



TESIS DOCTORAL

2015

**ESTUDIO COMPARADO DE LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN REINO UNIDO,
FRANCIA, ALEMANIA Y ESPAÑA Y SU EFICACIA EN PISA.**

MARÍA REMEDIOS GONZÁLEZ BARBERO

LICENCIADA EN CIENCIAS (SECCIÓN MATEMÁTICAS)

**DEPARTAMENTO DE HISTORIA DE LA EDUCACIÓN Y EDUCACIÓN COMPARADA
DE LA FACULTAD DE EDUCACIÓN. UNED**

DIRECTORA: DRA.DÑA. MARÍA JOSÉ GARCÍA RUÍZ

DEPARTAMENTO DE HISTORIA DE LA EDUCACIÓN Y EDUCACIÓN COMPARADA
DE LA FACULTAD DE EDUCACIÓN
UNED

**ESTUDIO COMPARADO DE LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN REINO UNIDO,
FRANCIA, ALEMANIA Y ESPAÑA Y SU EFICACIA EN PISA.**

María Remedios González Barbero

LICENCIADA EN CIENCIAS

(SECCIÓN MATEMÁTICAS)

DIRECTORA: DRA. DÑA. MARÍA JOSÉ GARCÍA RUÍZ.

A Ana, cuyo entusiasmo por saber y aprender ha iluminado muchos años de mi vida. A mi familia, que durante varias generaciones ha mantenido vivo el amor al estudio. A mis alumnos, que me han impulsado a buscar respuestas.

ÍNDICE GENERAL

INTRODUCCIÓN.....	9
Planteamiento del Problema	20
Justificación	24
Objetivos de la Investigación.....	27
Objetivo General.....	27
Objetivos Específicos.....	27
Marco metodológico	27
Tipo de Investigación.....	27
Diseño de la investigación	28
Instrumentos y técnicas de recolección de datos	29
Tipo de análisis e interpretación de los datos	29
Debate metodológico actual en la disciplina de la Educación Comparada en tiempos moderno-tardíos o postmodernos.....	30
Formulación de Hipótesis	35
CAPÍTULO 1. LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN LA EDUCACIÓN SECUNDARIA.	45
1.1. Tendencias teóricas de la Didáctica de la Enseñanza de las Matemáticas en el siglo XXI.	45
1.2. Sistemas educativos que mejoraron sus resultados en PISA.	59
1.3. La enseñanza de las matemáticas en la Unión Europea	67
CAPÍTULO 2. LOS ESTUDIOS Y SISTEMAS DE EVALUACIÓN INTERNACIONALES.....	73
2.1. El estudio PISA: origen y desarrollo	74
2.2. Marco conceptual y epistemológico de las pruebas de Matemáticas.....	77
2.3. Conclusiones y aspectos destacados del último informe de evaluación	98
2.4.-Muestreo sobre la prueba PISA de matemáticas 2012.....	109
2.5.-Las críticas a PISA.....	166
CAPÍTULO 3. LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN LOS SISTEMAS EDUCATIVOS DE REINO UNIDO, FRANCIA, ALEMANIA Y ESPAÑA.....	169
3.1. Educación secundaria en Reino Unido.....	171
3.1.1. Área de Matemática en Secundaria.	174
3.1.2. Abordajes teórico-metodológicos y estrategias de enseñanza	178
3.1.3. Políticas y prácticas pedagógicas	180
3.1.4. Mecanismos y criterios de evaluación.....	184

3.1.5. Resultados en PISA: evolución y análisis	185
3.2. Educación secundaria en Francia	190
3.2.1. Área de Matemática.....	194
3.2.2. Abordajes teórico-metodológicos y estrategias de enseñanza	199
3.2.3. Políticas y prácticas pedagógicas	200
3.2.4. Mecanismos y criterios de evaluación.....	202
3.2.5. Resultados en PISA: evolución y análisis	203
3.3. Educación secundaria en Alemania.....	208
3.3.1. Área de Matemática.....	211
3.3.2. Abordajes teórico-metodológicos y estrategias de enseñanza	211
3.3.3. Políticas y prácticas pedagógicas	214
3.3.4. Mecanismos y criterios de evaluación.....	215
3.3.5. Resultados de PISA: evolución y análisis	216
3.4. Educación secundaria en España	222
3.4.1. Área de Matemáticas	227
3.4.2. Abordajes teórico-metodológicos y estrategias de enseñanza	229
3.4.3. Políticas y prácticas pedagógicas	232
3.4.4. Mecanismos y criterios de evaluación.....	235
3.4.5. Resultados en PISA: evolución y análisis	235
CAPÍTULO 4. ANÁLISIS COMPARADO ENTRE LOS PAÍSES ESTUDIADOS.....	243
4.1. Fortalezas y debilidades de los modelos/sistemas educativos.	250
4.2. Análisis comparado de la enseñanza a los 15 años.....	256
4.3 Análisis comparado del rendimiento en la prueba PISA 2012:.....	271
CAPÍTULO 5. PISA EN LAS ESCUELAS EUROPEAS.....	279
5.1.-La enseñanza de los alumnos de 15 años en las Escuelas Europeas:.....	279
5.2.-Resultados PISA 2012 en la Escuela Europea de Luxemburgo.	283
5.2.1.-Resultados de los alumnos que realizaron la prueba en su lengua materna:.....	284
5.2.2.-Análisis de los resultados de los alumnos que realizaron la prueba PISA 2012 en su lengua 2 (no en su lengua materna).	288
5.2.3.-Diferencias de género en la EEL	292
5.2.4.-Estudio del contexto en el que se produce el aprendizaje de las matemáticas en la EEL según las evaluaciones PISA 2012.....	294
5.3.-Análisis de los resultados PISA 2009 en la EEL.....	296
5.4.-Muestreo sobre una clase de alumnos de 14-15 años.	300

5.5.-Características del currículo de las Escuelas Europeas y puntuaciones PISA.	302
5.6.-Características de las secciones lingüísticas de las Escuelas Europeas.	304
CAPÍTULO 6. CONCLUSIONES. RECOMENDACIONES Y SUGERENCIAS.	315
6.1.-Conclusiones	315
Existe la necesidad de realizar estudios para comprobar la eficacia en los sistemas educativos.	315
Aspectos mejorables de las prueba PISA	316
Efectos colaterales que hay que vigilar	321
Influencias de los estudios PISA.....	323
Conclusiones sobre las hipótesis de trabajo	325
6.2.-Recomendaciones y sugerencias.....	333
6.21.- Recomendaciones para mejorar la eficacia en las pruebas PISA de matemáticas.	333
6.22.-Recomendaciones generales para la mejora del sistema educativo.	336
BIBLIOGRAFÍA.....	341

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1. PISA. Evolución 2003-2012. Matemáticas	104
Ilustración 2. PISA. Matemáticas. Rendimiento y Equidad	106
Ilustración 3. PISA. Matemáticas. Recursos y rendimiento	107
Ilustración 4. Ficha técnica CONCIERTO DE ROCK	140
Ilustración 5. Ficha técnica CAMINAR.....	141
Ilustración 6. Ficha técnica SUBIDA AL MONTE FUJI	144
Ilustración 7. Ficha técnica PIZZAS.....	147
Ilustración 8. Ficha técnica CARPINTERO.....	149
Ilustración 9. Ficha técnica BASURA	151
Ilustración 10. Ficha técnica LISTA DE ÉXITOS	153
Ilustración 11. MECED. Relación currículo y estímulos.	156
Ilustración 12. PISA. Criterios técnicos.....	159
Ilustración 13. PISA. Criterios de corrección.	160
Ilustración 14. MECED. Currículo ESO.....	224
Ilustración 15. Universidad Complutense. Máster del Profesorado.	234
Ilustración 16. PISA. Resultados comparados entre los cuatro países	276
Ilustración 17. EEL. Resultados comparados con otras escuelas secundarias de Luxemburgo	285
Ilustración 18. EEL. PISA 2012. Dispersión en las puntuaciones.....	287
Ilustración 19. EEL. Evolución de la puntuación media.	288
Ilustración 20. EEL. PISA 2012. Matemáticas. Puntuaciones medias nativos-no nativos por secciones lingüísticas	289
Ilustración 21. EEL. PISA 2012. Puntuaciones medias nativos-no nativos	290
Ilustración 22. EEL. Evolución de las puntuaciones medias de los alumnos no nativos.	291
Ilustración 23. EEL. Evolución de las diferencias de género. Alumnos nativos.	293
Ilustración 24. EEL. PISA 2012. Aspectos positivos del contexto de aprendizaje.	295
Ilustración 25. EEA. Resultados muestreo.	301
Ilustración 26. EEA. Composición muestra "actitudes intelectuales"	306
Ilustración 27. EEA. Aptitud espacial. Valores medios de las secciones lingüísticas.	307

Ilustración 28. EEA. Aptitud numérica. Valores medios de las secciones lingüísticas.....	307
Ilustración 29. EEA. Razonamiento. Valores medios de las secciones lingüísticas.	308
Ilustración 30. EEA. Aptitud verbal. Valores medios de las secciones lingüísticas.....	308
Ilustración 31. EEA. Memoria. Valores medios de las secciones lingüísticas.....	309
Ilustración 32. EEA. Inteligencia no verbal. Valores medios de las secciones lingüísticas....	309
Ilustración 33. EEA. Inteligencia verbal. Valores medios de las secciones lingüísticas.....	310
Ilustración 34. EEA. Inteligencia general (analítica). Valores medios de las secciones lingüísticas.....	310
Ilustración 35. EEA. Fluidez. Valores medios de las secciones lingüísticas.	311
Ilustración 36. EEA. Rapidez. Valores medios de las secciones lingüísticas.	311
Ilustración 37. EEA. Eficacia. Valores medios de las secciones lingüísticas.	312
Ilustración 38. EEA. Creatividad. Valores medios de las secciones lingüísticas.	312
Ilustración 39. MECD. PISA 2012. Matemáticas. Resultados.....	329
Ilustración 40. MECD. PISA 2012. Matemáticas. Distribución por niveles.....	329
Ilustración 41. MECD. PISA 2012. Evolución de los resultados.	330
Ilustración 42. MECD. PISA 2012. Análisis de resultados.	331

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Educación Comparada. Presupuestos metodológicos	33
Tabla 2. Análisis de los estímulos PISA liberados.....	126
Tabla 3. Puntuación estímulos 2012	161
Tabla 4. MECD. Competencia matemática.....	228
Tabla 5. Fortalezas y debilidades de los sistemas educativos estudiados.	250
Tabla 6. Decisiones sobre el currículo.....	258
Tabla 7. Matemáticas. Difusión de documentos oficiales relevantes.....	258
Tabla 8. Matemáticas. Información para evaluar el currículo.	259
Tabla 9. Última revisión del currículo.....	259
Tabla 10. Matemáticas. Características del currículo.	260
Tabla 11. Matemáticas. Estructura y progresividad del currículo	260
Tabla 12. Matemáticas.Competencias.	260
Tabla 13. Matemáticas. Directrices nacionales sobre evaluación formativa.....	262
Tabla 14. Matemáticas. Directrices nacionales sobre evaluación sumativa.	263
Tabla 15. Matemáticas. Apoyo a alumnos con bajo rendimiento.....	264
Tabla 16. Matemáticas. Apoyo al aprendizaje	265
Tabla 17. Matemáticas. Políticas de mejora.....	266
Tabla 18. Matemáticas. Formación inicial del profesorado.....	267
Tabla 19. Matemáticas. Formación permanente del profesorado.....	269
Tabla 20. EEL. PISA 2009. Puntuaciones medias alumnos nativos-no nativos	297
Tabla 21. EEL. PISA 2009. Actitud hacia la escuela.	298
Tabla 22. EEL. PISA 2009. Contexto de aprendizaje.	299
Tabla 23. EEA. Muestreo PISA en una clase de alumnos de la sección española.	300
Tabla 24 EEA. Muestreo sobre actitudes intelectuales.....	305

ABREVIATURAS Y SIGLAS

AVCE	<i>Vocational Certificate of Education, A Level (Reino Unido)</i>
BAC	Título de Bachiller (<i>Baccalauréat</i> , Escuelas Europeas)
BEP	<i>Brevet d'Études Professionnelles (Francia)</i>
CAP	Certificado de Aptitud Profesional (Francia)
CAPES	Examen nacional de oposición para profesores (Francia)
CBAM	<i>Computer Based Assessment of Mathematics (PISA)</i>
CC.AA.	Comunidades Autónomas (España)
CFG	<i>Certificado de Formación General (Francia)</i>
CMV	<i>Cahier de Matières Vue (Francia, Escuelas Europeas)</i>
CSYS	Diploma de Estudios de Sexto Año (Escocia)
CVCP	<i>Committee of Vice-Cancellors and Principals (Reino Unido)</i>
DNB	<i>Diplôme National du Brevet (Francia)</i>
ECTS	<i>European Credit Transfer and Accumulation System</i>
EEA	Escuela Europea de Alicante
EEL	Escuela Europea de Luxemburgo
EMR	Educación Matemática Realista
ESCS	Nivel socioeconómico y cultural de las familias de los alumnos evaluados en PISA
ESO	Enseñanza Secundaria Obligatoria (España)
ET2020	Educación y Formación 2020
FIP	Formación Inicial del Profesorado
FPP	Formación Permanente del Profesorado
GCE A Level	<i>Advanced or A Level (Inglaterra)</i>
GCSE	<i>General Certificate of Secondary Education (Inglaterra)</i>
GNVQS	<i>General National Vocational Qualifications (Inglaterra)</i>
GPS	<i>Global Positioning System</i> , (manipulación de figuras geométricas).
IDH	Índice de Desarrollo Humano
IDHD	IDH ajustado por la Desigualdad
IEA	<i>Association for the Evaluation of Educational Achievement</i>
ISCED- CINE	<i>International Standard Classification of Education</i>
LEAs	<i>Local Educational Agencies (Inglaterra)</i>
LOE	Ley Orgánica de Educación (España)
LOMCE	Ley Orgánica para la Mejora de la Calidad Educativa (España)
MECD	Ministerio de Educación Ciencia y Deporte (España)
MEP	Ministerio de Educación Pública (Costa Rica)
MST	<i>Mathematics, Sciences, and Technology</i>
NCETM	Centro Nacional para la Excelencia de las Matemáticas (Reino Unido)
NCTM	<i>National Council of Teachers of Mathematics (Reino Unido)</i>

NIE	<i>National Institute of Education (Singapur)</i>
NLVM	<i>National Library of Virtual Manipulatives</i>
OCDE	Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos
PIAAC	<i>Programme for the International Assessment of Adult Competencies</i>
PIB	Producto Interno Bruto
PISA	<i>Programme for International Student Assessment</i>
PPA	Paridad del Poder Adquisitivo
PROA	Programas de Refuerzo, Orientación y Apoyo (España)
PSHE	<i>Personal, Social and Health Education (Reino Unido)</i>
REACT	Relación, Experimentación, Aplicación, Cooperación, Transferencia
SCE	<i>Scottish Certificate of Education (Escocia)</i>
SEB	<i>Scottish Examination Board (Escocia)</i>
SEGPA	Especialidades de las secciones de <i>enseñanza general y adaptada (Francia)</i>
SINUS	<i>Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts</i>
SOEID	<i>Scottish Office of Education and Industry Department (Escocia)</i>
TICs	Tecnologías de la Información y las Comunicaciones
TIMSS	<i>Trends in International Mathematics and Science Study</i>
UNESCO	<i>United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization</i>

Estudio comparado de la enseñanza de las Matemáticas en Reino Unido, Francia, Alemania y España y su eficacia en PISA

INTRODUCCIÓN

En esta investigación se abordan los procesos de formación y estrategias de enseñanza de la Matemática empleados en cuatro países de Europa –Reino Unido, Francia, Alemania y España-, y sus posibles efectos en los resultados obtenidos por los estudiantes de 15 y 16 años en la prueba PISA de la OCDE. En otros términos, se describirán y analizarán las diferencias y similitudes en la formación secundaria en el área de Matemática, contrastando después los resultados alcanzados en esta competencia en el estudio PISA del año 2012. Por último, se estudiarán los datos alcanzados por los alumnos en esos parámetros y a título experimental en la Escuela Europea de Luxemburgo, única en su rango con la obligatoriedad de celebrar dichas pruebas. Todo ello nos reportará unos elementos de reflexión que permitirán comprender en mayor medida la eficacia del impacto de la formación en competencias matemáticas en nuestros actuales tiempos globalizados.

En este apartado preliminar es mi objetivo introducir al lector en cuatro ámbitos de referencia esencial en esta investigación:

- En primer lugar, figura el análisis del fenómeno de la globalización y sus efectos en la relevancia sin precedentes que en la actualidad poseen los organismos internacionales y, muy especialmente, la OCDE, así como el protagonismo y la imperiosidad de atención a los programas y proyectos educativos por estos organismos concebidos y diseñados, muy especialmente la prueba PISA.

- En segundo lugar, se trata de esbozar, siquiera someramente, la condición formadora y científica del conocimiento matemático en sí mismo. Como se analizará más adelante, a la matemática se le atribuye cierto valor predictivo sobre las capacidades del individuo, asegurándole unas perspectivas de vida y un éxito social más favorables. Es el conocido como “mito de las matemáticas” (Guerrero Ojeda, 1989), que hacen de esta competencia escolar una de las más relevantes de estudio.
- En tercer lugar, en esta introducción se lleva a cabo la justificación de la elección de los países seleccionados para su estudio en esta investigación, especificando las razones del análisis de esos espacios geográficos concretos frente a otros posibles.
- En cuarto y último lugar, la introducción aborda, siquiera sucintamente y de forma experimental, la modalidad de las Escuelas Europeas (en concreto la de Luxemburgo), una de las formas institucionales comprendidas en la denominada Acción educativa de España en el exterior. Este elemento de la política educativa española ha sido conceptualizado como “un elemento de prolongado consenso en la política educativa de España en el exterior” (García Ruiz y Llorent Bedmar, 2014). La acción educativa de España en el exterior constituye uno de los elementos más sólidos del precario consenso existente en la sociedad española en política educativa. La acción educativa de España en el exterior está vertebrada por un conjunto de centros de tipología diversa, entre los que están las Escuelas Europeas, que poseen la característica común de desarrollar una educación de gran excelencia, tanto en su tarea como en sus resultados, lo cual requeriría un análisis, una difusión y una presencia en el debate educativo de la sociedad española muy superiores a los que posee en el presente.

Comenzando con el primer aspecto, el contexto actual de globalización en el que necesariamente se enmarcan en el siglo XXI los estudios comparativos, cabría afirmar

que diversos académicos llevan tiempo insistiendo en la necesidad de enfocar la epistemología de las diversas ciencias, y muy especialmente la comparativa, en el nuevo cosmos específicamente global en tiempo y espacio (Carney, 2010: 125), y en la necesidad de “leer lo global” (Cowen, 1996).

La globalización ha sido definida como un “cambio paradigmático” (Dale, 2000: 89) y como un “cambio ontológico” (Cox, 1996). La globalización se ha concretado y ha supuesto una nueva “morfología social” mediante procesos de “planetización y transnacionalismo” (Vertovec, 2009, citado por Lingard y Rawolle, 2010: 33), y ha determinado el tránsito a una realidad política de corte “post-Westfaliana” que se ha concretado en un paso del *gobierno* a la *gobernanza* en la política educativa (Lingard y Rawolle, 2010: 36). A través de la política de corte post-Westfaliana, se ha producido una reubicación de autoridad política “externa, hacia las entidades supranacionales, e interna, hacia los grupos subnacionales” (*ídem*). El *gobierno* se refiere a una toma de decisiones de la política pública, jerárquica, vinculada a las naciones y a las estructuras estatales, mientras que la *gobernanza* se refiere a una toma de decisiones en red, que es inclusiva del sector privado y de organizaciones más allá del Estado-nación.

Actualmente asistimos a la operación simultánea de regímenes Westfalianos y post-Westfalianos en la realización de una política contemporánea. El Estado-nación sigue siendo importante, pero ahora opera de formas muy distintas con el objeto de ubicar a la economía nacional en una posición ventajosa en la economía global. En relación a la aún vigencia de los regímenes Westfalianos, los cuales se desarrollan de forma conjunta y simultánea a los regímenes post-Westfalianos y a la gobernanza, quizá las palabras más clarividentes sean las expresadas por McGinn (1977: 41-57), el cual expone que, tras el influjo de la globalización, ningún sistema educativo difiere mucho de lo que era hace medio siglo. O, como ratifica Dale, “las diferencias nacionales permanecen a pesar de la expansión de la globalización” (Dale, 2007: 48-62). El concepto clave que apuntala la vigencia de los regímenes Westfalianos es el de “cultura escolar”, expresión acuñada e introducida en el ámbito histórico-educativo en la segunda mitad de la década de los noventa del siglo XX por historiadores de la educación, en general europeos (Viñao, 2002: 70; Mc Culloch, 1994). Así, académicos

como Simola advierten que, junto a la atención a las fuerzas supranacionales, hay que analizar las especificidades nacionales, dado que “la escolarización (...), de modo esencial, incorpora y refleja cuestiones y elementos sociales, culturales, institucionales e históricos” (Simola, 2005: 455-457).

Primordial entre las organizaciones supranacionales protagonistas en la gobernanza se ha revelado la OCDE, de la cual hay académicos que han evidenciado que se ha constituido en un “actor político por derecho propio” (Henry et al., 2001) y, ciertamente, en un “actor político transnacional” (Lingard y Rawolle, 2010: 37). La OCDE se ha establecido a sí misma como la organización internacional por excelencia en términos de maestría técnica en lo que se refiere a los indicadores educativos internacionales y la medición del rendimiento educativo global en relación a la educación y al desarrollo. La OCDE tiene efectos en el seno de las políticas nacionales a través de discursos, prácticas y orientación multilateral, como los efectos de la evaluación PISA y los indicadores nacionales de la economía del conocimiento y discursos de la política global asociados.

La OCDE constituye un grupo de reflexión, un foro de realización de políticas, y un ámbito de influencia de gran impacto (Henry et al., 2001: 1), en tanto que es una organización intergubernamental que comprende más de treinta países de entre los más desarrollados del mundo, los cuales producen dos tercios de los bienes y servicios mundiales, comprometidos con los principios de una economía de mercado y una democracia plural. Tradicionalmente, en el trabajo de la OCDE se han manifestado profundas tensiones y escisiones ideológicas entre posturas social-demócratas y otras típicamente neoliberales (Rizvi y Lingard, 2009. 439). No obstante, desde finales de la década de los ochenta, el fenómeno de la globalización ha afectado el trabajo político de la OCDE en educación, y la política educativa de esta institución se ha reubicado de forma más estrecha en línea a los imperativos económicos. Si bien los conceptos centrales al trabajo de la OCDE en el período de 1960-1990 (como la equidad educativa y la cohesión social) no han sido abandonados, sí han sido reelaborados, y han cobrado un nuevo significado, deviniendo instrumentos de una política económica asociados a un nuevo vocabulario de la economía del conocimiento (*ibídem*: 437). En

la nueva era de la globalización, la OCDE ya no aborda estos conceptos como elementos objeto de debate filosófico, sino como aspectos a los cuales aplicar su creciente maestría técnica.

De igual modo, cabe afirmar que en la nueva época de la globalización la OCDE ha construido un “imaginario social” (Taylor, 2004) de la economía del conocimiento que sugiere que la educación es central a la formación del capital humano para el desarrollo de las economías nacionales de cara a la competición internacional y las presiones globales. Según Taylor (2004), un “imaginario social” representa un discurso a la par descriptivo y prescriptivo de las concepciones relativas a cómo la práctica está mejor organizada en relación a la política, dirigida hacia determinados resultados y organizada en torno a un conjunto de normas. Rizvi y Lingard (2009: 445) apuntan que ninguna organización ha sido tan globalmente influyente en la promoción del imaginario social de la economía del conocimiento como la OCDE.

Ciertamente, es dentro del contexto más amplio del imaginario social de la economía del conocimiento que se concibe el enorme éxito del programa PISA de la OCDE. El programa PISA de la OCDE se basa en el presupuesto fundamental relativo a que la competitividad internacional de las economías nacionales se basa en “la calidad de los sistemas nacionales de educación y formación valorados según estándares internacionales” (Brown et al., 1997: 7-8). La OCDE ha tenido mucho éxito al representar el programa PISA como la medida de rendimiento comparativo más exacta y legítima. Hay en este planteamiento siempre un “rol inferido” derivado de tempranas formulaciones de capital humano de vínculos entre la productividad económica y la inversión educativa, concebidos de forma notablemente reduccionista en términos de potenciación de la capacidad científica y tecnológica personal y, por extensión, de mejor y expandida educación científica y matemática en las escuelas.

Como crítica esencial al planteamiento de la OCDE en el programa PISA, cabría referirse al “enfoque numérico” del trabajo político, el cual margina las discusiones filosóficas más amplias relativas a la finalidad educativa, focalizándose en vez en sistemas de *input/output*, apuntando a ofrecer percepciones políticas sobre la eficacia y la eficiencia de los sistemas educativos nacionales. El viraje ideológico que ha

experimentado la OCDE con el impacto de la globalización ha conducido a esta institución a una concepción radicalmente diferente de su trabajo político en educación, ahora implicado en menor medida en aspectos de debate filosófico acerca de los fines de la educación y las condiciones sociológicas en las que la educación puede servir sus diversos fines, y en mayor medida con aspectos técnicos de gestión del rendimiento, ejemplificados de forma más explícita en su proyecto de indicadores educativos, PISA.

El segundo elemento que deseo abordar en esta introducción es una reflexión acerca de la ciencia matemática en sí misma, en tanto que objeto esencial de este trabajo. La Matemática es un instrumento esencial del conocimiento científico, pero también tiene en sí misma un alto poder de formación y de mejora de las capacidades cognitivas, por lo que los resultados obtenidos en pruebas como PISA generan siempre controversia, reflexión y análisis. Con frecuencia, la sospecha de un nivel pobre en los conocimientos matemáticos de los alumnos va asociado, no sólo entre los especialistas, sino también entre la ciudadanía, al sentimiento de que un sistema educativo no está cumpliendo bien con los objetivos deseados. Por ello es importante analizar despacio el “instrumento” de medida, la prueba en sí misma, además de los resultados, con objeto de entender mejor y afinar al máximo las conclusiones que pueden derivarse de dichos resultados. Y esta será otra de las misiones de este trabajo.

Hay que tener presente que a la matemática se le atribuye cierto valor predictivo sobre las capacidades del individuo y su manifestación en un futuro cercano asegurándole perspectivas de vida y éxito social más favorables (es el conocido ‘mito de las Matemáticas’) (Guerrero Ojeda, 1989). Analizar este ‘mito de las matemáticas’ puede ayudar a tener unas expectativas más realistas, no sólo sobre el nivel tecnológico y la formación matemática que debe tener la sociedad en su conjunto, sino también en las posibilidades reales de alcanzar los límites considerados “buenos” en estas pruebas para muchos de los alumnos. Este aspecto, ajustar las expectativas individuales de los alumnos en las pruebas PISA a sus capacidades, ayudará a diseñar metodologías para la materia que potencien las capacidades para las matemáticas, que

en algunos alumnos son muy altas, pero que eviten estados de ansiedad en otros, a la luz de las propuestas pedagógicas y didácticas más avanzadas.

La valoración de las matemáticas viene, en parte, por ser un conocimiento que se construye siguiendo una necesaria lógica interna, que no siempre es la más adecuada para la aprehensión de las herramientas del área de manera realista en situaciones de aprendizaje escolar.

Más allá de estas dificultades que se dan para su aprendizaje, la matemática dota a los alumnos de un conjunto de instrumentos que potencian y enriquecen sus estructuras mentales, y les posibilitan explorar y actuar en la realidad. En este sentido, se asume que la matemática enseña a los alumnos a dar los primeros pasos en el desarrollo de técnicas intelectuales, potencia el pensamiento lógico y/o práctico, desarrolla hábitos de razonamiento y enseña a pensar con espíritu crítico.

Como tercer aspecto esencial de esta introducción, procede incluir la justificación de la elección de los países objeto de estudio en esta investigación. Esta investigación analiza la enseñanza de la matemática y su incidencia en las pruebas PISA en cuatro países del ámbito europeo (ie. Alemania, Inglaterra, Francia y España) cuya justificación procedo a realizar a continuación. Uno de los catedráticos comparatistas más emblemáticos y prestigiosos del entorno europeo, el doctor José Luis García Garrido, aboga por que el criterio que más a menudo prevalece a la hora de seleccionar unos países para su estudio en lugar de otros, es el de la *representatividad* (García Garrido, 2005: 20). Este académico realiza un análisis de los países abordados por conocidos comparatistas en sus obras. Los tratadistas se han inclinado siempre, en general, por dar preferencia a los países que han alcanzado un mayor protagonismo y una mayor cota de desarrollo a lo largo de la era industrial. Desde Kandel, además, ha venido extendiéndose la costumbre de considerar a determinados países como *modelos* o como *laboratorios*. Se trata de países de vanguardia en el terreno educacional, los cuales llevaron a cabo experimentos e innovaciones del más alto interés educativo y que fueron admirados e imitados en otros suelos.

En términos generales, puede decirse que tanto Alemania como Inglaterra y Francia han sido abordados de forma incuestionable en sus obras por comparatistas de relieve como Kandel (1933), Hans (1949), Debesse-Mialaret (1974), King (1979), Holmes (1964), Bereday (1964) y, entre otros muchos, García Garrido (2005).

El paso de la era industrial a la era tecnológica está resultando, en lo que a educación se refiere y al parecer de García Garrido, particularmente trabajoso. La pesada estructura educacional de los países de vanguardia actúa a modo de lastre. De ahí que, en general, cabe decir que los “países laboratorios” de finales del siglo XXI van a ser, probablemente, otros (García Garrido, 2005: 22). No podemos olvidar que, en los últimos años, la excelencia educativa parece también darse en países de la zona Asia-Pacífico, pero la lejanía geográfica y las diferencias sociales hacen pensar que las enseñanzas que puedan sacarse del estudio comparado de sus sistemas educativos serían difícilmente implementadas por las autoridades europeas y españolas en particular. Además, y de momento, los sistemas de educación superior en los que se forman las élites mundiales, y a los que podrían acceder los estudiantes españoles si siguen una enseñanza secundaria de calidad, siguen estando localizados en EE.UU. y la Unión Europea, es decir, bajo influencia occidental. La elección de los países en esta investigación viene determinada por la importancia que todos ellos han tenido en la cultura europea siendo, tradicionalmente, los sistemas educativos alemán, inglés y francés los que mayor impacto tienen en los alumnos españoles y en los futuros graduados, muchos de los cuales pretenden desarrollar su futuro profesional o completar su formación en estos países o en países de su influencia lingüística.

En lo que atañe a Alemania, cabe destacar su extraordinario impacto cultural y educativo en el ámbito occidental. Las enormes aportaciones de la filosofía y la ciencia alemanas al ámbito mundial hacen de este país una referencia obligada en todo lo que atañe a la enseñanza secundaria y el programa PISA, máxime cuando el principal exponente de esta iniciativa, el señor Andreas Schleicher, posee esa nacionalidad. A riesgo de abordar esta temática de forma en exceso sucinta, podemos destacar dos aspectos esenciales derivados de la relación de Alemania con el programa PISA:

- En primer lugar, exponer el “shock” y la grave conmoción por parte de los responsables de la política educativa, por el profesorado, por los padres y madres, y por el propio alumnado. El estudio de PISA colocó al sistema educativo alemán, entre los 32 sistemas que participaron, debajo del promedio de la OCDE en las tres áreas estudiadas, de tal forma que en el llamado analfabetismo (*literacy*) matemático y en el científico, Alemania ocupó el puesto 20. El pobre rendimiento del sistema educativo alemán en el estudio de PISA produjo que en el parlamento alemán se organizaran “sesiones de debate de PISA”. El debate de PISA ha continuado hasta hoy en día y ha causado un gran “shock y horror” y llamadas e intentos más o menos superficiales relacionados con “aprender de los campeones de PISA”. La producción literaria científica a que ha dado lugar este debate ha sido ingente (ie. Kotthoff y Pereyra, 2009; Messner, 2009; Benner, 2009; Tenorth, 2009; Leschinsky, 2009; Bos y Schwippert, 2009; Terhart, 2009; Geissler, 2009; Klieme y Stanat, 2009, etc.).

- En segundo lugar, cabría destacar y reflexionar acerca de la relación de los resultados de PISA en suelo alemán con uno de los conceptos más emblemáticos e influyentes de la pedagogía alemana en la educación mundial: *Bildung* (formación). No hay duda que PISA y sus resultados en el ámbito alemán han iniciado una discusión académica muy seria sobre las preguntas educativas fundamentales, como los objetivos de la educación, la noción de la *Bildung* (formación) que se necesita en el siglo XXI, etc. Siguiendo a Kotthoff y a Pereyra (2009) cabe afirmar que la extensa producción bibliográfica surgida a raíz de este fenómeno reaviva el debate de temas clásicos del pensamiento pedagógico alemán –y de hitos tan importantes como la teoría de la formación de Wilhem von Humboldt-, en una visión nada estática y que entra en diálogo intelectual con los conceptos actuales de la reforma en curso, como en las cuestiones de los estándares y las competencias, confrontándolas y encontrando fundamentos en un pasado teórico problemático pero intelectualmente rico.

