_2 \frac{m}{\tau_1} e^{-m/\tau_1} + \beta_3 \frac{m}{\tau_2} e^{-m/\tau_2} + \gamma_0 PR + \gamma_1 PO + \gamma_2 NO \quad (70)$$

⁴⁷ Esta es la base de datos que se ha utilizado en este trabajo.

donde PR , PO y NO son variables *dummy* que toman valor 1 para los títulos *pre-benchmark*, *post-benchmark* y no segregables, respectivamente.

Para cada día estiman el vector de parámetros $\beta = (\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \tau_1, \tau_2, \gamma_0, \gamma_1, \gamma_2)$. Los parámetros γ_0 , γ_1 y γ_2 capturan el exceso de rentabilidad demandada por esos títulos respectivamente. γ_0 y γ_1 pueden interpretarse directamente como primas de liquidez. Sin embargo, γ_2 incorpora, junto a la prima de liquidez, una prima impositiva debido al menos favorable tratamiento fiscal que tienen los títulos no segregables. Una vez estimado el modelo así definido, lo comparan con otro en el que no se incluye ni la liquidez ni el efecto fiscal (en él, los parámetros γ_0 , γ_1 y γ_2 toman valor cero).

Los resultados muestran la existencia de primas de liquidez en el mercado español de Deuda Pública, en torno a 5,2 puntos básicos (p.b.)⁴⁸ de media para los títulos *post-benchmark* y de 8 p.b. para los no segregables. Además, la falta de liquidez de los títulos *pre-benchmark* no parece estar recogida en el precio⁴⁹.

El objetivo principal de Díaz *et al.* (2006) es investigar si los cambios en la política de la Deuda Pública llevados a cabo por el gobierno español en preparación para su entrada en la UME producen una mejora general de la liquidez del mercado de Deuda Pública.

Para llevar a cabo este estudio investigan el impacto de las iniciativas llevadas a cabo a mediados de 1997, tanto en la actividad negociadora, como en la valoración en el

⁴⁸ Un punto básico es la centésima parte de un 1%, de tal forma que 100 p.b equivalen a un 1%.

⁴⁹ En algunos momentos esas primas son incluso negativas.

mercado de deuda. Para ello, estiman un modelo que relaciona la cuota de mercado individual para cada título de deuda con su ciclo vital de liquidez. Después, buscan cambios en las cuotas de mercados causados por innovaciones introducidas en la política de Deuda Pública. Por último, estiman la estructura de las primas de liquidez para los distintos vencimientos y vuelven a cuantificar vía valoración de estos bonos si se producen impactos debidos a cambios o innovaciones en la política de la Deuda Pública.

En cuanto al modelo desarrollado, éste se basa en dos medidas de liquidez básicas como son el *status* de los títulos⁵⁰ y la cuota de mercado. Estas medidas se utilizan para explicar los residuos de valoración.

Los principales resultados obtenidos por este trabajo en lo que se refiere a los impactos de los cambios de la política de deuda resaltan que, en primer lugar, la función específica, continua y no lineal presentada para la edad de los bonos explica los cambios en la cuota de mercado de un bono respecto al volumen negociado bastante bien. Además, se confirma que un importante cambio estructural tuvo lugar en el mercado español en el período previo a la entrada de España en la UME. Concretamente, los parámetros clave de este modelo muestran que la negociación se concentró después de 1997 en los bonos *benchmark* y revelan que el período en el que un bono ostenta ese *status* se alargó en el tiempo. Estos autores utilizan esas funciones de ciclo de vida de los títulos para obtener estimaciones de la liquidez futura de las distintas emisiones.

⁵⁰ Dividido en las tres categorías que ya se vieron en el trabajo de Diaz y Navarro (2002).

Al estimar la estructura de las primas de liquidez⁵¹, lo hacen diferenciando por plazos de vencimiento de cada emisión, en este punto distinguen entre la liquidez actual de un título y su liquidez futura, basándose en el modelo de ciclo de vida de la liquidez. Del estudio empírico realizado, obtienen que para los bonos a 5 años y las obligaciones a 10 su valor actual de mercado está recogiendo el impacto de la liquidez futura esperada.

Por otra parte, analizan el impacto de la UME en la volatilidad de los rendimientos en el mercado de Deuda Pública español. De este estudio concluyen que se produce una reducción drástica de la volatilidad en el proceso de incorporación de España en la UME llevando a una formación de precios más eficiente.

El análisis que se realiza en este capítulo tiene en común con el trabajo de Alonso *et al.* (2004) que la estimación de primas de liquidez sólo se realiza en un mercado, el de Deuda Pública Anotada. Sin embargo la estimación de la ETTI se realiza de forma diferente a la propuesta por Alonso *et al.* (2004). Estos autores en su trabajo analizaban la existencia de primas de liquidez y las cuantificaban, a lo que añadiremos un análisis de los factores que afectan a las primas de liquidez como el tiempo o el tipo de título. Otro aspecto diferenciador respecto al trabajo de Alonso *et al.* (2004) es la muestra que en nuestro caso asciende a siete años y medio, mientras que en su caso no alcanza los dos años.

⁵¹ Toman como base el método de Nelson y Siegel (1987) y no tienen en cuenta ningún efecto específico de liquidez.

3.2 METODOLOGÍA EMPLEADA

El estudio empírico propuesto en la presente tesis se centra en la estimación de la curva de tipos de interés teniendo en cuenta la distinta liquidez de los títulos en el mercado. Para ello, se toma como *inputs* los títulos más líquidos que permitan obtener las curvas más líquidas. Con esas curvas así calculadas, se medirán los errores (como diferencia entre TIR teórico y observado) cometidos con el resto de los títulos según su nivel de liquidez para determinar la existencia o no de primas de liquidez.

Para proceder a este análisis, lo primero que se deberá abordar es la clasificación de los títulos según su nivel de liquidez. Siguiendo las conclusiones obtenidas en varios trabajos previos, el *status* en que se encuentra un título es un factor muy importante que influye en la liquidez del mismo. Concretamente, en el trabajo de Alonso *et al.* (2004) los títulos se clasificaban en cuatro categorías atendiendo a la liquidez de los mismos, *pre-benchmark*, *benchmark*, *post-benchmark* y no segregables. Los títulos no segregables se incluían en este trabajo para analizar si los diferentes tratamientos fiscales de los títulos segregables y no segregables afectaban a la liquidez.

La clasificación de los títulos según su grado de liquidez⁵² realizada en este capítulo, tiene en cuenta tres categorías: *ontherun*, *offtherun* y *offofftherun*. Los títulos *ontherun* son los recientemente emitidos y, por tanto, los que mayor liquidez presentan entre los tres grupos. Es cierto que, al menos en el mercado español, una emisión recién emitida todavía no ha alcanzado su madurez en cuanto a liquidez, lo hará transcurridos

⁵² No se tiene en cuenta otro tipo de efecto que no sea la liquidez.

unos días de negociación⁵³. Sin embargo, para el presente análisis de liquidez se ha preferido no hacer esta distinción *a priori*. De hecho, en el trabajo de Alonso *et al.* (2004), una de las conclusiones que se obtenían sobre los títulos clasificados como *pre-benchmark* era que la falta de liquidez de los mismos no parecía estar recogida en los precios⁵⁴.

En este trabajo, los títulos tomados como referencia son los correspondientes a las últimas emisiones de cada plazo, a los que se denomina *ontherun*. Ya se comentó en el capítulo segundo cómo se procedía a dividir la muestra total según el nivel de liquidez y qué títulos se iban a incluir en las tres muestras utilizadas. El esquema de trabajo contempla los siguientes pasos:

- Clasificación de los datos según su nivel de liquidez en *ontherun*, *offtherun* y *offofftherun*.
- Para cada método estudiado, se estiman diariamente las curvas con dos muestras diferentes: la muestra OTR y la muestra OOTR.

Una vez realizada esa tarea, se obtiene para cada modelo de estimación dos ETTI, una para cada muestra utilizada.

Para cada estimación, se analizan errores en TIR del resto de títulos menos líquidos que habían quedado excluidos de la muestra. Así, cuando se estima con la muestra OTR, se analiza el comportamiento de los errores de los títulos *offtherun* y el

⁵³ Por eso los autores anteriores consideraban una categoría anterior al *status* de *benchmark* u *ontherun* a la que llamaban *pre-benchmark*.

⁵⁴ A la vista de este resultado repetían el análisis incluyendo los *pre-benchmark* junto a los *benchmark*.

comportamiento de los *offofftherun*. Y cuando se estima con la muestra OOTR, se puede analizar los errores de los *offofftherun*.

Este análisis permite ver las diferencias en rentabilidad debidas a la liquidez, ya que se trabaja con curvas con distintos niveles de liquidez y también se analizan las rentabilidades (TIR) de los distintos títulos según su grado de liquidez. Así, se puede ver claramente que las diferencias en TIR están afectadas por la existencia de primas de liquidez para los distintos títulos. Por lo tanto, al analizar los errores medios cometidos con los títulos menos líquidos esas diferencias estarían midiendo primas de liquidez directamente.

Teniendo en cuenta que ese cálculo se realiza diariamente, se obtendrán tantas primas de liquidez por título como días y tras hacer un promedio de las primas correspondientes a los títulos con igual plazo hasta vencimiento y representarlas gráficamente, quedará una curva que medirá la evolución de esas primas en el tiempo.

3.3 RESULTADOS

Para analizar de forma más clara los resultados obtenidos se dividen según la muestra utilizada y el método de estimación por separado.

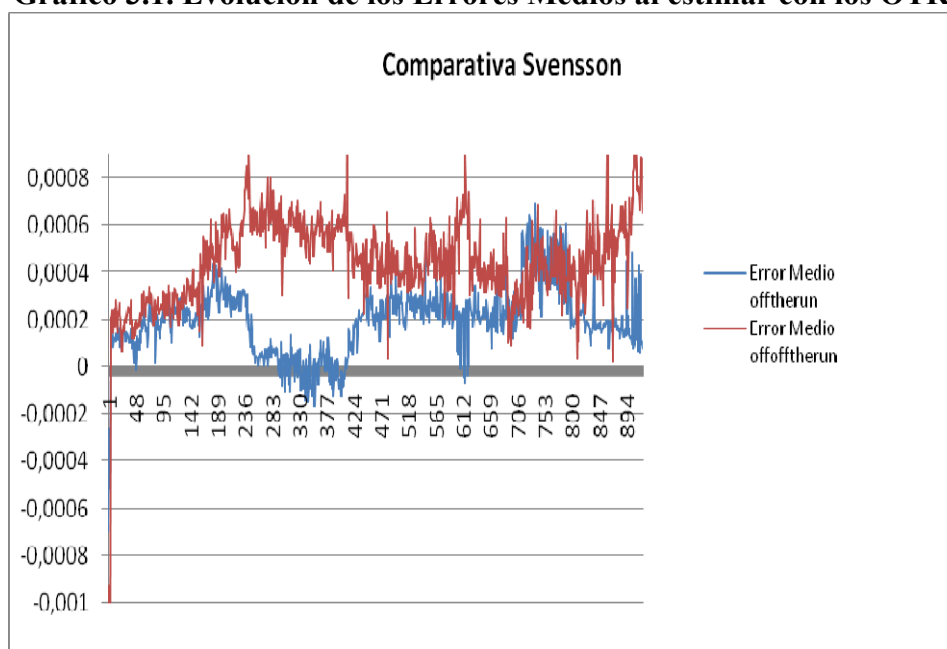
3.3.1 Estimaciones realizadas con la muestra OTR

Método de Svensson (1994)

En el gráfico 3.1 se muestran los errores medios en TIR de los títulos *offtherun* y *offofftherun*. A simple vista se puede ver que los errores cometidos son positivos, lo que sugiere la existencia de primas de liquidez, y que los errores cometidos con los *offtherun* son menores que con los *offofftherun*, lo que confirma que esas primas son de liquidez, puesto que los *offofftherun* son los títulos menos líquidos de todos.

Los errores (primas) se presentan para los primeros 920 días desde que dejan de tener la consideración de *ontherun*. Así, para el día 1 recoge el error medio de los títulos en su primer día como *offtherun*, para el día 2 lo mismo y así, sucesivamente, hasta el día 920. Lo mismo ocurre para los títulos *offofftherun*.⁵⁵

Gráfico 3.1. Evolución de los Errores Medios al estimar con los OTR.



⁵⁵ Este análisis se ha hecho así, aún sabiendo que se elimina la componente cíclica, pero permite examinar la evolución en el tiempo de los títulos desde el primer día que alcanzan su *status* hasta el último día antes de pasar a la siguiente categoría según su liquidez.

Lo primero que se observa es que las primas de liquidez (errores) para los *offtherun* se sitúan en torno a los 2.p.b., mientras que para los *offofftherun*, en general, se sitúan en torno a los 5 p.b. Este resultado coincide con el obtenido por Alonso *et al.* (2004) para los títulos que denominaban *post-benchmark*.

Nótese que durante los primeros días, las primas de liquidez serían negativas. Esto se debe a que en esos primeros días como *offtherun* los títulos todavía no han perdido la liquidez que tenían en su status anterior (*ontherun*). Lo mismo ocurre al analizar las primas de los títulos *offofftherun*. Alonso *et al.* (2004) observan un fenómeno similar que ocurre con los *pre-benchmark*, para estos títulos obtienen primas de liquidez negativas.

Este resultado parece indicar que cuando los títulos cambian de un *status* a otro hay varios días de adaptación en los que no existe prima de liquidez positiva, es decir que el mercado no está valorando todavía esa pérdida de liquidez por el cambio de *status* sufrido.

Para confirmar los resultados mostrados en el gráfico 3.1 se ha realizado un contraste de medias para ambas series:

Tabla 3.1 Contraste para los títulos *offtherun*

Contraste para la media de los títulos <i>offtherun</i>		
Error medio	0,000197509	
Desv. Tip	4,79386E-06	
Estadístico	41,20036247	
pvalor	5,2115E-211	***

Tabla 3.2 Contraste para los títulos *offofftherun*

Contraste para la media de los títulos <i>offofftherun</i>		
Error medio	0,000350098	
Desv. Tip	1,0358E-05	
Estadístico	33,79978369	
pvalor	2,1449E-163	***

El p-valor de ambos contrastes indica que se rechaza la hipótesis nula de que la media es igual a cero, por lo que se estaría aceptando que la media es significativamente diferente de cero y por lo tanto existen primas de liquidez.