Inglaterra es otro país emblemático cuya particular orientación educativa debe ser tomada en cuenta. Su gran influjo educativo y cultural en todos los países anglosajones y, en particular en aquellos incluidos en la *Commonwealth*, hacen de este país un hito que debe ser necesariamente analizado. El espíritu inglés o *Englishness* revela una interpretación liberal de la historia típica de este país, y un notable liberalismo, mercantilismo, empirismo y carácter práctico que ha permeado sus realizaciones educativas y que deben ser analizadas.

Francia ha sido, junto con Alemania e Inglaterra, otro de los países de influjo mundial. Su centralismo ha impactado en todos los países mediterráneos, y también en otros como Japón. Por último, España lo estudiamos desde un prisma comparativo en relación a los otros tres países.

Como cuarto elemento de necesario tratamiento en este epígrafe, se revela esencial el análisis, siquiera somero, de la acción educativa de España en el exterior en la cual se insertan elementos institucionales como las Escuelas Europeas, las cuales estudio de forma experimental en su concreción geográfica en Luxemburgo.

Podemos afirmar que las perspectivas teóricas del postmodernismo y el postcolonialismo se revelan muy críticas con las acciones de proyección lingüística y cultural llevada a cabo por emblemáticas instituciones como l' *Alliance Française*, el *Goethe Institut*, el *British Council* y el Instituto Cervantes. No obstante, estas instituciones no sólo realizan una labor académicamente excelente, sino que desarrollan una acción encomiable e insustituible en lo que supone la construcción de sociedades multiculturales y plurilingües reclamadas por la actual era de la globalización. La acción educativa de España en el exterior constituye uno de los elementos más sólidos del precario consenso existente en la sociedad española en política educativa. Dicha política está articulada por un desarrollo normativo coherente y continuado conformado por aportaciones de los dos partidos políticos mayoritarios de nuestro país. La acción educativa de España en el exterior está vertebrada por un conjunto de centros de tipología diversa que poseen la característica común de desarrollar una educación de gran excelencia. Las enseñanzas que vertebran la docencia en el exterior tienen la virtud de difundir la excelencia del patrimonio cultural y

lingüístico español. El personal docente español que realiza su labor en el exterior revela unos conocimientos, unas aptitudes y una motivación y disponibilidad que no están presentes en igual medida en la media de los docentes de nuestro país que no participan en estos programas. Según García Ruiz y Llorent Bedmar (2014) se puede concluir que, si las pruebas PISA se hubieran elaborado a partir de nuestro alumnado en el exterior, la posición de España en el *ranking* de países de PISA hubiera sido muy diferente.

En el caso español, la acción conjunta y coordinada del Ministerio de Educación, el Ministerio de Asuntos Exteriores y el Instituto Cervantes pretende difundir en todos los países en los que España tiene presencia educativa, las excelencias de la lengua y cultura españolas, según han sido vertebradas por sus principales literatos y filósofos. En lo que atañe a centros docentes, y en concreto a las Escuelas Europeas de nuestro interés en esta investigación, la política educativa española en el exterior integra 14 Escuelas Europeas. Las Escuelas Europeas son centros educativos creados conjuntamente por los gobiernos de los Estados miembros de la Unión Europea con el fin de ofrecer una educación multicultural y multilingüe cuyos destinatarios son, de forma prioritaria, los hijos de los funcionarios de las instituciones europeas. Las escuelas gozan de un estatuto jurídico como centro de enseñanza pública en los respectivos países. Las Escuelas Europeas ofrecen enseñanzas de educación infantil, primaria y secundaria. Los diversos aspectos de estas instituciones se rigen por el Convenio por el que se establece el Estatuto de las Escuelas Europeas, hecho en Luxemburgo el 21 de junio de 1994. En términos generales, en estas escuelas los alumnos se dividen por secciones lingüísticas, de forma que un alto porcentaje de las enseñanzas se imparte en la lengua de la sección.

Las enseñanzas que vertebran la acción educativa española en el exterior transmiten los elementos más excelentes que articulan el patrimonio lingüístico y cultural que es común a los países y pueblos de la comunidad hispanohablante. Dichas enseñanzas, a las cuales, en algunos casos, como en las Secciones Bilingües, se accede mediante un examen de ingreso muy selectivo, se halla conformada, en algunas tipologías como la mencionada, por lo que ha sido denominado un “alumnado

de élite” (MEC, 2002. 118). A este respecto García Ruiz y Llorent Bedmar (2014) concluyen que, en muchas ocasiones, la enseñanza que impartimos en el exterior es más excelente que la que se desarrolla dentro de nuestras fronteras y que, como he apuntado anteriormente, si las pruebas PISA se hubieran elaborado en base a dicho alumnado, la posición de España en el *ranking* de PISA hubiera sido muy diferente.

Puede decirse en toda regla que las Escuelas Europeas constituyen un sistema educativo común europeo, con una organización particular, pero desarrollado por profesores nativos de los países participantes, con materiales autóctonos y supervisados por las inspecciones nacionales, que han demostrado ser eficientes desde el punto de vista de las evaluaciones internacionales. Tienen la ventaja de que las materias se imparten según un currículo común creado por consenso, que lleva varios años en funcionamiento. Por todo ello, y en lo que atañe a esta investigación, cualquier medida inspirada en el funcionamiento de las Escuelas Europeas que pueda ser propuesta para mejorar los sistemas nacionales, será más fácil de llevarse a cabo.

Planteamiento del Problema

Abordar de la manera más efectiva posible la educación de los futuros ciudadanos nunca ha sido una tarea sencilla. Cada sociedad, cada país, ha adoptado a lo largo de los años aquellos modelos que han considerado más adecuados. En los últimos años junto a la influencia del Estado de la Nación en el sistema educativo, que aún sigue teniendo gran relevancia, ha crecido la influencia de las fuerzas locales y globales. El que los sistemas educativos dependan de las autoridades locales se justifica por la mejor adecuación de su gestión a los intereses de sus respectivas comunidades.

Junto a este proceso de localización en la organización educativa han surgido iniciativas que pretenden medir, de forma objetiva, y con una “herramienta universal”, la bonanza de dichos sistemas educativos.

Y este aspecto de la globalización, que se manifiesta en la importancia de los organismos internacionales y supranacionales, como la OCDE, en la evaluación de los sistemas educativos nacionales, parece ser cada vez más relevante para las sociedades y para las autoridades educativas.

Así los sistemas educativos en la enseñanza secundaria están sujetos a estas dos “corrientes”, la localización en la organización educativa, y el rendimiento de cuentas en evaluaciones internacionales. El equilibrio no siempre es fácil, por ello parece fundamental aumentar la investigación en todos aquellos aspectos que ayuden a un buen análisis del problema y que ayuden en la toma de decisiones.

Como herramienta para estas evaluaciones internacionales, y en particular para PISA, algunas materias, como las matemáticas, tienen un papel relevante; tal vez porque una de las metas primordiales de la educación es que los estudiantes adquieran desde su formación inicial la capacidad para desarrollar la creatividad y también que esa creatividad pueda enfocarse a la resolución de problemas.

PISA, prueba promovida por la OCDE, es el principal referente internacional entre las pruebas externas que pretenden medir el desarrollo de la capacidad matemática y lo hace, fundamentalmente, a través de la resolución de problemas.

Veremos si esta estrategia está presente en los programas educativos de los países estudiados, en qué medida, y también si la forma de trabajo en las escuelas guarda similitudes con las estrategias necesarias para resolver los estímulos (problemas) PISA. Estos estímulos pretenden medir la capacidad para resolver problemas, más o menos complejos, en contextos cotidianos.

Sabemos que los aspectos prácticos de la vida cotidiana no siempre son motivadores para los adolescentes, sea por su edad, sea por falta de implicación, sea por falta de madurez o porque esta madurez no se produce en todas las sociedades a la misma edad, sea porque viven en sociedades donde tienen otros estímulos que hacen desviar su atención de esta necesaria vida práctica, o por cualquier otro motivo.

De qué modo debe abordarse la formación matemática, imprescindible para que los alumnos puedan ejercer responsablemente su función como ciudadanos en una sociedad muy tecnificada, cuando el alumno prefiere desarrollar su creatividad y sus conocimientos en ámbitos alejados de la solución de problemas prácticos.

Sería interesante saber si la formación matemática suficiente para entender un problema y decidir sobre la mejor solución, está recogida y valorada en el test PISA con suficiente claridad y de forma adecuada para los alumnos de cualquier parte del mundo.

Habría que estudiar si todo lo que es positivo y necesario para la sociedad desde el punto de vista de la enseñanza de las matemáticas es bueno para conseguir resultados excelentes en los test PISA, y al contrario, sopesar si sería posible para una sociedad seguir progresando si no se consiguen los niveles adecuados en las pruebas.

Podemos aceptar que el desarrollo científico necesita de conocimientos matemáticos y que el progreso científico resulta imprescindible para el progreso de la sociedad y por ello deben hacerse todos los esfuerzos necesarios para que sus ciudadanos los adquieran; pero las sociedades evolucionadas parecen poner el mismo interés en una formación de sus ciudadanos que les garantice el respeto máximo hacia sus intereses y necesidades personales, tal vez alejados de un conocimiento “ejecutivo” de la matemática y en algún modo esta formación podría no tener reconocimiento en dichas pruebas. En fin, la cultura matemática presenta muchos aspectos. Habría que estudiar si PISA recoge los matices antes señalados y cómo abordan la cuestión de la atención a la diversidad y a la obtención de buenos resultados los países estudiados.

A raíz de lo expuesto, resulta interesante implementar un modelo docente, con base en el cual se puedan dar orientaciones y organizar una noción de ruta pedagógica en la enseñanza de la matemática, que ayude a los profesionales de la educación, a los alumnos y a sus familias ante este nuevo reto de las evaluaciones externas, cada vez más presente en los sistemas educativos.

En síntesis, el problema de investigación se puede plantear a través de los siguientes interrogantes:

- ¿Qué características presentan los procesos de formación en Matemática –en el nivel secundario- en Reino Unido, Francia, Alemania y España?
- ¿Qué tipo de estrategias de enseñanza suelen desarrollarse y recomendarse en los países comparados?
- ¿Qué resultados vienen obteniendo los alumnos de los países comparados en las últimas dos pruebas PISA en el área de Matemática?
- ¿Cuáles son las bases epistemológicas y funcionales de la Matemática en la Prueba PISA? (¿cuál es la concepción de la Matemática que maneja y los criterios de evaluación predominantes?)
- ¿Qué aspectos de los procesos formativos y de las estrategias de enseñanza se pueden destacar del caso español?, ¿en qué medida se pueden considerar positivos o negativos en relación con los de Francia, Alemania y Reino Unido?
- ¿Qué políticas, herramientas o dispositivos de enseñanza –utilizados en los países cotejados-, podrían ser implementados en España, a fin de mejorar el rendimiento de los estudiantes del país en las pruebas PISA de Matemática, y su rendimiento escolar en general?

Justificación

En principio, la matemática ha sido la principal área de conocimiento en PISA 2012, lo que permite la oportunidad de llevar a cabo comparaciones del rendimiento de los estudiantes a lo largo del tiempo, e indagar acerca de los cambios ocurridos en las políticas y prácticas de enseñanza en el área. Esto permite la elaboración de un marco de matemáticas actualizado, contemplando las relaciones psicométricas con las anteriores evaluaciones de Matemáticas, a través de una proyección que mire tanto al pasado como al futuro.

Uno de los atributos más importantes del estudio PISA es que contempla variables e indicadores que permiten diferenciar entornos, procesos y contextos, cuando el TIMSS, el estudio precedente, investigaba de forma diferenciada las variables relacionadas con la enseñanza en clase (Baumert y Lehmann, 2000). En efecto, el informe PISA internacional incorpora magnitudes de influencia simultáneamente en diferentes niveles: a) variables individuales de los alumnos (entorno económico, social y cultural de la familia; sexo; condición de inmigrante; etc.); b) variables individuales de los alumnos, a nivel de la escuela (nivel promedio de los entornos familiares) y c) variables relativas a la escuela (dimensiones de la escuela, proporción docente/alumno, recursos utilizados, aspectos de la atmósfera escolar y de la enseñanza), las cuales se recaban en parte desde el punto de vista de la dirección de la escuela, y en parte desde la perspectiva de los alumnos. Es por medio de estas variables como se puede explicar una parte importante de las diferencias entre los rendimientos de los distintos países. La importancia de cada uno de estos factores, así como también el modo en que éstos interactúan entre sí, sólo podrá determinarse por medio de estudios más profundos.

Dado que PISA presenta resultados globales, pueden sacarse líneas de actuación que sirvan de guía a posibles intervenciones escolares. Estas recomendaciones incluirían, entre otras, la cuestión de las estrategias de enseñanza, la motivación de los alumnos, la atención a los alumnos en situación de desventaja social o abordar de forma efectiva las posibles dificultades asociadas a diferencias de género, aspectos todos que pueden influir en una mejora del nivel de rendimiento (Klieme y Stanat, 2009).

A otro nivel, pueden hacerse recomendaciones de intervención para las autoridades educativas, bien desde el punto de vista de una mejor aplicación de la norma, a través de la inspección educativa, bien para el diseño de estrategias de apoyo y mejora en los centros, bien para el diseño de políticas educativas de mayor calado.

En el marco de PISA 2012 se ha procurado que las cuestiones matemáticas sean relevantes para los alumnos de 15 años, que sean más claras y explícitas, garantizando a la vez que las preguntas elaboradas sigan vinculadas a contextos auténticos y significativos. El ciclo de construcción de modelos matemáticos, utilizado en marcos anteriores (OCDE, 2003) para describir las etapas por las que pasan los individuos para resolver problemas contextualizados continúa siendo una característica fundamental del marco de PISA 2012.

Asimismo, los países cuentan con una nueva evaluación opcional de las matemáticas en formato electrónico (CBAM, por sus siglas en inglés), lo que da cuenta del interés de la OCDE por actualizarse y adaptarse al entorno escolar y así mantener la relevancia del PISA como mecanismo de evaluación de los sistemas educativos de la enseñanza secundaria.

La construcción de la competencia matemática, tal y como se define en PISA 2012, hace énfasis en la necesidad de desarrollar la capacidad de los alumnos para utilizar las matemáticas en contexto y, para lograrlo, es importante que este aspecto sea relevante en sus clases de matemáticas. Esta formación en la resolución de problemas se considera adecuada para aquellos alumnos que están cerca de finalizar su formación matemática formal, así como para los que van a continuarla en la enseñanza superior. (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, 2013).

Por su parte, el conocimiento de las estrategias de enseñanza y procesos de formación en países con sistemas educativos cuyos estudiantes en las pruebas PISA suelen obtener mejores resultados que los españoles, puede ser de utilidad para proyectar su implementación en España.

Los datos que proporciona PISA sobre el contexto en el que se produce el aprendizaje, dando información sobre la situación familiar de los alumnos y sobre el funcionamiento de la propia escuela, según el punto de vista de parte de la comunidad educativa, necesita un análisis detallado. Los resultados son solo el final de un proceso en el que influyen muchos factores y será actuando sobre estos factores como se conseguirá una enseñanza y una educación más efectiva que redunde en beneficio de los alumnos y también que mejoren los resultados analizados PISA.

Todo esto sin olvidar analizar hasta qué punto y en qué sentido las políticas educativas han de estar determinadas por los resultados obtenidos en dichas pruebas.

Objetivos de la Investigación

Objetivo General

Realizar un análisis comparativo de los procesos de formación y estrategias de enseñanza instrumentadas en el área de Matemática, dentro del nivel secundario, en los sistemas educativos de Reino Unido, Francia, Alemania y España.

Objetivos Específicos

- Analizar –desde una perspectiva cuantitativa y cualitativa- los resultados alcanzados por los estudiantes de 15 y 16 años en las pruebas PISA de Matemática en los países comparados.
- Indagar acerca de las asimetrías y diferencias sustanciales entre los distintos sistemas educativos en el área de Matemática en particular.
- Detectar e identificar algunas líneas de trabajo que den cuenta de cómo optimizar los procesos formativos y estrategias de enseñanza de la Matemática en el caso español, a partir de las experiencias desarrolladas en otros países europeos.

Marco metodológico

Tipo de Investigación

La investigación es básicamente descriptiva, comparativa y en alguna medida explicativa. Es descriptiva porque se propone caracterizar los procesos formativos y estrategias de enseñanza empleadas en el área de Matemática en el nivel secundario en Reino Unido, Francia y España, realizándose después un análisis comparativo a partir de los resultados obtenidos por los estudiantes de los países cotejados en las

pruebas PISA de Matemática entre los años 2003 y 2012. El análisis también es explicativo porque se propone caracterizar la estructura, organización y funcionamiento de los sistemas educativos en el área de Matemática, las características del alumnado y sus familias que puedan ser relevantes para la obtención de dichos resultados, y las estrategias, dispositivos y modelos utilizados por los docentes de dichos países, y en qué medida inciden en los resultados alcanzados en la prueba PISA.

Diseño de la investigación

Se llevará a cabo un estudio comparativo de casos –tomando como objeto de estudio las prácticas y políticas pedagógicas relacionadas con la enseñanza de Matemática en el nivel secundario en los mencionados países, así como sus posibles efectos en los resultados alcanzados en la prueba PISA. Se desarrollará una investigación de Campo de tipo No Experimental, esto quiere decir que el objeto/fenómeno de investigación se observa tal como ocurre, sin manipulación de variables por parte de la investigadora, aplicándose un enfoque cuali-cuantitativo.

El estudio de casos es la opción que, en términos de estrategia de investigación resulta la más adecuada para analizar los procesos formativos en el área de Matemática, así como las estrategias de enseñanza más utilizadas, complementando el análisis con los resultados obtenidos en los últimos años en las pruebas PISA (Hernández Sampieri y otros, 1998). Los estudios de caso múltiples son especialmente importantes cuando se busca captar las diferencias individuales o las variaciones únicas existentes entre distintos casos u objetos de estudio, lo que sucede con los enfoques y abordajes de enseñanza de la Matemática implementados en los países cotejados.

Los casos seleccionados se presentarán en un cuadro que muestre los principales indicadores de su estructura y funcionamiento actual.

Instrumentos y técnicas de recolección de datos

En cuanto a los procesos de recolección de información, en primer término se realizará un rastreo bibliográfico-documental, en torno a los sistemas educativos –en el nivel secundario- vigentes en los países comparados, y los datos de los resultados obtenidos por estudiantes en las pruebas PISA de Matemática, contándose con acceso directo a fuentes primarias de instituciones educativas de los países. Para la obtención de la información bibliográfica y documental se recurrirá a diversas modalidades: publicaciones de centros de investigación, organismos internacionales; organizaciones profesionales; artículos de revistas y publicaciones en general sobre la enseñanza de Matemática en el nivel secundario y las pruebas PISA.

Tipo de análisis e interpretación de los datos

Se compararán los resultados obtenidos en las pruebas PISA entre los años 2003 y 2012, analizando su evolución, en qué medida mejoraron o retrocedieron en función de las competencias evaluadas y los criterios de evaluación implementados en el área de Matemática. Este análisis particular servirá de sustento a la hora de cotejar los procesos formativos y las estrategias utilizadas en los países europeos, tomando como base para ello artículos de investigación, tanto en español como en los idiomas originales –inglés, francés y alemán -.

El análisis de los datos es un proceso en continuo progreso en la investigación. Desde esta perspectiva, se debe comenzar lo antes posible, incluso es posible afirmar que empieza simultáneamente con la recolección de datos y se extiende hasta la elaboración de las conclusiones.

Debate metodológico actual en la disciplina de la Educación Comparada en tiempos moderno-tardíos o postmodernos.

La parte metodológica de una investigación constituye uno de los elementos más sensibles de la misma. En una disciplina, objeto y método van íntimamente vinculados, de suerte que hay una perfecta correlación entre el desarrollo del objeto epistemológico y el del método. En lo que atañe a la ciencia de la Educación Comparada, los académicos líderes de la disciplina comparativa llevan tiempo denunciando la situación de “crisis” de esta ciencia (Cowen, 2000; Schriewer, 2000). La crisis en la ciencia comparativa responde a los efectos en la misma de los fenómenos de la globalización y el postmodernismo. García Ruiz (2012: 41-79) ha detallado el impacto que estos fenómenos han acusado en la epistemología y la metodología comparativas. Baste decir que, como afirma esa académica, la tradición positivista que imprimió el precursor principal de nuestra disciplina, Jullien de Paris, ha ejercido un influjo duradero y decisivo en la Educación Comparada, hasta el punto de que, como explicita Cowen (2000: 334), “de esta orientación nunca se ha repuesto del todo la Educación Comparada”. El académico George Bereday impactó fuertemente en la metodología comparativa con su libro *Comparative Method in Education* (1964). Este profesor influyó poderosamente en la forma de elaborar las investigaciones comparativas de numerosas generaciones de académicos. Los enfoques neopositivistas de Bereday se caracterizaban por tres rasgos esenciales:

- a. Se trataba de un postulado filosófico y epistemológico inspirado en las ciencias naturales, que utiliza la comparación como procedimiento para determinar las relaciones de analogía. Se trata de investigaciones comparativas basadas en técnicas comparativas simples de “establecer relaciones entre hechos observables” (Schriewer, 2000).
- b. Se trata de la explicación de los eventos a través de la inducción de hipótesis a partir de datos objetivos, vinculando “causas” y “efectos”. Las explicaciones

causales o hipótesis presuponen un modelo causa-efecto o una secuencia histórica.

- c. Se trata de una concepción epistemológica que considera que las hipótesis tentativas pueden ser transformadas en leyes generales incondicionales, a la luz de las cuales el futuro destino de la sociedad puede ser predicho.

Estos presupuestos epistemológicos condujeron a la delimitación de una metodología comparativa, con fases específicas concretas, que fue ampliamente difundida por Bereday y por sus discípulos en la década de los sesenta. Dicha metodología positivista delimitaba tres fases de investigación esenciales:

- Estudio descriptivo (fase analítica) (recogida de datos, análisis formal y material de los datos, análisis explicativo de los datos, conclusiones analíticas).
- Formulación de las hipótesis comparativas
- Estudio comparativo (fase sintética) (selección de datos y de conclusiones analíticas, yuxtaposición de conclusiones y datos seleccionados, comparación valorativa y/o prospectiva, conclusiones comparativas).

Esta metodología comparativa positivista ha recibido recientemente algunas críticas de simplicidad excesiva por autores como el germano Jürgen Schriewer. Él propone y aboga por que la Educación Comparada es una “ciencia de la complejidad” (Schriewer, 2000. 3). De sus reflexiones parece extraerse la idea de que no servirían métodos sencillos y lineales como el difundido por Bereday para resolver las complejas cuestiones que conforman la Educación Comparada. En concreto, Schriewer muestra su claro desacuerdo y su escepticismo en relación a cuatro elementos epistemológicos y metodológicos vinculados con la Educación Comparada que se derivan de las posiciones positivistas:

- a. La primera crítica apunta a la “crisis del universalismo”. Según esto, no hay determinantes universales. Los procesos históricos individuales son demasiado numerosos, demasiado complejos y demasiado independientes unos de otros. Ello corresponde al “fracaso de las grandes teorías”.
- b. La segunda crítica de Schriewer apunta al cuestionamiento del postulado de la validez de las relaciones causales regulares y no ambiguas entre causas y efectos dada por hecho en las ciencias sociales sistémicas. Se da por hecho la validez del principio de causalidad “al mismo efecto siempre corresponde la misma causa”. Según Schriewer, es necesario poner de relieve la enorme complejidad de las redes causales.
- c. Las nuevas propuestas se asientan en paradigmas postnewtonianos que defienden el predominio de la “no linealidad sobre la linealidad, y de la complejidad sobre la simplificación”.
- d. Las propuestas de Schriewer niegan el incuestionado objeto de estudio de la Educación Comparada: el mundo concebido como multitud de sociedades nacionales o regionales separadas. Dicho concepto de sociedad ha sido empíricamente rechazado hace tiempo por los fenómenos de internacionalización, y las reconstrucciones críticas de la teoría social están siendo abordadas en el marco de los análisis de “sistemas mundiales” cuyos modelos reivindican que las macroestructuras sociales de finales del siglo XX sólo pueden ser aprehendidas si se tiene en cuenta el contexto global de las relaciones mundiales de interdependencia (Schriewer, 2000: 22).

El siguiente cuadro compara los presupuestos metodológicos de la Educación Comparada en el positivismo y en el actual enfoque postmoderno (García Ruiz, 2012):

Tabla 1. Educación Comparada. Presupuestos metodológicos

Presupuestos metodológicos positivistas	Presupuestos metodológicos postmodernos
1. Postulado de la validez de relaciones causales regulares	1. Cuestionamiento radical de las asunciones teórico-metodológicas de la ciencia social principal neopositivista
2. Formulación de forma universalista de sus reivindicaciones explicativas por las teorías y modelos sociales	2. Crisis del universalismo
3. Investigaciones comparativas basadas en técnicas simples de “establecer relaciones entre hechos observables”	3. Investigaciones comparativas basadas en técnicas comparativas complejas de “establecer relaciones entre relaciones”
4. Métodos sencillos y lineales positivistas	4. La Educación Comparada es “ciencia de la complejidad”.
5. Universalismo, linealidad	5. Complejidad de conexiones
6. Causalidad simple	6. Causalidad compleja
7. Unidad de análisis: sociedades autónomas	7. Unidad de análisis: sistemas mundiales
8. Paradigmas newtonianos	8. Paradigmas postnewtonianos

Podemos afirmar que nos hallamos en un momento de vacío epistemológico, en tanto que los viejos presupuestos de la metodología comparativa han sido denostados, y los nuevos aún no han sido completamente propuestos en sus distintas concreciones. Jürgen Schriewer afirma que, metodológicamente, hay que combinar una perspectiva tanto funcional como genética (histórica) en las investigaciones comparadas. Este

académico muestra, como ejemplo de la metodología a seguir, los estudios realizados en este sentido, como los trabajos de Margaret Archer en el Reino Unido, de Edgar Morin en Francia, y de Niklas Luhmann en Alemania.

En tanto que la metodología comparada postnewtoniana aún no ha sido enteramente definida o delimitada, la presente investigación seguirá los presupuestos metodológicos preferentemente positivistas, implícitamente realizados, sin aludir a ellos de forma explícita, intentando integrar las propuestas de Schriewer y evitando en la medida de lo posible las críticas de que ha sido objeto esa perspectiva teórica. Hemos creído importante reflejar en este trabajo el actual debate metodológico en Educación Comparada, pues ese es el estado epistemológico en que en el presente se encuentra nuestra disciplina en esta segunda década del siglo XXI.

En esta investigación, pues, la adaptación del método comparativo positivista de Bereday se llevará a cabo junto con una metodología experimental del estudio de caso del análisis realizado de la Escuela Europea de Luxemburgo.

Tras la verificación de las hipótesis, ya sea desde la verificación empírica o socio-histórica, se llevará a cabo el establecimiento de conclusiones finales, cuyo valor será interpretado dentro de un positivismo moderado desde el cual, según señala Morlino (2010), cualquier generalización carece de sentido más allá de los datos, lo cual concuerda con los límites de la Educación Comparada establecidos por García Garrido, dentro de los cuales señala que hoy en día la Educación Comparada ya no es una ciencia normativa ni nomotética; su objetivo no es establecer leyes universales. Motivo por el cual las hipótesis que en esta investigación se verifiquen, y las conclusiones generales que se establezcan, tienen una validez limitada, lo que exige una actitud de prudencia y moderación.

A continuación explicitamos las hipótesis comparativas que hemos formulado según los presupuestos teóricos de esta investigación, y que han guiado nuestra labor investigadora en este trabajo. Estas hipótesis son revisadas y cotejadas al término del trabajo.

Formulación de Hipótesis

Hipótesis 1: Los procesos de formación y las estrategias didácticas utilizadas en Reino Unido, Francia y Alemania en el nivel secundario son más innovadores y efectivos que los instrumentados en España para la enseñanza de Matemática, lo que se refleja en los resultados obtenidos en las últimas pruebas PISA. No hay diferencias muy significativas entre los sistemas educativos comparados, pero algunos son más efectivos que otros en algunos de los aspectos evaluados por PISA, entre ellos, en la integración de emigrantes, en equidad, haciendo que los factores socioeconómicos y culturales desfavorables tengan menor impacto, en disminuir las diferencias de género en las puntuaciones de matemáticas, o en conseguir que aumente el porcentaje de alumnos que obtienen niveles altos en PISA y disminuya el porcentaje de los que se encuentran en el más bajo.

Hipótesis 2: Las diferencias regionales son en algunos países, como España, son grandes, mayores que las que existen entre los países comparados, por lo que se descarta que la solución a los problemas educativos pueda venir de grandes reformas estructurales nacionales. Las reformas educativas, al menos a corto plazo, parecen estar marcadas por ganar en eficacia, es decir, solucionar y mejorar lo que no funciona para obtener mejores resultados, y, paralelamente, ser más eficientes (mejores resultados con el mismo presupuesto).

Hipótesis 3: En la actualidad, con los datos PISA conocidos, el peso de las diferencias individuales sigue siendo grande para explicar los resultados, así que las mejoras posibles de resultados no sólo dependen del sistema educativo, ni del centro educativo. Por otro lado hay muchas correlaciones entre distintos aspectos de la vida escolar que no pueden establecerse con precisión analizando los resultados. Una parte de estas limitaciones pueden explicarse por las características de la propia herramienta de medida, el test PISA, que hay que seguir perfeccionando.

PISA y *Bildung* en el sistema educativo alemán

El impacto del programa PISA y de sus resultados en suelo alemán se ha dejado sentir con toda profundidad en los debates políticos y académicos en este país. Por la extraordinaria relevancia de estos debates en la vida política y académica alemana, he estado obligada a la inclusión del presente epígrafe con el objeto de hacer constar los elementos más importantes de los mismos. De dichos debates procedo a abordar dos elementos especialmente relevantes.

En primer lugar, hay que destacar que los bajos resultados de los alumnos alemanes en las pruebas PISA han derivado en el denominado *shock PISA* en la política y la academia alemana (Kotthoff y Pereyra, 2009: 1). La política educativa y la sociedad alemana se revelaban harto orgullosas de su sistema educativo, y los decepcionantes resultados logrados por los alumnos alemanes han supuesto un revulsivo que ha conmocionado de forma profunda la opinión académica y social de este país. Junto a esta constatación, hay que también reflejar el hecho de que la política educativa alemana no ha modificado un ápice su sistema educativo (a excepción de medidas menores como la ampliación del horario escolar a través de las *Ganztage Schulen* –escuelas de horario de día completo). Es decir, la confianza que esta sociedad revela en sus tradiciones, y la idónea respuesta del sistema educativo a las demandas del ámbito económico, hacen que esta sociedad se mantenga fiel a sus políticas, más allá de las críticas internacionales acerca del bajo rendimiento de sus alumnos y de la gran inequidad social que producen sus escuelas.

El segundo elemento que ha derivado en un muy relevante debate en la sociedad alemana tras los resultados PISA en el suelo alemán, radica en la reflexión acerca del impacto de PISA en el emblemático concepto *Bildung* en la academia alemana. Se han publicado una ingente cantidad de artículos que analizan este relevante aspecto (ie. Kotthoff y Pereyra, 2009; Messner, 2009; Benner, 2009, etc.). Dada la relevancia que el concepto de *Bildung* tiene en la educación alemana (y, por extensión, en todos los países en los que Alemania ha influido educativamente), creo necesario y de gran interés abordar este aspecto de forma algo más detenida, con el

objeto de finalizar esta reflexión esbozando la relación entre PISA y el concepto de *Bildung* (formación general, autoformación).

Podemos decir que el tránsito del ser humano desde su condición inicial de individuo a su constitución como persona se realiza de forma inexorable a través de la *formación* (Quintana Cabanas, 1995: 33), se comprende muy bien el hecho de que el concepto y el debate sobre el término de “formación” o *Bildung*, sea el más antiguo y, al mismo tiempo, el más actual del problema de la Pedagogía (Groothoff, 1967: 34). Esto es especialmente cierto en el caso de la evolución de esta disciplina en el suelo alemán, donde pedagogos y filósofos han dedicado y dedican gran parte de su reflexión al esclarecimiento de este concepto, y donde pronto la palabra *Bildung* se convirtió en expresión técnica y fundamental en la teoría de la educación.