A continuación se presenta el resultado obtenido al realizar una prueba t para ambas muestras:

Tabla 3.3 Prueba t suponiendo varianzas desiguales Svensson

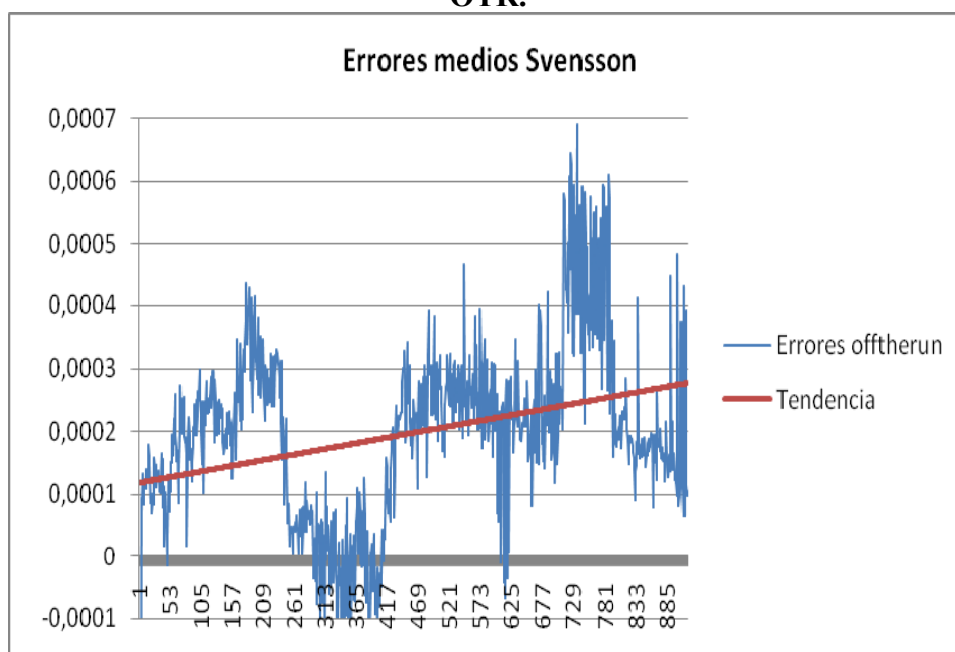
Prueba t para dos muestras suponiendo varianzas desiguales		
	<i>Offtherun</i>	<i>Offofftherun</i>
Media	0,00019751	0,0003501
Varianza	2,1166E-08	9,8813E-08
Observaciones	920	920
Diferencia hipotética de las medias	0	
Grados de libertad	1295	
Estadístico t	-13,3618762	
P(T<=t) una cola	1,517E-38	
Valor crítico de t (una cola)	1,64603113	
P(T<=t) dos colas	3,034E-38	
Valor crítico de t (dos colas)	1,96179749	

De la prueba realizada se obtiene que, en media, los errores cometidos con los títulos *offofftherun* son mayores que los cometidos con los *offtherun* y que son estadísticamente diferentes, lo que lleva a afirmar que sus medias no son iguales. La primera conclusión de esta comparación que se puede señalar es la existencia de primas

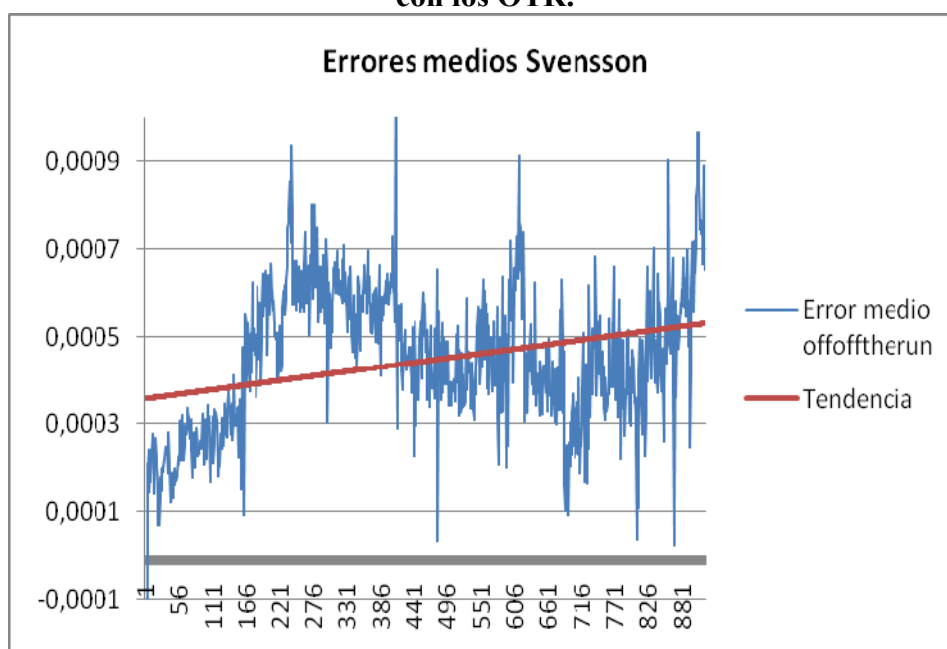
de liquidez en ambas muestras al estimar con la muestra formada con los títulos *ontherun*.

Para ver con más detalle la evolución de las primas de liquidez, se analizarán a continuación por separado los títulos *offtherun* de los *offofftherun*, para ver las tendencias que siguen sus respectivas primas (gráficos 3.2 y 3.3).

Gráfico 3.2 Evolución de Errores Medios de los títulos *offtherun* al estimar con los OTR.



Si se analizan las tendencias de ambas series se puede observar que ambas son crecientes, tienen pendiente positiva, lo que implica que las primas de liquidez sean crecientes en el tiempo. La pendiente positiva de la tendencia de las primas (errores) se debe a la aparición de títulos con mayor liquidez y al paso del tiempo en sí.

Grafico 3.3. Evolución de los Errores Medios de los títulos *offofftherun* al estimar con los OTR.**Tabla 3.4 Regresión *offtherun***REGRESIÓN DE LOS ERRORES DE LOS TÍTULOS *OFFTHERUN*

	<i>Coefficientes</i>	Estadístico t	Prob. Asociada**
Constante	0,000118048	12,9565391	2,2016E-35
Pendiente	1,72092E-07	10,0518116	1,2651E-22
núm.observaciones	920		
Estadístico F	101,0389172		
R cuadrado	0,099053983		

Tabla 3.5 Regresión *offofftherun*REGRESIÓN DE LOS ERRORES DE LOS TÍTULOS *OFFOFFTHERUN*

	<i>Coefficientes</i>	Estadístico t	Prob. Asociada**
Constante	0,000356966	26,147698	4,1509E-113
Pendiente	1,90267E-07	7,41689419	2,72394E-13
núm.observaciones	920		
Estadístico F	55,01031936		
R cuadrado	0,056478169		

Para contrastar que las pendientes de la tendencia son diferentes de una clase de títulos a otros, se ha realizado un contraste para ver si se produce un cambio estructural.

Para ello se calcula el estadístico de Chow y tras comprobar el p-valor se rechaza la hipótesis nula de igualdad de pendientes (tabla 3.6)

Tabla 3.6 Contraste de cambio estructural para el método de Svensson

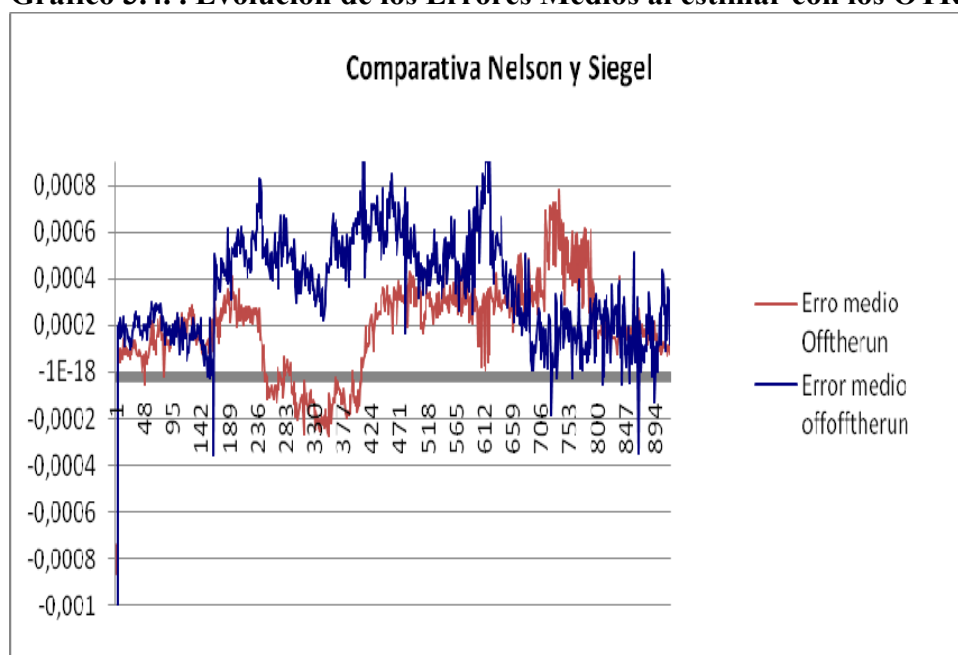
Contraste de Cambio Estructural para el método de Svensson	
Estadístico de Chow	451,53
p-valor	0,002212

Método de Nelson y Siegel (1987)

En el gráfico 3.4 se recogen los errores medios de los títulos *offtherun* y *offofftherun* al ser estimados con la muestra OTR, al igual que se hacía con el modelo de Svensson (1994). Se ve claramente que los errores cometidos con los *offtherun* son menores que los de los *offofftherun*. También se observa que los primeros días de cambio de *status* también se produce una prima de liquidez negativa al igual que ocurría para el método de Svensson. Los 920 días que se presentan se han obtenido igual que para el método de Svensson.

Las cuantías de las primas para ambas clases de títulos, *offtherun* y *offofftherun* no superan, en general, los 10 p.b, situándose en media en torno a los 4 p.b para los títulos *offofftherun*. Y al igual que se veía en Svensson (1994), los primeros días de la muestra aparecen unas primas negativas que se deben a lo mismo que se comentaba entonces.

Gráfico 3.4. . Evolución de los Errores Medios al estimar con los OTR.



También se ha realizado un contraste para la media de errores medios con cada clase de títulos, tablas 3.7 y 3.8.

Tabla 3.7 Contraste para los títulos *offtherun*

Contraste para la media en los títulos <i>offtherun</i>	
Error medio	0,000189078
Desv. Tip	6,59669E-06
Estadístico	28,66259463
pvalor	1,3531E-129 ***

Tabla 3.8 Contraste para los títulos *offofftherun*

Contraste para la media en los títulos <i>offofftherun</i>	
Error medio	0,000460707
Desv. Tip	1,95578E-05
Estadístico	23,55620797
pvalor	2,31539E-96 ***

El p-valor obtenido en ambos contrastes lleva a rechazar la hipótesis de que la media es igual a cero y, por lo tanto, aceptar la existencia de primas de liquidez en ambas series.

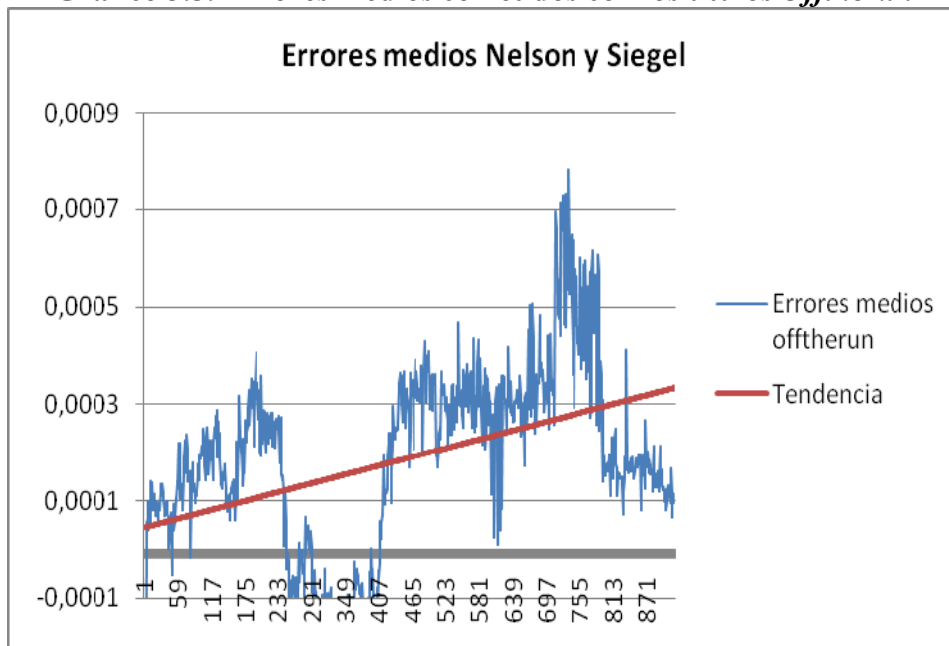
No obstante, también se ha realizado una prueba t para las dos series, que confirma estos resultados y rechaza la hipótesis de igualdad de medias entre ambas.

Tabla 3.9 Prueba t para varianzas desiguales Nelson y Siegel

Prueba t para dos muestras suponiendo varianzas desiguales		
	<i>Offtherun</i>	<i>Offofftherun</i>
Media	0,00018908	0,000460707
Varianza	4,0079E-08	3,52289E-07
Observaciones	920	920
Diferencia hipotética de las medias	0	
Grados de libertad	1125	
Estadístico t	-13,1529564	
P($T \leq t$) una cola	3,6865E-37	
Valor crítico de t (una cola)	1,64620921	
P($T \leq t$) dos colas	7,3729E-37	
Valor crítico de t (dos colas)	1,96207486	

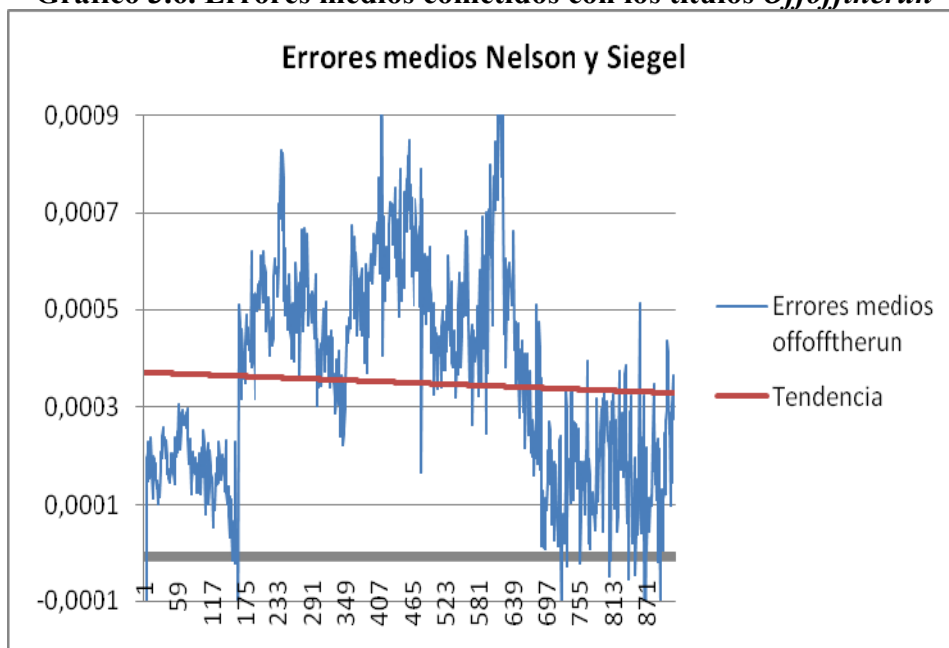
En cuanto a la evolución de las primas de liquidez en el tiempo para los títulos *offtherun*, se observa (gráfico 3.5) que ésta es creciente (su tendencia tiene pendiente positiva).