Un rasgo esencial típico de este término es que *Bildung* constituye un concepto que ha evolucionado semánticamente según las distintas épocas y, por lo tanto, posee múltiples connotaciones y significados. Es decir, aunque en buena medida ha predominado la acepción de *Bildung* establecida por el neohumanismo alemán del siglo XVIII, la realidad es que con el advenimiento de nuevas filosofías y corrientes de pensamiento, han surgido posteriormente otras visiones del mundo (*Weltauschauungen*) que han asignado otros contenidos a la idea de formación. Como afirma Quintana Cabanas, el concepto de *Bildung* suscita una multitud de ideales y es, por ello, especialmente difícil hacerse una clara imagen del concepto de *Bildung*. Así, según Menze (1983: 350), “no existe ninguna definición con la cual se pueda establecer de un modo general el significado de formación, de modo que cada cual ha de determinar para sí tal concepto”. Dicho concepto de formación, no obstante, “pese a su ambigüedad, no puede ser reemplazado por ningún otro término” (Quintana Cabanas, 1955: 33).

Desde un punto de vista etimológico, el término griego *plásma* y su equivalente latino *formatio*, se tradujo en alemán por *Bildung*, tal vez desde Kant (*ídem*). La palabra *Bildung* en alemán significa propiamente “configuración”. Significa imagen, representación, forma. En el lenguaje pedagógico, la *Bildsamkeit* (formabilidad) es la

disposición del individuo a adquirir alguna característica (por ejemplo, en J. Fr. Herbart es la disposición a la moralidad).

Como he afirmado, la visión de *Bildung* que ha predominado y que ha ganado más adeptos y prestigio tanto históricamente como en la actualidad, es la que se conformó en el Neohumanismo alemán del siglo XVIII, con tratadistas y críticos como J. G. Herder; J. W. Goethe; J. Ch. Schiller y, muy especialmente, W. von Humboldt quien, en el siglo XIX funda la Universidad de Berlín (en 1810) tomando el concepto de *Bildung* como base de la reforma de la enseñanza superior en todos los Estados alemanes y especialmente en Prusia. Esta filosofía constituyó y conformó la pedagogía neo-humanista de los *Gymnasien* de la enseñanza secundaria. El recurso de Humboldt a este concepto de *Bildung* en la conformación de la Universidad de Berlín invistió al mismo de un carácter emblemático en enseñanza universitaria y en secundaria, que perdura en la actualidad en Alemania y, por el extraordinario influjo de este país en otros muchos, en todo el ámbito occidental.

A modo de resumen, podemos afirmar que el concepto de *Bildung* gestado en el Neohumanismo alemán del siglo XVIII posee los siguientes atributos:

- El concepto de *Bildung* gestado en Alemania en el siglo XVIII revela un interés esencial por el arte y la literatura griegos. En la literatura y arte antiguos se encontraba lo ideal, lo humano-universal, que parecía idóneo para garantizar a la formación alemana una perfección y estructura armónicas. La lengua y la naturaleza alemanas se enriquecerían con el ideal de formación consistente en una síntesis del espíritu alemán y del griego. El concepto de formación como transcripción del ideal griego del hombre bello y bueno, llenó la literatura alemana de fines del siglo XVIII y la pedagogía neohumanista de los *Gymnasien* y de la Universidad.
- Conceptualmente, el término *Bildung* se puede entender tanto como el proceso de formación como el resultado de la misma; para designar tanto la actividad del educador y maestro como el producto, es decir, la forma interior conseguida en el educando. Pestalozzi y Herder, al parecer de Quintana, habrían sido los dos primeros escritores que utilizan la expresión “formación” en dichos ambos sentidos.

- Según fue empleado por Humboldt, la formación se muestra como acción recíproca entre el yo emergente y el mundo que se le descubre, pero tal acción recíproca debe ser libre y activa para realizar su fin interno. Es decir, Humboldt entiende que la formación es sólo posible como auto-formación; es una libre toma de posición que el individuo hace de sí mismo, como autodeterminación.
- Frente al punto de vista utilitario y realista de la Pedagogía de la Ilustración, el Neohumanismo acentuaba lo ideal y, frente a una educación profesional práctica, implantaba una formación culta interesada por los ideales humanos (Moog, 1933: 144s; citado por Quintana, 1995).
- El ejercicio de la auto-formación constituye una individualidad ideal, y la totalidad de esas individualidades ideales viene a ser el “ideal de la humanidad”.
- El concepto de formación entendido por el Neohumanismo alemán atañe y comprende tanto el aspecto moral de la naturaleza humana como el aspecto intelectual.
- Los elementos capaces de producir la formación humana son el lenguaje, el arte y las matemáticas. Hay que notar también en ella una componente patriótica y religiosa. De igual modo, las lenguas clásicas integraban de forma inexorable la pedagogía neohumanista, en tanto que constituían un medio esencial de llegar a la cultura de la Antigüedad.

Es mi hipótesis, dicho sea de paso, que la incondicional querencia del concepto neohumanista de formación por los elementos curriculares, metodológicos y didácticos de la enseñanza secundaria de tipo académica o *Gymnasium*, ha derivado en una indiferencia o incluso menosprecio de la cultura alemana y de la mayoría de sus gobiernos, por la escuela comprensiva o *Gesamtschule*, cuya institución ha sido minoritaria.

Dada la permanente y actual relevancia del concepto de *Bildung* en la enseñanza alemana y europea en el siglo XXI, estimo que resulta necesario y de interés esbozar, siquiera de forma breve y somera, la evolución de este concepto a

partir del Neohumanismo del siglo XVIII en adelante, y su actual significado en la pedagogía alemana de la segunda década del siglo XXI.

Quintana Cabanas (1995) expone que, en el siglo XIX, el ideal de formación ya no representa el hombre “libre”, sino el hombre “estético”. El ideal de la formación de la personalidad se ha convertido en una fórmula vacía que, a pesar de algunos intentos de ciertos pedagogos neoidealistas, ya no volvió a alcanzar su significado originario.

Desde Rousseau y su énfasis en la formación del ciudadano sobre todo en lo profesional, el ideal de una *Bildung* se transformó en el de una *Ausbildung* (formación escolar). En las instituciones educativas se pasó a distinguir dos clases de formación (división vigente aún hoy día): una formación “general” y una formación “profesional”. A partir de aquí, para algunos autores, como G. Kerschensteiner, la idea de formación deriva hacia un practicismo profesional. Otros, como Otto Willmann, siguen teniendo una visión clásica de *Bildung*, en la que reclaman no sólo la dimensión intelectual, sino el trabajo espiritual que supera el mundo de las sensaciones y el sentimentalismo. E. Spranger afirma que la formación consiste en la capacidad de producir cultura que también requiere una plenitud en sentido teológico (Quintana Cabanas, 1995).

Quintana Cabanas (1995) alude a una serie de connotaciones de la idea clásica de formación de enorme interés, que voy solamente a enunciar a continuación, en tanto que su debate sigue teniendo plena vigencia. Los lectores interesados pueden acudir al estudio del académico Quintana Cabanas, publicado por la Editorial Dykinson:

- 1.) La distinción entre educación y formación: la diferenciación entre estas categorías pedagógicas dista de estar resuelta. Para algunos autores la categoría pedagógica superior es la educación (ie. para O. Willmann). Para otros, en cambio, la formación constituye la categoría suprema.

- 2.) El aspecto humanístico de la formación, la cual tiene que ver con la vida contemplativa.
- 3.) La definición de lo que es la formación, sin que actualmente exista aún ninguna definición que se pueda establecer de forma general.
- 4.) La dimensión moral de la formación

Con las dos grandes corrientes de pensamiento aparecidas en la Alemania de la segunda mitad del siglo XIX (el vitalismo de Nietzsche y el marxismo), el concepto clásico de formación (que había sido hasta entonces idealista y tendente a una moralización del individuo) pasa a investirse de unos ideales materialistas y de adaptación a lo que es la sociedad.

Con Nietzsche (1872) la cuestión no es ya cómo debe formarse el hombre para poder afirmarse a sí mismo en las situaciones mudables del mundo, sino qué conocimientos debe adquirir para poder subsistir en ese mundo. El concepto de formación experimenta una modificación todavía más profunda en el pensamiento marxista que, según expone Quintana Cabanas, instaura un nuevo humanismo. Se va a poner la formación en relación concreta con la realidad de la producción y de la sociedad, eligiendo los contenidos de formación según las exigencias científico-técnicas de la sociedad industrial. Marx quiere que al educando, además de dársele una formación “general” y otra “profesional”, se le dé también una formación “politécnica”, que trata de unir el trabajo productivo con la enseñanza y la gimnasia. Se tendría así al hombre con una formación pluridimensional, muy distinta de la formación clásica, que era intelectualista, alejada de la praxis, apolítica y formal. El ideal de una formación general socialista sería posible solamente a través de la escuela politécnica que estructuraría una personalidad en las varias facetas de lo productivo-práctico, lo político revolucionario y lo cultural-creativo (Quintana Cabanas, 1995).

Analizando la idea de formación en el momento actual podemos decir que, de forma progresiva desde el siglo XIX a nuestros días, el ideal de formación se ha ido haciendo cada vez más concreto. En puridad, después de la Segunda Guerra Mundial se tiene en Alemania un concepto de formación distinto del humanismo clásico, pues se lo relaciona con las dimensiones que éste había descuidado (trabajo, profesión,

técnica, política) y con valores tales como la convivencia humana, la responsabilidad y la superación de contradicciones y conflictos (Weistock, 1953). Quintana Cabanas expone que las condiciones culturales en que se asienta la formación han cambiado mucho. Con la actual civilización técnica las artes se han vuelto más formales y las ciencias se han tornado positivas y tecnológicas. De ahí se desprende (Groothoff, 1967) que vamos perdiendo en lenguaje y por tanto en mundanidad y, en último término, también en verdad, de modo que tal vez ya no se pueda seguir hablando de formación.

Desde 1960 han aparecido nuevas filosofías que han conducido a otras tantas reformulaciones del ideal de formación. Destacan tres de ellas, que sólo voy a nombrar: el positivismo lógico, el existencialismo, y la corriente de la ciencia crítica de la educación.

Aparte del académico Quintana Cabanas, otros académicos españoles han analizado el concepto de Bildung en el Neohumanismo alemán. Destaca muy especialmente el trabajo de Jerónima Ipland García, titulado *El concepto de Bildung en el Neohumanismo alemán*, publicado en el año 1998 por la Editorial Hergé. Esta obra resulta vital para comprender el concepto de Bildung en la historia y su evolución hasta nuestros días. Especialmente rico resulta el prólogo a la obra, realizado por el académico Conrado Vilanou Torrano, de la Universidad de Barcelona. La introducción realizada por el doctor Vilanou Torrano a esa obra muestra cómo, la misma fallida de los grandes relatos y de las narrativas pedagógicas –provocada por las críticas postmodernas- ha abocado recientemente a analizar de nuevo la génesis y evolución de la *Bildung*, o grandes ideales formativos que se han formulado a lo largo de la historia para la educación del género humano. Este concepto, uno de los pilares fundamentales de la pedagogía germana (y, por el influjo de la misma, de la pedagogía occidental), ha sido analizado recientemente por académicos como H-G Gadamer, W. Böhm y M. Gennari. Como afirma Gadamer (citado por Vilanou Torrano, 1998: 8), el concepto de formación no sólo constituye la más importante aportación del clasicismo alemán del siglo XVIII sino también el elemento fundamental en el que viven las ciencias humanas en el siglo XIX, fenomenología que se extiende hasta el primer tercio

del siglo XX. *Bildung* implica el ideal de hombre culto como ideal de la humanidad. El cultivo de sí mismo (autoformación) logrando una emancipación intelectual que incluye dimensiones estéticas y morales.

Vilanou reflexiona sobre el hecho de que cuando la pedagogía parece que se ha disuelto en el magma de las ciencias de la educación devaluándose a una simple estrategia performativa que sólo busca el éxito y la eficacia, nada resulta más oportuno que volver a los orígenes, a los momentos fundacionales de un saber pedagógico que, a su indudable interés histórico y teórico, añade su influencia en la España contemporánea. Finaliza su contribución con dos reflexiones de gran interés (*ibídem*: 19-20):

- También nuestro país –al igual que aquella incipiente Alemania neohumanista del siglo XVIII- ha necesitado, durante los siglos XIX y XX, de ideales. La introducción del ideal de la humanidad de Krause a través de Sanz del Río y la Institución Libre de Enseñanza, las traducciones y reflexiones de Luzuriaga en torno a la pedagogía de Kant, Pestalozzi y Goethe, la difusión del ideario neohumanista de Herder, el publicismo pedagógico de María de Maeztu a favor de la idea de humanidad de Natorp, la filosofía de la educación de Joaquín Xirau, la apuesta por una pedagogía de las ciencias del espíritu de Juan Roura-Parella, la recuperación de la obra de Dilthey por parte de la diáspora intelectual republicana, no se entenderían sin la fuerza y presencia de estos ideales formativos que beben en las fuentes de la *Bildung* alemana.
- La literatura pedagógica española ha conectado con la tradición de esa *Bildung* neohumanista, referencia indiscutible para cualquier consideración pedagógica, ejercicio histórico-hermenéutico que puede ayudar a la búsqueda del sentido de la educación en estos tiempos postmodernos.

Para concluir este apartado, podemos decir que las competencias evaluadas por PISA poseen un carácter reduccionista y simplificado en relación a la amplia formación general contenida en el concepto de *Bildung*. Así, siguiendo a Messner (2009), se puede concluir que “si se malinterpreta PISA –según viene sucediendo- como

concepción abarcadora de la formación general y como sentencia de conjunto acerca de la escuela –algo que PISA no reclama para sí-, la escuela y la enseñanza terminarán por perder, en el esfuerzo por mejorar su calidad, buena parte de sus contenidos y de su configuración social” (Messner, 2009), es decir, terminarán por desvincularse del emblemático y fecundo concepto y realidad de *Bildung*.

CAPÍTULO 1. LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN LA EDUCACIÓN SECUNDARIA.

1.1. Tendencias teóricas de la Didáctica de la Enseñanza de las Matemáticas en el siglo XXI.

Según las nuevas tendencias en la Didáctica de la Matemática, en la enseñanza secundaria es necesario buscar adecuadas secuencias de actividades mediante las cuales los alumnos construyan sus conocimientos matemáticos de manera progresiva, y se comprende que la secuenciación que la comunidad científica le ha brindado a la matemática proviene de una necesaria lógica interna, que no siempre es la más adecuada para la aprehensión de las herramientas del área de manera realista en situaciones de aprendizaje escolar.

Es necesario observar y analizar las metodologías empleadas actualmente en la enseñanza de Matemática, destacando algunos casos exitosos que han permitido optimizar el rendimiento de los estudiantes y su mayor compromiso con el proceso de enseñanza-aprendizaje.

La matemática en el ámbito escolar se debe presentar en su doble carácter, formativo e informativo, ofreciendo una amplia variedad de situaciones para procurar, en los alumnos, el desarrollo de competencias intelectuales y prácticas que los capaciten para operar en la realidad desde la acción reflexiva, el juicio crítico, la búsqueda de soluciones alternativas y la aplicación de estrategias originales ante los problemas a resolver.

El uso de las nuevas tecnologías de la información y la comunicación forma parte esencial de las nuevas tendencias en la enseñanza de matemáticas. En efecto, Godino y otros (2006), desarrollan criterios para diseñar y evaluar procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas basados en el uso de recursos tecnológicos.

Los autores postulan que los conocimientos matemáticos se generan a partir de la resolución de problemas, pero no se reducen a los problemas y técnicas de solución; el progreso matemático, tanto individual como colectivo, tiene lugar cuando se logran generalizar y justificar los procedimientos de solución a tipos de problemas cada vez más amplios y complejos. La disponibilidad de recursos tecnológicos -en la modalidad de “applets” y otros tipos de programas interactivos- que facilitan la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas es una realidad frecuente en la mayoría de los países, tanto en el ámbito de la OCDE como países externos. En España instituciones oficiales como el Centro Nacional de Información y Comunicación Educativa, MECD, “Proyecto Descartes”, y en el ámbito internacional el *NCTM (National Council of Teachers of Mathematics)*, y la *National Library of Virtual Manipulatives (NLVM)*, promueven el desarrollo y difusión de recursos para los distintos contenidos matemáticos y niveles educativos (Godino y otros, 2006).

Lagrange y otros (2001) desarrollaron un metaanálisis de más de 600 publicaciones con informes de investigaciones y experiencias de innovación sobre el uso de las TICs (Tecnologías de la Información y las Comunicaciones) en la educación matemática. Este trabajo y otros “similares han constatado el bajo nivel de integración de las TICs en las clases de matemáticas y la diversidad de factores a tener en cuenta, tanto para la evaluación de sus efectos como de las condiciones de implementación. Se ha registrado una tensión entre las altas expectativas del uso de las TICs para favorecer la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas y la baja integración de las mismas en las clases. La elaboración de criterios de uso, así como herramientas de análisis de las consecuencias instruccionales y cognitivas de su empleo en los

procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas continúa siendo una cuestión abierta, es decir, un campo fértil para investigaciones.

Godino y otros (2006) proponen en su artículo una **teoría de las configuraciones didácticas**, donde se modeliza la enseñanza y aprendizaje de un contenido matemático como un proceso estocástico multidimensional compuesto de seis subprocesos (epistémico, docente, discente, mediacional, cognitivo y emocional), con sus respectivas trayectorias y estados potenciales. Como unidad primaria de análisis didáctico se propone la *configuración didáctica*, constituida por las interacciones profesor-alumno a propósito de una tarea matemática y usando recursos materiales específicos.

En general los recursos, tanto manipulativos como virtuales, no tienen un valor en sí mismos. Para que cumplan un papel en el aprendizaje es necesario diseñar tareas que inciten la actividad y reflexión matemática. Un análisis detallado de los conocimientos puestos en juego revela el papel esencial del docente en los distintos momentos del proceso de enseñanza-aprendizaje para que la actividad no quede bloqueada por los conflictos de significados y los conocimientos adquieran el nivel de generalidad pretendido. El grado de pertinencia de un recurso depende del uso que el docente haga del mismo, y por tanto, de los conocimientos didácticos específicos que ponga en juego en su uso. El recurso puede ayudar a crear un contexto rico para apoyar el diálogo con los alumnos a propósito de tareas que son específicas, y que ponen en juego los conocimientos matemáticos pretendidos (Godino y otros, 2006).

De acuerdo con la teoría del aprendizaje contextual, el aprendizaje tiene lugar sólo cuando el alumno procesa información y conocimiento nuevos de tal manera que les confiere sentido en su marco de referencia (su propio mundo interno de memoria, experiencia y respuesta). Este enfoque supone que la mente busca, en forma natural, el significado en el contexto —o sea, en el ámbito donde la persona se encuentra—, y que lo hace así buscando relaciones que tengan sentido y parezcan ser de utilidad. De este modo, la teoría del aprendizaje contextual focaliza los múltiples aspectos de cualquier ambiente de aprendizaje. Un ambiente de aprendizaje puede ser un aula, un

laboratorio, un lugar de trabajo o un parque. El aprendizaje contextual alienta a los docentes a escoger y/o diseñar ambientes de aprendizaje que incorporen diversas formas de experiencias —sociales, culturales, físicas y psicológicas—, trabajando en la búsqueda de los resultados de aprendizaje deseados (Cord, 2003).

Por ejemplo, el proceso de aprender habilidades interpersonales requiere que los alumnos trabajen en equipos, enseñen a otros, lideren, negocien y trabajen con personas de diferentes formas de pensar. Este abordaje, además de ayudar a los alumnos a aprender a llevarse bien con otros, también contribuye a aprender mejor el contenido de las materias. Desde esta perspectiva, los alumnos de matemática que trabajan juntos en un proyecto no sólo aprenden habilidades interpersonales sino también aprenden *más matemática*. Por ello, una de las tendencias más fuertes en la enseñanza de matemáticas es utilizar la contextualización para elevar los logros de los estudiantes.

CORD (2003) ha incorporado los principios de la estrategia REACT (Relación, Experimentación, Aplicación, Cooperación, Transferencia) en el contenido de sus propuestas educativas, con lo cual pretende aprovechar el verdadero potencial de la contextualidad. *Matemática Aplicada-CORD* es un conjunto de cuarenta unidades modulares elaboradas para ayudar al alumno a desarrollar y perfeccionar destrezas matemáticas relacionadas con el trabajo. Estos módulos están basados en un diseño pedagógico en el que se implementa un enfoque contextual y aplicado del aprendizaje. A continuación se describen las características principales de esta herramienta de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas:

- Es un enfoque integrado para abordar la matemática.
- Está constituido por materiales que apoyan áreas ocupacionales específicas, tales como *ocupaciones relacionadas a la salud, tecnología industrial, economía del hogar, agricultura y negocios relacionados, y negocios y mercados*.

- Contiene videos motivadores para presentar cada unidad o módulo y preparar el escenario para mostrar la importancia de la matemática en el mundo laboral.
- Presenta los conceptos dentro de un ambiente contextual.
- Contiene actividades de descubrimiento dirigidas por el alumno.
- Incluye numerosos ejemplos que aclaran conceptos y dan a los alumnos modelos para solucionar problemas.
- Incorpora ejercicios que incluyen varias situaciones de resolución de problemas del mundo real, que son importantes para el presente y futuro de los alumnos.
- Contiene actividades de laboratorio que apoyan al alumno de manera contextual a través de la medición, recolección de datos y simulaciones del mundo real.
- Incluye actividades grupales interactivas donde se comparte, se comunica y se toman decisiones.
- Está escrita para ayudar a mejorar la capacidad de lectura y otras destrezas de comunicación del alumno.
- Incluye procesos de resolución de problemas que los alumnos pueden perfeccionar a través de sus vidas.
- Integra la tecnología mediante el uso de calculadoras gráficas y científicas y programas de computación.
- Contiene guías para el docente que incluyen: 1) texto del alumno; 2) notas de ayuda; 3) soluciones y resultados esperados de los problemas presentados en el video y en las actividades de laboratorio y ejercicios; y 4) copias maestras para hacer transparencias (acetatos) y folletos para el alumno.

En síntesis, los módulos de enseñanza contextual de CORD son herramientas educativas útiles, pero para que se logre el impacto esperado los docentes deben capacitarse para hacer un uso eficiente de este tipo de herramientas.

Dentro de las **corrientes teóricas contextualistas de la Didáctica de las Matemáticas** se destaca la **Teoría de las Situaciones Didácticas** (Brousseau, 2007), cuyo modelo propone que la enseñanza es un proceso centrado en la producción de los conocimientos matemáticos en el ámbito escolar, lo que implica establecer nuevas relaciones, como transformar, reorganizar y validar el conocimiento de acuerdo a las normas y los procedimientos aceptados por la comunidad matemática. Asimismo, concibe la clase como un ámbito de producción, aprendizaje y enseñanza del conocimiento matemático que habita en la escuela, siendo la situación didáctica uno de los elementos que propicia la relación del maestro con el alumno.

De acuerdo con Brousseau (2007), las Matemáticas son el producto de la cultura que permite concebir la diferencia entre el conocimiento que se produce en una situación particular y el saber estructurado, organizado y generalizado a partir de situaciones específicas. Concibe a la situación didáctica como conjuntos de relaciones explícita o implícitamente establecidas entre un alumno o un grupo de alumnos, el entorno y el profesor, con el fin de permitir a los alumnos aprender, reconstruir algún conocimiento y la relación con el saber. Su teoría estudia la búsqueda y la invención de situaciones, características de los diversos conocimientos matemáticos enseñados en la escuela. El estudio y la clasificación de sus variantes, la determinación de sus efectos sobre las concepciones de los alumnos, la segmentación de las nociones y su organización en procesos de aprendizaje largos, constituyen la materia de la didáctica de las matemáticas y el terreno al cual la teoría de las situaciones provee de conceptos y métodos de estudio.

La **teoría de situaciones** es una **teoría de aprendizaje constructiva**, en la que el aprendizaje se produce mediante la resolución de problemas a través de una red de situaciones didácticas. Contempla, a su vez, los siguientes tipos de situaciones que se dan en el ámbito escolar (Brousseau, 2007):

- *Situaciones de acción* sobre el medio, que favorecen el surgimiento de teorías (implícitas) que después funcionarán en la clase como modelos proto-matemáticos;

- *Situaciones de formulación*, que favorecen la adquisición de modelos y lenguajes explícitos, que suelen diferenciarse de las situaciones de comunicación, que son las situaciones de formulación que tienen dimensiones sociales explícitas;
- *Situaciones de validación*, requieren de los alumnos la explicitación de pruebas y por tanto, explicaciones de las teorías relacionadas con medios que subyacen en los procesos de demostración (o de búsqueda de soluciones);
- *Situaciones de institucionalización*, que tienen por finalidad establecer y dar un status oficial a algún conocimiento aparecido durante la actividad de la clase, en particular se refiere al conocimiento, las representaciones simbólicas, etc.

La teoría de las situaciones didácticas requiere también de transposición didáctica, el contrato didáctico y los campos conceptuales: la primera hace referencia a la adaptación del conocimiento matemático para transformarlo en conocimiento para ser enseñado, es la primera fase de la transposición, se pasa del saber matemático al saber “a enseñar”, de la descripción de los empleos de la noción a la descripción de la misma noción y la economía que supone para la organización del saber (Chevallard, 1997).

Es posible plantear que la teoría de las situaciones didácticas describe el proceso de enseñanza de los conocimientos matemáticos partiendo de dos tipos de interacciones básicas dentro de la clase (Sadovsky, 2004): a) la interacción del alumno con un problema que ofrece resistencia y retroacciones que operan sobre los conocimientos matemáticos puestos en juego; y b) la interacción del docente con el alumno a propósito de la interacción del alumno con la problemática matemática.

El énfasis en contextos reales para los problemas es una característica del marco teórico de PISA; siendo uno de sus fundamentos las orientaciones de la *Educación Matemática Realista* (EMR), propuesta por Hans Freudenthal (1991) como respuesta a algunas tendencias dominantes en su momento en la Educación

Matemática (como la “reforma de las matemáticas modernas” y el conductismo). En esta corriente se afirma que la matematización, el proceso de construcción de un modelo matemático, puede hacerse de dos maneras: horizontal y vertical. La primera se refiere a la organización de los elementos reales, casi empíricos, del contexto mediante modelos. La segunda consiste en la organización, estructuración y refinamiento de los modelos a través de las 43 formas de pensamiento y lenguaje matemáticos. En la primera se va del mundo de la vida al mundo de los símbolos, la segunda se mueve sólo en el de los símbolos. Por supuesto, existe una fuerte interacción e intersección entre ambas formas de matematización. Ambos tipos de actividad se encuentran en la práctica del matemático, y justamente se busca trasladarlos a la acción escolar, aunque con adecuaciones. La Educación Matemática debe proporcionar contextos adecuados para que se puedan desarrollar ambas formas de matematización. Si los problemas que se ofrecen son solamente abstractos, se le da la oportunidad exclusivamente a una matematización vertical (Ruiz, 2013).

Una clara tendencia dentro de la enseñanza de las Matemáticas en la actualidad se da dentro del campo de la resolución de problemas, área que se encuentra estrechamente vinculada con el enfoque contextual.

El enfoque de la resolución de problemas fue adoptado en los currículos de diversos países desarrollados que se posicionan en los primeros lugares en las pruebas de Matemáticas de PISA, entre ellos Japón, Corea y Singapur. Por ejemplo, desde la década de los ‘80 Singapur ha utilizado un modelo resolución de problemas en su currículo de Matemáticas, y las diferentes modificaciones curriculares que ha implementado hasta el presente conservan este planteamiento (Soh, 2008). Asimismo, ha sido un elemento importante en los currículos matemáticos de Finlandia por más de 20 años, siendo un factor clave del excelente rendimiento de los alumnos fineses en las pruebas de PISA y otras evaluaciones internacionales” (Pehkonen, Hannula & Björkqvist, 2007). El enfoque de resolución de problemas se ha incorporado a los currículos de Australia, República Checa, Hong Kong, Japón, Holanda y Suiza, países

donde se trabaja más de un 70% del tiempo de clase con resolución de problemas (Ruiz, 2013).

Japón tomó ideas del marco teórico-metodológico del PISA, pero en este país la resolución de problemas posee un sentido esencialmente pragmático en torno de la acción de aula: implica una “lección” que genere entendimiento (aprendizajes). Los estudios comparativos internacionales sobre la “lección” han consignado las características y puntos fuertes del modelo japonés de enseñanza de las matemáticas japonesa. De acuerdo con Shimizu (2007), las características principales de las lecciones de Matemáticas japonesas son, básicamente:

- presentación de problemas matemáticos que valen la pena introducir en el aula (que son relevantes o interesantes matemáticamente), énfasis en la realización de conexiones matemáticas dentro de la lección y a lo largo de varias lecciones (coherencia cognoscitiva e interrelaciones);
- presentación e intercambio sobre los métodos diversos de solución dados por los estudiantes (participación activa de éstos);
- clarificación de los objetivos de la lección (resumen por parte del profesor, cierre intelectual y pedagógico de la lección).

Shimizu (2009) concluye que el modelo de enseñanza de Matemáticas en el nivel secundario en Japón, a través de las “lecciones”, que son en verdad planteamientos de problemas que aportan una enseñanza especial, además de conocimientos matemáticos, aportó los siguientes beneficios:

- Los profesores organizan la lección alrededor de soluciones múltiples de un problema dentro de una modalidad dirigida a toda la clase, la cual se estructura para “la resolución del problema”, pero con el aporte de soluciones múltiples por parte de los estudiantes. Como consecuencia de ello, en todas las fases de la lección se da gran importancia a la participación de los estudiantes.
- Es posible evocar la metáfora de la lección como una obra de teatro orientada a generar un clímax: *ki-sho-ten-ketsu*, que resume el punto de inicio *ki* hasta el resumen de la historia *ketsu*.
- Existe una correlación directa entre los valores, objetivos e intenciones deseadas por el docente para el desarrollo de la lección y aquellos por parte de los estudiantes: la respuesta directa a las instrucciones de los maestros, en armonía, es la forma en que se desarrolla la práctica, construida de manera compartida por profesores y estudiantes en el aula.

La valoración del pensamiento estudiantil se incorpora, también, directamente en los “Estudio de Lecciones” (lección-estudio), el mecanismo utilizado para la formación continua y para el diseño de buenas lecciones en el Japón. En el “Estudio de lecciones” uno de los rasgos centrales es la anticipación de la conducta y reacción de los estudiantes, de las formas posibles de su pensamiento, a fin de diseñar o planificar bien las lecciones: la discusión general de toda la clase depende de las soluciones aportadas por los estudiantes, y por lo tanto la anticipación de lo que pueda aportar el estudiante es central. Este es el aspecto crucial del planeamiento de la lección en el enfoque japonés para la enseñanza de la Matemática a través de la resolución de problemas (Ruiz, 2013).

Dentro del área de resolución de problemas ha adquirido relevancia en los últimos años el modelo de resolución de problemas como investigación. En principio,

este modelo propone abordar en las clases no solamente problemas cerrados sino además los denominados abiertos, lo que se relaciona especialmente con el propósito de darle a la Matemática, en cierta medida, un carácter experimental, que a veces no se tiene presente al impartir la disciplina. En este sentido, De Guzmán (1993) sostiene que la Matemática puede concebirse como una ciencia experimental, mediante la cual los alumnos se familiarizan y experimentan con determinados datos, orientados a la búsqueda de solución de un problema determinado. Considerar cuál puede ser el interés de la situación problemática abordada a partir de una discusión previa sobre el interés de la misma, que proporcione una concepción preliminar y favorezca el interés y la motivación hacia la tarea.

A pesar de basarse en la actividad investigadora, no está entre los objetivos de este modelo reproducir exactamente el comportamiento científico, sino más bien se trata de propiciar que los estudiantes apliquen procedimientos de probada eficiencia en la resolución de problemas, como son analizar las condiciones de la situación hasta llegar al problema preciso, elaborar y postular hipótesis, elaborar estrategias de resolución, entre otras acciones que se realizan al seguir una metodología científica.

En definitiva, el modelo investigativo de resolución de problemas debe enmarcarse en un contexto de enseñanza definido por un conjunto de actividades, experiencias y situaciones que se seleccionan por su potencial educativo, y que se sustenten en principios orientadores sobre la resolución de problemas de Matemática cuya estructura cognitiva permita a los estudiantes generar reflexión y juzgar sus propias formas de abordar el problema.

En la comunidad internacional de Educación Matemática se ha debatido bastante sobre las reformas curriculares, pero ha sido menos común que los debates se hayan focalizado en los países en vías de desarrollo o en comunidades con enormes diferencias sociales. Existen diferencias de partida si una sociedad posee, o no posee, la mayoría de sus aulas en buen estado, si la preparación docente es de cuatro o cinco años o si es de tan sólo dos, si hay o no oportunidades dentro de una jornada laboral para hacer investigación o involucrarse en cursos de formación. No es

lo mismo realizar cambios educativos en una sociedad homogénea o en una con desigualdades socioeconómicas graves. Muchos países de los que han participado en los estudios PISA presentan problemáticas sociales que no existen en los países desarrollados y después del análisis de los resultados PISA y de las recomendaciones recibidas, han iniciado cambios en sus currículos y en particular en la enseñanza de las Matemáticas. Estos países jóvenes están haciendo esfuerzos por mejorar sus sistemas educativos y acercar sus resultados a los de los países mejor situados. Muchas de las medidas que lleven a cabo pueden servir para implementar políticas de mejora de los aprendizajes en zonas desfavorecidas de países desarrollados. Estos países jóvenes no siempre cuentan con grandes presupuestos y en sus reformas se centran, más que en las modificaciones de contenido, en la implementación de otros enfoques pedagógicos que hagan más efectivos los aprendizajes.