Gráfico 3.5. Errores medios cometidos con los títulos *Offtherun*



La evolución en tiempo de las primas de liquidez para los títulos *offofftherun* es constante, es decir, que no se observa que vayan aumentando. La pendiente de su tendencia se puede considerar igual a cero (gráfico 3.6).

Gráfico 3.6. Errores medios cometidos con los títulos *Offofftherun*



Los resultados de las regresiones respecto al tiempo, realizadas con cada clase de títulos se muestran en las tablas 3.10 y 3.11.

Tabla 3.10 Regresión *offtherun*

REGRESIÓN DE LOS ERRORES DE LOS TÍTULOS *OFFTHERUN*

	<i>Coefficientes</i>	Estadístico t	Prob. Asociada**
Constante	4,41829E-05	3,678686301	0,000248075
Pendiente	3,14648E-07	13,92657267	3,88286E-40
núm.observaciones	920		
Estadístico F	193,9494262		
R cuadrado	0,174422884		

Tabla 3.11 Regresión *offofftherun*

REGRESIÓN DE LOS ERRORES DE LOS TÍTULOS *OFFOFFTHERUN*

	<i>Coefficientes</i>	Estadístico t	Prob. Asociada**
Constante	0,000370713	20,1964541	2,44432E-75
Pendiente	-4,59727E-08	-1,33142866	0,183378526
núm.observaciones	920		
Estadístico F	1,772702274		
R cuadrado	0,001927326		

Para contrastar que las pendientes de la tendencia son diferentes de una clase de títulos a otros, se ha realizado un contraste de cambio estructural. Se calcula el estadístico de Chow y tras comprobar el p-valor se rechaza la hipótesis nula de igualdad de pendientes (tabla 3.12)

Tabla 3.12 Contraste de cambio estructural para Nelson y Siegel

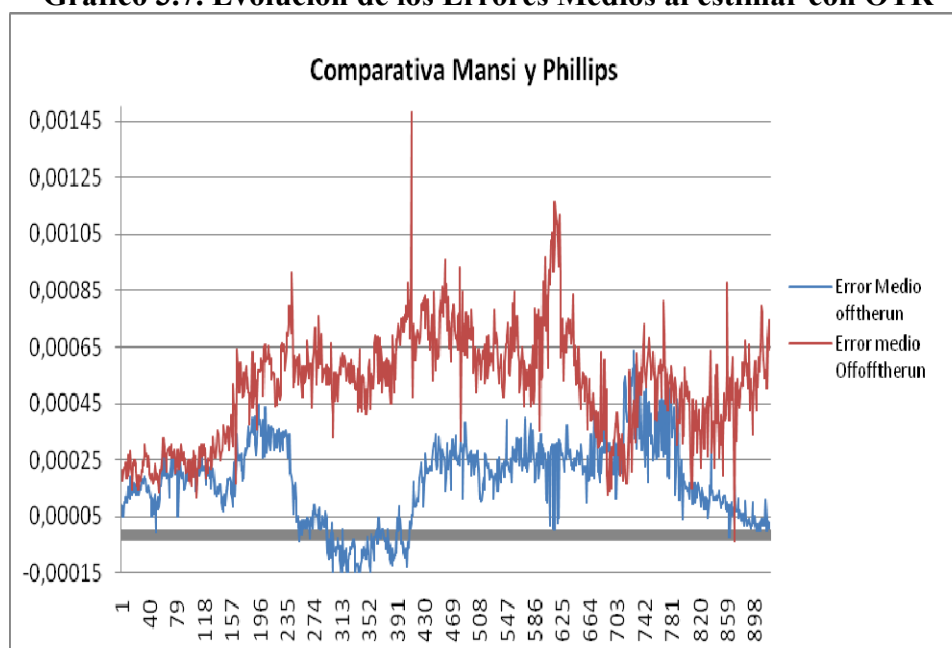
Contraste de cambio estructural para el método de Nelson y Siegel	
<i>Estadístico de Chow</i>	145,309983
<i>p-valor</i>	0,00685818

Método de Mansi y Phillips (2001)

El comportamiento de los errores medios con ambas clases de títulos *offiherun* y *offoffiherun* muestra (gráfico 3.7) que las primas de liquidez son, en general, positivas. Asimismo, se observa que éstas son mayores para los títulos *offoffiherun*.

Las cuantías de las primas parecen coincidir en torno a los 4 p.b. de media para los títulos *offoffiherun*, al igual que sucedía en los casos anteriores. Sin embargo, en este método de estimación no se observan las primas negativas en los primeros días de la muestra.

Gráfico 3.7. Evolución de los Errores Medios al estimar con OTR



Para cada serie de errores se ha realizado un contraste para la media (tablas 3.13 y 3.14) que muestra la existencia de primas de liquidez positivas para ambas series.

Tabla 3.13 Contraste para los títulos *offtherun*

Contraste para la media de para los títulos <i>offtherun</i>	
Error medio	0,000174301
Desv. Tip	4,75782E-06
Estadístico	36,63474786
pvalor	7,3491E-182 ***

Tabla 3.14 Contraste para los títulos *offofftherun*

Contraste para la media de los títulos <i>offofftherun</i>	
Error medio	0,000381592
Desv. Tip	1,2916E-05
Estadístico	29,54418003
pvalor	2,1196E-135 ***

Al igual que en los métodos anteriores, también se puede apreciar la existencia de primas de liquidez, que serían menores para los *offtherun* que para los títulos *offofftherun*. Al realizar la prueba *t* con ambas series se rechaza la hipótesis nula de igualdad de medias.

Tabla 3.15 Prueba *t* para varianzas desiguales Mansi y Phillips

Prueba <i>t</i> para dos muestras suponiendo varianzas desiguales		
	<i>Offtherun</i>	<i>Offofftherun</i>
Media	0,000174301	0,00038159
Varianza	2,08486E-08	1,5364E-07
Observaciones	920	920
Diferencia hipotética de las medias	0	
Grados de libertad	1164	
Estadístico <i>t</i>	-15,05170758	
P(T<=t) una cola	3,23053E-47	
Valor crítico de <i>t</i> (una cola)	1,646163756	
P(T<=t) dos colas	6,46107E-47	
Valor crítico de <i>t</i> (dos colas)	1,962004057	

Para ver la evolución de las primas de liquidez en el tiempo, se presentan por separado ambas clases de títulos (gráficos 3.8 y 3.9). De su análisis se desprende que, en los dos casos, las primas son crecientes con el tiempo, siendo las pendientes de sus respectivas tendencias positivas.

Gráfico 3.8. Errores medios cometidos con los títulos *offtherun*

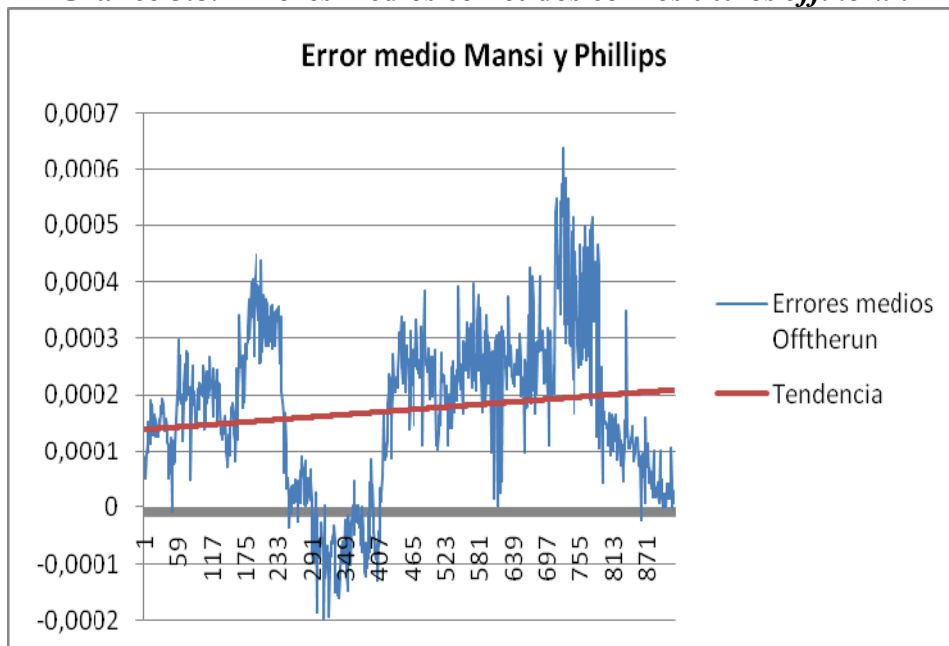
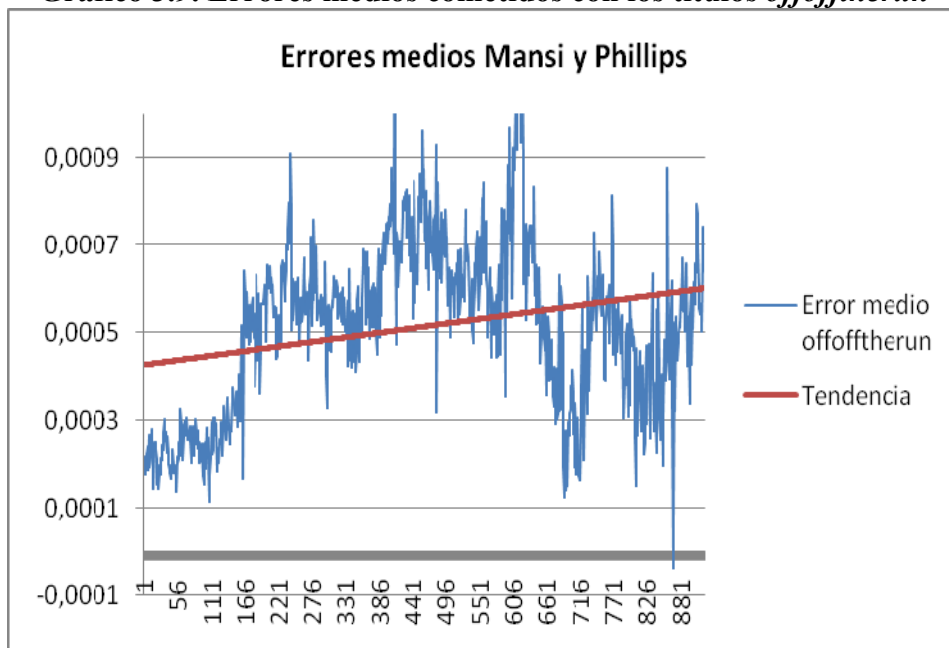


Gráfico 3.9. Errores medios cometidos con los títulos *offofftherun*



Los resultados de las regresiones respecto al tiempo, realizadas con cada clase de títulos se muestran en las tablas 3.16 y 3.17.

Tabla 3.16 Regresión *offtherun*REGRESIÓN DE LOS ERRORES DE LOS TÍTULOS *OFFTHERUN*

	<i>Coeficientes</i>	Estadístico t	Prob. Asociada**
Constante	0,000139224	14,74889622	2,43169E-44
Pendiente	7,61724E-08	4,289666776	1,97906E-05
núm.observaciones	920		
Estadístico F	18,40124105		
R cuadrado	0,019651022		

Tabla 3.17 Regresión *offofftherun*REGRESIÓN DE LOS ERRORES DE LOS TÍTULOS *OFFOFFTHERUN*

	<i>Coeficientes</i>	Estadístico t	Prob. Asociada**
Constante	0,000426022	34,62339317	1,0074E-168
Pendiente	1,89808E-07	8,200349468	8,03444E-16
núm.observaciones	920		
Estadístico F	67,2457314		
R cuadrado	0,068252751		

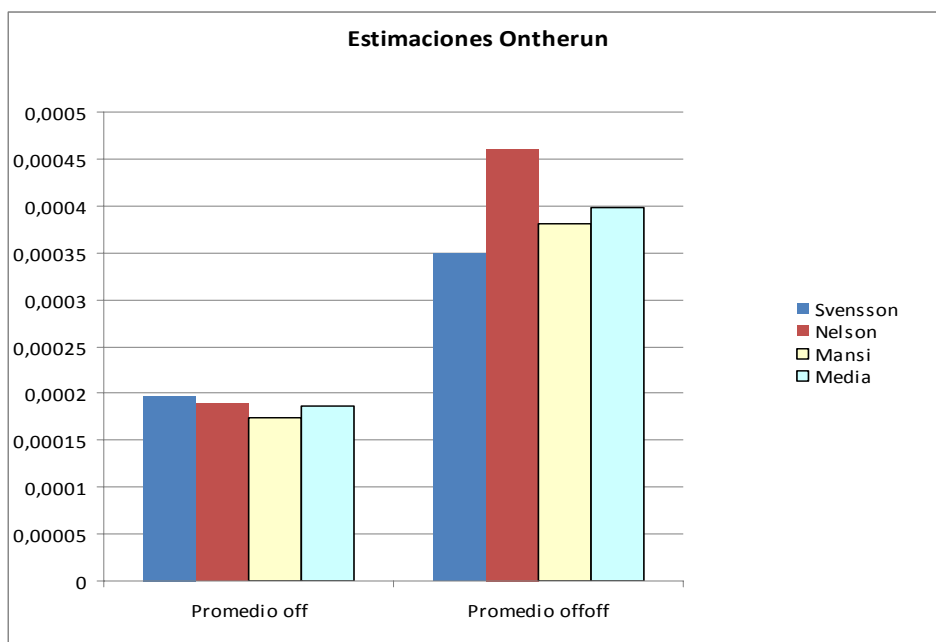
Al ser ambas pendientes positivas, se realiza un contraste para ver si éstas son diferentes de una clase de títulos. Para ello se calcula el estadístico de Chow y tras comprobar el p-valor se rechaza la hipótesis nula de igualdad de pendientes (tabla 3.18)

Tabla 3.18 Contraste de Cambio Estructural para Mansi y Phillips

Contraste de cambio estructural para el método de Mansi y Phillips	
Estadístico de Chow	964,9959772
p-valor	0,001035736

Comparación entre métodos

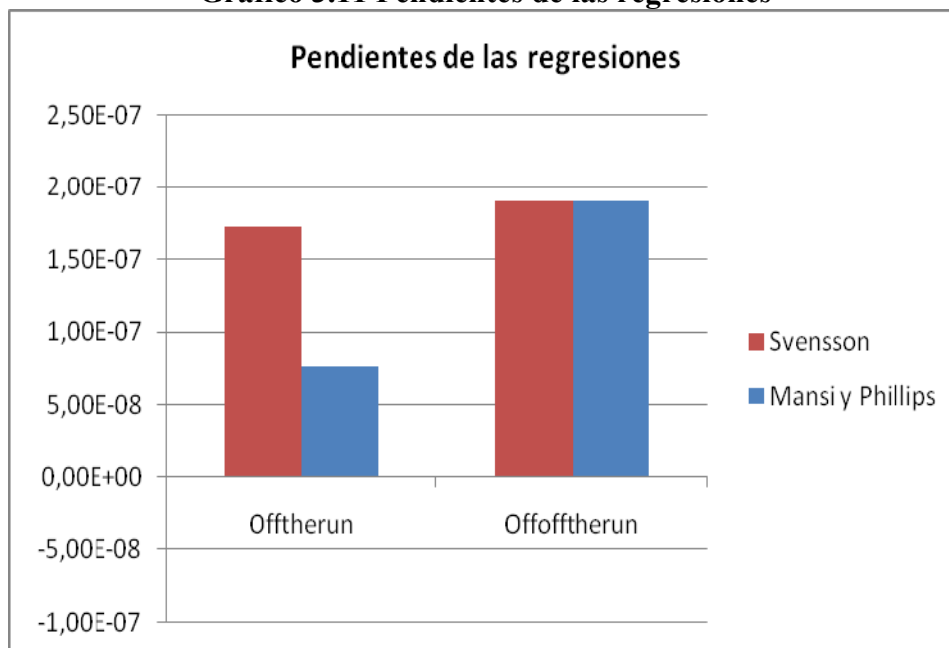
La comparación entre métodos en este punto no parece muy relevante, sin embargo, obtener la media del promedio de todos los métodos nos aporta una cifra global que cuantifica en media la prima de liquidez para cada categoría de títulos a la vez que eliminamos el sesgo de modelo.

Gráfico 3.10 Promedio de Errores con los tres modelos

Si se observa el gráfico 3.10, en el que se muestran los promedios de los errores medios para cada clase de títulos con los distintos modelos, se puede apreciar que en cuanto a los títulos *offtherun* los tres métodos producen resultados similares. Sin embargo, para los títulos *offofftherun* el método de Svensson produce unos menores errores medios en promedio.

En los tres métodos la prima media para los títulos *offtherun* es de casi 2 p.b., mientras que la prima media para los títulos *offofftherun* alcanza los 4 p.b.

Si se analizan las pendientes de las regresiones obtenidas para los métodos de Svensson (1994) y Mansi y Phillips (2001) que se muestran en el gráfico 3.11, se puede apreciar claramente que son mayores las correspondientes al segmento de títulos constituido por los *offofftherun*.

Gráfico 3.11 Pendientes de las regresiones

3.3.2 Estimaciones realizadas con la muestra OOTR

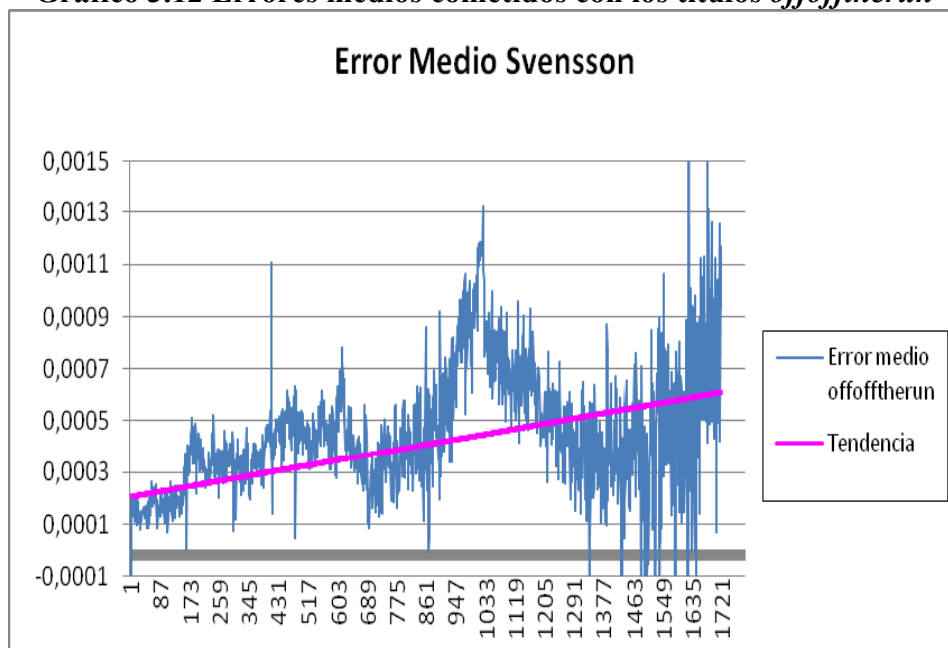
A continuación se presentan los resultados obtenidos para cada modelo utilizado en la estimación. En este caso los resultados que se muestran son para los títulos *offofftherun*.

Método de Svensson (1994)

Observando los errores medios cometidos con este método (gráfico 3.12), se aprecia la existencia de primas de liquidez para estos títulos. El número de datos es de 1720 días y se ha calculado agregando los errores medios de los distintos títulos *offofftherun* para poder analizar el primer y el último día que presentaban ese status⁵⁶.

⁵⁶ Se ha realizado de igual forma que en el apartado anterior.

Gráfico 3.12 Errores medios cometidos con los títulos *offofftherun*



Igual que ocurría al estimar con la muestra OTR, este método revela la existencia de primas negativas de liquidez durante los primeros días de cambio de status.

La existencia de primas de liquidez positivas para estos títulos se confirma en la tabla 3.19 que muestra un contraste de media para los errores de los títulos *offofftherun*.

Tabla 3.19 Contraste para la media de errores de los títulos *offofftherun*

Contraste la media de los errores de los <i>offofftherun</i>	
Error medio	0,00040823
Desv. Tip	1,2065E-05
Estadístico	33,8362508
pvalor	9,385E-193 ***

La tendencia de los errores (primas de liquidez) es creciente con el tiempo (tiene pendiente positiva), es decir, que a medida que la vida de los títulos aumenta, la liquidez lo hace inversamente, por lo tanto a menor liquidez mayor error en TIR.

Los coeficientes obtenidos al realizar una regresión de los errores de los títulos respecto al tiempo se muestran en la tabla 3.20.

Tabla 3.20 Regresiones de los *offofftherun* Svensson
REGRESIÓN DE LOS ERRORES DE LOS TÍTULOS OFFOFFTHERUN

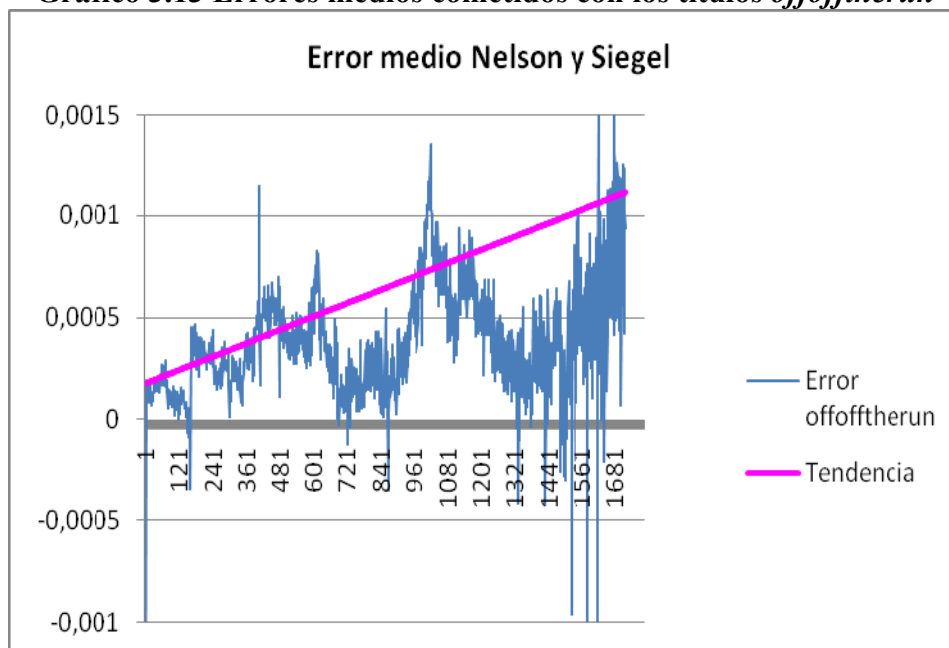
	<i>Coeficientes</i>	<i>Estadístico t</i>	<i>Prob. Asociada**</i>
Constante	0,000205805	8,76274212	4,48276E-18
Pendiente	2,35373E-07	9,95049636	1,02032E-22
núm.observaciones	1719		
Estadístico F	99,01237782		
R cuadrado	0,054521863		

El hecho de que la pendiente sea positiva, indica que esas primas de liquidez crecientes se deben a un doble motivo: que hay títulos más líquidos en el mercado y que a medida que pasa el tiempo los títulos *offofftherun* son menos líquidos.

Método de Nelson y Siegel (1987)

Para este método de estimación, los errores medios cometidos con los títulos *offofftherun* (gráfico 3.13) muestran la existencia de primas de liquidez crecientes con el tiempo. El número de días observados se ha obtenido de igual forma que para el método de Svensson (1994). También en este caso se producen primas de liquidez negativas en los primeros días en lo que los títulos alcanzan el *status* de *offofftherun*.

Gráfico 3.13 Errores medios cometidos con los títulos *offofftherun*



El contraste realizado para la media de errores confirma la existencia de primas de liquidez (tabla 3.21).

Tabla 3.21 Contraste para la media de los errores de los títulos *offofftherun*

Contraste para ver si la media es igual a cero			
Error medio	0,00064542		
Desv. Tip	1,6792E-05		
Estadístico	38,4357985		
pvalor	9,115E-234	***	

Tabla 3.22 Regresión de los *offofftherun* Nelson y Siegel

REGRESIÓN DE LOS ERRORES DE LOS TÍTULOS OFFOFFTHERUN

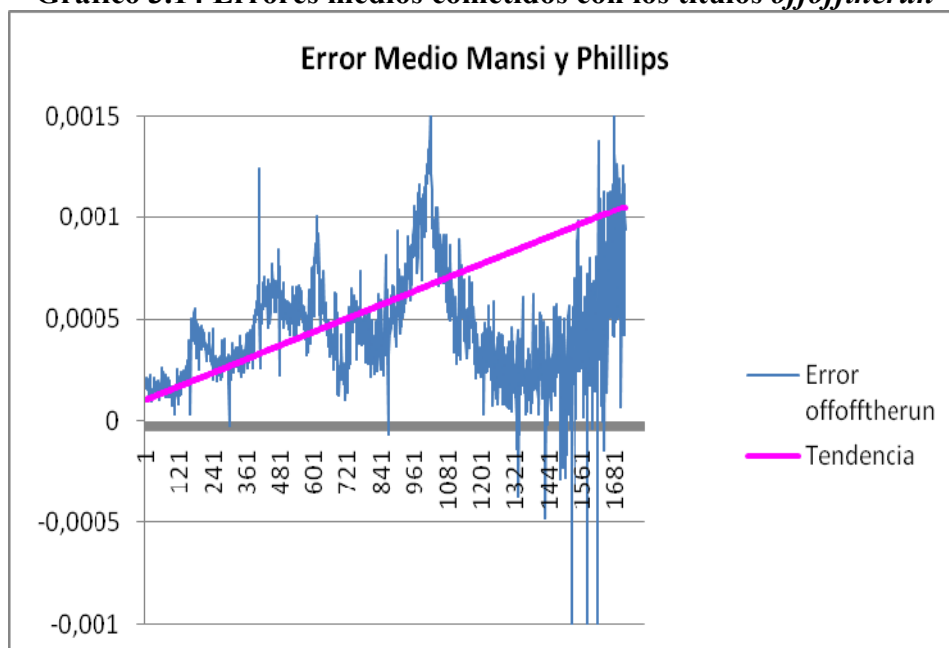
	Coeficientes	Estadístico t	Prob. Asociada**
Constante	0,00017697	5,7121274	1,31242E-08
Pendiente	5,4471E-07	17,4569873	5,99678E-63
núm.observaciones	1719		
Estadístico F	304,746404		
R cuadrado	0,15073423		

La regresión de los errores de los títulos respecto al tiempo muestra una pendiente positiva (con la misma interpretación que para el método de Svensson).

Método de Mansi y Phillips (2001)

Igual que para los casos anteriores se observa (gráfico 3.14) la existencia de primas de liquidez para los títulos *offofftherun* estimados con la muestra de títulos OOTR. Al igual que ocurría al estimar con los OTR este es el único método (de los tres considerados) que no presenta primas de liquidez negativas en los primeros días de cambio de *status* de los títulos.

Gráfico 3.14 Errores medios cometidos con los títulos *offofftherun*



El contraste realizado para la media de errores confirma la existencia de primas de liquidez.