Siguiendo las recomendaciones PISA para el área de matemáticas, los cambios introducidos insisten en vertebrar la materia a través de la “Resolución de problemas, con énfasis en contextos reales, siendo su principal objetivo transformar la acción de aula y mejorar la calidad del proceso de enseñanza-aprendizaje.

El énfasis en contextos reales obedece tanto a este propósito como al que parte de una consideración sobre la naturaleza de las Matemáticas: los objetos matemáticos refieren en su base a las relaciones de los sujetos con la realidad física y social, son modelos de lo real o modelos de modelos en sucesiones de mayor nivel de abstracción. Los contextos reales permiten una manipulación de los métodos generales de construcción matemática. Pero va más allá: el o la docente debe también intervenir adecuadamente en el proceso, y debe en su momento ser el transmisor (o puente) del conocimiento y de la cultura matemática de la época (adaptados a entornos escolares, su “transposición didáctica”, en términos de Brousseau). Como señala el programa costarricense: “(...) *la competencia matemática se formula en relación con el uso de las Matemáticas para describir, comprender y actuar en diversos contextos de su realidad (personales, físicos, sociales, culturales)*” (MEP, Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, 2010, p. 23).

Uno de los casos exitosos en la enseñanza de Matemáticas en el nivel secundario, ya tomando como caso de estudio en los países desarrollados, es el de Finlandia, país que antes de los estudios PISA había emprendido una serie de reformas en su sistema educativo; pero no habían tenido la oportunidad de constatar los efectos positivos en el marco de un estudio comparativo tan extenso. En la primera evaluación PISA, logró el primer lugar en lectura entre los 43 países participantes (los 30 países de la OCDE y 13 países asociados); el 4to lugar en matemática y al 3ro en ciencias. Manteniéndose entre los primeros países del mundo por la eficacia de su educación, fue mejorando su posición, llegando a ocupar el primer lugar en las tres materias evaluadas en PISA 2003 (Robert, 2010).

El análisis de sus resultados en el PISA 2003 dio cuenta, para lo que atañe al área de Matemáticas, de que la diferencia entre los chicos y chicas era la menor de todos los países participantes. Otra característica notable era que en Finlandia, después de Islandia, el impacto de las diferencias sociales sobre los resultados de los alumnos era el más bajo. De manera muy significativa, la cuarta parte más desfavorecida, en términos socioeconómicos, de la población de alumnos finlandeses se situaba, en matemáticas, sobre la media de los países de la OCDE. Asimismo, las diferencias existentes entre los centros educativos eran, también después de Islandia, las menores de todos los países evaluados. Cabe consignar que la proporción de alumnos que obtuvieron bajos resultados en matemática era mucho menor en Finlandia que en cualquier otra parte (6% contra 21% de la media de países de la OCDE).

Este dato se ha relacionado con el hecho de que los alumnos finlandeses presentan una gran confianza en sí mismos, en sus competencias y en su potencial de aprendizaje. En sí, el nivel de ansiedad relacionado con el aprendizaje de matemáticas era más bajo que en otros de los países evaluados. Su programa de Matemática se basa en la definición de ritmos de aprendizaje adaptados a los alumnos, la detección precoz de las desventajas y desórdenes del aprendizaje y el uso de ayudas específicas (como recursos electrónicos), además de un entorno de aprendizaje amigable (Robert, 2010).

En la comunidad de Educación Matemática, desde mediados de los años '90 el foco de interés se ha distanciado de las investigaciones constructivistas “cognitivistas”, otorgándole un papel más importante al lenguaje, la cultura, los métodos, fines y medios que ha construido la sociedad (Artigue, 2011).

Este enfoque ha pesado en la acción de aula para fundamentar el papel docente y la interacción colectiva y social no sólo como medios para generar construcciones cognitivas, sino como factores que intervienen para transmitir la cultura y el conocimiento de una sociedad. Las implicaciones de esta situación epistemológica para la práctica educativa son diversas. Una de ellas es que el maestro no sólo debe crear (y dirigir) las condiciones para la construcción cognoscitiva y el aprendizaje (como haría el constructivista típico), sino que además es un comunicador de construcciones sociales y culturales que por su concurso penetran en la experiencia del estudiante. El maestro debe también dar a conocer al estudiante las prácticas matemáticas establecidas socialmente. Desde esta perspectiva, debe transmitir lenguaje, nociones y métodos aceptados por la comunidad matemática (Ruiz, 2013).

En resumen podemos esbozar los aspectos más relevantes para la organización de un aprendizaje exitoso de las matemáticas en los puntos siguientes:

- Incorporación de las herramientas tecnológicas a la práctica docente.
- Aprendizajes contextuales, que incluyan la aplicación de resultados a situaciones cercanas a los alumnos.
- La resolución de problemas como práctica pedagógica generalizada adaptada a las características de los alumnos.
- Trabajo en grupo de los alumnos.
- La investigación, es decir, la consideración del conocimiento matemático como una ciencia experimental desarrollada a través de problemas abiertos.
- El metaconocimiento matemático a través de problemas abstractos, del uso del lenguaje adecuado y las nociones y métodos utilizados por la comunidad matemática.

- Estudiar las reformas que en la enseñanza de las matemáticas llevan a cabo otros países, también aquellos con situaciones socioeconómicas diferentes a las propias.

1.2. Sistemas educativos que mejoraron sus resultados en PISA.

Muchos países han iniciado reformas en sus sistemas educativos a raíz de conocerse los resultados en las pruebas PISA. Los sistemas educativos donde estas reformas han sido más efectivas, desde el punto de vista de las puntuaciones PISA, han realizado reformas educativas que no siempre han incidido en los mismos aspectos. Como los resultados PISA se basan en parte en los resultados en las pruebas de matemáticas, y, en general, hay una correlación alta entre los resultados en las tres pruebas PISA, puede decirse que los sistemas educativos que han llevado a cabo las reformas más exitosas desde el punto de vista de los resultados PISA son también los más efectivos para el aprendizaje de las matemáticas. En contra de lo que podría pensarse no existe un único modelo educativo que haya resultado eficaz; a continuación se analizan las características y fortalezas de cada uno de ellos. La OCDE ha considerado como países modelo, por su evolución favorable, los siguientes:

Singapur.- (Unos 5 millones de habitantes en 700 km²) Tiene un sistema educativo de pequeña envergadura comparado con otros países y un gobierno estable que ha llevado a cabo políticas educativas estables. El número de alumnos por clase es elevado, pero tienen más horas de clase de matemáticas que la media OCDE, un 25% más. El rasgo distintivo más importante de su sistema educativo es el papel determinante que juegan los valores de honestidad, excelencia, disciplina, lealtad, el bien común y el orgullo nacional.

Tiene un cuerpo docente sólido y eficaz y un fuerte liderazgo escolar. Los profesores reciben una formación homogénea, a través del *NIE (National Institute of Education)*, y

reciben un salario competitivo, reciben formación constante, y son evaluados anualmente.

Portugal.- (Unos 10 millones de habitantes en 92.000 km²). Durante muchos años existieron unos bajos niveles de educación en Portugal. En 1995 solo el 52% de los estudiantes acababan la secundaria superior, frente al 74% de la media OCDE. Muchos alumnos repetían. Los bajos resultados en PISA 2000 provocaron un debate nacional, seguido de una reforma educativa que llevó al cierre de más de 2500 escuelas pequeñas. Se agruparon y se mejoraron las instalaciones reuniendo de 5 a 10 escuelas con un mismo proyecto educativo. Al frente de cada grupo escolar se puso a un director nombrado por todos los sectores implicados. Los alumnos de este grupo de escuelas preescolares y primarias continuaban su formación en la misma escuela secundaria. Se subió el sueldo de los profesores, se aumentó su carga lectiva y también se hizo un uso más eficaz de las *TIC* y del *e-learning*; se amplió el horario escolar y las actividades extracurriculares; se fortaleció la formación de los profesores de matemáticas, lengua, ciencias y la formación *TIC*. Se elaboró un plan de evaluación del profesorado y del alumnado, se subió la escolaridad obligatoria hasta los 18 años, y se creó un Plan Nacional de competencia lectora. El gasto en educación subió desde el 4,9 % del *PIB* en 1995 al 5,2 en 2008, a pesar de la disminución de la población escolar. A la vez que se llevaba a cabo una mejora de la enseñanza primaria y secundaria, mejorando los niveles de acceso a la enseñanza secundaria superior, se llevó a cabo un programa de “nuevas oportunidades” para que la población adulta consiguiera la titulación en educación secundaria superior, situándose el porcentaje de titulados en el 96%, frente al 82% de media en la OCDE. Portugal mejoró en las pruebas PISA 2009 en todos los ítems evaluados.

Polonia.- (Unos 38 millones de habitantes en 300. 000 km²). A principios de 1990 tenía una tasa de escolarización en la educación secundaria superior muy por debajo de la de cualquier otro país industrial. Las pruebas PISA 2000 corroboraron con sus bajas puntuaciones las dificultades de su sistema educativo. A finales de los 90 se inició una reforma de su sistema educativo que ha mejorado enormemente el

rendimiento de sus estudiantes y ha mejorado los porcentajes de licenciados universitarios. La reforma se basó en tres objetivos principales: aumentar las cualificaciones de la escuela secundaria, asegurar la igualdad de oportunidades, y en mejorar la calidad de la educación. Se comenzó con la reforma de la escuela secundaria inferior, de los 13 a los 15 años, a la que siguieron tres opciones de Bachillerato, académico, técnico y profesional. Se creó un sistema de exámenes externos al final de primaria, secundaria inferior y secundaria superior. Se introdujo un nuevo sistema de sueldos. El gasto por alumno en Polonia está por debajo de la media y es menos de la mitad del gasto de los países más ricos; el número de horas de clase que recibían los alumnos también estaba por debajo de la media en 2008, lo mismo que la proporción de alumnos x maestro en la educación secundaria inferior y el número de horas de docencia de los maestros.

Países Bajos.- (Unos 17 millones de habitantes y una superficie de 41.000 km²). La política educativa es tema de debate constante en los Países Bajos. La libertad de elección en la educación es uno de los rasgos distintivos de la educación holandesa. Alrededor del 70% de la población asiste a escuelas independientes. Las escuelas gozan de amplia autonomía y toman en torno al 86% de las decisiones escolares. Las escuelas tienen libertad para elegir los materiales, incluyendo los libros, contratar personal, siguiendo las normas establecidas de cualificación y salario, y decidir sobre el contenido de 120 horas lectivas al año. La enseñanza es obligatoria hasta los 18 años. Existe una combinación de trabajo y estudio para los que no han alcanzado la titulación básica a los 18 años. El gobierno paga el costo total de la escolarización de cada alumno según un coeficiente que se amplía si el alumno viene de un entorno más desfavorecido (p. ej. padres con formación básica). El Estado también se ocupa de los exámenes nacionales. El porcentaje del PIB dedicado a educación estaba por encima de la media en el 2009.

Los resultados en PISA son buenos, entre los diez mejores países, con un impacto de la situación socioeconómica de los estudiantes inferior a la media. El número de alumnos repetidores era, en 2009, más del doble de la media de la OCDE. El número de jóvenes con educación secundaria superior está por encima de la media

de la OCDE, también por encima de la media está el porcentaje de los que alcanzan la educación superior, pero el número de alumnos que sigue una carrera de ingeniería o informática es bajo comparado con la media.

Corea.- (Unos 50 millones de habitantes en 100.000 km²). Sociedad altamente competitiva y en la que la educación tiene enorme importancia para las familias. Los alumnos muestran un alto compromiso con su aprendizaje. Un sector privado muy activo en la educación. Gran importancia de las TIC en la educación. El gasto en educación es superior a la media. Desde 2005 se ha puesto en marcha un sistema cibernético que ofrece a los alumnos una tutoría digital. Desde 2011 se está digitalizando todo el currículo escolar. Los libros se actualizan en tiempo real. Corea gasta más en educación que otros países de la OCDE, un 7,6% del PIB. Hay más alumnos en las clases que en otros países y los niños pasan menos tiempo en la escuela que en otros países de la OCDE, aunque un gran número de estudiantes reciben clases privadas, el 72,2% en secundaria y el 86,8% en primaria; las familias asumen un mayor costo de la educación de sus hijos que en otros países. Los maestros están muy bien pagados, con 15 años de experiencia reciben casi el 200% del PIB anual per cápita, y pasan menos tiempo en la clase que en otros países y más tiempo preparando clases y en trabajos administrativos.

Sus resultados en PISA están entre los mejores, pero sobre todo tiene un alto porcentaje de alumnos resilientes, un 14%, frente a un 8% de la OCDE (alumnos con resultados excelentes que provienen de entornos desfavorecidos).

Japón.- (Unos 127 millones de habitantes, 378.000 km²). Japón depende en gran medida del capital humano para competir en la economía global. Un sistema educativo bastante estandarizado, con plan de estudios y libros de texto nacionales. La situación socioeconómica de la familia tiene menos impacto que en otros países. En las últimas reformas educativas se ha recortado el currículo, y el número de días de clase a la semana (ahora son 5) y se procura potenciar el pensamiento creativo frente al uso del método memorístico tradicional. Se han introducido las tareas abiertas, tipo PISA. Un objetivo prioritario del sistema educativo es el desarrollo de ciudadanos

socialmente responsables capaces de tomar decisiones en interés de la sociedad. La formación del carácter, junto a la igualdad de oportunidades centran los objetivos del sistema educativo. En el 2009, el 56% de los ciudadanos de entre 25 y 34 años tenían educación superior, frente al 37% de media de la OCDE. La competencia feroz y el acoso escolar preocupan a los responsables de la educación en Japón. La enseñanza obligatoria son 9 años: seis de educación primaria y tres de escuela secundaria inferior. El plan de estudios es revisado cada 10 años, para garantizar su calidad. Japón gasta menos que la media en educación, un 4,9%, pero el gasto por estudiante está por encima de la media, debido al envejecimiento de la población. En la escolarización obligatoria la mayoría de los alumnos van a la escuela pública, pero en la secundaria superior van mayoritariamente a instituciones privadas independientes. Las familias pagan una parte importante de la educación tanto por las clases particulares como en la enseñanza secundaria y universidades. Los maestros son muy considerados en Japón y se les paga más que a otros empleados públicos del mismo rango. El número de alumnos por clase en la secundaria inferior es mayor que la media de los países OCDE.

Los resultados de Japón en PISA 2009 fueron muy buenos e igualitarios, con poca influencia de factores socioeconómicos, solo el 9% de variación, frente al 14% de media.

Alemania.- (Unos 82 millones de habitantes, 357.000 km²). La evaluación PISA 2000 demostró que la escuela alemana no proporcionaba resultados óptimos. Los bajos rendimientos en los alumnos estaban motivados primero por el origen socioeconómico del estudiante, después falta de fluidez en la lengua, y proceder de una familia de emigrantes. Por otra parte había muchas diferencias locales. Se puso en cuestión la separación tan rígida del alumnado a los diez años. Alrededor del 60% de los jóvenes aprendía un oficio dentro del sistema de educación dual, pero menos del 40% de los estudiantes iban a la universidad, frente a casi el 60% de media de la OCDE. Alemania cuenta, además, con una población relativamente alta de emigrantes, casi un 9% de la población. Para cambiar la situación se buscó un marco curricular común y pruebas de rendimiento para hacer uso de la evaluación comparativa;

también se amplió la enseñanza preescolar. Se alargó la jornada escolar, se introdujeron las actividades extraescolares, especialmente en zonas con alumnos desfavorecidos. También se llevaron a cabo medidas para mejorar la calidad del cuerpo docente. Las reformas se llevaron a cabo sin aumentar significativamente el gasto en educación.

Finlandia.- (5,5 millones de habitantes, 337.000 km²). Finlandia obtiene generalmente muy buenos resultados en las pruebas PISA. La sociedad finlandesa es relativamente homogénea, con pocos emigrantes, y con un gasto en educación ligeramente por encima de la media. Los profesores son seleccionados entre el 10% de los alumnos universitarios más brillantes. Los profesores tienen menos horas de clase que la media de la OCDE, y dedican más tiempo a los alumnos con dificultades. Al menos 2 de cada 5 alumnos se benefician de algún tipo de intervención en la enseñanza secundaria. Una característica importante de su sistema escolar es que los profesores y estudiantes comparten la responsabilidad de los resultados. Las escuelas son más que un centro de enseñanza y ofrecen una amplia gama de servicios a los alumnos y sus familias. Es frecuente el trabajo en grupo de alumnos y las escuelas cuentan con la ayuda de un profesor que ayuda a detectar y solucionar los problemas escolares de los alumnos. En la secundaria superior los alumnos diseñan su aprendizaje entre unos estudios de estructura modular. La tasa de graduados en secundaria superior y la de estudiantes universitarios de finlandeses entre 20 y 29 años es superior a la media de los países estudiados.

Shanghai (China).- (23 millones de habitantes, 6.300 km²). Shanghai es la ciudad más grande de China, el puerto más importante del mundo y un gran centro de negocios con una expansión económica impresionante. Los alumnos se encuentran totalmente comprometidos con la escuela. Shanghai ha apostado por la innovación en la educación desde hace años, buscando generar capacidades, potenciando la creatividad en los alumnos y huyendo de la acumulación de conocimientos. Eliminó el examen público al final de la enseñanza primaria. Se subieron los estándares para ejercer la labor docente, y se les exigió un desarrollo profesional continuo. Se

mejoraron los edificios escolares y las instalaciones. Una de las estrategias más innovadoras ha consistido en hacer que las escuelas con mejores resultados se hagan cargo de implementar mejoras en las escuelas más débiles, enviando un grupo de maestros y administradores con experiencia. La educación secundaria superior es casi universal; tiene un alto número de emigrantes de otras partes de China, en el 2006, se estimaba que eran un 21,4% de la población escolar en la educación básica. Se estima que 4 de cada 5 niños asisten a clases particulares, después de las clases, para preparar sus exámenes, que serán determinantes en su siguiente etapa educativa.

Shanghai ha conseguido aumentar los niveles educativos en todos los ámbitos. El número de alumnos resilientes es dos veces más alto que en EEUU. Más del 80% de los alumnos van a la universidad.

Ontario (Canadá).- (13,6 millones de habitantes, 1.000.000 km²) Ontario representa el 40% de la población de Canadá y cuatro de cada cinco estudiantes están en áreas metropolitanas. Tiene un 25% de emigrantes, la mayoría provenientes de Asia y de países desarrollados y es un ejemplo de sistema educativo exitoso en su conjunto. El éxito educativo de los alumnos emigrantes es una prioridad social y política, pues la baja densidad de población hace de la emigración un recurso económico necesario e importante. El apoyo de los padres y de la sociedad al éxito educativo de los alumnos es mayor que en otros países. Ontario puso en marcha un proyecto de alfabetización y aritmética en las escuelas primarias, y otro proyecto para aumentar las tasas de graduación en las escuelas secundarias introduciendo un alto nivel de capacitación para conducir a oportunidades de empleo. También se negociaron las condiciones laborales de los profesores, con mejoras laborales y la creación de una unidad para fortalecer las capacidades profesionales de los profesores. La diferencia en los buenos resultados PISA entre locales y emigrantes es muy baja. A los tres años de su llegada a Canadá los alumnos emigrantes ya tienen un promedio de 500 en las pruebas. La tasa de graduación era del 79% en el 2010.

Brasil.- (200 millones de habitantes, 8.500.000 km²) Brasil es un país con amplias desigualdades económicas y sociales. Los retos en educación son muy

grandes. En el 2000 obtuvo unos resultados muy pobres en educación. Desde entonces los resultados han mejorado. Se ha usado la evaluación nacional e internacional para identificar los problemas e impulsar las reformas. Por un lado se elevó la calidad de los maestros, se estableció un salario base y una cualificación mínima de entrada. Se estableció un indicador de calidad con el fin de realizar un seguimiento de la enseñanza de las escuelas, basado en índices de rendimiento en pruebas a los estudiantes para identificar debilidades y proporcionar asistencia técnica y económica. Identificado el problema se ha de elaborar un plan de mejora que se envía al ministerio que hace un seguimiento del mismo y difunde los más eficaces que sirven de modelo en otras situaciones. La mejora de la educación es vital para el desarrollo económico del país, donde los menores de 15 años representan la cuarta parte de la población. En 2000 el 13,6% de los adultos era todavía analfabeta. Desde 1995, el 90% de los niños de 7 años está escolarizado, pero solo la mitad llegó escolarizado a los 15 años. Durante la última década el gobierno federal ha puesto un gran esfuerzo en la educación, mejorando económicamente a los profesores y a las escuelas, poniendo estándares de calidad y dejando a las escuelas libertad de elegir la mejor manera de alcanzarlos. Su Plan Nacional ha transformado al país en un laboratorio de las mejores prácticas de educación.

Flandes (Bélgica).- (6,3 millones de habitantes, 13.500 km²). El sistema educativo tiene un alto valor socioeconómico en Flandes. El Gobierno federal tiene la responsabilidad de la política educativa y de supervisar el sistema, pero las escuelas tienen un alto grado de autonomía, y son libres de seguir cualquier proyecto pedagógico, recibiendo financiación en función del número de alumnos. El resultado es un entorno altamente competitivo, donde en torno al 70% de los alumnos acuden a escuelas privadas. Las escuelas son innovadoras y con un amplio abanico de principios pedagógicos. La educación preescolar es casi universal y a partir de los 14 años la enseñanza secundaria se divide en tres ramas. Casi un 40% del alumnado sigue los estudios que les llevará a la universidad; un 30% sigue los estudios que le conducirán a los estudios técnicos y el resto se prepara para un oficio. A partir de los 16 años pueden seguirse estudios a tiempo parcial. La enseñanza es obligatoria hasta

los 18 años. No hay exámenes públicos al final de los estudios, aunque el gobierno establece objetivos mínimos a lograr al final de la educación primaria y al final de los ciclos de secundaria. Hay un alto grado de estudiantes universitarios, y el gasto en educación está por encima de la media de los países de la OCDE. Como puntos débiles de su sistema educativo cabe citar que las escuelas se eligen por origen social, por lo que los alumnos están segregados. Los resultados en las pruebas PISA son muy buenos, pero los niños emigrantes obtuvieron en PISA notas más bajas que los locales. Las diferencias socioeconómicas afectan en gran medida al rendimiento. Para mejorar la situación el gobierno ha desarrollado una estrategia, llamada “triángulo de calidad”: Las escuelas están obligadas a presentar un proyecto pedagógico; el segundo vértice son los servicios de asesoramiento pedagógico, que ofrecen apoyo educativo y metodológico para aumentar el rendimiento y cumplir con los requisitos mínimos fijados por el gobierno; el tercero es la Inspección educativa, que comprueban la calidad de los resultados educativos.

1.3. La enseñanza de las matemáticas en la Unión Europea

La Unión Europea se ha ocupado de este aspecto de la educación, la enseñanza de las matemáticas, que considera de vital importancia, realizando un estudio en profundidad sobre el tema. El informe “La enseñanza de las matemáticas en Europa” que ha realizado la Comisión Europea, a través de la información que puede inferirse de los estudios internacionales (fundamentalmente PISA y TIMSS) y de la información que proporcionan los propios países sobre sus políticas educativas, permite comparar las políticas y resultados de países de nuestro entorno, con los que compartimos cercanía cultural y criterios de convergencia en las políticas educativas.

Todos los países europeos consideran a las matemáticas una materia muy importante y buscan continuamente la manera de mejorar los resultados de todos los alumnos. A continuación analizamos las fortalezas y debilidades de la enseñanza de las matemáticas en la globalidad de la Unión Europea en sus distintos aspectos curriculares y didácticos.

El currículo

Prácticamente todos los países tienen un currículo que, en general, depende de la administración central y que establece los objetivos y los resultados que han de lograrse en la materia, además de otras consideraciones, como el número de horas, en torno al 15-20% del total de horas lectivas. La mayoría de los países han reformado el currículo en la última década, diseñando las competencias y habilidades que los alumnos deben lograr, en lugar de listar los contenidos. En general se han reducido los contenidos de la materia, se han potenciado los contenidos transversales, se ha vuelto un currículo más integrador y flexible, buscando a la vez una mayor autonomía de los profesores y mayor motivación en los alumnos.

Las áreas de competencia son las siguientes: dominar los procedimientos y destrezas básicas, comprender los conceptos y principios matemáticos, aplicar las matemáticas a la vida real, ser capaz de comunicarse sobre los contenidos matemáticos y de razonar matemáticamente, se mencionan prácticamente en todos los currículos, pero la investigación indica que trasladar este nuevo currículo a la práctica del aula no es fácil. Para que así sea es necesario apoyar a los profesores y diseñar la evaluación de los alumnos, también los exámenes generales, atendiendo al nuevo currículo.

Diversos enfoques didácticos

Es necesario que en la práctica docente se lleven a cabo con diversos enfoques didácticos para ajustarse a los distintos estilos de aprendizaje de los alumnos. No puede afirmarse que haya una sola forma correcta de enseñar la materia. La mayoría de los países no proporcionan directrices nacionales para la enseñanza de las matemáticas en primaria y secundaria. Sabemos de algunos métodos que obtienen buenos resultados como la resolución de problemas o el uso de contextos de la vida real y son universalmente recomendados. Aunque la memorización no parece prescribirse, las investigaciones afirman que los alumnos sí los utilizan con cierta frecuencia.

Sería aconsejable buscar un equilibrio entre los métodos necesarios para el aprendizaje de conocimientos matemáticos y los que potencian las habilidades matemáticas. Sería necesario reforzar el aprendizaje activo, el pensamiento crítico y la capacidad para aplicar los conocimientos.

Sobre el uso de las TIC y calculadoras no parece haber evidencia científica clara sobre sus beneficios, como tampoco de los beneficios de los agrupamientos de alumnos, y las tareas para casa. Todos los países tienen directrices nacionales que recomiendan, o hacen obligatorio, el uso de las TIC, tal vez por integrar las nuevas tecnologías en todos los aprendizajes, pero parece recomendable hacer más investigaciones para encontrar la manera más eficaz de utilizarlas.

Uso eficaz de los métodos de evaluación

Las matemáticas son una de las áreas a las que más atención se presta en la evaluación, tanto en el aula como en las pruebas nacionales e internacionales de evaluación durante la enseñanza obligatoria y secundaria superior. Los países afirman que los resultados de estas pruebas se utilizan para evaluar el desarrollo del currículo y diseñar la formación del profesorado. A veces las Administraciones centrales facilitan indicadores de carácter práctico para la evaluación dentro del aula: evaluación por proyectos, uso de portafolios, de las TIC, la evaluación entre iguales o la autoevaluación. Todas las investigaciones recalcan la importancia de la evaluación en el área de matemáticas y el papel fundamental del profesorado a la hora de elaborar y administrar las evaluaciones y proporcionar a los alumnos información relevante sobre sus resultados. Parecen necesarias las pautas y directrices globales y el apoyo al profesorado para llevarlas a cabo.

Lucha contra el bajo rendimiento.

Para abordar el problema de los alumnos que a los 15 años tienen un bajo nivel en matemáticas, es necesario establecer unos mecanismos de seguimiento y control de los niveles de rendimiento, identificar las causas y evaluar la eficacia de los programas de apoyo. Aproximadamente la mitad de los países europeos llevan a cabo

estudios sobre las causas de los malos resultados en el área y son menos frecuentes las evaluaciones de los programas de apoyo para alumnos con dificultades. Los informes emitidos vinculan el bajo rendimiento con varios factores como el bajo nivel de estudios de los padres, la falta de recursos educativos, la ayuda en casa, la escasa motivación intrínseca del alumno y la inadecuada cualificación del profesorado. Por ello es necesario un enfoque integrador, las medidas efectivas parecen estar vinculadas con: comenzar el aprendizaje de las matemáticas desde la educación infantil, proporcionar apoyo individualizado desde el momento en el que surjan las dificultades; mejorar la motivación asegurando el vínculo con otras materias; relacionar las matemáticas con la vida diaria e implicar a los padres en el proceso de aprendizaje de sus hijos. En general los países responden a este problema con pautas formuladas de manera global, pero parece ser más eficaz contar con programas de apoyo específico, ayudas sistemáticas al alumnado y asesoramiento práctico para el profesorado.

Mejorar la motivación y la implicación de los alumnos.

Mejorar la motivación es indispensable para elevar el rendimiento académico. En menos de la mitad de los países europeos se han diseñado estrategias nacionales para mejorar la motivación de los alumnos en el aprendizaje de las matemáticas, generalmente dentro de iniciativas más amplias que también fomentan las ciencias y la tecnología. Solamente Austria y Finlandia desarrollaron iniciativas globales enfocadas a todos los niveles educativos y que engloban un gran número de acciones. El resto de países llevan a cabo proyectos específicos, como el refuerzo de actividades extraescolares, los convenios de colaboración con universidades y empresas y los métodos pedagógicos que fomentan la implicación de los alumnos. Para paliar el bajo número de estudiantes matriculados en MST (Matemáticas, Ciencias y Tecnologías), especialmente entre la población femenina, solo cuatro países han puesto en marcha iniciativas a nivel nacional para abordar cuestiones de género y otros cuatro han lanzado campañas nacionales para atraer a más mujeres a este campo. Hay que seguir trabajando en este campo.

Ampliar el repertorio didáctico del profesorado y fomentar la flexibilidad.

Los profesores necesitan contar con las habilidades y conocimientos necesarios en su materia y contar con el apoyo adecuado. Parece necesaria una mejora de la cualificación del profesorado de la materia, especialmente en el nivel de primaria, nivel básico para el desarrollo del conocimiento matemático, de las destrezas y de las actitudes en la materia. Los programas de formación inicial del profesorado, la evaluación de los mismos y las oportunidades de formación permanente, requieren la adquisición de conocimientos matemáticos para la enseñanza. Es necesario contar con un mayor número de especialistas en matemáticas, especialmente en primaria, para mejorar el rendimiento de los alumnos. Los temas que aparecen con menor frecuencia en las iniciativas de formación organizadas por las administraciones centrales son las relacionadas con los problemas de género en la enseñanza de las matemáticas, la aplicación de los resultados de la investigación a la práctica docente y el uso de un amplio abanico de instrumentos de evaluación, y todas ellas parecen ser áreas clave que hay que reforzar en la enseñanza de las matemáticas. Sí está muy presente en la formación todo lo relacionado con la cooperación, la colaboración y el intercambio de experiencias entre profesores, particularmente online. Esta iniciativa se revela muy positiva.

Promover las políticas basadas en evidencias.

Es necesario recoger analizar y difundir información sobre prácticas docentes eficaces a nivel de aula, analizarlas y fomentar todo aquello que funciona. La evidencia que proceda del campo de la investigación puede servir de base para hacer desarrollos normativos. Podría haber un modelo de recogida de información que fuera extensivo a toda la Unión Europea y que sirviera de base para la toma de decisiones políticas. También una investigación más exhaustiva a nivel nacional podría proporcionar evidencias sobre la eficacia de los enfoques metodológicos que se están llevando a cabo y cuáles funcionan mejor en un contexto determinado.

CAPÍTULO 2. LOS ESTUDIOS Y SISTEMAS DE EVALUACIÓN INTERNACIONALES

Los estudios y sistemas de evaluación internacionales, de carácter general y externo, contribuyen a sustituir intuiciones, presunciones e ideas establecidas por información uniforme y contrastada que ayuda a conocer mejor la realidad educativa y, en consecuencia, a plantear con mejores datos y criterio las reformas que dicha realidad está demandando.

Las evaluaciones promovidas por la Agencia Internacional de Evaluación (IEA) y por la OCDE son un buen ejemplo de este planteamiento. Comparan los resultados obtenidos por los distintos países- así como en su caso, el de las Comunidades Autónomas o regiones participantes- y la evolución educativa en cada uno de ellos. Se han centrado en la medición, de la forma más objetiva posible, del grado de adquisición por parte de los alumnos de las competencias definidas como básicas. Entre ellas, han elegido: la comprensión lectora, las matemáticas y las ciencias.