Tabla 3.23 Contraste para la media de los errores de los offofftherun

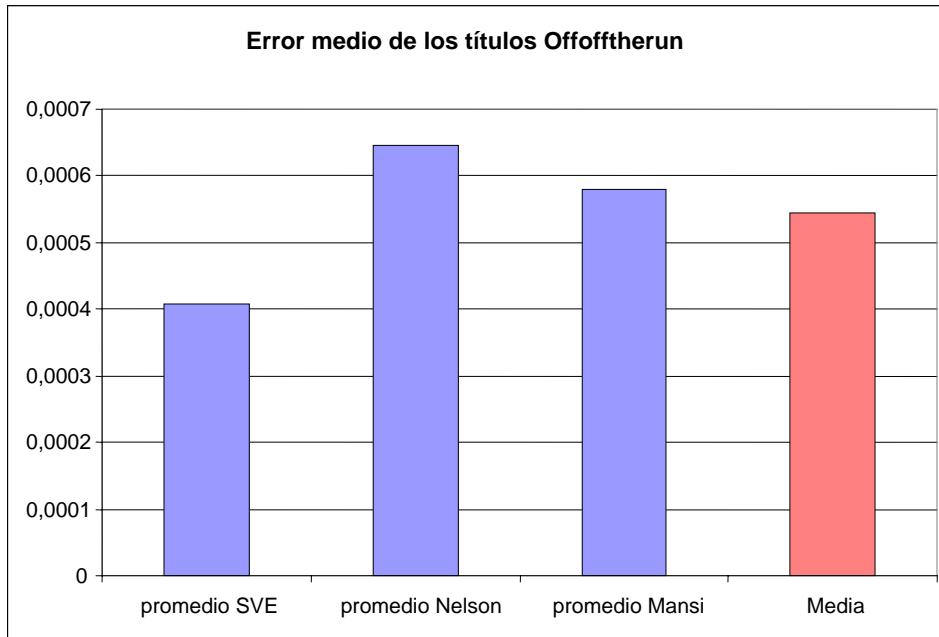
Contraste para ver si la media de los errores es igual a cero	
Error medio	0,000579558
Desv. Tip	1,29597E-05
Estadístico	44,72011816
Pvalor	4,1972E-290 ***

Los coeficientes de la regresión realizada de los errores de los títulos respecto al tiempo muestran que la pendiente es positiva y más acusada que en los métodos anteriores.

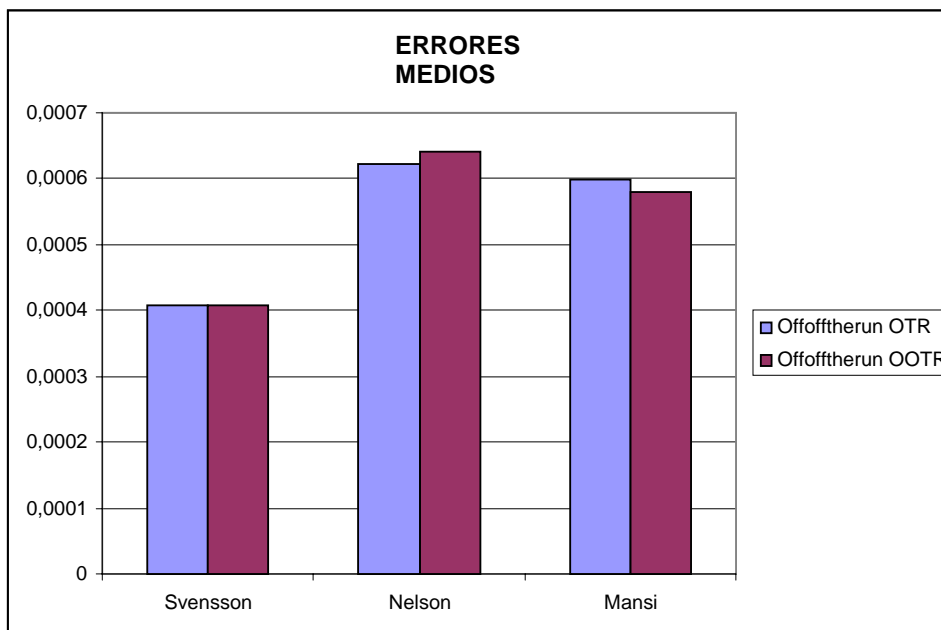
Tabla 3.24 Regresión de los Offofftherun Mansi y Phillips**REGRESIÓN DE LOS ERRORES DE LOS TÍTULOS OFFOFFTHERUN**

	<i>Coeficientes</i>	Estadístico t	Prob. Asociada**
Constante	0,00010408	4,66540498	3,31865E-06
Pendiente	5,5288E-07	24,6074913	24,60749127
núm.observaciones	1719		
Estadístico F	605,528627		
R cuadrado	0,26071955		

Si se comparan los promedios de los errores en TIR de cada método (gráfico 3.15), claramente Svensson (1994) es el que produce menores errores, como era lógico esperar, debido a los resultados obtenidos en el capítulo segundo. La media muestra el promedio de los promedios obtenidos con los tres modelos y es un dato de utilidad puesto que minimiza el sesgo de modelo.

Gráfico 3.15. Errores medios por método de estimación

Una comparación muy interesante resulta la de confrontar los errores medios obtenidos con los títulos *offofftherun* según se haya estimado con las muestras OTR u OOTR, los resultados se muestran en el gráfico 3.16.

Gráfico 3.16. Errores medios *offofftherun* con OTR y con OOTR

De este análisis se pueden sacar varias conclusiones:

- La primera es que las diferencias entre las primas de liquidez según se estime con las muestras OTR o con la OOTR son muy pequeñas. Especialmente llamativo es el caso de Svensson (1994).
- La segunda conclusión es que el coste de estimar con la muestra OTR, debido a la escasez de títulos, no merece la pena, visto la similitud obtenida en los errores medios.

Es cierto que cuando se estima con la muestra OOTR se tiene menos liquidez, pero esa carencia no parece reflejarse del todo en los resultados. Según esto, merece la pena estimar con la muestra OOTR, ya que la pérdida de rigor es mínima y se evitan otros problemas como el escaso número de títulos utilizados en la estimación.

Principales conclusiones derivadas del análisis de las primas de liquidez

De los resultados presentados hasta ahora se pueden extraer las siguientes conclusiones:

- Para todos los casos estudiados se confirma la existencia de primas de liquidez. La media de las primas (errores) de los tres modelos al estimar con la muestra OTR alcanza los 2 p.b. para los títulos *offiherun* y los 4 p.b. para los *offofftherun*. En el caso de la estimación con la muestra OOTR, la media de los *offoffiherun* se sitúa en torno a los 5 p.b.

Este resultado confirma que las primas de los títulos *offofftherun* son mayores, en media, a los de los títulos *offtherun*. Además, si se comparan los resultados obtenidos entre los títulos *offofftherun* para las distintas muestras, se observa que la diferencia es muy pequeña (apenas un punto básico en media), lo que implica que la pérdida de liquidez en la estimación de la curva debido a utilizar la muestra OOTR no tiene un coste excesivo en las primas obtenidas presentando además la ventaja de tener más parámetros y producir un mejor ajuste.

Este resultado vendría a confirmar a la muestra OOTR como la más adecuada para realizar la estimación de la ETTI teniendo en cuenta la liquidez.

- En los métodos de Svensson (1994) y Nelson y Siegel (1987) aparecen primas de liquidez negativas los primeros días tras producirse el cambio de *status* de liquidez de los títulos. Este resultado podría indicar que durante esos primeros días no se ha perdido totalmente la liquidez que tenían los títulos en el *status* anterior.
- En cuanto a la evolución de las primas de liquidez en el tiempo, para todos los casos⁵⁷ se observa que son crecientes con el tiempo (la pendiente de su tendencia es positiva).

En el caso de las estimaciones hechas con la muestra OTR:

⁵⁷ Excepto para los títulos *offofftherun* del método de Nelson y Siegel (1987) estimados con la muestra OTR.

- En los métodos de Svensson (1994) y de Mansi y Phillips(2001) las pendientes de las tendencias de las primas de los títulos *offtherun* y *offofftherun* se ha contrastado que son distintas (estadístico de Chow). Siendo mayor la pendiente de los títulos *offofftherun*. Este resultado sugiere que para el segmento de títulos menos líquidos las primas de liquidez crecen a mayor velocidad respecto al tiempo.
- El método de Nelson y Siegel (1987) muestra pendiente positiva para las primas de los títulos *offtherun*, mientras que ese crecimiento puede suponerse constante para los *offofftherun*.

En el caso de las estimaciones hechas con la muestra OOTR

- Para los tres métodos de estimación se observa que las primas de liquidez obtenidas para los títulos *offofftherun* son positivas y crecientes con el tiempo.

3.3.3. Análisis de las primas de liquidez según el tipo de emisión

Una vez comprobada la existencia de primas de liquidez en los títulos del mercado de Deuda Pública, resulta interesante ver si el comportamiento de las primas se mantiene invariable dependiendo de las características de emisión de los títulos.

Para ver esto se ha procedido a analizar los títulos por separado. A continuación se muestran los resultados que en conjunto se han obtenido para los distintos métodos al estimar con la muestra OTR.

Gráfico 3.17 Errores por tipos de emisión Svensson

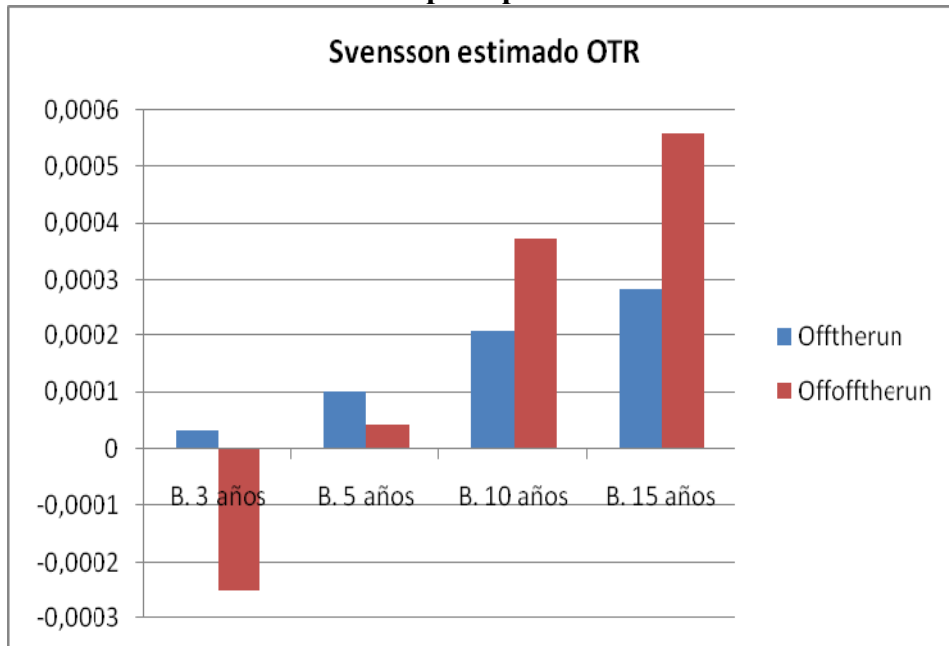


Gráfico 3.18 Errores por tipos de emisión Nelson y Siegel

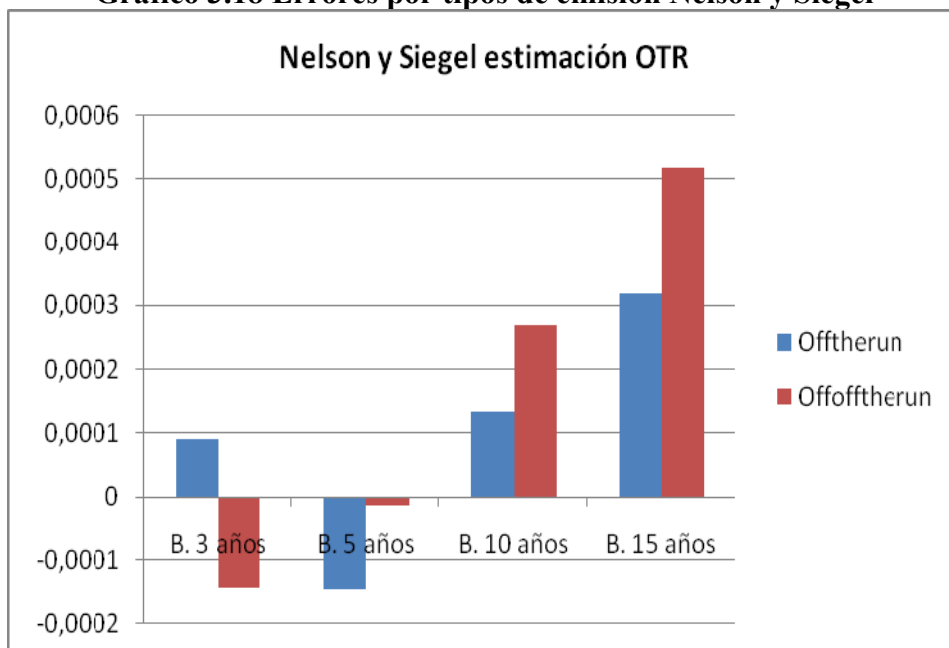
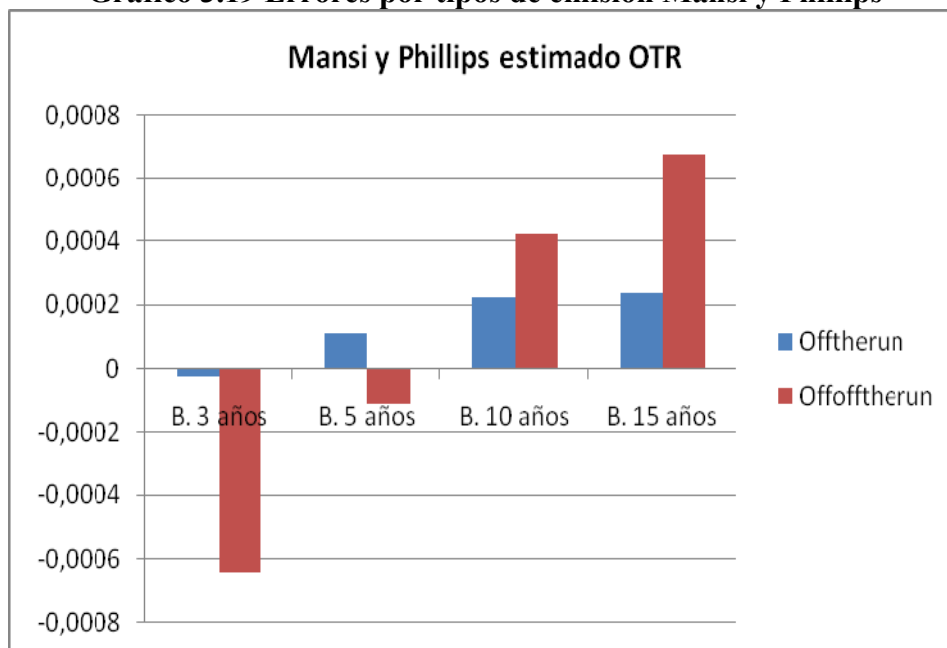
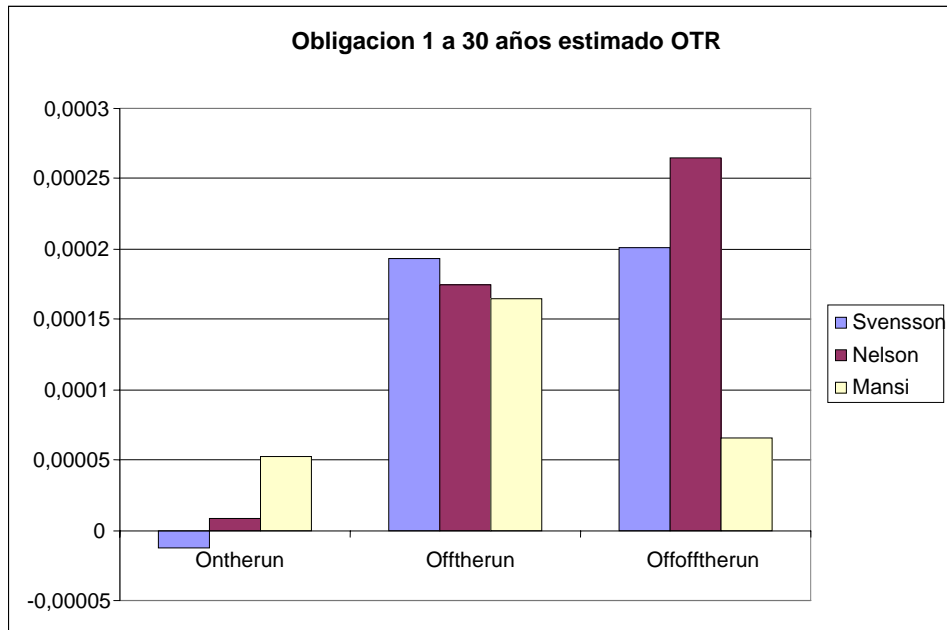