La conveniencia de adoptar como materias objeto de evaluación aquellas que sean comunes a los currículos que siguen los alumnos y preferentemente, aquellas realmente básicas, ha planteado a los sistemas educativos en los últimos años la necesidad de definir cuáles son las competencias básicas para que todos los ciudadanos puedan incorporarse a la vida adulta con el mejor bagaje educativo posible. En este sentido, son imprescindibles todos los esfuerzos para lograr una buena definición de cuáles son los aprendizajes realmente básicos que deben adquirir los niños y jóvenes. En este sentido han estado trabajando la Comisión Europea (2004) y la OCDE (2002), así como aparece en la Ley Orgánica de Educación (LOE, 2006), y en la reforma de la misma, la LOMCE (Ley Orgánica para la Mejora de la Calidad Educativa), del 2013; en la medida en que se avance en la definición de las competencias básicas, nuestros alumnos se enfrentarán en mejores condiciones a

estas evaluaciones internacionales pero, sobre todo, mayor será su desarrollo personal y mejor su incorporación a la vida activa.

2.1. El estudio PISA: origen y desarrollo

Además de las pruebas de conocimientos y competencias, en cada uno de los estudios se recoge información sobre el origen social, el contexto de aprendizaje y la organización de la enseñanza a través de cuestionarios dirigidos a los propios alumnos y a los directores de sus centros, con el fin de identificar los factores asociados a los resultados académicos.

El informe PISA evalúa conocimientos y destrezas de los alumnos. Su objetivo es conocer cómo están preparados los jóvenes de esa edad para afrontar los retos de la vida adulta. No se trata de una evaluación curricular en la que se calibra lo que se ha enseñado en la escuela, que variará de un lugar a otro, sino de valorar las capacidades que debe acreditar un joven que finaliza su escolaridad obligatoria y, por tanto, cómo es capaz de aplicar lo aprendido, en jóvenes que están a punto de incorporarse a una formación profesional específica o de proseguir sus estudios académicos. El carácter no curricular de PISA permite que los resultados entre países sean comparables, con independencia de los distintos modos de organizar las enseñanzas de cada país.

El PISA tiene por objeto evaluar hasta qué punto los alumnos cercanos al final de la educación obligatoria han adquirido algunos de los conocimientos y habilidades necesarios para la participación plena en la sociedad del conocimiento. PISA destaca a aquellos países que han alcanzado un buen rendimiento y, al mismo tiempo, un reparto equitativo de oportunidades de aprendizaje, ayudando así a establecer metas ambiciosas en lo que se refiere a las políticas educativas de los países participantes.

Las pruebas de PISA son aplicadas cada tres años. Examinan el rendimiento de alumnos de 15 años en áreas temáticas clave y estudian igualmente una gama

amplia de resultados educativos, entre los que se encuentran: la motivación de los alumnos por aprender, la concepción que éstos tienen sobre sí mismos y sus estrategias de aprendizaje. Cada una de las tres evaluaciones pasadas de PISA se centró en un área temática concreta: la lectura (en 2000), las matemáticas (en 2003) y las ciencias (en 2006); siendo la resolución de problemas un área temática especial en PISA 2003. En una segunda fase de evaluaciones está programada para 2009 (lectura), 2012 (matemáticas) y 2015 (ciencias) (OCDE, 2014a). En el 2013 se publicaron los resultados de las pruebas llevadas a cabo en el 2012.

A la valiosa información que proporciona toda evaluación internacional comparada del rendimiento, las características de PISA aportan un valor añadido que explica su impacto en la comunidad política, investigadora y educativa, así como en la opinión pública de los países. Entre los aspectos relevantes del estudio, se destaca la evaluación de las competencias básicas de los estudiantes, próximos en todos los países al final de la escolaridad obligatoria, independientemente del nivel, curso o modalidad educativa en la que estén escolarizados. Se trata, de una edad, además, en la que los jóvenes inician progresivamente su transición a la vida adulta, y conviene saber en qué condiciones la acometen, asimismo se evalúan unas competencias consideradas “básicas” por consenso, que no se corresponden estrictamente al currículo específico de cada país. De este modo el estudio permite extraer conclusiones no sólo acerca de la eficacia y funcionamiento de cada sistema educativo, sino también de la influencia y potencial educativo de las familias y del conjunto de la sociedad de un país. En último término, la educación de los jóvenes, y por ello el tipo y grado de competencias que desarrollan, es resultado de las actuaciones de todos los actores de la educación.

Como consecuencia, los resultados de los estudios realizados han tenido una gran repercusión, no sólo en España, sino en la mayoría de los países que han participado en las evaluaciones, y han trascendido al mundo educativo. Desde que se hicieron públicos los resultados de la primera aplicación de PISA, han sido muy numerosos los artículos dedicados al tema en la prensa nacional, regional y especializada de nuestro país. En algunos casos, desafortunadamente, se han

presentado los resultados de una manera algo simplista; lo más importante de estos estudios internacionales no es focalizar la atención en el puesto que se ocupa en un ranking, aunque sea información relevante. Antes bien, importa dar la visibilidad suficiente a las lecciones de fondo que permiten comprender en profundidad los objetivos, fortalezas y oportunidades que dicho estudio ofrece para tomar decisiones de mejora de la educación, tanto por parte de las distintas administraciones públicas, como de los propios centros escolares, el profesorado, e incluso, de las familias. En efecto, los resultados de PISA serían más útiles si consiguieran interpelar y comprometer a la sociedad en su conjunto, además de al sistema educativo formal.

La participación en PISA ha sido extensa. Hasta la fecha, como se ha planteado, participan todos los países miembros de la OCDE, así como varios países asociados. Los estudiantes son seleccionados a partir de una muestra aleatoria de escuelas públicas y privadas. Son elegidos en función de su edad (entre 15 años y tres meses y 16 años y dos meses al principio de la evaluación) y no del grado escolar en el que se encuentran. Más de un millón de alumnos han sido evaluados hasta el presente. Además de las pruebas en papel y lápiz que miden la competencia en lectura, matemáticas y ciencias, los estudiantes completan cuestionarios sobre ellos mismos, mientras que sus directores lo hacen sobre sus escuelas (OCDE, 2014a).

PISA continuará el seguimiento del rendimiento de los alumnos en las tres áreas temáticas principales (Lectura, Matemáticas y Ciencias), pero también buscará profundizar su introspección sobre las evaluaciones venideras. Hará esto mediante el desarrollo de mejores formas de seguimiento del progreso de los alumnos, haciendo posibles comparaciones más precisas entre el rendimiento y la enseñanza recibida, y haciendo uso de evaluaciones informatizadas. Estas innovaciones consideradas inicialmente como componentes suplementarios y opcionales de PISA, serán integradas al núcleo del programa en aquellos casos en que se considere apropiado.

2.2. Marco conceptual y epistemológico de las pruebas de Matemáticas

En principio, respecto de su diseño general y en relación a otros exámenes que se han utilizado en el pasado, PISA tiene el propósito fundamental de conocer las competencias, es decir las habilidades, la pericia y las aptitudes de los estudiantes para analizar y resolver problemas, manejar información y para situaciones que se les presentarán en la vida adulta y que requerirán de tales habilidades. Por consiguiente, las evaluaciones no se diseñan para corroborar el aprendizaje de contenidos específicos establecidos en los currículos escolares de los países participantes. Tampoco está pensado para evaluar el desempeño de los docentes o de los programas vigentes. PISA se centra en el reconocimiento y valoración de las destrezas y conocimientos adquiridos por los alumnos al llegar a sus quince años. La adquisición de tales destrezas y conocimientos puede provenir de diversas circunstancias familiares, sociales, culturales y escolares. Se trata de recoger información sobre esas circunstancias para que las políticas que puedan desprenderse del análisis de los resultados atiendan a los diferentes factores involucrados (OCDE, 2014b).

La competencia matemática implica la capacidad de un individuo de identificar y entender el papel que las matemáticas tienen en el mundo, para hacer juicios bien fundamentados y poder usar e involucrarse con las matemáticas. El concepto general de competencia matemática se refiere a la capacidad del alumno para razonar, analizar y comunicar operaciones matemáticas. Por lo tanto, es un concepto que excede al mero conocimiento de la terminología y las operaciones matemáticas, e implica la capacidad de utilizar el razonamiento matemático en la solución de problemas de la vida cotidiana (OCDE, 2012).

Los **procesos** que el estudiante debe realizar corresponden con tres grados de complejidad. En los procesos que PISA llama de *reproducción* se trabaja con operaciones comunes, cálculos simples y problemas propios del entorno inmediato y la vida cotidiana. Los procesos de *conexión* involucran ideas y procedimientos matemáticos para la solución de problemas que ya no pueden definirse como ordinarios pero que pueden incluir escenarios familiares; involucrando además la elaboración de modelos para la solución de problemas. El tercer tipo de procesos, los de *reflexión*, demandan la solución de problemas complejos y el desarrollo de una aproximación matemática original. Para ello los estudiantes deben matematizar o conceptualizar las situaciones planteadas (OCDE, 2014b).

Los **contenidos** de la evaluación de la competencia matemática abarcan problemas de *cantidad, espacio y forma, cambio y relaciones y probabilidad*. Los problemas matemáticos se ubican a la vez en diferentes **contextos o situaciones**. En este caso pueden plantearse cuatro diferentes situaciones: *situación personal*, relacionada con el contexto inmediato de los alumnos y sus actividades diarias; *situación educativa o laboral*, relacionada con la escuela o el entorno de trabajo; *situación pública*, relacionada con la comunidad; *situación científica*, que implica el análisis de procesos tecnológicos o situaciones específicamente matemáticas (OCDE, 2014b). Las implicaciones de estos contextos serán desarrolladas más adelante.

El marco conceptual y epistemológico de la evaluación PISA es dinámico en todas las áreas que abarca, por lo que adquieren particular relevancia las definiciones planteadas en el área de Matemática para el Estudio de PISA de 2012, que fue el área principalmente estudiada en dicho año. El intervalo temporal de las evaluaciones centradas en las Matemáticas, del 2003 al 2012, nos da la oportunidad no sólo para realizar comparaciones de la evolución de los estudiantes por países, sino para estudiar los cambios en las políticas y prácticas institucionales. La prueba PISA

representa un desafío inherente al desarrollo de un marco actualizado de la enseñanza de matemáticas, conservando vínculos psicométricos tanto desde un enfoque retrospectivo como prospectivo. Se trata de hacer que las Matemáticas sean más claras y explícitas para los estudiantes de 15 años de edad, asegurándose de que los problemas planteados se relacionen con contextos auténticos y significativos. El proceso matemático utilizado en marcos anteriores de PISA (por ejemplo, en 2003), para describir las etapas individuales que deben atravesarse para la resolución de problemas contextualizados, aún es un elemento clave en el marco de PISA 2012. Ayuda a definir los procesos matemáticos que realizan los estudiantes al resolver los problemas. Además, también se ha utilizado un nuevo examen de matemáticas en soporte informático, el CBAM (digital, online), en forma opcional, que se proyecta como el examen estándar para el año 2015 (OCDE, 2012).

En la última versión de PISA en que se definió la capacidad matemática, como la capacidad individual para formular, emplear e interpretar las matemáticas en una variedad de contextos. Esto incluye razonar matemáticamente y utilizar conceptos, procedimientos, hechos y herramientas matemáticas para describir, explicar y predecir fenómenos. Se trata de que los estudiantes sean capaces de reconocer el rol que cumplen las matemáticas en el mundo, y a tomar decisiones y juicios bien fundados, necesarios para ejercer una ciudadanía constructiva, comprometida y reflexiva.

Retomando la definición del área en que se basa el PISA, se hace referencia a la capacidad de formular, emplear e interpretar las matemáticas. De modo que pueda evaluarse el contar con una estructura útil y significativa para organizar los procesos matemáticos, para vincular el contexto de un problema con las matemáticas, y de ese modo resolver el problema. Por primera vez, entre los criterios de evaluación se incorporan dichos procesos matemáticos, con resultados diferenciados en cada una de las siguientes categorías: **formulación** de situaciones matemáticamente; **empleo** de

conceptos, hechos, procedimientos y razonamientos matemáticos; y la **interpretación**, aplicación y evaluación de resultados matemáticos.

Es importante –tanto para quienes diseñan las políticas educativas como para los docentes, quienes siguen la evolución del “día a día” de los alumnos, conocer en qué medida los estudiantes son capaces de comprometerse en cada uno de estos procesos. Los resultados para el proceso de **formulación** pueden dar cuenta de cuán efectivos son los estudiantes para reconocer e identificar oportunidades en que se pueden utilizar las matemáticas para resolver problemas y si poseen la estructura matemática necesaria para traducir un problema contextualizado a una forma matemática. Los resultados del proceso de **empleo** indican en qué medida los estudiantes son capaces de realizar cálculos, manejar y aplicar conceptos y hechos que saben que pueden brindar una solución matemática a un problema formulado matemáticamente. Por su parte, los resultados del proceso de interpretación indican si los alumnos son capaces de reflexionar sobre soluciones o conclusiones matemáticas, interpretándolas en el contexto de un problema de la vida real, y determinar si los resultados o conclusiones son razonables. Los dispositivos que utilicen los estudiantes en la aplicación de las matemáticas a problemas y situaciones reales dependen de las habilidades inherentes a cada uno de estos tres procesos, y la comprensión de su efectividad en cada categoría contribuye a los debates y decisiones que se adoptan en la elaboración de políticas educativas que buscan aproximarse al nivel que presentan los estudiantes.

El marco conceptual y epistemológico de las pruebas PISA, consolidado a lo largo de más de una década de experiencia y análisis de resultados, contempla también una serie de siete capacidades básicas que subyacen a los procesos matemáticos citados y a la puesta en práctica de los conocimientos matemáticos. En el PISA 2012 se reformula el marco de ocho competencias propuesto en el PISA de

2003, las cuales se concebían como instrumentales del conocimiento matemático. El reconocimiento de estas capacidades matemáticas ha sido vastamente estudiado en la literatura, siendo fundamentales para complementar el rol del conocimiento específico del contenido matemático en el aprendizaje de las matemáticas. Estas capacidades cognitivas refieren a cómo los individuos aprenden a comprender y comprometerse con el mundo desde una perspectiva matemática, o para resolver problemas. A medida que el nivel de una persona se eleva en la educación matemática, irá aumentando su dominio de cada una de las capacidades matemáticas fundamentales. Al aumentar la activación de estas capacidades, se deberá aumentar también el nivel de dificultad de los ejercicios. Las siete capacidades matemáticas básicas se definen en el PISA 2012 del siguiente modo (OCDE, 2012):

Comunicación: La educación matemática involucra a la comunicación. El individuo percibe la existencia de cierto desafío y es estimulado para que reconozca y comprenda la solución a un problema. Las instancias de lectura, decodificación e interpretación, las preguntas, tareas u objetos permiten que el individuo se forme un modelo mental de la situación, lo que es un paso importante en la comprensión, clarificación y formulación de un problema. Durante el proceso de solución, pueden requerirse resultados intermedios a ser resumidos y presentados. Luego, una vez que se ha hallado la solución, ésta debe ser presentada y, quizás, explicada o justificada ante otros (el docente o los compañeros).

Matematización: La educación matemática puede involucrar la transformación de un problema de la vida real en una forma estrictamente matemática (lo que puede incluir la estructuración, conceptualización, asumir premisas y/o formular un modelo matemático), o interpretar o evaluar un resultado matemático o un modelo matemático en relación al problema original. El término “matematización” se usa para describir las actividades matemáticas fundamentales involucradas.

Representación: La educación matemática plantea con frecuencia representaciones de objetos y situaciones matemáticas. Esto requiere la selección, interpretación, traducción y uso de una variedad de representaciones para capturar una situación, interactuar con un problema o presentar un trabajo personal. Las formas representacionales incluyen gráficos, tablas, diagramas, imágenes, fórmulas y materiales concretos.

Razonamiento y argumentación: Se trata de una capacidad matemática que es requerida a lo largo de las diferentes etapas y actividades asociadas a la educación matemática. Involucra procesos de pensamiento lógicamente arraigados que exploran y vinculan los elementos de un problema de modo de hacer inferencias, probar determinada justificación o dar con las soluciones de problemas matemáticos.

Desarrollo de estrategias para la resolución de problemas: La educación matemática requiere también con frecuencia el desarrollo de estrategias para la resolución de problemas. Esta capacidad demanda un conjunto de procesos de control críticos que van guiando a un individuo en el reconocimiento efectivo de los problemas, así como en su formulación y resolución. La habilidad se caracteriza por seleccionar o diseñar un plan o estrategia para usar las matemáticas en la resolución de problemas, partiendo de una tarea o contexto, así como guiando en su implementación. Esta capacidad puede ser requerida en cualquiera de las etapas del proceso de resolución de problemas.

Uso de lenguaje y operaciones simbólicas, formales y técnicas: Esta capacidad involucra la comprensión, interpretación, manejo y uso de expresiones simbólicas en un contexto matemático (incluidas las expresiones y operaciones aritméticas), regido por convenciones y reglas matemáticas. También involucra la comprensión y utilización de constructos formales basados en definiciones, reglas y sistemas formales, y el uso

de algoritmos con estas entidades. Los símbolos, reglas y sistemas utilizados pueden variar de acuerdo a cada conocimiento de contenido matemático en particular, necesario para una tarea específica de formulación, resolución o interpretación de las matemáticas.

Uso de herramientas matemáticas: La última capacidad matemática que subyace a la educación matemática comprende la utilización de herramientas físicas, tales como instrumentos de medición, así como calculadoras y computadoras que están siendo cada vez más accesibles. Involucra el conocimiento y aplicación de diversas herramientas que pueden ser útiles en la actividad matemática, así como el conocimiento de las limitaciones de dichas herramientas. Las herramientas matemáticas también pueden cumplir un rol importante en la comunicación de resultados. Estas herramientas fueron incorporadas en el examen de Matemática de PISA 2012, con la implementación opcional en el examen del componente basado en computadora, el cual brindará a los estudiantes oportunidades para usar herramientas matemáticas e incluir observaciones acerca del uso que hacen de las mismas como parte del examen.

Para el marco conceptual del PISA 2012 se seleccionó un conjunto de categorías que refleja el rango de fenómenos matemáticos subyacentes, consistente con las categorías utilizadas en exámenes previos de PISA. La lista de categorías de contenidos ha sido diseñada para alcanzar los requerimientos del desarrollo histórico, la cobertura del dominio de las matemáticas y los fenómenos subyacentes que motivan su desarrollo, y refleja las principales tendencias en los currículos escolares. Son cuatro categorías que caracterizan el rango de contenidos matemáticos que es central en la disciplina e ilustran el amplio espectro de áreas de contenido que guían el desarrollo de los ítems de la prueba del PISA 2012: *cambio y relaciones, espacio y figura, cantidad, incertidumbre y datos.*

A partir de estas cuatro categorías, el dominio de las Matemáticas puede ser organizado de un modo que asegure un amplio espectro de ítems a lo largo del mismo y focaliza importantes fenómenos matemáticos. Al mismo tiempo, evita la ocurrencia de divisiones que podrían obstaculizar la focalización en problemas matemáticos ricos y desafiantes basados en situaciones reales. La categorización de contenidos es importante para la selección y desarrollo de ítems, así como para el informe de los resultados. Asimismo, es importante advertir que algunos temas específicos pueden materializarse en más de una categoría. Por ejemplo, el ítem *PIZZAS* del PISA 2012 requería determinar cuál de dos pizzas redondas, con diferentes diámetros y costo pero de similar espesor, era la mejor opción en términos económicos. De este modo, el ítem involucra diversas áreas de las matemáticas, incluida la medición, cuantificación (valor del dinero, razonamiento proporcional y cálculos aritméticos), y cambio y relaciones (en términos de las relaciones entre las variables y cómo las propiedades relevantes cambian de la pizza más chica a la más grande). Finalmente el ítem fue categorizado como de *cambio y relaciones*, ya que la clave del problema reside en si los estudiantes son capaces de relacionar el cambio en áreas de las dos pizzas (dado el cambio de diámetro), y el correspondiente cambio en el precio. Claramente, un ítem diferente involucrando el área del círculo podría clasificarse como de *espacio y figura*. Las conexiones entre aspectos de contenido que configuran las cuatro categorías contribuyen a la coherencia de las Matemáticas como disciplina y son evidentes en algunos de los ítems seleccionados para el examen de PISA 2012.

A continuación se exponen las descripciones del conocimiento matemático que caracteriza a cada una de las cuatro categorías de contenido del PISA 2012:

Cambio y relaciones: Los mundos naturales y diseñados mantienen una variedad de relaciones temporales y permanentes entre objetos y circunstancias, los cambios ocurren dentro de sistemas de interrelación de los objetos o en circunstancias

donde los elementos se influyen mutuamente. En muchos casos los cambios se producen en forma paulatina en el tiempo, y en otros casos cambia un objeto, o los cambios en una cantidad se corresponden con los de otra. Algunas de estas situaciones involucran cambios discretos y otros cambios continuos. Las relaciones pueden ser de naturaleza permanente o inconstante. Tener mejores notas en cambio y relaciones requiere comprender los tipos de cambio fundamentales y su reconocimiento cuando ocurren para usar modelos matemáticos adecuados que puedan describir y predecir cambios. Matemáticamente, esto significa modelar el cambio y las relaciones con funciones y ecuaciones apropiadas, así como crear, interpretar y traducir representaciones simbólicas y gráficas de relaciones.

Cambio y relaciones se manifiestan en una diversidad de situaciones, como en el crecimiento de organismos, la música, el ciclo de las estaciones, los patrones climáticos, niveles de empleo y condiciones económicas. Aspectos del contenido matemático tradicional de las funciones y el álgebra, incluidas las expresiones algebraicas, las ecuaciones y desigualdades, y las representaciones gráficas y tabulares, son centrales en la descripción, modelado e interpretación del fenómeno del cambio. Por ejemplo, la unidad CAMINAR contiene dos ítems que ejemplifican la categoría de *cambio y relaciones*, dado que el foco está puesto en las relaciones entre dos variables, requiriendo de los estudiantes que activen su conocimiento y habilidades algebraicas. En este ejemplo se les pide que empleen una fórmula dada para la extensión del paso –expresada en forma algebraica-, para determinar la extensión del paso en un ítem y la velocidad en el otro. Las representaciones de datos y su relación por medio de estadísticas también se utilizan con frecuencia para retratar e interpretar el cambio y sus relaciones. Asimismo, una sólida base en el conocimiento de números y unidades también es esencial para definir e interpretar el *cambio y relaciones*.

Algunas relaciones interesantes pueden surgir de la medición geométrica, así como el modo en que los cambios en el perímetro de una familia de figuras pueden

relacionarse con cambios en el área, o las relaciones entre el largo de los lados de los triángulos. El examen opcional basado en computadora de 2012 permitió presentar a los estudiantes imágenes dinámicas, representaciones múltiples dinámicamente vinculadas, y la oportunidad de manipular funciones. Por ejemplo, el cambio a través del tiempo (en el crecimiento o movimiento) puede ser directamente representado en animaciones y simulaciones, o en funciones vinculadas, gráficos y tablas de datos. La búsqueda y uso de modelos matemáticos de cambio mejora cuando los individuos pueden explorar y describir el cambio trabajando con software que puede graficar funciones, manipular parámetros, producir tablas de valores, experimentar con relaciones geométricas, organizar y exponer datos en tramas y calcular con fórmulas. La capacidad de diseño y de las hojas de datos para trabajar con fórmulas y representarlas es especialmente relevante en la nueva modalidad de examen informático.

Espacio y figura: Abarca un amplio rango de fenómenos que se encuentran en torno a nuestro mundo físico y visual: patrones, propiedades de los objetos, posiciones y orientaciones, representaciones de objetos, codificación y decodificación de información visual, navegación e interacción dinámica con figuras y reales y representaciones. La geometría es una base esencial para la categoría de *espacio y figura*, pero ésta va más allá de la geometría tradicional en contenido, significado y método, pudiendo representar elementos de otras áreas matemáticas como la visualización espacial, la medición y el álgebra. Por ejemplo, las figuras pueden cambiar, y un punto puede moverse a lo largo de un lugar geométrico, requiriendo por lo tanto conceptos de función. Las fórmulas de medición son centrales en esta área. Se incluye como contenido de la categoría la manipulación e interpretación de figuras con parámetros para ser empleados con herramientas del software de geometría dinámico GPS (Global Positioning System).

PISA asume que la comprensión de un conjunto central de conceptos y habilidades es importante para la educación matemática relativa a *espacio y figura*. El dominio de esta área requiere un rango de actividades como la comprensión de la perspectiva (por ejemplo, en la pintura), la creación y lectura de mapas, transformar figuras con o sin tecnología, interpretar vistas de escenas en tres dimensiones desde diversas perspectivas y construir representaciones de las figuras. El ítem CARPINTERO pertenece a esta categoría, ya que presenta otro aspecto clave de *espacio y figura* –las propiedades de las figuras. En este ítem complejo de opción múltiple, se les presentan a los estudiantes cuatro diseños diferentes para una cama de jardín y se pregunta cuál podría ser ribeteada con 32 metros de madera. Se brinda suficiente información para realizar el cálculo directo del perímetro exacto de tres de los diseños; sin embargo, se provee información inexacta para uno de ellos, lo cual significa que los estudiantes necesitan emplear habilidades cualitativas de razonamiento geométrico.

El examen basado en computadora brinda la oportunidad a los estudiantes de manipular representaciones dinámicas de figuras y explorar relaciones dentro y entre los objetos geométricos en tres dimensiones, los cuales pueden ser virtualmente rotados para promover una imagen mental precisa. Los estudiantes pueden trabajar con mapas donde pueden utilizar el zoom y la rotación para construir una imagen mental de un lugar, y usar esas herramientas para la asistencia en la planificación de rutas. Pueden elegir y utilizar herramientas virtuales para realizar mediciones (por ejemplo, de ángulos y segmentos de línea) sobre planos, imágenes y modelos, y usar los datos en cálculos. La tecnología permite a los estudiantes integrar el conocimiento de geometría con información visual para construir un modelo mental preciso. Por ejemplo, para calcular el volumen de una copa, un individuo puede manipular la imagen para identificar que es un cono truncado, la altura de la perpendicular y dónde puede ser medida, y para asegurar que lo que se ve como elipses arriba y debajo de una imagen en dos dimensiones son en verdad círculos en un espacio tridimensional.

Cantidad: La noción de *cantidad* es tal vez el aspecto más penetrante y esencial de las matemáticas en la vida real, pues funciona en todo momento y demanda la atención de las personas. Incorpora la cuantificación de atributos de objetos, relaciones, situaciones y entidades en el mundo, la comprensión de distintas representaciones de dichas cuantificaciones, y utilizar argumentos y juicios interpretativos en base a la cantidad. Comprometerse con la cuantificación del mundo requiere la comprensión de mediciones, cuentas, magnitudes, unidades, indicadores, tamaño relativo, tendencias y patrones numéricos. Aspectos del razonamiento cuantitativo –tales como el sentido de los números, múltiples representaciones de los mismos, elegancia en la computación, cálculo mental y examen de la razonabilidad de resultados- son la esencia de la educación matemática relativa a la *cantidad*.

La cuantificación es un método primario para describir y medir un amplio conjunto de atributos de aspectos del mundo. Permite modelar situaciones, el examen del cambio y relaciones, la descripción y manipulación de espacio y figura, en la organización e interpretación de datos, y para la medición y evaluación de incertidumbre. La educación matemática en el área de cantidad aplica el conocimiento de los números y operaciones numéricas en una amplia variedad de situaciones. El ítem *LISTA DE ÉXITOS* de PISA 2012 sirve de ejemplo de esta categoría. Allí se les pide a los estudiantes que estimen la cantidad de asistentes a un concierto, dadas las dimensiones del campo rectangular reservado al público. Además de incluir algunos elementos relacionados con la categoría de *espacio y figura*, su demanda primaria deriva de postular un área razonable por persona, y usar el área total disponible para calcular un número estimado de personas. Por otro lado, al ser un ítem de opción múltiple, los estudiantes pueden retroceder usando el área del campo y cada una de las opciones de respuesta para calcular el espacio correspondiente por persona, y determinar si se obtiene el resultado más razonable. Al presentar las respuestas en

términos de miles (por ejemplo, 2.000, 5.000), el ítem también apela a las habilidades de estimación numérica de los estudiantes.

El examen con ordenador brinda la oportunidad de sacar provecho de la enorme capacidad de cálculo de la tecnología moderna. Cabe consignar que si bien la tecnología puede aliviar la carga de los cálculos para los individuos y liberar algunos recursos cognitivos para focalizarse en el sentido y la estrategia de resolución del problema adoptada, esto no implica que todos los estudiantes deban tener un profundo conocimiento de los procedimientos matemáticos implicados. Más aún, la integración de tecnología en el examen basado en computadora permite la inclusión de ítems que abordan niveles de cálculo numérico estadístico que son inmanejables en el examen tradicional (de lápiz y papel).

Incertidumbre y datos: En la ciencia, la tecnología y la vida cotidiana la incertidumbre es un hecho. Por consiguiente, es un fenómeno que se encuentra en el corazón del análisis matemático de varias situaciones problemáticas. La teoría de la probabilidad y estadísticas, así como las técnicas de descripción y representación de datos, han sido desarrolladas para lidiar con ella. La categoría de contenido *incertidumbre y datos* incluye el reconocimiento del lugar de la variación en procesos, contando con el sentido de cuantificación de dicha variación, el conocimiento de la incertidumbre y el error en la medición, y conocer las posibilidades. También incluye la formación, interpretación y evaluación de conclusiones en situaciones donde la incertidumbre es central. La presentación e interpretación de datos son conceptos clave de esta categoría.

Hay incertidumbre en las predicciones científicas, los resultados de apuestas, los pronósticos del tiempo y los modelos económicos. Hay variación en los procesos de fabricación, los resultados de pruebas y en los hallazgos de diferentes estudios. Por

su parte, el cálculo de probabilidades es fundamental en varias actividades recreativas de las personas. Las áreas curriculares tradicionales de la probabilidad y estadísticas proveen medios formales de describir, modelar e interpretar cierta clase del fenómeno de la incertidumbre, y para realizar inferencias. Asimismo, el conocimiento de los números y de aspectos del álgebra como los gráficos y la representación simbólica, contribuyen y facilitan el involucrarse en problemas de esta categoría. En el PISA 2012, el ítem *BASURA* se encuadra en *incertidumbre y datos*. El ítem requiere que los estudiantes examinen datos presentados en una tabla, y expliquen por qué un gráfico de barras no es el adecuado para mostrar los datos. El foco en la interpretación y presentación de los datos es un aspecto importante de la categoría.

El examen basado en computadora provee al estudiante la oportunidad de trabajar con series de datos más grandes, además de la potencia computacional y las capacidades de manejo de datos necesarias para trabajar con dichas series. En el examen los estudiantes pueden elegir las herramientas apropiadas para manipular, analizar y representar datos, y tomar muestras de poblaciones. Las representaciones vinculadas permiten a los estudiantes examinar y describir los datos de diferentes maneras. La capacidad de generar resultados aleatorios, incluso números, posibilita explorar situaciones probabilísticas usando simulaciones, tales como la probabilidad empírica de eventos y propiedades de muestras.

Si bien las cuatro categorías que se acaban de describir conforman la base del rango de contenido del área de Matemática para PISA 2012, aún existe un vasto espectro de contenidos que pertenecen a estas categorías. Por ejemplo, el razonamiento proporcional puede intervenir en tal variedad de contextos como la medición de conversiones, el análisis de relaciones líneas, el cálculo de probabilidades y el examen del largo de los lados en figuras similares.

Los contenidos que se exponen a continuación reflejan la centralidad de estos conceptos para todas las categorías formuladas, y fortalecen la coherencia de las matemáticas como disciplina. Más que una lista exhaustiva se plantean aquellos que se utilizaron en el diseño del examen de PISA 2012:

Funciones: El concepto de función, que enfatiza pero no se limita a las funciones lineales, sus propiedades y una variedad de descripciones y representaciones. Las representaciones más comúnmente utilizadas son la verbal, simbólica, tabular y gráfica.

Expresiones algebraicas: Interpretación verbal y manejo de expresiones algebraicas, involucrando números, símbolos, operaciones aritméticas, raíces cuadradas simples y complejas.

Ecuaciones y desigualdades: Ecuaciones y desigualdades lineales y relacionadas, ecuaciones simples de segundo grado, y métodos de solución analíticos y no analíticos.

Sistemas de coordinación: Representación y descripción de datos, posición y relaciones.

Relaciones dentro y entre objetos geométricos en dos y tres dimensiones: Las relaciones estáticas como las conexiones algebraicas entre elementos de figuras (por ejemplo, el Teorema de Pitágoras al definir la relación entre los lados de un triángulo con ángulo recto), la posición relativa, similitud y congruencia,

y las relaciones dinámicas que involucran la transformación y movimiento de objetos, así como las correspondencias entre objetos de dos y tres dimensiones.

Medición: Cuantificación de rasgos de figuras y objetos (o comparación de los mismos), tales como mediciones de ángulos, distancia, largo, perímetro, circunferencia, área y volumen.