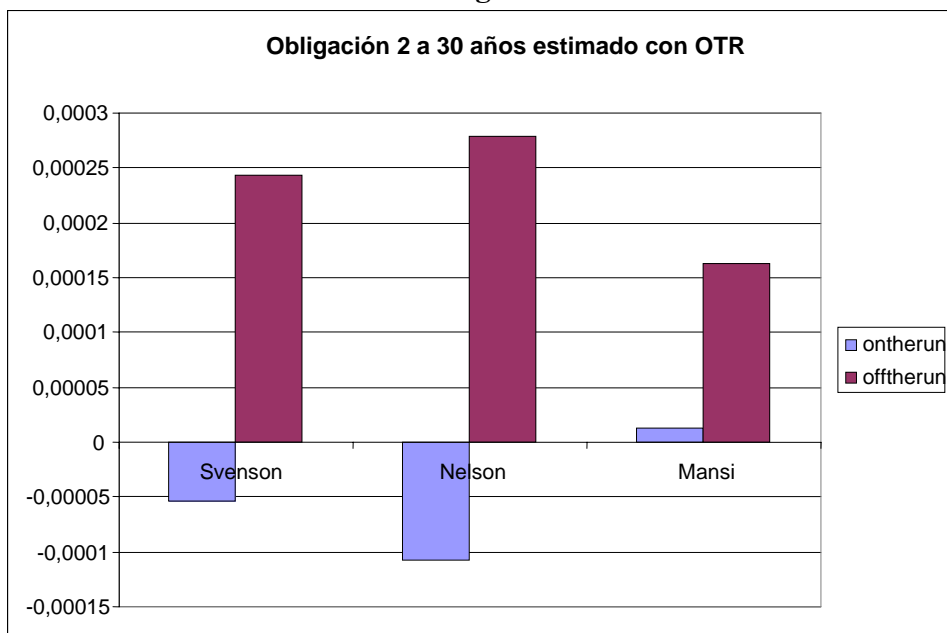
Gráfico 3.19 Errores por tipos de emisión Mansi y Phillips

Como se puede observar en los gráficos anteriores, existe una relación positiva entre el plazo de emisión del título y la prima de liquidez que lleva en el momento que pasa a ser *offtherun* u *offofftherun*. Esta prima creciente es más acusada en el caso de los títulos *offofftherun* que con los *offtherun*. Esto puede ser consecuencia del hecho de que la falta de liquidez en un bono a 10 o 15 años requiere una mayor compensación que en un título a más corto plazo, pues la posibilidad de tener que venderlo antes de amortización es superior en los de más largo plazo.

En los gráficos anteriores no se han incluido los títulos a 30 años. Esto es debido a que no existen muchas referencias cotizando al mismo tiempo y no hay distintos títulos que observar. Sin embargo, para no dejar de ver qué pasa en este caso, se han escogido los dos títulos a 30 años vigentes la mayor parte de la muestra con diferentes estadios de liquidez. A esos títulos los llamaremos 1 y 2. Los gráficos siguientes muestran los resultados obtenidos con cada modelo al estimar con la muestra OTR.

Gráfico 3.20 Obligación a 30 años 1

En general, se observa que a medida que el título se vuelve menos líquido las primas de liquidez aumentan (gráficos 3.20 y 3.21).

Gráfico 3.21 Obligación a 30 años 2

Para este título, sí se observa que las primas son crecientes cuanto menor liquidez, sin embargo hay que tener en cuenta que este título no llega al estadio de *offofftherun*.

Como comentario general a la vista de los resultados obtenidos para los distintos títulos, parece que cuanto más largo es el período de vida de un título mayor estabilidad se produce a la hora de recoger las primas de liquidez, esto es lógico ya que se dispone de mayor número de observaciones en la muestra.

3.3.4 Análisis de las primas de liquidez con el modelo de Svensson (1994)

Tras confirmar la existencia de primas de liquidez en el MDPA se va a proceder a analizar con más detalle las mismas. El objetivo es dar una estimación aproximada de cuál sería la prima de liquidez asociada a un determinado título en función de sus características: plazo de emisión, categoría en la que se encuentra según su liquidez y tiempo transcurrido desde que dejó de ser *ontherun*.

Este análisis sólo se va a realizar con el método de Svensson (1994) puesto que es el que mejores resultados ha venido produciendo a lo largo de todo el trabajo. Consistirá en realizar distintas regresiones de los errores (primas de liquidez) obtenidos con la muestra OTR respecto a las características del título a considerar. Concretamente se tomarán como variables la categoría en la que se encuentra el título (*offtherun* u *offofftherun*), los días transcurridos desde que el título alcanzó esa categoría (desde que dejó de ser *ontherun* en el caso de los *offtherun*, y desde que dejó de ser *offtherun* en el caso de los *offofftherun*)

Se ha procedido a realizar las regresiones sobre dichas variables de manera escalonada. En la tabla 3.25 se muestra la primera regresión (Ecuación 83), en la que la diferencia entre el TIR observado del título y el teórico que se obtiene de la ETTI estimada es usado como variable dependiente frente a la clasificación del grado de liquidez. La categoría de referencia son los títulos *ontherun*, que son los que se han usado en la estimación de la ETTI. Los títulos *offtherun* y *offofftherun* se identifican mediante dos variables dicotómicas. Como puede comprobarse en dicha tabla, ambas variables son positivas y significativas, lo que implica que existirían unas primas de liquidez en ambas categorías, por un valor de 1,74p.b. para los *offtherun* y de 4,63p.b. para los *offtherun*.

$$\text{Prima de Liquidez}_i = \beta_0 + \beta_1 \text{offtr}_i + \beta_2 \text{offofftr}_i + \varepsilon_i \quad (83)$$

Tabla 3.25 Regresión de errores respecto a clasificación del título

ERROR EN FUNCIÓN DE LA CLASIFICACIÓN DE LOS TÍTULOS			
Variable	Coefficiente	Estadístico <i>t</i>	P valor
Clasificación <i>offtherun</i>	0,000174	29,0655	1,221E-183
Clasificación <i>offofftherun</i>	0,000463	126,679	0
Número de Observaciones	36484		
Coefficiente de determinación R ²	0,316491		
R ² ajustado	0,316445		
Estadístico <i>F</i>	8446,300035		0

Sobre el modelo de la ecuación 83 y tabla 3.25 se añade, a continuación, una variable que indique el plazo al que se emitió el título. Dado que la prima de liquidez es una forma de compensar por el hecho de que es posible que, en caso de venderse antes de vencimiento el activo, se incurriría en una pérdida. Este riesgo a compensar será mayor, cuanto más tiempo falte a vencimiento. Esto debe reflejarse en el plazo original de vencimiento del título.

$$\text{Prima de Liquidez}_i = \beta_0 + \beta_1 \text{offtr}_i + \beta_2 \text{offofftr}_i + \beta_3 \text{plazo}_i + \varepsilon_i \quad (84)$$

Tabla 3.26 Regresión de errores respecto a clasificación y a plazo de emisión

ERROR EN FUNCIÓN DE LA CLASIFICACIÓN DE LOS TÍTULOS Y DE SU PLAZO DE EMISIÓN			
Variable	Coefficiente	Estadístico <i>t</i>	P valor
Clasificación <i>offttherun</i>	0,000131	19,0420	1,88E-80
Clasificación <i>offoffttherun</i>	0,000425	90,4650	0
Plazo	3,87E-06	12,6035	2,40E-36
Número de Observaciones	36484		
Coefficiente de determinación R ²	0,319454		
R ² ajustado	0,319389		
Estadístico <i>F</i>	5708,180232		0

Por último, y dada la evidencia encontrada en este capítulo, de que el efecto de la prima de liquidez crece a medida que transcurren los días desde que un título pierde la condición de *ontherun* o *offtherun*, se añaden dos nuevas variables al modelo, que recogen esta característica (véase tabla 3.27).

$$\text{Prima Liquidez}_i = \beta_0 + \beta_1 \text{offtr}_i + \beta_2 \text{offofftr}_i + \beta_3 \text{plazo}_i + \beta_4 \text{diasofftr}_i + \beta_5 \text{diasoffofftr}_i + \varepsilon_i \quad (85)$$

Tabla 3.27 Regresión de errores respecto a clasificación, a plazo de emisión y días transcurridos en la categoría.

ERROR EN FUNCIÓN DE LA CLASIFICACIÓN, DEL PLAZO DE EMISIÓN Y DEL TIEMPO TRANSCURRIDO DESDE QUE ENTRA EN UNA CATEGORÍA			
Variable	Coefficiente	Estadístico <i>t</i>	P valor
Clasificación <i>offtherun</i>	0,000123	13,7152986	1,04E-42
Clasificación <i>offoffttherun</i>	0,000319	48,9025704	0
Plazo	3,20E-06	10,1825784	2,55E-24
Días <i>offttherun</i>	6,96E-08	2,31556836	0,020587
Días <i>offoffttherun</i>	2,12E-07	23,9447068	9,8E-126
Número de Observaciones	36484		
Coefficiente de determinación R ²	0,330051		
R ² ajustado	0,329951		
Estadístico <i>F</i>	3594,298211		0

La interpretación de los resultados obtenidos en la Tabla 3.27 para las distintas variables sería la siguiente:

- En cuanto a la estimación del error en función de la clasificación del título éste será 1,23 p.b. mayor para un título *offtherun* y 3,19 p.b. para un *offofftherun* respecto de un título que sea *ontherun*. Esto significa que las primas de liquidez a soportar por los títulos *offtherun* y *offofftherun* ascienden a 1,23 p.b. y 3,19 p.b. respectivamente.
- Cuando se toma en cuenta el plazo se observa que ese error estimado aumentará en 0,032 p.b. por cada año de emisión. De esta forma, los bonos a 3 años llevarán asociada una prima de liquidez de 0,096 p.b., para los bonos emitidos a 5 años esa prima será de 0,160 p.b., para las obligaciones a 10 años será de 0,320 p.b., para las obligaciones a 15 años será de 0,480 p.b. y finalmente, para las obligaciones a 30 años será de 0,96 p.b.
- En el caso de los días transcurridos desde que se alcanza la categoría correspondiente las primas de liquidez son de 0,00069 p.b. más por cada día que un título se aleja del momento en que dejó de ser *ontherun* en el caso de los *offtherun*; y 0,0021 p.b. para los *offofftherun* desde el momento en que dejaron de ser *offtherun*. Esto implica que al cabo de 6 meses, 1 año y 2 años la prima de liquidez se incrementaría de acuerdo a la tabla 3.28.

Tabla 3.28 Incrementos de la prima de liquidez según los días transcurridos

	<i>offtherun</i>	<i>offofftherun</i>
6 meses	0,125 p.b	0,382 p.b
1 año	0,254 p.b	0,776 p.b
2 años	0,508 p.b	1,552 p.b

Según los resultados obtenidos en la tabla 3.27 la ecuación 85 se podría reescribir así:

$$P.Liquidez_i = 0,000123 \cdot offtr_i + 0,000319 \cdot offofftr_i + 0,0000032 \cdot plazo_i + 0,0000000696 \cdot diasofftr_i + 0,000000212 \cdot diasoffofftr_i \quad (86)$$

Según la ecuación 86, un título emitido a 5 años que se encuentre en la categoría de *offtherun* desde hace 30 días tendrá una prima de liquidez de 1,46 p.b:

$$0,000146 = 0,000123 \cdot 1 + 0,000319 \cdot 0 + 0,0000032 \cdot 5 + 0,0000000696 \cdot 30 + 0,000000212 \cdot 0$$

Mientras que un título a 15 años *offofftherun* desde hace 100 días tendrá una prima de liquidez de 3,88 p.b:

$$0,000388 = 0,000123 \cdot 0 + 0,000319 \cdot 1 + 0,0000032 \cdot 15 + 0,0000000696 \cdot 0 + 0,000000212 \cdot 100$$

Este análisis realizado resulta muy interesante puesto que permite conocer aproximadamente cuáles serán las primas de liquidez de un título en función de sus características, categoría, plazo de emisión y días transcurridos en dicha categoría. Además, conforme se van emitiendo nuevos títulos da una idea de qué se puede esperar que haga la liquidez de los títulos que ya están en el mercado debido al cambio que sufrirán sus condiciones a consecuencia de la incorporación de nuevas emisiones.

Conclusiones

El objetivo perseguido en esta Tesis Doctoral era el de comparar tres métodos alternativos de estimación de la ETTI basados en funciones simples paramétricas para ver cuál de ellos resultaba más idóneo aplicado al mercado español de Deuda Pública Anotada. Los tres métodos elegidos para realizar esa comparación eran: el propuesto por Nelson y Siegel (1987), la versión extendida del anterior propuesta por Svensson (1994) y el método de Mansi y Phillips (2001). Además, al realizar las estimaciones se tenía en cuenta el efecto que la distinta liquidez de los títulos utilizados provocaba en los resultados.

En la estimación de la ETTI son muchas las cuestiones importantes a tener en cuenta y que condicionarán los resultados obtenidos. Así, los datos empleados, la elección de la función a estimar, la técnica de estimación a utilizar son elementos que deben elegirse cuidadosamente en función del objetivo último perseguido por la estimación.

La muestra utilizada en la estimación se componía por Bonos y Obligaciones de Deuda Pública y operaciones simultáneas a plazos. Esta muestra se ha tomado desde

enero de 1998 hasta marzo de 2005, lo que deja un total de 1741 días. Para intentar corregir el efecto distorsionador que la distinta liquidez de los títulos utilizados pudiera tener sobre los resultados de la estimación, los Bonos y Obligaciones utilizados en la muestra se dividieron en tres grupos, atendiendo al grado de liquidez de los mismos (*ontherun*, *offtherun* y *offofftherun*); y con ellos se configuraron tres muestras (todos los títulos, sólo *ontherun* (OTR) más tres simultáneas a plazo: una semana, 6 meses y un año; y *ontherun* + *offtherun* (OOTR) más las tres simultáneas anteriores, con las que se estimó diariamente la ETTI para cada método seleccionado.

Por lo tanto, para el período considerado se han obtenido para cada método seis resultados derivados de las estimaciones (después de hacer los promedios diarios y totales correspondientes): errores con la muestra formada por todos los títulos dentro de la muestra, errores con la muestra de todos los títulos fuera de la muestra, errores cometidos con la muestra de títulos OTR dentro y fuera; y errores cometidos con la muestra de títulos OOTR dentro y fuera de la muestra.

Comparación entre los tres métodos alternativos

Entre los tres métodos alternativos analizados, el que proporciona mejores resultados es el propuesto por Svensson (1994). Este resultado se obtiene independientemente del tipo de error analizado (dentro o fuera de la muestra) y de la muestra utilizada. Le siguen el de Mansi y Phillips (2001) y el de Nelson y Siegel (1987).

El método de Svensson (1994) es el que proporciona un menor Error Absoluto Medio (EAM). Cuando esos errores se calculan dentro de la muestra este resultado es lógico, ya que el modelo de Svensson (1994) tiene seis parámetros frente a los otros dos modelos que sólo tienen 4. Sin embargo, este resultado también se confirma fuera de la muestra, lo que permite afirmar que esos mejores resultados no son atribuibles a la sobreparametrización del modelo.

Además de los EAM, se ha analizado la variabilidad de los mismos para ver la dispersión de los errores absolutos medios respecto a su media. De este análisis se ha obtenido que el método de Svensson (1994) es el que menor variabilidad tiene entre los tres métodos comparados. Para medir esa dispersión se ha trabajado con la cuasivarianza y, al ser las diferencias entre métodos muy pequeñas, se ha realizado el Test de Siegel-Tukey para contrastar si esas diferencias son significativas o no.

Los resultados proporcionados por el test muestran que esas diferencias son significativas entre los métodos de Svensson (1994) y Nelson y Siegel (1987), así como entre los métodos de Mansi y Phillips (2001) y Nelson y Siegel (1987). Sin embargo, al contrastar los modelos de Svensson (1994) y Mansi y Phillips (2001) las diferencias no son significativas en la mitad de los casos considerados. Este último resultado sugiere que no se puede considerar que la variabilidad de Svensson (1994) sea menor que la de Mansi y Phillips (2001) puesto que en tres de los seis casos considerados las diferencias entre sus varianzas no son consideradas significativas. Por lo que asumimos que la variabilidad de ambos modelos es similar.

De todo lo anterior la conclusión general es que el método de Svensson (1994) proporciona mejores resultados respecto a los otros dos métodos, puesto que sus EAM son menores y la variabilidad de los mismos es, como mínimo, igual.

Comparación entre las tres muestras utilizadas en la estimación

En cuanto a las tres muestras utilizadas en la estimación, los resultados obtenidos indican que las mejores estimaciones de la ETTI se logran al trabajar con la muestra que incluye tanto los títulos *ontherun* como *offtherun* (OOTR) para ambos tipos de errores (dentro y fuera de la muestra) y para los tres métodos de estimación utilizados

Las estimaciones realizadas con la muestra formada por Todos los títulos no son buenas, de hecho son las que están produciendo los peores resultados en EAM. Esto se debe a que en esta muestra se incorporan títulos poco líquidos, por encontrarse en períodos muy avanzados de su vida, que incorporan una prima de liquidez en sus precios que afecta a la estimación de la ETTI.

Sin embargo, si para evitar el problema anterior se reduce la muestra para quedarse sólo con los títulos más líquidos (*ontherun*), el ajuste no mejora e incluso para algunos casos empeora. Esto se debe a que al reducirse la muestra a sólo ocho títulos, lo que se gana por reducir el problema de liquidez, se pierde por falta de información muestral.

Por lo tanto, el mejor ajuste se produce con la muestra formada por los títulos *ontherun* + *offtherun* (OOTR). Esta muestra supone un equilibrio, puesto que aumenta el número de títulos utilizados en la estimación respecto a los *ontherun* y a la vez elimina de la muestra los títulos menos líquidos (*offofftherun*) que distorsionaban la estimación.

Análisis de las primas de liquidez

A la vista de las distorsiones que en la estimación de la ETTI produce el distinto grado de liquidez de los títulos, resulta relevante la estimación de las posibles primas de liquidez que incorporan los títulos. Concretamente, se ha analizado las primas de liquidez observadas en los distintos grupos de títulos clasificados por su nivel de liquidez. Ese análisis pretende no sólo cuantificar las primas, sino analizar su evolución en el tiempo.

Para cada estimación se analizan los errores en TIR del resto de títulos menos líquidos. Cuando se utiliza la estimación obtenida con la muestra OTR, se puede analizar el comportamiento de los errores de los títulos *offtherun* y *offofftherun*. Y cuando se estima con la muestra OOTR, se puede analizar los errores de los *offofftherun*.

Una primera conclusión es la confirmación de la existencia de primas de liquidez en los casos estudiados. La media de los tres modelos al estimar con la muestra OTR alcanza los 2 p.b para los títulos *offtherun* y los 4 p.b. para los *offofftherun*. En el

caso de la estimación con la muestra OOTR la media de los *offofftherun* se sitúa en torno a los 5 p.b.

Este resultado confirma que las primas de los títulos *offofftherun* son mayores, en media, a los de los títulos *offtherun*. Además, al comparar los resultados obtenidos entre los títulos *offofftherun* para las distintas muestras se observa que la diferencia es muy pequeña (apenas un punto básico en media), lo que implica que la pérdida de liquidez en la estimación de la curva debido a utilizar la muestra OOTR no tiene un coste excesivo en las primas obtenidas presentando, además, la ventaja de tener más títulos y producir un mejor ajuste. Este resultado vendría a reafirmar a la muestra OOTR como la más adecuada para realizar la estimación de la ETTI teniendo en cuenta la liquidez.

En los primeros días tras producirse el cambio de *status* de liquidez de los títulos aparecen primas de liquidez negativas. Este resultado podría indicar que durante esos primeros días no se ha perdido totalmente la liquidez que tenían los títulos en el *status* anterior.

En el caso de las estimaciones hechas con la muestra OTR, para los métodos de Svensson (1994) y de Mansi y Phillips (2001) las pendientes de las tendencias de las primas de los títulos *offtherun* y *offofftherun* se ha contrastado que son distintas. Siendo mayor la pendiente de los títulos *offofftherun*. Este resultado sugiere que para el segmento de títulos menos líquidos las primas de liquidez crecen a mayor velocidad respecto al tiempo.

En el caso de las estimaciones hechas con la muestra OOTR, para los tres métodos de estimación se observa que las primas de liquidez obtenidas para los títulos *offofftherun* son positivas y crecientes con el tiempo.

Por lo tanto, cuanto más tiempo lleva un título en circulación es menos líquido (*offofftherun*). De hecho, existen mayores primas de liquidez para estos títulos que para los *offtherun*. Además, cuanto mayor tiempo lleva un título en circulación las primas de liquidez crecen en el tiempo a mayor velocidad que con la que lo hacen para el resto de los títulos.

Todo el trabajo presentado en esta Tesis Doctoral conduce a dos conclusiones globales respecto a la estimación de la ETTI:

1. Que el método propuesto por Svensson (1994) es el que produce mejores estimaciones de la ETTI en el mercado español de Deuda Pública, al compararlo con otros dos métodos basados en formas funcionales simples.
2. Que los distintos niveles de liquidez de los títulos utilizados en la estimación de la ETTI afectan a los resultados de la misma. Para resolver este problema la muestra que resulta más idónea es aquella que excluye de la estimación a aquellos títulos con menor liquidez (*offofftherun*) y, por lo tanto con mayores primas de liquidez reflejadas en sus precios. La muestra que sólo incluye a los títulos más líquidos no ha proporcionado muy buenos resultados debido al escaso número de títulos de la muestra tomada.

Bibliografía

Abad, P y Novales, A

2002 “Risk premia in the term structure of swaps in pesetas”
Documento de trabajo No.0219, ICAE, Universidad Complutense
de Madrid

Acharya, V y Pedersen L.H

2005 “Asset pricing with liquidity risk” Journal of Financial
Economics, 77. 375-410.

Adams, K.J. y Van Deventer, R.

1994 “Fitting Yields Curves and Forward Rate Curves with Maximum
Smoothness”.The Journal of Fixed Income. Junio. 52-62.

Alonso, F; Blanco, R; Del Río, A y Sanchís, A.

2004 “Estimating liquidity Premia in the Spanish Government Securities
Market”European Journal of Finance, Vol. 10. Iss.6.

Amihud, Y

2000 “Illiquidity and stock returns: cross-section and time-series
effects” Journal of Financial Markets, 5, 31-56.

Amihud, Y y Mendelson, H.

1986 “Asset Pricing and the Bid-Ask Spread”. Journal of Financial
Economics, Vol. 17. 223-249

1989 “The effects of Beta, Bid-Ask spread, residual risk, and size on
stock returns”, Journal of Finance, 44 (2). 479-486.

- 1991 “Liquidity, Maturity, and the yields on U.S Treasury Securities”.
The Journal of Finance. Vol. XLVI, No 4.
- Anderson, N.; Breedon, F.; Deacon, M.; Derry, A. y Murphy, G.
1996 Estimating and Interpreting the Yield Curve. Wiley. Nueva Cork
- Anderson, N y Sleath, J
2001 “New Estimates of the U.K real and nominal yield curves”. Bank
of England Working Papers Series.
- Bank for International Settlements (BIS)
1999 “Market liquidity: Research findings and selected policy
implications” 1999.
2005 “Zero-Coupon Yield Curves: Technical Documentation,” BIS
papers, No.25
- Bliss, R.R
1996 “Testing Term Structure Estimation Methods” Federal Reserve
Bank of Atlanta. Working Paper 96-12.
- Brennan, M; Chordia T y Subrahmanyam A
1998 “Alternative factor specifications, security characteristics and the
cross-section of expected stock returns” Journal of Financial
Economics, Vol. 49. 345-373.
- Brennan, M y Subrahmanyam, A
1996 “Market Microstructure and Asset pricing: on the compensation
for illiquidity in stock returns” Journal of Financial Economics
Vol. 41. 441-464.
- Brousseau, V
2002 “The functional form of yield curves”. European Central Bank
Working Paper Series. No. 148.

Brunnermeier, M.K y Pedersen, L.H

2007 “Market liquidity and funding liquidity” NBER Working papers No.12.939.

Calatayud, F.P y Moroni, S.

1995 “Estimación de la ETTI en el mercado español de Deuda Pública Anotada”. Actualidad Financiera. No. 48.

Carlenton, W.T. y Cooper, I.A.

1976 “Estimation and uses of the Term Structure of Interest Rates”. The Journal of Finance. Vol.31. No. 4.

Carlenton, W.T, Chambers, D.R y Waldman, D.W.

1984 “A new Approach to Estimation of the Term Structure of Interest Rates” Journal of Finance and Quantitative Analysis. Vol 19. No. 3. 233-252.

Christensen, J.H; Diebold, F.X y Rudebusch, G.D

2008 “The Affine Arbitrage-Free Class of Nelson-Siegel Term Structure Models” NBER Working Paper, No. 13611.

Chordia, T; Roll, R y Subrahmanyam, A.

1999 “Commonality in liquidity”. Journal of Financial Economics Vol. 56. 3-28

2000 “Market liquidity and trading activity” The Journal of Finance Vol.2

2002 “Order imbalance, liquidity and Market Returns” Journal of Financial economics. Vol.65, No. 1, 111-130.

2008 “Liquidity and Market efficiency” Journal of Financial Economics Vol.87. No.2. 249-268.

Chordia, T; Sarkar, A y Subramanyam, A.

2005 “An Empirical Análisis of stock and Bond Market Liquidity”. Review of Financial Studies. Vol.18, No. 1.

2006 “Common determinants of bond and stock market liquidity: the impact of financial crises, monetary policy and mutual fund flows” Working Paper FRB of New York Staff Report No. 141.

Coleman, T.S.; Fisher, L. e Ibbotson, R.G.

1992 “Estimating the Term Structure of Interest Rates from Data That Include the Prices of Coupon Bonds” The Journal of Fixed Income. Septiembre. 85-115.

Contreras, D; Ferrer, R; Navarro, E y Nave, J.M

1994 a “Estimación de la Curva de Tipos Cupón Cero en el Mercado Español de Deuda Pública” Editado en: Hernández, RM (Ed). Vol.3. 207-220.

1996 “Análisis factorial de la ETTI en España”. Instituto de Empresa (Eds).

Contreras, D y Navarro, E.

1993 “Utilización de Splines exponenciales para la estimación de la ETTI en el mercado español”. Asset Meeting, Barcelona. Octubre

Coroneo, L; Ken, N y Rositsa, V-K

2008 “How Arbitrage-Free is the Nelson- Siegel Model? Working paper, European Central Bank, No. 874.

Cox, J.C; Ingersoll, J.E y Ross, S.A

1985 “A theory of the Term Structure of interest rates” Econometrica. Vol.53, No.2, 385-407.

Culbertson, J.M

1957 “The term structure of interest rates”. Quarterly Journal of Economics, Vol.71, No.4, 485-517.

- De Andrés, J; Molina, M.A. y Sardá, S
2004 “El mercado de Strips sobre Deuda del Estado española durante el Período 1.998-2.003”. Boletín Económico del ICE No. 2807.
- De Boor, C.
1978 A practical guide to Splines. New York. Springer-Verlag.
- De Pooter, Michiel
2007 “Examining the Nelson- Siegel Class of Term Structure Models” Tinbergen Institute Discussion Papers No. 43.
- Deacon, M y Derry, A
1994 “Estimating the Term Structure of Interest Rates” Bank of England Working Paper Series. No.24.
- Diament, P.
1993 “Semi-empirical Smooth Fit to the Treasury Yield Curve” The Journal of Fixed Income. Junio. 55-70.
- Díaz, A; Merrick, J.J y Navarro, E
2006 “Spanish Treasury bond market liquidity and volatility pre- and post-European Monetary Union”. Journal of Banking y Finance. Vol.30. 1309-1332
- Díaz, A y Navarro, E.
2002 “Yield Spread and Yield to Maturity: Default vs. Liquidity”. European Financial Management”. Vol. 8 No.4. 449-477.
2003 “Liquidity Premiums between Treasury Asset Markets” EFMA. Helsinki Meetings.
2004 “Primas de liquidez entre mercados españoles de deuda pública: el impacto de la UME” Bolsa de Madrid 2004 No.64

Diebold, F.X, Ji, L y Li, C

2006a “A three factor yield curve model: non-affine structure, systematic risk sources and generalized duration” *Macroeconomics, Finance and Econometrics: essays in memory of Albert Ando*, Cheltenham, U.K, 240-274.