Números y unidades: Conceptos, representaciones de números y sistemas numéricos, incluidas las propiedades de los números integrales y racionales, aspectos relevantes de los números irracionales, así como cantidades y unidades que refieren a fenómenos tales como el tiempo, el dinero, peso, temperatura, distancia, área y volumen, y cantidades derivadas y su descripción numérica.

Operaciones aritméticas: La naturaleza y propiedades de estas operaciones y sus convenciones notacionales.

Porcentajes, promedios y proporciones: Descripción numérica de una magnitud relativa y la aplicación de proporciones y razonamiento proporcional en la solución de problemas.

Principios de conteo: Combinaciones y permutaciones simples.

Estimación: Aproximación justificada de cantidades y expresiones numéricas, incluidos dígitos significativos y redondeo.

Recolección, representación e interpretación de datos: Naturaleza, génesis y recolección de distintos tipos de datos, y los diversos modos de representarlos e interpretarlos.

Variabilidad de datos y su descripción: conceptos como variabilidad, distribución y tendencia central de una serie de datos, y los modos de describirla e interpretarla en términos cuantitativos.

Muestras y muestreo: Conceptos como el de muestra y muestreo de poblaciones, incluidas simples inferencias basadas en las propiedades de las muestras.

Oportunidad y probabilidad: La noción de eventos aleatorios y de variación aleatoria, y su representación; oportunidad y frecuencia de eventos, y aspectos básicos del concepto de probabilidad.

La posibilidad de conectar con el rango más amplio posible los intereses de los individuos y las situaciones en las cuales interactúan en el siglo XXI fue un factor determinante en el marco conceptual y epistemológico del examen de Matemática de PISA 2012. Tras un cuidadoso estudio, se llegó a definir las siguientes cuatro categorías de contexto en las cuales se enmarcan los ítems incluidos en el examen:

Personal: Los problemas clasificados en la categoría contextual personal se focalizan en actividades personales, de la familia o el grupo. Las clases de contextos que pueden ser considerados personales incluyen, entre otros, aquellos que involucran

la preparación de comida, hacer compras, juegos, salud personal, transporte personal, deportes, viajes, agenda personal y finanzas personales. El mencionado ítem PIZZAS se enmarca en un contexto personal, pues la pregunta indaga cuál pizza le ofrece la opción más económica. En forma similar, la unidad CAMINAR contiene dos ítems que reflejan un contexto personal. El primer ítem involucra la aplicación de una fórmula matemática para determinar el largo del paso de un individuo, mientras el segundo ítem aplica una fórmula para determinar la velocidad del paso.

Ocupacional: Los problemas clasificados dentro de esta categoría se centran en el mundo del trabajo. Entre los ítems a enmarcar en este contexto se incluyen, entre otros, medición, presupuesto y solicitud de compra de materiales para la construcción, nóminas de contabilidad, control de calidad, programación de inventario, diseño/arquitectura y toma de decisiones relacionadas con el empleo. Por supuesto, el modo en que están redactados y presentados los ítems los hacen accesibles a estudiantes de 15 años. El ítem CARPINTERO es ocupacional, ya que trata sobre la tarea de un carpintero en la construcción de un cerco alrededor de un jardín. Del mismo modo, un ítem con un análisis similar al de PIZZAS, en que se presentaba la situación desde el punto de vista del vendedor –en vez del comprador-, se corresponde con la categoría ocupacional.

Social: Los problemas clasificados en esta categoría se focalizan en una comunidad (local, nacional o global). Pueden incluir, entre otros, situaciones tales como sistemas de votación, transporte público, gobierno, políticas públicas, demográficas, publicidad, estadísticas nacionales y económicas. Aunque los individuos actúan ante estas instancias en forma personal, aquí el foco del problema se coloca en la perspectiva comunitaria. El ítem LISTA DE ÉXITOS es un ejemplo de contexto social, ya que se plantea el problema desde la perspectiva de la organización,

si bien puede sustentarse en la experiencia personal de haber concurrido a recitales masivos.

Científico: Los problemas clasificados en la categoría contextual científico se relacionan a la aplicación de las matemáticas en el mundo natural y en temas vinculados a la ciencia y la tecnología. Los contextos particulares pueden incluir, entre otros, áreas como el tiempo o el clima, la ecología, la medicina, la ciencia espacial, genética, medición y el mundo de las matemáticas en sí mismo. El ítem *BASURA* es un ejemplo del contexto científico, pues aborda temas relacionados con el medio ambiente, y específicamente a datos sobre tiempo de descomposición. Los ítems que son intra-matemáticos, donde todos los elementos involucrados pertenecen al mundo de las matemáticas, se enmarcan en el contexto científico.

En cuanto a los criterios de evaluación y niveles de competencia, se han establecido seis niveles de competencia tanto en la escala combinada, como en las sub-escalas que se refieren a los **componentes** particulares (*cantidad, espacio y forma, cambio y relaciones de probabilidad*). Los niveles de la escala combinada se definen del siguiente modo (OCDE, 2014b).

Nivel 6 (más de 668 puntos). Los estudiantes que alcanzan este nivel son capaces de conceptualizar, generalizar y utilizar información basada en sus investigaciones y en su elaboración de modelos para resolver problemas complejos. Pueden relacionar diferentes fuentes de información. Demuestran pensamiento y razonamiento matemático avanzado. Pueden aplicar sus conocimientos y destrezas en matemáticas para enfrentar situaciones novedosas. Pueden formular y comunicar con precisión sus acciones y reflexiones.

Nivel 5 (de 607 a 668 puntos). En este nivel los estudiantes pueden desarrollar y trabajar con modelos para situaciones complejas. Pueden seleccionar, comparar y evaluar estrategias adecuadas de solución de problemas complejos relacionados con estos modelos. Pueden trabajar de manera estratégica al usar ampliamente habilidades de razonamiento bien desarrolladas, representaciones de asociación y caracterizaciones simbólicas y formales.

Nivel 4 (de 545 a 606 puntos). Los estudiantes son capaces de trabajar efectivamente con modelos explícitos para situaciones complejas concretas. Pueden seleccionar e integrar diferentes representaciones, incluyendo símbolos y asociándolos directamente a situaciones del mundo real. Pueden usar habilidades bien desarrolladas y razonar flexiblemente con cierta comprensión en estos contextos. Pueden construir y comunicar explicaciones y argumentos.

Nivel 3 (de 483 a 544 puntos). Quienes se sitúan en este nivel son capaces de ejecutar procedimientos descritos claramente, incluyendo aquellos que requieren decisiones secuenciales. Pueden seleccionar y aplicar estrategias simples de solución de problemas. Pueden interpretar y usar representaciones basadas en diferentes fuentes de información, así como razonar directamente a partir de ellas. Pueden generar comunicaciones breves para reportar sus interpretaciones.

Nivel 2 (de 421 a 482 puntos). En el segundo nivel los alumnos pueden interpretar y reconocer situaciones en contextos que requieren únicamente de inferencias directas. Pueden extraer información relevante de una sola fuente y hacer uso de un solo tipo de representación. Pueden emplear algoritmos, fórmulas, convenciones o procedimientos básicos. Son capaces de hacer interpretaciones literales de los resultados.

Nivel 1 (de 358 a 420 puntos). Los estudiantes son capaces de contestar preguntas que impliquen contextos familiares donde toda la información relevante esté presente y las preguntas estén claramente definidas. Son capaces de identificar información y desarrollar procedimientos rutinarios conforme a instrucciones directas en situaciones explícitas. Pueden llevar a cabo acciones que sean obvias y seguirlas inmediatamente a partir de un estímulo.

Por debajo del nivel 1 (menos de 358 puntos). Se trata de estudiantes que no son capaces de realizar las tareas de matemáticas más elementales que pide PISA.

Por último, es preciso destacar la sección del examen PISA de Matemáticas dedicada a las actitudes hacia la disciplina estudiada. Las actitudes, creencias y emociones de los individuos cumplen un rol significativo en su interés y respuesta hacia las matemáticas en general, y a su empleo en sus vidas personales. Los estudiantes que se sienten más confiados, por ejemplo, serán más propensos a usar las matemáticas en los diversos contextos en que puedan aplicarla. Los estudiantes que tienen emociones positivas asociadas a las matemáticas se encuentran una posición para aprenderlas mejor que aquellos estudiantes que sienten ansiedad. Por consiguiente, una de las metas de la educación matemática es estimular en los estudiantes actitudes, creencias y emociones que los ayuden a utilizar las matemáticas que conocen, y a aprender más conocimientos matemáticos para su beneficio personal y social.

La atención que el examen de Matemáticas PISA 2012 confiere a estas variables se basa en la necesidad de desarrollar actitudes, emociones y creencias positivas hacia las matemáticas, ya que si se logra este propósito se estará obteniendo un resultado valioso de la experiencia escolar y se predispone a los estudiantes a usar

las matemáticas en sus vidas. A su vez, estas variables pueden contribuir a explicar diferencias en el logro de la educación matemática, teniendo en cuenta variables sociodemográficas que también son analizadas en los informes de presentación de resultados, cuando se toman subgrupos de estudiantes en función del género, lengua o status migratorio.

2.3. Conclusiones y aspectos destacados del último informe de evaluación

Para evitar el enfoque reduccionista en la valoración de PISA, las tablas generales en las cuales se informa del lugar alcanzado por cada país en las evaluaciones muestran, desde el primer ciclo iniciado en 2000, a ciertos países situados consistentemente en los lugares más altos, y a otros en la zona más baja de la escala. En buena medida, esto tiene una estrecha relación con las condiciones económicas de los países, sus trayectorias de desarrollo de las últimas décadas y las carencias que algunos de ellos tienen, debidas a la pobreza, a la precariedad de algunos servicios públicos e incluso a las secuelas culturales de antiguos procesos de colonización (OCDE, 2014b).

La escala general de los países no es sino uno de los datos que arroja la prueba, si bien es el que suele llamar más la atención. Desde la perspectiva de la OCDE (2014b), son más interesantes y útiles los datos que conciernen a los contextos socioeconómicos y escolares de las poblaciones que participan en la evaluación, y los detalles sobre los aspectos o competencias en los cuales fallan quienes responden el examen. En otros términos, la información más relevante proporcionada por PISA se

vincula con las explicaciones que ofrece sobre cómo y por qué fallan algunas poblaciones de alumnos. Las distancias entre los países con mejores resultados educativos y los que tienen un índice mayor de fracaso en educación, deben quedar, en todo caso, como llamadas de atención para la comunidad internacional, y para los miembros de la OCDE en particular, sobre la urgencia de moderar la desigualdad a través de los mecanismos de cooperación instrumentados.

Como novedad de 2012, los estudiantes respondieron a un cuestionario de contexto en el que se les solicitó información sobre ellos mismos, sus hogares, su escuela y sus experiencias de aprendizaje. Asimismo, los directores de escuela también respondieron cuestionarios sobre el sistema escolar y el entorno de aprendizaje. En algunos países se distribuyeron cuestionarios para los padres, quienes brindaron información sobre sus percepciones y la implicación de sus hijos en la escuela, su nivel de apoyo al aprendizaje en el hogar y las expectativas sobre el futuro profesional de sus hijos, concretamente en matemáticas. Los países tuvieron la opción de elegir entre dos cuestionarios para los estudiantes: en uno se preguntaba sobre su familiaridad y uso de TICs (Tecnologías de la Información y la Comunicación), y en el otro sobre su formación, la evolución de la educación, y su orientación vocacional.

El PISA 2012 proporciona la visión más completa de las competencias matemáticas desarrolladas en la escuela que jamás haya estado disponible, atendiendo no sólo a lo que los estudiantes saben en las distintas áreas de matemáticas ya descritas, sino a lo que pueden hacer con lo que saben. Los resultados indican grandes diferencias entre diferentes países en lo que respecta al conocimiento y las competencias en matemáticas de los chicos y chicas de 15 años. De los países que participaron en la evaluación de matemáticas de PISA 2012, la diferencia entre el país con el rendimiento medio más alto y el país con el rendimiento medio más bajo es de 245 puntos en la escala de evaluación, es decir, el equivalente a aproximadamente seis años de escolarización.

Sin embargo, las diferencias entre países representan solamente una parte de la variación general en el rendimiento de los estudiantes. La diferencia de rendimiento en matemáticas en el interior de los países es por lo general incluso mayor, superando en algunos casos los 300 puntos –el equivalente a más de siete años de escolarización– de separación entre los rendimientos más altos y los más bajos dentro de un país. Abordar las necesidades educativas de poblaciones tan diversas y reducir las brechas observadas en el rendimiento de los estudiantes continúa siendo uno de los principales desafíos para todos los países (OCDE, 2014c).

A continuación se listan los hallazgos que se consideran más relevantes en la evaluación y análisis de resultados de las pruebas de Matemáticas de PISA 2012 (OCDE, 2014c):

Shanghái-China tiene la puntuación más alta en Matemáticas, con una media de 613 puntos, lo que significa 119 puntos (o el equivalente a casi tres años de escolarización) por encima de la media de la OCDE. Singapur, Hong Kong-China, Taipéi Chino, Corea, Macao-China, Japón, Liechtenstein, Suiza y Holanda, en orden descendente en cuanto a puntuación, son los diez mejores en matemáticas.

De todos los países y economías con datos sobre tendencias entre 2003 y 2012, sólo 25 mejoraron su rendimiento en Matemáticas.

Como media, entre los países de la OCDE el 13% de los estudiantes tiene el mejor rendimiento en matemáticas (nivel 5 o 6). Esto quiere decir que pueden elaborar y trabajar con modelos para situaciones complejas y trabajar estratégicamente

utilizando capacidades de razonamiento y reflexión amplias y bien desarrolladas. La economía asociada de Shanghái-China tiene la mayor proporción de estudiantes con un rendimiento de nivel 5 o 6 (55%), seguida de Singapur (40%), Taipéi Chino (37%) y Hong Kong-China (34%). Por otra parte, el 23% de los estudiantes en países de la OCDE y el 32% de los estudiantes en todos los países y economías participantes no alcanzaron el nivel básico (nivel 2) en la evaluación de matemáticas de PISA. A este nivel, los estudiantes sólo pueden extraer información relevante de una sola fuente y utilizar algoritmos básicos, fórmulas, procedimientos o convenciones para resolver problemas que contengan números enteros.

Entre 2003 y 2012, Italia, Polonia y Portugal incrementaron sus cuotas de estudiantes de mayor rendimiento y redujeron simultáneamente sus cuotas de estudiantes de bajo rendimiento en Matemáticas, siendo desde esta perspectiva los países más eficientes de la Comunidad Europea.

En Matemáticas los chicos rinden más que las chicas solamente en 38 de los 65 países y economías que participaron, y las chicas superan a los chicos en cinco países.

Los estudiantes cuyos padres tienen grandes expectativas para ellos –que esperan que obtengan una licenciatura universitaria y trabajen en una ocupación profesional o de gestión en el futuro– tienden a tener más perseverancia, mayor motivación intrínseca para aprender matemáticas y más confianza en su propia capacidad para resolver problemas matemáticos que otros estudiantes con un estatus socioeconómico y rendimiento académico similares pero con padres que tienen expectativas menos ambiciosas.

En los países de la OCDE cuatro de cada cinco estudiantes están de acuerdo o muy de acuerdo en que se sienten bien en la escuela o que tienen la sensación de sentirse como en casa. Sin embargo, no todos los estudiantes declaran ese sentido de pertenencia por igual: como promedio, en los países de la OCDE, por ejemplo, se muestran de acuerdo o muy de acuerdo con la afirmación “me siento como en casa en la escuela” el 78% de los estudiantes desfavorecidos y el 85% de los privilegiados. Si bien la mayoría de los estudiantes declaró un fuerte sentido de pertenencia, más de uno de cada tres estudiantes en países de la OCDE reconoció que había llegado tarde a clase en las dos semanas previas a la prueba de PISA, y más de uno de cada cuatro admitió que había faltado injustificadamente a alguna clase o incluso un día entero durante el mismo periodo.

La falta de puntualidad y el absentismo escolar están negativamente asociados con el rendimiento del estudiante: como promedio, en los países de la OCDE llegar tarde a clase está asociado con 27 puntos menos en matemáticas, mientras que faltar a las clases está asociado con 37 puntos menos, el equivalente a un año completo de escolarización formal.

Los estudiantes que están abiertos a resolver problemas matemáticos –que tienen la sensación de poder manejar mucha información, son rápidos para entender las cosas, buscan explicaciones a las cosas, pueden vincular datos con facilidad y les gusta resolver problemas complejos como media tienen una puntuación 31 puntos más alta en matemáticas que los que están menos abiertos a resolver problemas. Entre los de rendimiento alto, la diferencia entre los dos grupos de estudiantes es todavía mayor: una media de 39 puntos.

En la mayoría de los países y economías, los estudiantes desfavorecidos socioeconómicamente no solamente puntúan más bajo en matemáticas, sino que también muestran menos participación, afán, motivación y confianza en sí mismos. Los estudiantes con resiliencia, estudiantes desfavorecidos que alcanzan un rendimiento elevado, rompen este vínculo; de hecho, comparten muchas de las características de los privilegiados con rendimiento alto.

Una forma en que la falta de confianza en sí mismo se manifiesta en el estudiante es la ansiedad ante las matemáticas. El 30% de los estudiantes declaró que se sentía incapaz cuando hacía problemas de matemáticas: el 25% de los chicos, 35% de las chicas, 35% de estudiantes desfavorecidos, y 24% de estudiantes privilegiados declararon sentirse faltos de confianza.

Los resultados de PISA indican que, cuando las chicas rinden igual que los chicos en matemáticas, tienden a presentar menos perseverancia, menos apertura para resolver problemas, menos motivación intrínseca e instrumental para aprender matemáticas, menos confianza en sí mismas en cuanto a su capacidad para aprender matemáticas, y más ansiedad ante las matemáticas que los chicos, en promedio. Tienen también más probabilidad que los chicos de atribuir el fracaso en matemáticas a sí mismas en lugar de a factores externos.

Los resultados de PISA 2012 demuestran que muchos países han mejorado su rendimiento, independientemente de su cultura o estatus socioeconómico. En algunos de los países que han mejorado su rendimiento en uno o más de las áreas evaluadas, las mejoras pueden verse en todos los estudiantes: todos han “prosperado”. En otros países, las mejoras se han concentrado en los estudiantes con bajo rendimiento, aumentando la cuota de estudiantes que empiezan a mostrar conocimientos de matemáticas. En otros países, en cambio, la mejora se ha

concentrado en los estudiantes con alto rendimiento, por lo que aumentó su cuota de más alto rendimiento.

Algunos de los sistemas educativos con más alto rendimiento pudieron ampliar su ventaja, mientras que otros, con un rendimiento muy bajo, han ido acortando distancias. Esto da a entender que las mejoras son posibles, sea cual sea el punto de partida para los estudiantes, escuelas y sistemas educativos. En el siguiente gráfico se expone la evolución del rendimiento de los países que participaron en PISA 2012 de Matemáticas:

Evolución 2003-2012 de rendimiento en Matemáticas (PISA, 2012)

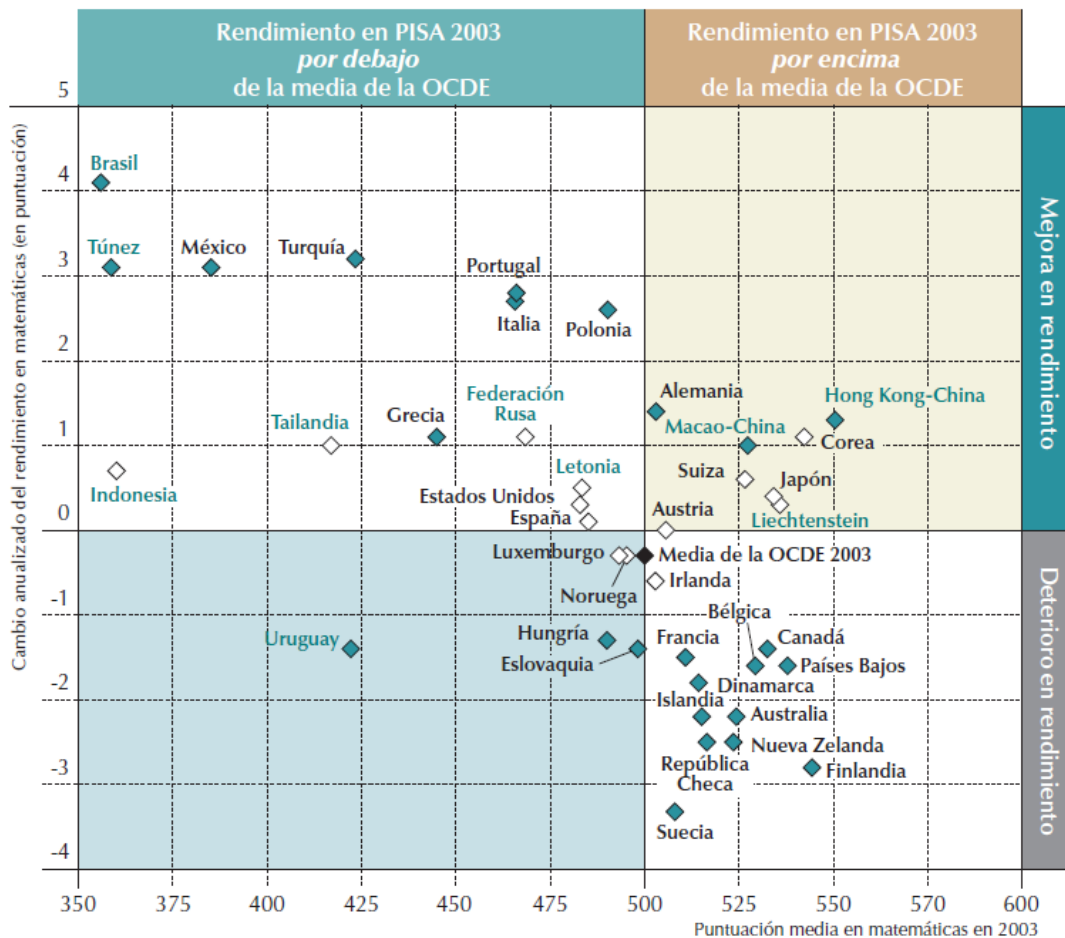


Ilustración 1. PISA. Evolución 2003-2012. Matemáticas

Notas:

1. Los cambios anualizados en la puntuación en matemáticas que son significativos estadísticamente se indican en un tono más oscuro.
2. El cambio anualizado es el cambio anual medio en la puntuación de PISA desde la participación más antigua en PISA de un país/economía hasta PISA 2012.
3. Se calcula considerando toda la participación del país/economía en PISA.
4. Se muestran únicamente países y economías con datos comparables de PISA 2003 y PISA 2012.
5. La correlación entre la puntuación media de un país/economía y su rendimiento anualizado es 0,60.
6. Para la media de OCDE en 2003 se consideran solo aquellos países con datos comparables desde PISA 2003.

Fuente: OCDE, base de datos de PISA 2012, Figura I.2.18.

Las grandes diferencias entre países/economías, en la medida en que el estatus socioeconómico influye en los resultados del aprendizaje, indican que es posible combinar altos niveles de rendimiento con altos niveles de equidad en educación.

La desventaja socioeconómica está estrechamente relacionada con muchas de las características de estudiantes y escuelas que se asocian al rendimiento. Si bien el mal rendimiento en la escuela puede no provenir automáticamente de la desventaja, el estatus socioeconómico de los estudiantes y de las escuelas parece ejercer una gran influencia en los resultados del aprendizaje. Esto se debe a que las familias privilegiadas están mejor capacitadas para reforzar y acentuar los efectos de la escuela; y a que los estudiantes de dichas familias asisten a escuelas de mayor calidad; o simplemente porque las escuelas están mejor equipadas para educar y

formar a los jóvenes de origen privilegiado. En efecto; en muchos países las escuelas tienden a reproducir los patrones existentes de ventaja socioeconómica, en lugar de crear una distribución más equitativa de oportunidades y resultados de aprendizaje. Esta relación entre el rendimiento de los estudiantes y la equidad educativa de los sistemas se representa en el siguiente gráfico:

Rendimiento de los estudiantes en Matemática y Equidad educativa

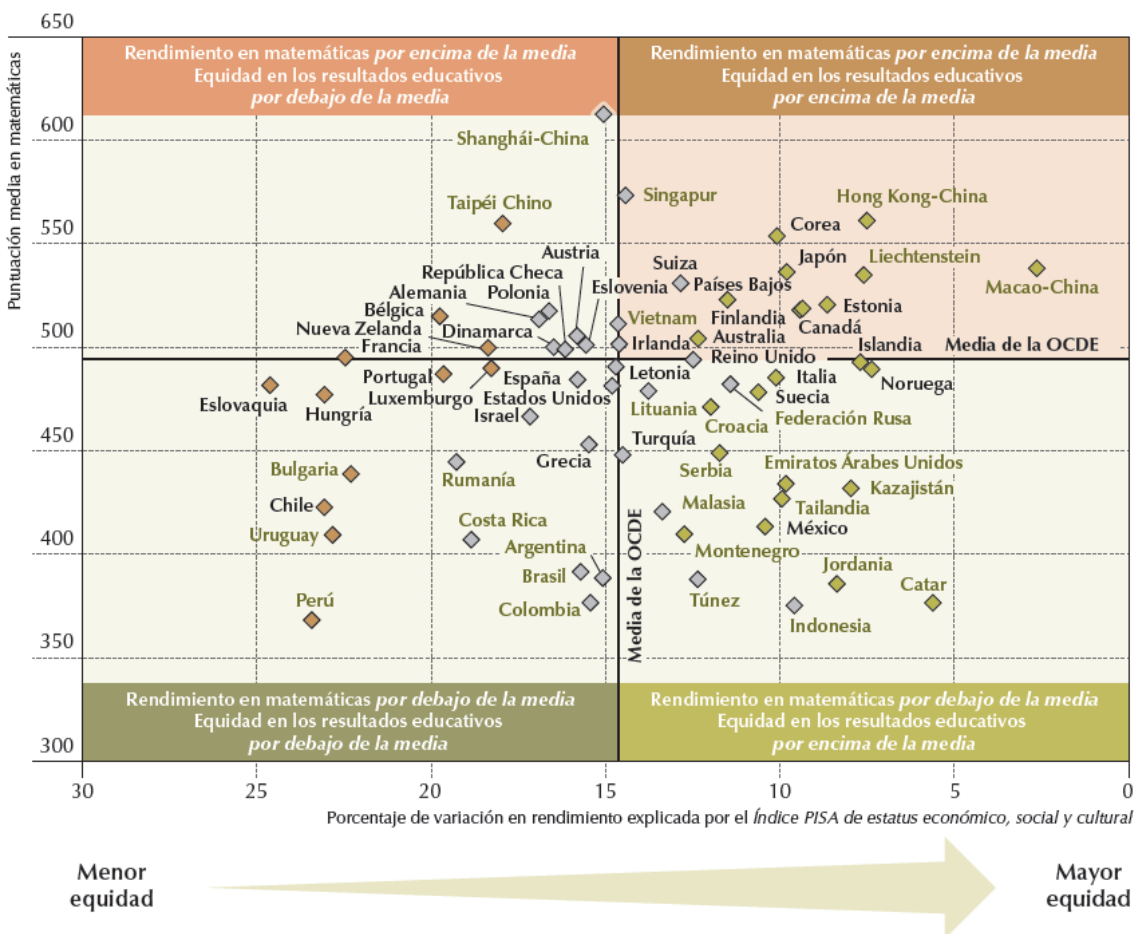


Ilustración 2. PISA. Matemáticas. Rendimiento y Equidad

Por su parte, en el siguiente gráfico se muestra la relación entre la asignación de recursos educativos y los resultados obtenidos por los estudiantes en el examen de Matemáticas PISA 2012:

Asignación de Recursos y rendimiento en Matemáticas

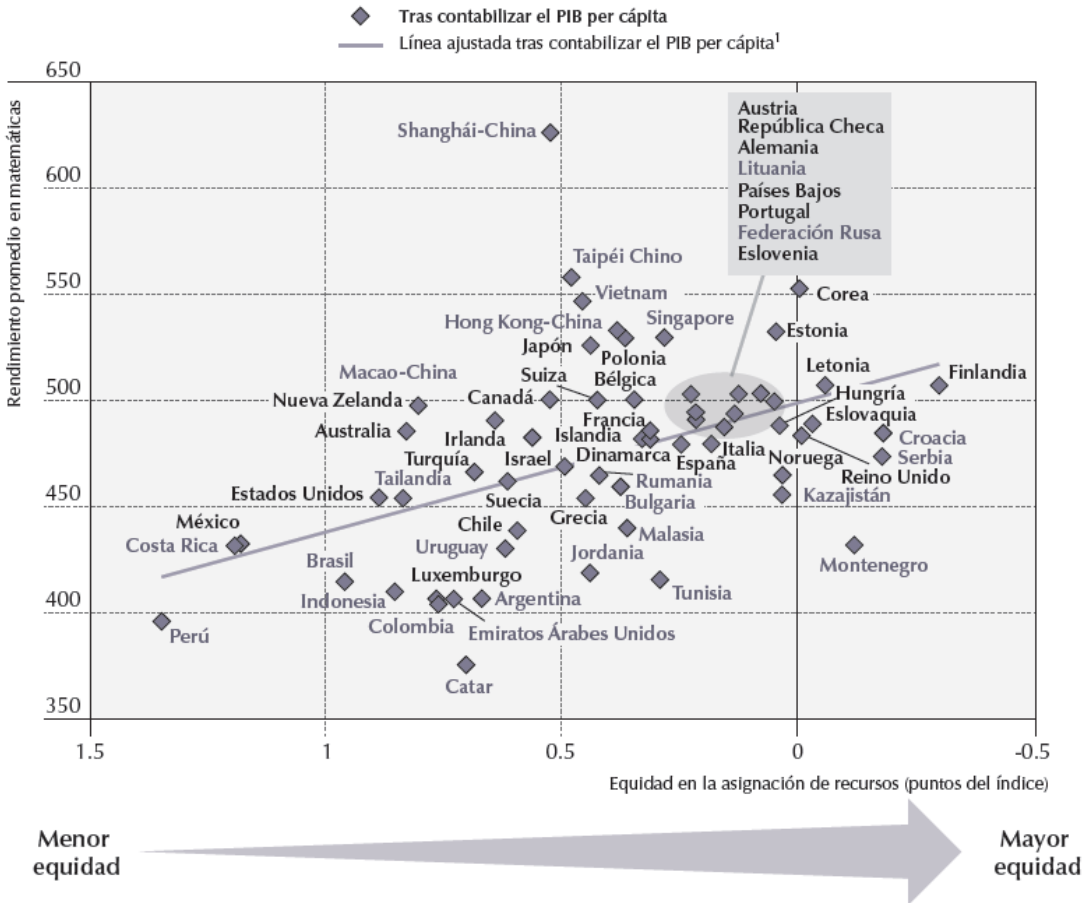


Ilustración 3. PISA. Matemáticas. Recursos y rendimiento

Notas:

1) La equidad en asignación de recursos remite a la diferencia en el índice de calidad de los recursos educativos de los centros escolares entre centros privilegiados y centros desfavorecidos socioeconómicamente.

2) La línea sólida muestra una relación significativa ($p < 0,10$).

Fuente: OCDE, base de datos de PISA 2012, Figura IV.1.11.

Por último, cabe hacer referencia a los hallazgos en la nueva área implementada en 2012, la Educación financiera para el siglo XXI. En los países y economías de la OCDE participantes, sólo uno de cada diez alumnos supo resolver las tareas más difíciles en materia financiera del PISA 2012. Estos son capaces de analizar productos financieros con aspectos que no son visibles de manera inmediata, como los costes de las transacciones, resolver problemas económicos no rutinarios, calcular el balance de un extracto bancario teniendo en cuenta las comisiones por transferencia, y demostrar su comprensión de un panorama financiero más amplio, como las implicaciones de los tramos en el impuesto sobre la renta.

De media, cerca del 15% de los alumnos quedó situado por debajo del umbral de competencias básicas de la escala PISA de educación financiera. A lo sumo, estos alumnos eran capaces de ver las diferencias entre «necesidad» y «deseo», tomar decisiones sencillas sobre gastos rutinarios, reconocer la función de documentos financieros comunes, como una factura, y realizar operaciones numéricas básicas y aisladas (sumas, restas o multiplicaciones) en situaciones a las que probablemente ya se habían enfrentado en sus vidas. En otros términos, se trata de un área en que la mayoría de los estudiantes parecen mostrar niveles inferiores.

Los resultados de PISA han sido inquietantes para muchos países. Pocos han celebrado y muchos han lamentado sus resultados, ninguno ha permanecido

indiferente. El gran desafío consiste en salir de las reacciones momentáneas y abocarse a la más laboriosa pero prometedora tarea de analizar a fondo los resultados de las evaluaciones, y poner en práctica políticas públicas adecuadas a la atención de los problemas descubiertos. Varios de estos problemas tienen que ver, seguramente, con las características de las escuelas, pero muchos otros se relacionan también con las condiciones de vida de las familias, el acceso a medios de comunicación de calidad, el adecuado funcionamiento y la difusión de bibliotecas públicas, entre otros muchos aspectos (OCDE, 2014b).

Los propios expertos de PISA trabajan en pos de una mejora continua de los recursos de evaluación, y prueba de ello son los cambios y novedades que, cada tres años, presenta el examen. Básicamente, lo que PISA busca mejorar en la actualidad son los mecanismos que permitan detectar y describir los aspectos de la enseñanza que influyen en los resultados obtenidos por los alumnos. Se procura buscar herramientas científicas para poder decir, con la mayor precisión posible, qué es lo que está fallando cuando los resultados son bajos y qué se está haciendo bien cuando los resultados mejoran (OCDE, 2014b). En efecto, PISA es una evaluación concebida como una herramienta de mejora de la calidad educativa.

2.4.-Muestreo sobre la prueba PISA de matemáticas 2012.

Una parte importante de esta tesis consiste en analizar y evaluar la prueba PISA en sí misma para mejor entender qué conclusiones podemos sacar de los datos presentados en los informes nacionales.

Con frecuencia, y en diferentes medios, se analizan los resultados obtenidos por los alumnos de un país, pero no es tan habitual hacer un análisis minucioso del

instrumento de medida en sí mismo y esto resulta imprescindible para llevar a cabo un estudio en profundidad.

Como enunciado para analizar la prueba PISA 2012 de matemáticas se utilizó el publicado por el Ministerio de Educación en su página web.

El análisis de la prueba se llevó a cabo en varias fases:

En la **primera fase** se realizó un análisis desde el punto de vista del profesor de matemáticas con experiencia en la práctica docente diaria, que analiza cuáles pueden ser las reacciones de un alumno “medio” que sin ninguna información ni preparación previa se enfrenta a la prueba, incidiendo en aquellos aspectos que pudieran ser complicados para los alumnos en función de las características del currículo impartido.

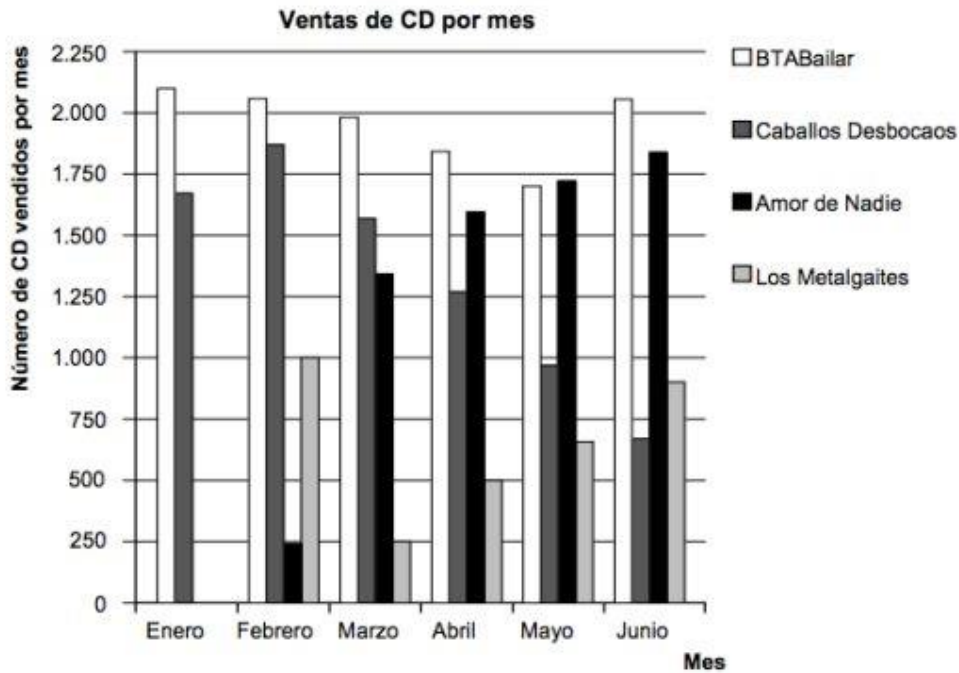
En este sentido hay que insistir que las pruebas PISA intentan medir competencias, es decir, conocimientos aplicados a situaciones concretas, y el desarrollo de la competencia matemática, al igual que el resto de competencias evaluadas por PISA, pueden adquirirse de diversas maneras, no solo en la clase de matemáticas; en ocasiones esta competencia puede estar relacionada con capacidades personales.

El enunciado PISA 2012 de matemáticas sobre el que se trabajó es el siguiente:

UNIDAD LISTA DE ÉXITOS.

LISTA DE ÉXITOS

Los nuevos CD de los grupos *BTA Bailar* y *Caballos Desbocaos* salieron a la venta en enero. En febrero los siguieron los CD de los grupos *Amor de Nadie* y *Los Metalgaites*. El siguiente gráfico muestra las ventas de CD de estos grupos desde enero hasta junio.



PREGUNTA 1

¿Cuántos CD vendió el grupo Los Metalgaites en abril?

- A. 250
- B. 500
- C. 1000
- D. 1270

PREGUNTA 2.

¿En qué mes vendió por primera vez el grupo Amor de Nadie más CD que el grupo Caballos Desbocaos?

- A. En ningún mes
- B. En marzo

- C. En abril
- D. En mayo

PREGUNTA 3.

El mánager de Caballos Desbocaos está preocupado porque el número de CD que han vendido disminuyó de febrero a junio. ¿Cuál es el volumen de ventas estimado para julio si continúa la misma tendencia negativa?

UNIDAD SUBIDA AL MONTE FUJI.

SUBIDA AL MONTE FUJI

El Monte Fuji es un famoso volcán inactivo del Japón.



PREGUNTA 4.

La subida al Monte Fuji solo está abierta al público desde el 1 de julio hasta el 27 de agosto de cada año. Alrededor de unas 200.000 personas suben al Monte Fuji durante este periodo de tiempo.

Como media, ¿alrededor de cuántas personas suben al Monte Fuji cada día?

- A. 340
- B. 710
- C. 3.400

D. 7.100

E. 7.400

PREGUNTA 5.

La ruta del Gotemba, que lleva a la cima del Monte Fuji, tiene unos 9 kilómetros (km) de longitud. Los senderistas tienen que estar de vuelta de la caminata de 18 km a las 20:00 h.

Toshi calcula que puede ascender la montaña caminado a 1,5 kilómetros por hora, como media, y descenderla al doble de velocidad. Estas velocidades tienen en cuenta las paradas para comer y descansar.

Según las velocidades estimadas por Toshi, ¿a qué hora puede, como muy tarde, iniciar su caminata de modo que pueda estar de vuelta a las 20:00 h?

Respuesta

PREGUNTA 6

Toshi llevó un podómetro para contar los pasos durante su recorrido por la ruta del Gotemba. Según el podómetro, dio 22.500 pasos en la ascensión.

Calcula la longitud media del paso de Toshi en su ascensión de 9 km por la ruta del Gotemba. Expresa tu respuesta en centímetros (cm).

Respuesta cm

UNIDAD LA PIZZA

PREGUNTA 7.

Una pizzería ofrece dos pizzas redondas del mismo grosor en diferentes tamaños. La pequeña tiene 30 cm de diámetro y cuesta 30 zeds. La grande tiene 40 cm de diámetro y cuesta 40 zeds (denominación de moneda neutral).

¿Qué pizza es la mejor opción en relación con su coste? Escribe tu razonamiento.

UNIDAD BASURA

BASURA

Para hacer un trabajo en casa sobre el medio ambiente, unos estudiantes han recogido información sobre el tiempo de descomposición de varios tipos de basura que la gente desecha:

Tipos de basura	Tiempos de descomposición
<i>Piel de plátano</i>	1-3 años
<i>Piel de naranja</i>	1-3 años
<i>Cajas de cartón</i>	0,5 años
<i>Chicles</i>	20-25 años
<i>Periódicos</i>	Unos pocos días
<i>Vasos de plástico</i>	Más de 100 años

PREGUNTA 8.

Un estudiante piensa en cómo representar los resultados mediante un diagrama de barras. Da una razón de por qué no resulta adecuado un diagrama de barras para representar estos datos.

UNIDAD EL CONCIERTO DE ROCK

PREGUNTA 9.

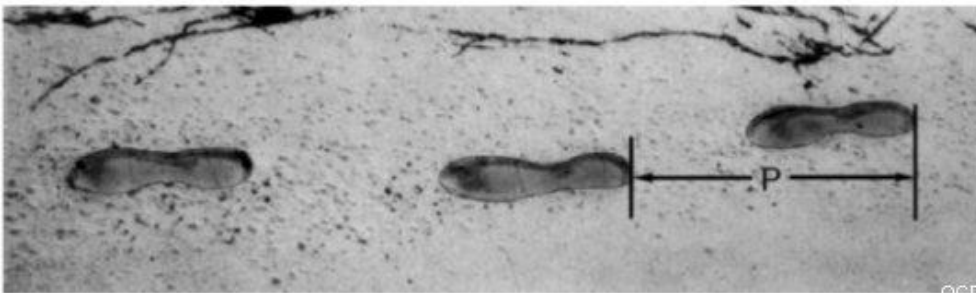
En un concierto de rock se reservó para el público un terreno rectangular con unas dimensiones de 100 m por 50 m. Se vendieron todas las entradas y el terreno se llenó de fans, todos de pie.

¿Cuál de las siguientes cifras constituye la mejor estimación del número total de asistentes al concierto?

- A. 2 000
- B. 5 000
- C. 20 000
- D. 50 000
- E. 100 000

UNIDAD CAMINAR

CAMINAR



La imagen muestra las pisadas de un hombre. La longitud del paso, P , es la distancia que media entre el extremo posterior de dos huellas consecutivas.

Para los hombres, la fórmula ofrece una relación aproximada entre n y P ,

$140 = n/P$, donde:

n = número de pasos por minuto, y

P = longitud del paso en metros.

PREGUNTA 10.

Si se aplica la fórmula a la forma de andar de Heiko y Heiko da 70 pasos por minuto, ¿cuál es la longitud del paso de Heiko?

Muestra tus cálculos.

PREGUNTA 11.

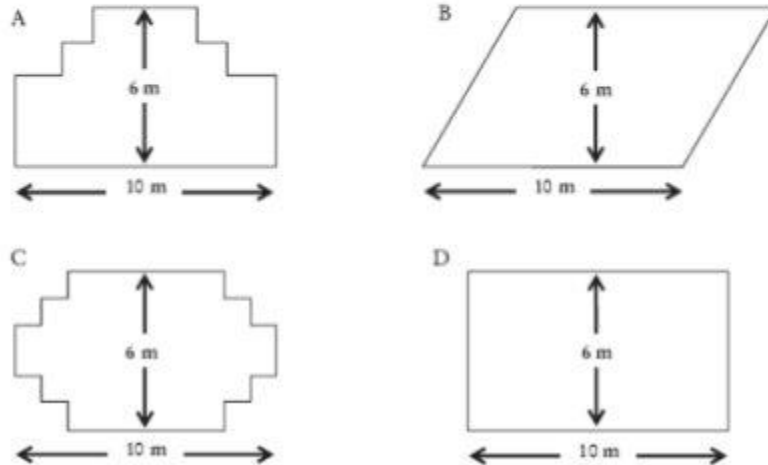
Bernard sabe que la longitud de su paso es de 0,80 metros. Aplica la fórmula a la forma de andar de Bernard.

Calcula la velocidad al andar de Bernard en metros por minuto y en kilómetros por hora. Muestra los cálculos que has realizado.

UNIDAD CARPINTERO

CARPINTERO

Un carpintero tiene 32 metros de madera y quiere construir una pequeña valla alrededor de un parterre en el jardín. Está considerando los siguientes diseños para el parterre.



PREGUNTA 12.

Rodea «Sí» o «No» para indicar si el diseño del parterre puede realizarse con 32 metros de madera.

Diseño del parterre	Utilizando este diseño, ¿puede fabricarse el parterre con 32 metros de madera?
Diseño A	Sí / No
Diseño B	Sí / No
Diseño C	Sí / No
Diseño D	Sí / No

Analizando el enunciado se apuntaron las características siguientes que podían dar lugar a dificultades para algunos alumnos:

- En total había que responder a doce preguntas enmarcadas en seis enunciados (“estímulos”). Las tres primeras preguntas eran fáciles y no presentaban mucha dificultad.
- Las preguntas n. 4 , 5 y 6, tienen un escenario excesivamente concreto y es posible que la localización haya dado más confianza y de alguna manera haya favorecido, **si se ha mantenido la misma pregunta**, a los alumnos que viven cerca o que conocen el entorno geográfico del enunciado. Son preguntas asequibles, aunque el cálculo mental en general, y las unidades de tiempo en particular, no se han trabajado sistemáticamente y durante todos los cursos escolares en entornos de enseñanza comprensiva; para llegar con éxito a las respuestas se necesita un buen cálculo con decimales de operaciones básicas, que se trabaja más en los últimos cursos de Primaria y primeros de Secundaria, pues a partir de 3º ESO se generaliza el uso de las calculadoras. La agilidad en el cálculo mental tampoco ha sido excesivamente fomentada en los currículos españoles. Es una pregunta que probablemente contestarían mejor los alumnos de 2º de ESO que los de 4º de ESO, si nos centramos en los alumnos del sistema educativo español. Esta pregunta favorece a las escuelas que consideran fundamental el cálculo mental y lo ejercitan a diario.
- En la pregunta 7 es muy fácil equivocarse si no se invita a los alumnos a la reflexión necesaria para su correcta resolución. Si los alumnos no son conscientes de que pueden existir enunciados “falsos-fáciles”, lo que en principio exige algún tipo de entrenamiento y motivación, es fácil contestar mal. Si se hubieran hecho pequeños cambios, por ejemplo en los precios, o si se hubiera hecho alguna pregunta intermedia, por ejemplo sobre la “superficie” de ambas pizzas, hubiera cumplido mejor su objetivo como estímulo válido. Tal y como está planteado puede considerarse un enunciado matemático fallido pues no invita a la investigación ni a la reflexión.

- A la pregunta 8 no se le hace ninguna observación, salvo que las preguntas abiertas tienen dificultades de interpretación y transcripción de soluciones.
- En la pregunta 9 se echa en falta un paso intermedio que ayude a los alumnos a reflexionar sobre la unidad de medida, “el número de personas por metro cuadrado”. La respuesta a esa cuestión a criterio del alumno dependerá de varios factores personales y del entorno del adolescente, como de la normativa local, que permite mayor o menor aforo en lugares públicos, del lugar en el que viva el adolescente, si es urbano y muy poblado o rural y/o menos poblado, de los hábitos personales, pues hay adolescentes, estamos hablando de chicos de 14 o 15 años, a los que no les gusta estar en entornos donde “no se pueden mover” y otros a los que sí. Es un enunciado poco definido donde no puede considerarse una única respuesta correcta si no se le hace reflexionar primero sobre la unidad de medida utilizada.
- En los enunciados de las preguntas 10 y 11 publicadas por el Ministerio faltaba la fórmula, por lo que era imposible contestar correctamente a las preguntas si no se corregían.
- Pregunta 12. Faltan indicaciones para que los alumnos cuadriculen las figuras y saquen sus conclusiones. Si los alumnos que realizan la prueba han trabajado la semejanza y la trigonometría con rigor en sus clases, tendrán en su experiencia cercana el recuerdo de ejercicios que habrán tenido mal por aproximar, por fiarse del ojo, más que de la medida. Es difícil que lo hagan bien si no se les da alguna indicación, pues no se atreverán a aproximar si antes no se aseguran de que las figuras cumplen las propiedades que aparentan. Por otro lado, la figura B “media” igual que la D, si se piensa en el área y eso podía llevar a contestar “sí” en lugar de “no”, aunque no se pedía las áreas, se pedían los perímetros que no eran iguales.

Para completar el análisis del enunciado, se llevó a cabo, en enero del 2015, una prueba piloto sobre la misma.

Se pidió a dos alumnos que cumplían las condiciones de edad, que realizaran la prueba PISA de matemáticas del 2012. Tenían la misma edad pero su trayectoria escolar era totalmente diferente. Eran una chica y un chico. Ninguno había hecho nunca una prueba PISA ni recibieron ninguna formación ni información sobre la misma. Solo sabía que disponía de ochenta minutos para contestar a las doce preguntas de matemáticas, sin dársele ningún detalle del tipo de conocimientos que debía ejercitar. Los dos alumnos realizaron la prueba de forma independiente, sin coincidir ni en día ni en hora.

La alumna había obtenido sistemáticamente y desde la E. Primaria resultados excelentes en todas las materias, es decir, sus profesores habían certificado que conocía los currículos escolares y los había asimilado absolutamente, con una garantía superior al 97%. El alumno, con la misma edad, estaba repitiendo tercer curso y con muy poco aprovechamiento. Su relación con los estudios había sido complicada, no tenía interés y seguramente tendría que continuar estudiando en otro centro, pero le gustaban las matemáticas. La trayectoria escolar y los conocimientos curriculares de ambos eran muy distintos. En concreto, en la materia de Matemáticas, podía existir una diferencia de hasta dos cursos escolares en formación matemática recibida y asimilada.

El contraste entre la resolución de ambos alumnos podría darnos una idea de cómo las diferencias académicas y de trayectoria escolar eran medidas por la prueba PISA.

Con todo ello se buscaba estudiar mejor cómo mide PISA las diferentes “adquisiciones” del currículo escolar, y también la prueba PISA en sí misma: coherencia interna, redacción adecuada a la edad de los alumnos, claridad en los enunciados matemáticos, secuenciación de procesos intelectuales que buscaba medir en los alumnos, adaptación con los contenidos curriculares de la edad de los alumnos, estudio de las competencias que pretendía medir y relación entre la expresión de soluciones y la consideración de las mismas como válidas o no, según los parámetros PISA. La

forma de expresar los resultados en las preguntas abiertas podían presentar problemas de interpretación y esas interpretaciones influir en los resultados obtenidos en PISA. La relación entre entender y resolver un problema y “comunicar” este conocimiento según unos parámetros establecido es una cuestión siempre relevante, pero mucho más cuándo han de tabularse conceptos lingüísticos y no solo resultados numéricos.

Valorar mejor el enunciado de la prueba lleva implícito estudiar si la prueba presentaba algún sesgo inapropiado. Por un lado había que ver si la acusación que en ocasiones se les hace a los estímulos (contextos) y reactivos (preguntas sobre los estímulos) PISA, de ser una especie de test de inteligencia que necesitan de unas aptitudes personales excepcionales para llegar a la respuesta adecuada, era plausible o no. Por otro había que estudiar si los estímulos están influidos por una cultura escolar determinada y por ello adaptarse peor a contextos escolares diferentes a los de partida. No hay que olvidar que los reactivos los ponen profesores particulares, por lo tanto influidos por su propia cultura escolar. Después de propuestas, las pruebas piloto son sometidas a un proceso de análisis y validación. Una prueba, como PISA, que se presenta como evaluadora del aprendizaje conseguido por los sistemas educativos y las comunidades en las que se ubican, debe ser muy cuidadosa en evitar esas sospechas. Una buena forma de hacerlo es presentar estímulos que puedan medir la madurez y profundidad que se alcanza en un razonamiento, por ejemplo en la resolución de un problema que va de lo particular a lo general, pero siempre que se trate de problemas en los que la solución no dependa, fundamentalmente, de “ideas felices”. Estas “ideas felices” no están al alcance de la mayoría de los alumnos, y aunque puede entrenarse a los alumnos para entenderlas y replicarlas, no parece que este entrenamiento sea misión del sistema educativo. Esto equivaldría a enseñarle a resolver un test más que a progresar emocional e intelectualmente. Por otro lado las formas de preguntar y de enseñar son muy diferentes en los países de la OCDE. Habría que saber si existe alguna correlación positiva entre la cultura escolar de los profesores que ponen originalmente las preguntas y los resultados de los alumnos que provienen de ese mismo entorno escolar o similar. Son pocos años de experiencia en

este tipo de pruebas, pero tal vez sería una buena práctica que se rotaran las nacionalidades de los responsables de proponer las preguntas de la prueba.

Una vez corregidas las pruebas del muestreo realizadas por los alumnos y analizado el enunciado, se les realizó una entrevista para que hablaran sobre los enunciados, sobre cómo habían llevado a cabo el proceso de resolución y sobre los aspectos que les habían sorprendido o sobre los que había tenido dificultades. También se les preguntó cómo se sentían una vez que se evaluaron sus respuestas y conocieron el número de respuestas correctas e incorrectas.

Caso 1: Los resultados de la corrección de la prueba piloto realizada por la alumna fueron:

- Las respuestas a las preguntas del 1 al 6 fueron correctas.
- La respuesta a la pregunta 7 fue errónea.
- La respuesta a la pregunta 8 fue correcta, las razones fueron profusamente explicadas.
- La respuesta a la pregunta 9 fue justificada y adecuada desde el punto de vista de la alumna pero incorrecta desde el punto de vista PISA.
- Las respuestas a las preguntas 10 y 11 eran imposibles pues faltaban datos, pero escribió la relación teórica entre los datos y en función de ellos dio la solución. Es decir, resolvió correctamente un problema de relaciones mucho más complejo, que en cuanto sustituyo por el valor 140 le dio las soluciones pedidas.
- En la pregunta 12 contesto a todos los apartados, pero incorrectamente al apartado B. Hizo un desarrollo teórico intentando calcular todas las medidas que aparecían en las figuras, que no se pedía, utilizando las semejanzas. Según los criterios de calificación PISA, solo la respuesta que incluía los cuatro apartados correctos tenía calificación positiva; la calificación de tener $\frac{3}{4}$ partes de la pregunta correcta era cero, la misma calificación que merecía no tener ningún apartado correcto.

Después de corregir la prueba se hizo una entrevista a la alumna. Primero se le preguntó por su opinión sobre la prueba. Dijo haberse sentido muy incómoda con la prueba. Principalmente porque la lectura de los enunciados no le había resultado clara y porque en los procesos de resolución veía que se basaban frecuentemente en tanteos y aproximaciones, y ella estaba acostumbrada a un conocimiento más riguroso de la materia.

Se analizaron con ella los resultados de cada una de las preguntas. De las tres primeras preguntas no hizo ningún comentario. De las tres preguntas siguientes comentó que ya no hacía tantas cuentas con decimales sin calculadora, y que “le había producido un poco de rechazo hacerlas”, pero que sabía hacerlas, aunque “era pesado y como de pequeños”. Respecto a la pregunta siete dijo que no le había dedicado más de unos segundos y creyó haber contestado bien. Cuando se le hicieron algunas observaciones, por ejemplo, con fotografías de pizzas con distinto grosor, compendió que en una “situación real” hubiera tenido otros elementos de juicio y hubiera contestado mejor al enunciado. La pregunta 8 exigía una respuesta abierta. Ella había contestado correctamente con un **párrafo amplio**. La dificultad para que obtuviera una calificación positiva podría haber estado en resumir y transcribir el razonamiento fundamental de este párrafo para introducirla en el sistema, por la persona encargada de hacerlo. Más adelante volveremos sobre esta pregunta y las dificultades para contestarla correctamente con las palabras aceptadas por los correctores. En cuanto a la pregunta n. 9, dijo que ella había hallado el área del recinto y había contestado que 5000 personas era la solución adecuada, insistiendo en la respuesta en que cada persona necesita al menos un metro cuadrado. Cuando se le dijo que la respuesta correcta era 20.000, ella opinó que “Es demasiada gente, y así no se podrían mover”, y que “siempre hay mucho espacio vacío en las fiestas, por seguridad, aunque haya mucha gente al lado del escenario”. La experiencia de la alumna la lleva a considerar como razonable una densidad menor que a los responsables del enunciado. En cuanto a las preguntas 10 y 11, como hemos dicho faltaba la fórmula que relacionaba. Ella entendió que existía una relación de proporcionalidad entre ambas variables, que llamó k , y en función de k resolvió el ejercicio. En cuanto a la pregunta 12, en concreto el

apartado B, que no logró completar correctamente, y a la que había dedicado muchos cálculos intentando encontrar las medidas de todos los segmentos utilizando la trigonometría o el Teorema de Pitágoras. Se le explicó que la solución era tan sencilla como fijarse en que la “línea inclinada” del paralelogramo siempre mide más que la vertical y que su interés en calcular todas las medidas excedía lo pedido. Solo debía intuir si los perímetros eran mayores o menores que treinta y dos, no saber sus medidas exactas. Dijo que había dudado mucho en las respuestas pues no aparecía ninguna escala que le permitiera considerar iguales las medidas que parecían iguales e incluso, en la entrevista, quería medir con una regla los lados pues aseguraba que “les faltaban algunos milímetros para ser ciertas las soluciones dadas como correctas”.

Caso 2: Antes de que el alumno realizara la prueba se corrigieron las preguntas números 10 y 11.

Los resultados del alumno eran:

- Correctas las preguntas del número 1 al 6.
- Mal la pregunta número 7.
- Bien las preguntas n. 8 y 9.
- Algunas respuestas correctas a las preguntas n. 10 y 11.
- Bien la pregunta n. 12

En la entrevista posterior a la corrección de la prueba, el alumno declaró que no le había producido demasiada ansiedad realizar la prueba, que sabía bien las operaciones que tenía que realizar en la mayoría de las preguntas, pero que a veces había cometido errores y no había cuidado mucho la “presentación” de las soluciones.

Aseguro que las preguntas que le habían parecido más asequibles eran “Lista de éxitos”, “Subida al monte Fuji”, “Basura”, “Concierto de rock” y “Carpintero”.

Había tenido dificultades con “Caminar”, y no había entendido, y le había parecido muy confuso, tanto el enunciado como la solución cuando se le explicó, todo lo relacionado con la pregunta “Pizza”. Su respuesta había sido incorrecta.

Si analizamos ambos resultados conjuntamente, vemos que ambos han encontrado muchas dificultades en el estímulo “Pizza”.

El alumno ha resuelto de forma más efectiva que la alumna las preguntas de “Concierto de rock”, y no por las dificultades matemáticas, sino por las convicciones o experiencias personales sobre la asistencia a espectáculos musicales. La decisión que había llevado a cada uno a su respuesta, después de realizar las mismas operaciones matemáticas, dependía tal vez de que su vida social y lúdica era distinta, pero no sus conocimientos matemáticos.

El alumno también fue más efectivo que la alumna en resolver el estímulo “Carpintero”. Sus conocimientos curriculares de geometría eran más básicos y “no interfirieron” en su respuesta

Los estímulos “Basura”, “Lista de éxitos” y “Subida al monte Fuji”, les habían resultado fáciles a los dos.

En el estímulo “Caminar” la alumna había sido superior.

Si todas las preguntas valieran lo mismo, las diferencias entre los resultados de los dos habrían sido muy escasas.

Este resultado, bastante sorprendente en principio, aunque por lo limitado del muestreo no permite sacar conclusiones generales, sí parece insistir en la sospecha, ya apuntada, de que hay algo en las pruebas PISA de matemáticas que depende más de las características personales de los alumnos que de sus conocimientos matemáticos. Hay que aclarar que, aun siendo capaces de encontrar ambos las soluciones a las preguntas de la prueba, la alumna expresó con más limpieza, claridad y elegancia su trabajo, pero también le supuso una enorme ansiedad todo lo relacionado con este muestreo y cierta decepción, mientras que el alumno se mostró relajado, incluso bastante contento con los resultados.

En una **segunda fase** del análisis y con el fin de tener una visión más completa de las capacidades matemáticas que permitirían obtener buenos resultados en matemáticas a todos los alumnos, se han analizados **todos los estímulos** PISA de matemáticas **liberados** después de PISA 2012, (se ha contado con el análisis y valoración de otros profesores de matemáticas).

Era importante saber si el examen 2012 se adecuaba al tipo estándar de ejercicios propuestos o si había sido especialmente fácil o difícil.

Analizando el documento “Estímulos PISA de Matemáticas liberados”. (MECD, 2013) disponible en la página web del Ministerio de Educación, se ha elaborado la tabla siguiente con los resultados del análisis:

Aritmética y Álgebra.

Tabla 2. Análisis de los estímulos PISA liberados.

Chatear Parte A asequible, la parte B puede resultar más complicada por los pequeños intervalos disponibles para chatear
Concierto de rock Asequible
Cubos Asequible
El tipo de cambio Asequible, aunque en la parte 3 complicada
Estanterías Asequible
Tarifas postales

Asequible
<p>Tiempo de reacción</p> <p>Asequible, aunque es fácil que se equivoquen en las operaciones con decimales (problemas de cálculo)</p>
<p>Zapatos para niños</p> <p>Asequible</p>
<p>Caminar</p> <p>1. Asequible. 2. Bastante complicado por las operaciones y conversiones que tienen que realizar</p>
<p>Líquenes</p> <p>1. Asequible 2. Dificultad media sustituyendo $t=37$ para que salga la solución deseada, pero algo más complicado que resuelvan la ecuación con la raíz.</p>
<p>Concentración de un fármaco</p> <p>1 y 2. Sencillo 3. Más complicado</p>
<p>Los niveles de CO₂</p> <p>Interesante problema con gráficos y la interpretación de estos.</p> <p>1. Se liarían con el cálculo del aumento de porcentaje (aunque se insiste mucho en clase) 2. Y 3. Asequible, aunque las explicaciones que los alumnos den no sean quizás completas.</p>
<p>Monedas</p> <p>Asequible para los alumnos “si saben calcular porcentajes y redondear”</p>
<p>Pago por superficie</p> <p>1. No es complicado, pero exige cierto nivel de abstracción. 2. Asequible, pero tienen que tener clara las proporciones y operar correctamente</p>
<p>Esquema de escalera</p> <p>Asequible</p>
<p>Manzanos</p> <p>1. Asequible, 2. Habrá bastantes alumnos que no lo sepan hacer. 3. Asequible dando valores,</p>

complicado si intenta otro método.
Cómo hacer un cuaderno Asequible si se tiene una buena visión espacial
Bicicletas 1. Asequible cálculo, 2. División sencilla, 3. No es complicado, pueden cometer errores en la proporción, unidades, ...
Frecuencia de goteo 1. Asequible 2. No es complicado y los cálculos son exactos, pero posiblemente tengan dificultad con despejar el volumen
Reproductores MP3 2. Asequible, les pueden liar las cuentas, 3. Asequible si calculan rápidamente porcentajes multiplicando por 0,2, 4. Se trabaja en las clases de ese nivel, pero es un nivel elevado. Seguramente bastantes errores...
El poder del viento 1. Asequible, quizás no sepan hacer la segunda, 2. Asequible 3. Posibles complicaciones en los cálculos con el cálculo de la raíz al aplicar el teorema de Pitágoras 4. Complicado, hay que calcular la longitud de la circunferencia, la velocidad en metros/ minuto y pasar a km/h
Pingüinos 1. No es complicado sin hacer cálculos por estimación (algo menos del 50%) pero posiblemente hagan los cálculos y se compliquen, 2. No es muy complicado, pero posiblemente el enunciado no lo interpreten bien, 3. Habiendo hecho el 2 correctamente es fácil de ver, pero con las fórmulas tendrán complicaciones. 4. Alguna de las cuestiones les podrían resultar confusas
Salsas 2. Asequible
Elena, la ciclista 1. Asequible, 2 y 3. Cierta complicación.