Diebold, F.X y Li, C.

2006 “Forecasting the Term Structure of Government Bond Yields”. *Journal of Econometrics*, Vol-130, 337-364.

Diebold, F.X y Mariano, R

1995 “Comparing predictive Accuracy”, *Journal of Business and Economic Statistics* Vol. 13, 253-265.

Diebold, F.X, Piazzesi, M y Rudebusch, G.D

2005 “Modeling bond yields in Finance and macroeconomics” *American Economic Review*. Vol.95, 415-420.

Diebold, F.X, Rudebusch, G.D y Arouba, B

2006B “The macroeconomy and the yield curve: a dynamic latent factor approach” *Journal of Econometrics*, Vol.131, 309-338.

Domínguez, E; Novales, A

2000 “Testing the Expectations Hypothesis in Eurodeposits”. *Journal of International Money and Finance*, Vol.19, No. 5, 713-736.

Durand, D.

1942 “Basic yield of Corporate Bonds, 1.900-1.942”. Technical Paper Vol.3. NBER.

Easley, D y O’Hara, M

2000 “Information and the cost of capital” Working paper, Johnson Graduate School of Management, Cornell University.

- Easley, D; O'Hara, M y Hvidkjaer, S
2002 "Is information Risk a determinant of Asset returns?" Journal of Finance Vol.57, 2185-2223.
- Eleswarapu, V.R
1997 "Cost of transacting and expected stock returns in the Nasdaq market" Journal of Finance, Vol.52. 2113-2127.
- Eleswarapu, V.R y Reinganum M.R
1993 "The seasonal behaviour of liquidity premium in asset pricing". Journal of Financial Economics, Vol.34, 373-386
- Elton, E.J y Green, T.C
1998 "Tax and Liquidity Effects in pricing Government Bonds". The journal of Finance. Vol. LIII, No.5.
- Ezquiaga, I
1990 "El análisis de la estructura temporal de los tipos de interés en el mercado español" ICE: Información Comercial española, No 68, 119-140.
- Ezquiaga, I y Jara J.R.
1993 "Una metodología para la estimación de la curva de tipos cupón cero y su aplicación al mercado español". Analistas Financieros Internacionales
- Fama, E.F.
1984a "The Information in the Term Structure". Journal of Financial Economics. Diciembre. 509-528.
- Fama, E.F y Bliss, R.R
1987 "The Information in Long-Maturity Forward Rates" The American Economic Review, Vol. 77, 680-692.

Filipovic, D

1999 "A Note on the Nelson-Siegel Family" *Mathematical Finance*, Vol.9, 349-359

Fisher, I

1896 "Appreciation and interest" *Publications of the American Economic Association*, 23-29 y 88-92

Fisher, L

1959 "Determinants of risk premiums of corporate bonds" *Journal of political Economy*, Vol.67, No.3, 217-237.

Fisher, M; Nychka, D y Zervos, D.

1995 "Fitting the Term Structure of Interest Rates with Smoothing Splines". *Finance and Economics Discussion Series 95-1*. Federal Reserve Board. Washington D.C.

Fleming, M.J

2003 "Measuring Treasury Market Liquidity". *Federal Reserve Bank Of New York Economic policy Review*. Septiembre.

Frishling, V y Yamamura, J.

1996 "Fitting a smooth Forward Rate Curve to Coupon Instruments". *The Journal of Fixed Income*. Vol. 6. Iss.2.

Garbade, K.D

1996 "Fixed income analysis", MIT press, Cambridge, Mass.

Gimeno, R y Marqués, J.M

2008 "Uncertainty and the price of risk in a nominal convergence process" *Banco de España Working Papers*.No. 0802.

2009 “Extraction of Financial Market Expectations about Inflation and Interest Rates from a Liquid Market” Banco de España Working Papers No. 0906.

Gimeno, R y Nave, J.M.

2009 “Genetic Algorithm Estimation of Interest Rate Term Structure” Computational Statistics and Data Analysis, Vol. 53, 2236-2250.

González, A y Rubio, G

2007 “Portfolio Choice and the effects of liquidity” Economics and Business Working Papers Series, No. 1035

Goyenko, R; Subrahmanyam, A y Uknov, A

2008 “The term structure of bond market liquidity” EFA 2008 Athens Meeting paper

Guthmann, H.

1929 The relation of the maturity factor to yield differences among investment Securities. PhD dissertation. University of Chicago.

Hagan, P y West, G

2004 “Interpolation Methods for Yield Curve Construction”

Haley, C.W. y Schall, L.D.

1979 The theory of Financial Decisions. MacGraw Hill.

Ioannides, M

2003 “A comparison of yield curve estimation techniques using UK data”. Journal of Banking y Finance. Vol.27, No.1, 1-26.

Jabbour, G.M. y Mansi, S.A.

2002 “Yield Curve Smoothing Models of the Term Structure” Journal of Bond Trading and Management Vol.1, 206-222.

Jarrow, R; Ruppert, D y Yu, Y

2004 “Estimating the Interest Rate Term Structure of Corporate Debt with Semiparametric Penalized Spline Model”. Journal of the American Statistical Association. Vol.99 No. 465.

Jordan, J.V; Mansi, S.A.

2000 “How Well Do Constant-Maturity Treasuries Approximate the On-the-Run Term Structure? The Journal of Fixed Income. Septiembre.

2003 “Term Structure Estimation from On-The-Run Treasuries” Journal of Banking and Finance, Vol.27, 1487-1509.

Kamara, A

1994 “Liquidity, Taxes, and Short-Term Treasury Yields” Journal of Financial and Quantitative Analysis. Vol 29. No.3

Kwon, O.K

2002 “A general framework for the construction and the smoothing of forward rate curves” Research Paper Series No. 73 from Quantitative Finance Research Centre University of Technology Sydney.

Kyle, A

1985 “Continuos auction and insider Trading”, Econometrica Vol.53, 1315-1335.

Lamothe, P; Soler, J.A y Leber, M

1995 “Un estudio sobre la estructura temporal de tipos cupón cero. Aproximación práctica al caso español” Actualidad Financiera. No. 30.

Leber, M; Fdez. Navas, J y Soler, J.A.

2001 “Valoración de Bonos en el Mercado de Deuda del Estado con modelos estadísticos y dinámicos de la ETTI” Revista española de Financiación y Contabilidad. Vol. XXX. No. 110.

Lin, B.H

2002 “Fitting term structure of interest rates using B-splines: the case of Taiwanese government bonds” Applied financial economics, Vol.12, 57-75.

Lutz, F

1940 “The structure of interest rates” Quarterly Journal of Economics, 36-63.

Malkiel, B

1962 “Expectations, bond prices and the term structure of interest rates” Quarterly Journal of Economics”, Vol. 76, 197-218.

Malz, A.M.

1998 “Interbank Interest Rates as term Structure Indicators” Federal Reserve Bank of New York. Research Paper No. 9803.

Mankiw, N.G y Summers, L.H

1984 “Do long-term interest rates overreact to short-term interest rates? Brooking Paper in economic activity, 223-247.

Mansi, S.A. y Phillips, J

2001 “Modelling the Term Structure from On-the-Run Treasury Yield Curve”. *Journal of Financial Research*, Vol.24, 545-564.

Martinez, M; Nieto, B; Rubio, G y Tapia, M

2005 “Asset pricing and Systematic Liquidity Risk: an Empirical investigation of the Spanish Stock Market”, *International Review of Economics and Finance* Vol.14, 81-103.

Massot, M; Nave, J.L

2003 “La hipótesis de las Expectativas en el largo Plazo: Evidencia en el Mercado Español de deuda Pública” *Investigaciones Económicas*.Vol.XXVII (3), 533-564

Mastronikola, K.

1991 “Yield Curves for Gilt-edged Stocks: A new Model” *Bank of England. Discussion Papers. No. 49.*

McCulloch, J.H.

1971 “Measuring the term Structure of Interest rates”. *The Journal of Business*.Vol. 44. No 1, 19-31.

1975 “The tax-adjusted yield curve”. *The journal of Finance*. Vol 30. No 3, 811-830.

Meneu, V; Navarro, E y Barreira, M.T

1992 “Análisis y gestión del riesgo de interés”. *Ariel Economía*. Madrid.

Michaelsen, J.B

1963 “The term structure of interest rates” *Quarterly Journal of economics*, Vol.78, 166-174.

Modigliani, F y Sutch, R

1966 “Innovations in interest rate policy” American Economic Review
178-197

Mönch, E

2006b “Term structure surprises: the predictive content of curvature,
level and slope” Working Paper. Humboldt University Berlin

Morini, S.

1998 Estimación de la Estructura Temporal de Tipos de Interés.
Propuestas Alternativas. Tesis Doctoral. Universidad de la
Laguna.

Navarro, E; Ferrer, R; Nave, J.M

1995 “La volatilidad de las Variaciones de los Tipos de Interés en la
Estimación de su Estructura Temporal” Revista Europea de
Dirección y Economía de la Empresa” Vol.4-2, 53-64.

Navarro, E; Nave, J.M

1995 “Dinámica de la Estructura Temporal de los Tipos de Interés del
Mercado español”. Cuadernos Aragoneses de Economía, Vol. 5-2,
331-341.

1995 “A Two-Factor Duration Model for Interest Rate Risk
Management”. Investigaciones Económicas Vol. XXI (1): 55-74.

2001 “The Structure of Spot Rates and Immunization: Some further
results”. Spanish Economic Review, Vol.3, 273-294.

2001 Fundamentos de Matemáticas Financieras. Antoni Bosch.
Barcelona

Nave, J.M

1998 Estructura Temporal de los Tipos de Interés e Inmunización
Financiera en el Mercado Español. Tesis Doctoral. Universidad
de Valencia.

Nelson, C.R. y Siegel, A. F.

1987 "Parsimonious Modelling of Yield Curves". Journal of Business. Vol. 60. No 4, 473-489.

Núñez Ramos, S

1995 "Estimación de la Estructura Temporal de los Tipos de Interés en España: Elección entre métodos alternativos". Documento de Trabajo No. 9522. Banco de España.

1998 "Estimación de Estructuras temporales para diversas monedas: el método De Svensson frente al de sustitución sucesiva". Boletín Económico del Banco de España. Octubre

Pascual, R

2003 "Liquidez: una revisión de la investigación en microestructura". Revista de Economía Financiera. No.1

Pastor, L y Stambaugh, R

2003 "Liquidity risk and Expected Stock Returns" Journal of Political Economy Vol.111, 642-685.

Powell, M.J.D

1981 Approximation Theory and Methods. Cambridge University Press. Cambridge.

Ramponi, A

2003 "Adaptative and monotone Spline Estimation of Cross-Sectional Term Structure". International Journal of Theoretical and Applied Finance. Vol 6. No. 2, 195-212

Rico Belda, P.

1997 "Mercado Español de Deuda Pública. Estructura y formación de Precios". Tesis Doctoral. Universidad de Valencia.

Ruiz, Elisabet

2005 “Comparación de curvas de tipos de interés. Efectos de la integración financiera”. Tesis Doctoral. Universidad de Barcelona. Septiembre 2005.

Rubio, G y Tapia, M

1998 “The liquidity premium in equity pricing under a continuous auction system” *European Journal of Finance*, Vol.4, 1-28.

Schaefer, S.M

1979 “Consistent Bond Prices” PhD thesis. University of London.

1981 “Measuring a tax-specific Term Structure of Interest Rates in the Market For British Government Securities”. *The Economic Journal*, No. 91, 415-438.

Shea, G.S

1984 “Pitfalls in Smoothing Interest Rate Term Structure Data: Equilibrium Models and Spline Approximations”. *Journal of Finance and Quantitative Analysis*. Vol. 19. No. 3. 253-269.

1985 “Interest Rate Term Structure Estimation with Exponential Spline: A Note”. *The Journal of Finance*. Vol. 40. No. 1. 319-325.

Shen, P y Starr, R.M

1998 “Liquidity of the Treasury Bill Market and the Term Structure of Interest Rates” *Journal of Economics and Business*. Vol.50. 401-417.

Siegel, S y Tukey, J.W

1960 “A sum of nonparametric procedure for its ranks spread in unpaired samples” *Journal of American Statistical Association*.

Steeley, J.M

1991 "Estimating the Gilt-Edged Term Structure: Basis Splines and Confidence Intervals". Journal of Business Finance and Accounting. Vol. 18. No. 4, 513-529.

Subramanian, A

2001 "Term Structure Estimation in Illiquid Markets". The journal of Fixed Income. Vol. 11. Iss. 1.

Svensson, L.E.O.

1993 "Estimating Forward Interest Rates". Sveriges Riskbank Quaterly Review. No 3, 32-42.

1994a "Monetary policy with flexible exchange rates and forward interest rates as indicators". Institute for International Economic Studies. Stockholm University

1994b "Estimating and Interpreting forward interest rates: Sweden 1.992-94". International Monetary Fund Working Paper. No.114.

Tapia, M

1997 "Liquidez en los mercados financieros y selección adversa: problemas de estimación y comprensión", Revista Española de Financiación y Contabilidad, Vol. 98, 201-220.

1998 "Liquidez: un enfoque metodológico" Temas de Actualidad No.69.

1998 "Liquidez y valoración de activos" Temas de Actualidad No.70

Urrutia, A.J; Carranceja, A; Fernández C.

1997 "Comparación de Varios Modelos Matemáticos de la Estructura Temporal de los Tipos de Interés para el Mercado Español de Deuda del Estado" Ponencia presentada en el IV Congreso Mof. Barcelona.

Vasicek, O.A y Fong, H.G

1982 “Term Structure Modeling Using Exponential Splines”. The Journal of Finance Vol. 37. No.2

Waggoner, D.F

1997 “Spline Methods for Extracting Interest Rate Curves from Coupon Bond Prices”. Federal Reserve Bank of Atlanta. Working Paper 97-10.

Warga, A

1992 “Bond Returns, Liquidity and Missing Data” Journal of Financial and Quantitative Analysis. Vol. 27 No. 4.

Wherle, L.S

1958 “Curbelton on interest structure:comment” Quarterly Journal of economics, Vol.72, 601-613.