<p>Apartamento turístico</p> <p>1. Asequible si leen con atención el problema, 2. Asequible si leen con atención las preguntas, aunque este tipo de preguntas suelen resultarles confusas</p>
<p>Alquiler DVD</p> <p>1. Asequibles si no fallan en las operaciones con decimales, 2. Posiblemente lo hagan por tanteo, si tienen cierto nivel de abstracción y algunos pocos resolviendo la ecuación</p>
<p>Vender periódicos</p> <p>1. Asequible, 2. Asequible, pero quizás con problemas al operar (despejar...) 3. Interesante ejercicio para interpretar gráficos , no es complicado pero no todos los alumnos lo harían bien (aunque con los gráficos suelen responder mejor que con las fórmulas y operaciones, si se han trabajado algo en clase)</p>
<p>Monte Fuji</p> <p>1. 2 y 3. Asequible.</p>

Geometría

<p>Construyendo bloques</p> <p>1, 2 y 3. Asequible. 4. Creo que les resultará un poco más complicado, pero podrían contestarlo bien</p>
<p>Dados</p> <p>1 y 2 sencillos</p>
<p>El edificio retorcido</p> <p>1. Asequible por estimación (aunque las medidas a veces las están bastante distorsionadas) 2 y 3 algo complicados quizá por la visión espacial necesaria y 4 Asequible.</p>
<p>Escalera</p> <p>Fácil</p>
<p>Las figuras</p>

1. Asequible 2 y 3. Complicado utilizar un método y razonarlo
Granjas 1. Asequible 2. El razonamiento es más complicado.
Patio 1 y 2. Asequible
Pizzas 1. enunciado que lleva fácilmente al error
Superficie de un continente 1. Asequible si se dan cuenta de estimar el área dentro de un cuadrado o un círculo, pero bastantes no lo sabrían hacer
Triángulos 1. Posiblemente se compliquen con las letras de los puntos y el enunciado
Vuelo espacial 1. El procedimiento no debería resultarles muy complicado, pero posibles errores en las cuentas
Mirando la torre 1. Asequible
Compra de un apartamento 1. Asequible, aunque no para todos
Heladería 1. Asequible si recuerdan el teorema de Pitágoras, 2. Asequible, 3. Asequible si entienden el enunciado y dibujan las mesas
Vertido de petróleo 1. Asequible si estiman el área dentro de un rectángulo , pero a bastantes no se les ocurrirá

<p>Barcos de vela</p> <p>1. Asequible, 3. Les puede costar calcular la raíz cuadrada si no lo hacen por estimación, aunque no es muy complicado, 4. Es complicado por el procedimiento y las cuentas</p>
<p>La noria</p> <p>1. Asequible, 2. Asequible si interpretan bien el dibujo</p>
<p>Una construcción con dados</p> <p>1. Muy sencillo</p>
<p>Garaje</p> <p>1. Sencillo con un poco de visión espacial... 2. Algo más complicado, aplicar Pitágoras y hacer un cálculo estimado de la superficie</p>
<p>Puerta giratoria</p> <p>1. Asequible. 2. Algo más complicado, pero puede resolverse más fácilmente si se utiliza el dibujo, 3. Tienen que pensar más, pero los cálculos son sencillos</p>

Funciones y gráficas

<p>Carpintero</p> <p>1. No es complicado si se dan cuenta de completar el rectángulo, pero posiblemente se confundan y no sepan cómo abordar el problema</p>
<p>Creceer</p> <p>1, 2 y 3. Asequible, no debería resultar complicado a los alumnos</p>
<p>El columpio</p> <p>1. Asequible</p>
<p>El depósito de agua</p>

1. Asequible si se han trabajado este tipo de gráficos en clase.
El faro 1. y 2. Asequible, 3. Requiere un poco más de reflexión y comprender bien el enunciado.
El mejor coche 1. Asequible, 2. Hay que reflexionar más, posiblemente encuentren más dificultades
El sueño de las focas El enunciado es confuso, pues no parece que duerma en el fondo pues la secuencia es 3-8-3-8...sin parar ¿Y dormida?
Frenado 1,2, 3, 4 y 5. Interpretación sencilla del gráfico (si lo observan bien, con lo que significa cada cosa, posible error en interpretar mal las distancia total y distancia de frenado)
Latidos del corazón 1. Posiblemente tengan alguna dificultad al plantear la ecuación y resolverla. Quizás lo intenten por tanteo, pero sin calculadora les llevaría bastante tiempo.
Pasillos móviles Aunque no es complicado si reflexionan un poco y observan la distancia entre las rectas al final del recorrido, quizás se les ocurra poner la recta en medio de las dos
Robos Aunque no es complicado, supone una reflexión sobre la gráfica y los términos relativos sobre el crecimiento
Velocidad de un coche de carreras 1, 2 y 3 Asequible, 4. Hay que reflexionar un poco más, puede ser complicado.
Paseo en coche 1 y 2. Asequible, 3. Supone una cierta reflexión e interpretación adecuada del gráfico y de la velocidad media

Estadística descriptiva

Basura

1. Supone una cierta reflexión y diferentes razonamientos posibles para justificar la respuesta, pero creo que es asequible a la mayoría de los alumnos.

Estatura de los alumnos

1. No es complicado, pero creo que les puede faltar el nivel de reflexión sobre la media para contestar adecuadamente a las preguntas

Examen de Ciencias

No es complicado, pero creo que les puede faltar el nivel de reflexión sobre la media para contestar adecuadamente a la pregunta

Exportaciones

1. Sencillo, 2. Algo más complicado porque tienen que combinar la información de los dos gráficos, aunque no se les pide justificación del razonamiento seguido

Puntuaciones en un examen

1. Supone una interesante interpretación del gráfico, y distintas formas de enfocar los datos y resultados, aunque les costará dar una explicación completa y razonada a bastantes alumnos

Estatura

1, 2 y 3. No es complicado, pero puede faltar el nivel de reflexión sobre la media para contestar adecuadamente a las preguntas

Combinatoria y probabilidad

Campeonato de ping pong

1. Asequible
Caramelos de colores
1. Asequible
Feria
1. Asequible
Monopatín
1. Asequible, 2. Asequible si reflexionan un poco y/o han trabajado algo los diagramas de árbol, 3. Un poco más complicado, pues tienen que reflexionar y/o realizar un diagrama de árbol y comparar resultados
Respaldo al presidente
1. Con alguna complicación.
Selección
1. Precisa de una lectura cuidadosa del enunciado (para no contestar 8 de forma inmediata)
Terremoto
1. Sencillo si leen y comprenden correctamente los enunciados, pero creo que tendrían dificultades en contestar correctamente
Memoria USB
1. Posiblemente no se den cuenta del “espacio libre de 198Mb” disponible, con lo que se necesitan liberar solo 198Mb (y no 360Mb)
Reproductores defectuosos
1. Les costará interpretar los enunciados, 2. Asequible, 3. Exige varios cálculos y comparativas, más complicado para los alumnos.
Lista de éxitos
1, 2 y 3. Asequibles

Televisión por cable

1. No debería resultar complicado planear el porcentaje, pero posiblemente con errores en operaciones o en la estimación.

¿Qué coche?

Error: En enunciado está repetido por el de “televisión por cable”

En primer lugar vemos que la prueba 2012 está “normalizada” en relación al tipo de ejercicios liberados. Veamos si en este listado de problemas están presentes los rasgos que ya se apuntaron en la del muestreo:

El análisis nos lleva a la conclusión de que los conceptos matemáticos manejados en todos los estímulos son conocidos por los alumnos, se hace referencia a este hecho con el calificativo de “asequible”, como sinónimo de trabajado en clase a lo largo de los últimos cursos de Educación Primaria y primeros cursos de Educación Secundaria con bastante seguridad, pero hay que manejar estos conceptos en situaciones complejas.

Una característica destacada del currículo que sería muy adecuado para superar con éxito estos ejercicios sería insistir una y otra vez sobre **los mismos conceptos básicos** en problemas distintos y de creciente dificultad.

Por otro lado las **dificultades del cálculo** necesario para llegar hasta el final en los problemas son grandes y solo pueden superarse si un alumno es muy bueno en cálculo o si se dedican una parte importante de las horas lectivas al mismo. En el sistema educativo español de los últimos años el cálculo ha tenido poca relevancia y con frecuencia no se ha trabajado sistemáticamente. No son pocos los alumnos que cuando llegan a la enseñanza secundaria tienen dificultades con operaciones básicas como restas y multiplicaciones y pocos saben dividir con soltura.

La **reflexión** es un componente esencial de los problemas más complicados y para ejercitarse en ella es necesario trabajar la autonomía del estudiante y es

imprescindible dedicar buena parte del tiempo lectivo al trabajo personal de los alumnos, pero aun así y todo, puede que no sean accesibles para una parte de la población escolar.

Por otro lado no faltan las preguntas que han sido calificadas como “con un **enunciado confuso**”, al menos en su versión española. Este problema puede venir de la traducción de los enunciados, aunque desde el punto de vista de la corrección gramatical sean impecables, tal vez porque los enunciados de la versión original no son enunciados tan “universales” como se pretende, podrían estar vinculados a tradiciones escolares particulares, pero también podría ocurrir que la forma de preguntar sobre los resultados estuviera vinculada a otras tradiciones.

Vemos que existen enunciados que más bien parecen propios de un test de inteligencia, y su capacidad para medir la capacidad de razonamiento y cálculo de la mayoría de los alumnos está tan enmascarada que no cumplen su función. El **alumno necesita cierto entrenamiento** en las pruebas PISA y estar preparado para este tipo de enunciados si quieren abordarlos con éxito.

No hay que olvidar que muchos de los ejercicios anteriores, calificados como **enunciados sencillos, se corresponden al nivel 1 de competencia matemática** y permitirían a los alumnos que los resolvieran alcanzar dicho nivel pero no más. En resumen, no pueden ser referente para trabajar la competencia matemática si se buscan resultados en torno a la media o superiores.

Profundización en la tabulación y análisis de resultados. Para entender mejor los resultados del muestreo y relacionarlo con los niveles PISA, vamos a hacer una simulación **personal**, basada en tres presupuestos: que todas **las preguntas tuvieran la misma calificación (como ocurre en los exámenes del aula, con preguntas más fáciles o más difíciles pero con la misma puntuación)**, que todas **ellas hubieran sido consideradas válidas** por los correctores PISA, y también se utiliza el hecho de que la calificación PISA es una puntuación normalizada, basada en

una puntuación media de 500 puntos y una máxima de 700 puntos. Normalizando los resultados obtenidos y adecuando los porcentajes de preguntas acertadas a los niveles con los que se presentan los resultados podemos concluir que para que un alumno esté en el nivel 6, el más alto, debe superar correctamente el 95 % de las preguntas (pues debe superar los 668 puntos de 700 que puede conseguir). Para estar en el nivel 5 debe superar correctamente el 86,7 % de las preguntas (debe superar los 606 puntos de 700); para el nivel 4 debe superar el 77,8 % de las preguntas (superar los 544 puntos de 700); para estar en el nivel 3 debe superar correctamente el 69% de las preguntas (superar los 482 puntos de 700), para estar en el nivel dos debe superar correctamente el 60% de las preguntas (tener más de 420 puntos de los 700), para estar en el nivel 1 debe tener correctas más del 50% de las preguntas, es decir estar por encima de 358 puntos de los 700.

Volviendo a los resultados obtenidos por la alumna, la alumna habría obtenido un 7,5 sobre 10, es decir habría respondido correctamente al 75% de las preguntas. Si se hubieran considerado no válida, por los motivos antes expuestos, la preguntas 7 y se hubiera considerado parcialmente válida la pregunta 9, la alumna hubiera alcanzado un 87% de respuestas correctas. Teniendo en cuenta los datos anteriores, y tomando las decisiones técnicas apuntadas en cada caso, la alumna de la prueba piloto podría estar en el nivel 4, o en el 5.

El alumno había contestado correctamente, pero con menor claridad en la forma de expresar las soluciones, entre el 75%-87% de las preguntas, luego también estaría en el nivel 4, muy cerca del nivel 5 si se hubiera invalidado la pregunta n. 7. Con una corrección estándar ambos habrían obtenido calificaciones similares.

Mientras que un dato numérico es fácil de transcribir, las respuestas de las preguntas abiertas, que en la prueba piloto estarían representadas por la pregunta n. 8, pueden presentar pequeñas variaciones, bien en la traducción, bien en algún error de transcripción. Como veremos en la ficha de corrección, algunas respuestas a esta pregunta, que desde el punto de vista no matemático pueden parecer similares, se califican con cero, mientras que otras tienen calificación positiva. Estos posibles errores

se limitarán bastante cuando todas las pruebas se hagan con soporte informático y se vuelquen automáticamente en el sistema PISA, aunque pueden persistir errores derivados del concepto lingüístico y su traducción a cada idioma. Pero también hay que apuntar que ese método informatizado planteará nuevas incertidumbres derivadas del conocimiento del medio tecnológico por los alumnos, de las limitaciones derivadas de expresar la riqueza de un lenguaje como el matemático a enunciados susceptibles de informatización, de la propia habilidad técnica de los alumnos, y por lo tanto de la capacidad de la sociedad de instruir a los alumnos en estas materias con medios informáticos cuando la propia OCDE duda, a día de hoy, del apoyo positivo que dichos medios tecnológicos tienen, por ejemplo, sobre la competencia matemática.

En el muestreo y en la simulación anterior, la prueba se había calificado siguiendo criterios básicos, como cualquier prueba de matemáticas. Para conocer mejor cuáles eran los criterios de corrección de la prueba PISA, para entender con más precisión la clasificación en niveles de los alumnos y de los colectivos nacionales o regionales en los informes publicados el Departamento responsable de la prueba del Ministerio de Educación, comunicó la información siguiente:

*“Las soluciones de los estudiantes se registran digitalmente y se envían al centro del proyecto internacional en Australia, donde se evalúan. Ahí, las preguntas y los problemas se califican como “correctos” o “incorrectos”. **Según la cantidad de estudiantes que hayan respondido un problema de forma “correcta” se define la “dificultad” del problema.** Dependiendo también de la cantidad de problemas que haya resuelto un estudiante, se reconoce un margen de valores de competencia “plausibles” en el mismo. **Después se establecen las escalas de dificultad y de competencia, de forma que la puntuación media dentro de los estados de la OCDE sea de 500 y el desvío sea de aproximadamente 100.***

En una segunda etapa se evalúa la distribución estadística de las competencias de los estudiantes en los países participantes o en poblaciones específicas”.

También indicaron que de todos los estímulos de la prueba PISA 2012, solo tres estaban “validados” y permitirían un estudio comparado con garantías. Se trataba de

los estímulos Basura, de nivel 4, Caminar, con niveles 4,5 y 6, y Carpintero, de nivel 6. Entre los tres contenían 5 preguntas. Considerando únicamente las respuestas a estos tres estímulos la calificación de los dos alumnos del muestreo hubiera sido, **también**, muy similar, o incluso superior para el alumno, debido, fundamentalmente, a la pregunta “Carpintero”. Es decir, PISA 2012, con los estímulos conocidos, no nos habría dado información completa, ni discriminación alguna, sobre el aprendizaje en el área de matemáticas que en ese momento tenían ambos alumnos.

A continuación se presentan las fichas técnicas de todos los estímulos PISA 2012:

El concierto de rock: Codificación estímulo PISA de Matemáticas-
Recurso didáctico de aritmética y álgebra

EL CONCIERTO DE ROCK: RESPUESTAS Y CRITERIOS DE CORRECCIÓN

Pregunta 1

1 0 9

¿Cuál de las siguientes constituye la mejor estimación del número total de asistentes al concierto?

- A 2.000
- B 5.000
- C 20.000
- D 50.000
- E 100.000

CRITERIOS DE CORRECCIÓN

Máxima puntuación:

Código 1: Respuesta C: 20.000.

Sin puntuación:

Código 0: Otras respuestas.

Código 9: Sin respuesta.

CARACTERÍSTICAS DE LA PREGUNTA

Intención: Explorar si el alumno sabe estimar cantidades.

Idea principal: Cantidad.

Competencia matemática: Nivel 2 (Conexiones e integración para resolver problemas).

Situación: Pública.

Tipo de respuesta: Elección múltiple.

Página | 20



Más información: <http://www.mecd.gob.es/inee>

Ilustración 4. Ficha técnica CONCIERTO DE ROCK

Caminar: Codificación estímulo PISA de Matemáticas-
 Recurso didáctico de aritmética y álgebra

CAMINAR: RESPUESTAS Y CRITERIOS DE CORRECCIÓN

Pregunta 1

109

Si se aplica la fórmula a la manera de caminar de Enrique y éste da 70 pasos por minuto, ¿cuál es la longitud del paso de Enrique? Muestra tus cálculos.

CRITERIOS DE CORRECCIÓN

Máxima puntuación:

Código 1: 0,5 m ó 50 cm, 1/2 (no es necesario especificar las unidades).
 $70/p = 140$; $70 = 140p$; $p = 0,5$
 $70/140$

Sin puntuación:

Código 0: Otras respuestas.
 70 cm.
 Código 9: Sin respuesta.

CARACTERÍSTICAS DE LA PREGUNTA

Idea principal: Cambio y relaciones

Competencia matemática: Nivel 1 (Reproducción, definiciones y cálculos)

Situación: Personal

Tipo de respuesta: Respuesta abierta

Dificultad: 611 (nivel 5)

Porcentaje de aciertos:

- OCDE: 38,3%
- España:..... 38,4%

Pregunta 2

00 21 22 23 24 31 99

Bernardo sabe que sus pasos son de 0,80 metros. El caminar de Bernardo se ajusta a la fórmula.

Ilustración 5. Ficha técnica CAMINAR

Calcula la velocidad a la que anda Bernardo en metros por minuto y en kilómetros por hora. Muestra tus cálculos.

CRITERIOS DE CORRECCIÓN

Máxima puntuación (3 puntos)

Código 31: Respuestas correctas (no es necesario especificar las unidades) para m/min y km/h: $n = 140 \times 0,80 = 112$.
Camina por minuto $112 \times 0,80 \text{ m} = 89,6 \text{ m}$.
Su velocidad es de 89,6 metros por minuto.
De modo que su velocidad es 5,38 o 5,4 km/h.
Se debe conceder código 31 si se dan las dos respuestas correctas (89,6 y 5,4), se muestren los cálculos o no. Téngase en cuenta que los errores debidos al redondeo son aceptables. Por ejemplo, 90 metros por minuto y 5,3 km/h (89 x 60) son aceptables.
89,6; 5,4.
90; 5,376 km/h.
89,8; 5376 m/hora [téngase en cuenta que si la segunda respuesta se da sin unidades, debe aplicarse el código 22].

Puntuación parcial (2 puntos):

Código 21: Responde como en el caso del código 31 pero falla al multiplicar por 0,80 para convertir de pasos por minuto a metros por minuto. Por ejemplo, su velocidad es 112 metros por minuto y 6,72 km/h.
12; 6,72 km/h

Código 22: La velocidad en metros por minuto es correcta (89,6 metros por minuto) pero la conversión a kilómetros por hora es incorrecta o falta.
89,6 m/min, 8960 km/h.
89,6; 5376
89,6; 53,76
89,6; 0,087 km/h
89,6; 1,49 km/h

Código 23: Método correcto (descrito explícitamente) con errores menores de cálculo que no están cubiertos por los códigos 21 y 22. Sin respuestas correctas.
 $n = 140 \times 0,8 = 1120$; $1120 \times 0,8 = 896$. Camina 896 m/min; 53,76 km/h.
 $n = 140 \times 0,8 = 116$; $116 \times 0,8 = 92,8$. 92,8 m/min 92,8 m/min → 5,57 km/h.

Código 24: Sólo se da 5,4 km/h, pero no 89,6 m/min (no se muestran los cálculos intermedios).
5,4
5,376 km/h
5376 m/h

Puntuación parcial (1 punto):

Código 11: $n = 140 \times 0,80 = 112$. No se muestra el trabajo posterior o es incorrecto a partir de este punto.
112.
 $n = 112$; 0,112 km/h
 $n = 112$; 1120 km/h
112 m/min, 504 km/h

Sin puntuación:

Código 00: Otras respuestas.
70 cm.
Código 99: Sin respuesta

CARACTERÍSTICAS DE LA PREGUNTA

Idea principal: Cambio y relaciones

Competencia matemática: Nivel 2 (Conexiones e integración para resolver problemas)

Situación: Personal

Tipo de respuesta: Respuesta abierta

Dificultad:

- Puntuación 3: 723 (nivel 6)
- Puntuación 2: 686 (nivel 5)
- Puntuación 1: 605 (nivel 4)

Porcentaje de aciertos:

Puntuación 3

- OCDE: 8,0%
- España: 7,5%

Puntuación 2

- OCDE: 9,0%
- España: 8,3%

Puntuación 1

- OCDE: 19,9%
- España: 23,7%

Subida al Monte Fuji: Codificación estímulo PISA de Matemáticas-
Recurso didáctico de aritmética y álgebra.

SUBIDA AL MONTE FUJI: RESPUESTAS Y CRITERIOS DE CORRECCIÓN

Pregunta 1

PM942Q01

La subida al Monte Fuji sólo está abierta al público desde el 1 de julio hasta el 27 de agosto de cada año. Alrededor de unas 200.000 personas suben al Monte Fuji durante este periodo de tiempo.

Como media, ¿alrededor de cuántas personas suben al Monte Fuji cada día?

- I 340
- J 710
- K 3.400
- L 7.100
- M 7.400

CRITERIOS DE CORRECCIÓN

Máxima puntuación

Código 1: C. 3.400

Sin puntuación

Código 0: Otras respuestas.

Código 9: Sin respuesta.

CARACTERÍSTICAS DE LA PREGUNTA

Descripción: Identificar una tasa media diaria dada una cifra global y un periodo concreto de tiempo (se facilitan las fechas)

Área de contenido matemático: Cantidad

Contexto: Social

Ilustración 6. Ficha técnica SUBIDA AL MONTE FUJI

Pregunta 2

PM942Q02 – 0 1 9

La ruta del Gotemba, que lleva a la cima del Monte Fuji, tiene unos 9 kilómetros (km) de longitud.

Los senderistas tienen que estar de vuelta de la caminata de 18 km a las 20:00 h.

Toshi calcula que puede ascender la montaña caminado a 1,5 kilómetros por hora, como media, y descendería al doble de velocidad. Estas velocidades tienen en cuenta las paradas para comer y descansar.

Según las velocidades estimadas por Toshi, ¿a qué hora puede, como muy tarde, iniciar su caminata de modo que pueda estar de vuelta a las 20:00 h?

CRITERIOS DE CORRECCIÓN***Máxima puntuación***

Código 1: 11:00 h [O modo equivalente de expresar la hora, por ejemplo, 11.00 horas]

Sin puntuación

Código 0: Otras respuestas.

Código 9: Sin respuesta.

CARACTERÍSTICAS DE LA PREGUNTA

Descripción: Calcular la duración de un recorrido dadas dos velocidades distintas y la distancia total a recorrer

Contenido matemático: Cambio y relaciones

Contexto: Social

Proceso: Formular

Pregunta 3

PM942Q03 – 0 1 2 9

Toshi llevó un podómetro para contar los pasos durante su recorrido por la ruta del Gotemba.

El podómetro mostró que dio 22.500 pasos en la ascensión.

Calcula la longitud media del paso de Toshi en su ascensión de 9 km por la ruta del Gotemba. Expresa tu respuesta en centímetros (cm).

Respuesta: cm

CRITERIOS DE CORRECCIÓN

Máxima puntuación

Código 2: 40

Puntuación parcial

Código 1: 0,4 [Respuesta expresada en metros.]

Sin puntuación

Código 0: Otras respuestas.

Código 9: Sin respuesta.

CARACTERÍSTICAS DE LA PREGUNTA

Descripción: Dividir una distancia expresada en km entre un determinado número y expresar el cociente en cm

Contenido matemático: Cantidad

Contexto: Social

Proceso: Emplear

PIZZAS: RESPUESTAS Y CRITERIOS DE CORRECCIÓN

Pregunta 1

1 0 9

¿Qué pizza tiene mejor precio? Muestra tu razonamiento.

.....

.....

.....

CRITERIOS DE CORRECCIÓN

Máxima puntuación:

Código 1: Respuestas que se basan en el razonamiento general de que el área de la superficie de la pizza aumenta más deprisa que el precio de la misma, concluyendo que la mayor es la mejor compra. Por ejemplo:

- El diámetro de las pizzas coincide con su precio, pero la cantidad de pizza obtenida es proporcional al cuadrado del diámetro, por tanto la mayor proporciona más cantidad de pizza por euro.

o,

Respuestas que calculan el área y la cantidad por euro para cada pizza, concluyendo que la pizza mayor es la mejor compra. Por ejemplo:

- El área de la pizza pequeña es $0,25 \times \pi \times 30 \times 30 = 225\pi$; la cantidad por euro es $23,6 \text{ cm}^2$. El área de la pizza grande es $0,25 \times \pi \times 40 \times 40 = 400\pi$ la cantidad por euro es $31,4 \text{ cm}^2$. Por tanto la pizza mayor tiene mejor precio.

Sin puntuación:

Código 0: Otras respuestas incorrectas. Por ejemplo:

- Ambas son igualmente caras

o,

Respuestas que son correctas pero con un razonamiento incorrecto o insuficiente. Por ejemplo:

- La mayor.

o,

- Otras respuestas incorrectas.

Código 0: Sin respuesta.

CARACTERÍSTICAS DE LA PREGUNTA

Intención: Explora la capacidad para relacionar el tamaño de una figura con su forma.

Idea principal: Cambio y relaciones, y/o Espacio y forma

Competencia matemática: Tipo 2: Conexiones e integración para resolver problemas.

Contexto: Personal.

Tipo de respuesta: Abierta.

Carpintero: Codificación estímulo PISA de Matemáticas-
 Recurso didáctico de funciones y gráficas.

CARPINTERO: RESPUESTAS Y CRITERIOS DE CORRECCIÓN

Pregunta 1

109

con una circunferencia Sí o No para indicar si, para cada diseño, se puede o no construir el parterre con los 32 metros de madera.

Diseño del parterre	¿Se puede construir el parterre con 32 metros de madera utilizando el diseño?
Diseño A	Sí / No
Diseño B	Sí / No
Diseño C	Sí / No
Diseño D	Sí / No

CRITERIOS DE CORRECCIÓN

Máxima puntuación:

Código 1: Exactamente cuatro correctas.

Diseño A	Sí
Diseño B	No
Diseño C	Sí
Diseño D	Sí

Sin puntuación:

Código 0: Tres o menos correctas.

Código 9: Sin respuesta.

CARACTERÍSTICAS DE LA PREGUNTA

Idea principal: Espacio y forma

Competencia matemática: Conexiones

Contexto: Educativo

Tipo de respuesta: Elección múltiple compleja

Dificultad: 687 (nivel 6)

Porcentaje de aciertos:

- OCDE: 20,0%
- España: 12,9%

BASURA: RESPUESTAS Y CRITERIOS DE CORRECCIÓN

Pregunta 1

109

Un estudiante piensa en cómo representar los resultados mediante un diagrama de barras.

Da una razón de por qué no resulta adecuado un diagrama de barras para representar estos datos.

CRITERIOS DE CORRECCIÓN

Máxima puntuación:

Código 1: Razones basadas en la gran variación de los datos.

- La diferencia en la longitud de las barras en el diagrama de barras sería demasiado grande.
- Si haces una barra de 10 centímetros de longitud para el plástico, la de las cajas de cartón sería de 0,05 centímetros.

O BIEN

La razón se centra en la variabilidad de los datos de algunas categorías.

- La longitud de la barra para los vasos de plástico es indeterminada.
- No puedes hacer una barra para 1-3 años o una barra para 20-25 años.

Sin puntuación:

Código 0: Otras respuestas.

- Porque no valdrá.
- Es mejor un pictograma.
- No puedes verificar la información.
- Porque los números de la tabla son sólo aproximaciones.

Código 9: Sin respuesta.

Ilustración 9. Ficha técnica BASURA

CARACTERÍSTICAS DE LA PREGUNTA

Idea principal: Incertidumbre

Competencia matemática: Reflexión

Contexto: Científico

Tipo de respuesta: Respuesta abierta

Dificultad: 551 (nivel 4)

Porcentaje de aciertos:

- OCDE: 51,6%
- España: 54,7%

Lista de éxitos: Codificación estímulo PISA de Matemáticas-
Recurso didáctico de probabilidad

LISTA DE ÉXITOS: RESPUESTAS Y CRITERIOS DE CORRECCIÓN

Pregunta 1

PM918Q01

¿Cuántos CD vendió el grupo *Los Metalgaites* en abril?

- AA 250
- BB 500
- CC 1.000
- DD 1.270

CRITERIOS DE CORRECCIÓN

Máxima puntuación

Código 1: B. 500

Sin puntuación

Código 0: Otras respuestas.

Código 9: Sin respuesta.

CARACTERÍSTICAS DE LA PREGUNTA

Descripción: Leer un gráfico de barras

Área de contenido matemático: Probabilidad y estadística

Contexto: Social

Proceso: Interpretar

Ilustración 10. Ficha técnica LISTA DE ÉXITOS

Pregunta 2

PM918Q02

¿En qué mes vendió por primera vez el grupo *Amor de Nadie* más CD que el grupo *Caballos Desbocados*?

- A En ningún mes
- B En marzo
- C En abril
- D En mayo

CRITERIOS DE CORRECCIÓN

Máxima puntuación

Código 1: C. Abril

Sin puntuación

Código 0: Otras respuestas.

Código 9: Sin respuesta.

CARACTERÍSTICAS DE LA PREGUNTA

Descripción: Leer un gráfico de barras y comparar la altura de dos barras

Área de contenido matemático: Probabilidad y estadística

Contexto: Social

Proceso: Interpretar

Pregunta 5

PM918Q05

El mánager de *Caballos Desbocados* está preocupado porque el número de CD que han vendido disminuyó de febrero a junio.

¿Cuál es el volumen de ventas estimado para julio si continúa la misma tendencia negativa?

- A 70 CD
- B 370 CD
- C 670 CD
- D 1.340 CD

CRITERIOS DE CORRECCIÓN

Máxima puntuación

Código 1: B. 370 CD

Sin puntuación

Código 0: Otras respuestas.

Código 9: Sin respuesta.

CARACTERÍSTICAS DE LA PREGUNTA

Descripción: Interpretar un gráfico de barras y calcular el número de CD que se venderán en el futuro si continúa la tendencia lineal

Área de contenido matemático: Probabilidad y estadística

Contexto: Social

Proceso: Interpretar

Estímulos presentados y su relación con temas del currículo de la ESO

En las tablas siguientes se muestran los estímulos agrupados por materias, y, para cada uno de ellos, los temas del currículo con los que está relacionado y los cursos de la ESO en que se puede utilizar. Como se puede observar cada estímulo puede estar relacionada con varios temas del currículo.

Estímulos de Aritmética y Álgebra	Curso				Temas relacionados
	1º	2º	3º	4º	
Chatear	Medida del tiempo
Concierto de rock	Estimación de cantidades
Cubos	Números naturales
El tipo de cambio	Números decimales
Estanterías	Números enteros
Tarifas postales	Gráficas de funciones
Tiempo de reacción	Números decimales
Zapatos para niños	Números decimales
Caminar	Cinemática y unidades de medida
Líquenes	Ecuaciones y Funciones
Concentración de un fármaco	Proporcionalidad y Funciones
Los niveles de CO ₂	Proporcionalidad
Monedas	Proporcionalidad y Progresiones
Pago por superficie	Proporcionalidad
Esquema de escalera	Progresiones
Manzanos	Progresiones
Cómo hacer un cuaderno	Sistemas de numeración
Bicicletas	Progresiones
Frecuencia de qoteo	Ecuaciones y Funciones
Reproductores MP3	Estimación de cantidades
El poder del viento	Ecuaciones
Pingüinos	Proporcionalidad
Salsas	Proporcionalidad
Elena, la ciclista	Estimación de cantidades
Apartamento turístico	Estimación de cantidades
Alquiler DVD	Ecuaciones
Vender periódicos	Ecuaciones y funciones
Subida al Monte Fuji	Números naturales

Estímulos de Geometría	Curso				Temas relacionados
	1º	2º	3º	4º	
Construyendo bloques			•	•	Volúmenes de cuerpos
Dados		•	•	•	Geometría del espacio
El edificio retorcido			•	•	Geometría del espacio
Escalera	•	•	•	•	Números racionales
Las figuras			•	•	Estimación de áreas y perímetros
Granjas			•	•	Geometría del espacio
Patio			•	•	Áreas de rectángulos
Pizzas		•	•	•	Proporcionalidad y Áreas
Superficie de un continente		•	•	•	semejanza y estimación de áreas
Triángulos	•	•	•	•	Elementos de un triángulo
Vuelo espacial			•	•	Geometría del plano y Redondeo de números reales
Mirando la torre			•	•	Geometría del espacio
Compra de un apartamento	•	•			Geometría plana. Áreas
Heladería		•	•	•	Geometría plana. Áreas polígonos
Vertido de petróleo			•	•	Estimación de áreas y perímetros
Barcos de vela		•	•	•	Teorema de Pitágoras. Porcentajes
La noria			•	•	Geometría del plano. Proporcionalidad
Una construcción con dados		•	•	•	Geometría del espacio
Garaje		•	•	•	Geometría del espacio
Puerta giratoria					Circunferencia y círculo. Números naturales

Estímulos de Funciones y gráficas	Curso				Temas relacionados
	1º	2º	3º	4º	
Carpintero			•	•	Geometría del plano
Crecer			•	•	Funciones y gráficas
El columpio				•	Funciones y gráficas
El depósito de agua				•	Gráficas de funciones y Volúmenes
El faro				•	Funciones periódicas
El mejor coche				•	Funciones de varias variables
El sueño de las focas				•	Funciones periódicas
Frenado				•	Funciones y Gráficas
Latidos del corazón			•	•	Funciones
Pasillos móviles				•	Funciones y Gráficas. Movimiento relativo.
Robos			•	•	Funciones y Gráficas
Velocidad de un coche de carreras				•	Funciones y Gráficas
Paseo en coche			•	•	Funciones y Gráficas

Estímulos de Estadística Descriptiva	Curso				Temas relacionados
	1º	2º	3º	4º	
Basura				•	Estadística descriptiva
Estatura de los alumnos				•	Estadística descriptiva
Examen de Ciencias				•	Estadística descriptiva
Exportaciones				•	Estadística descriptiva
Puntuaciones en un examen			•	•	Estadística descriptiva
Estatura			•	•	Estadística descriptiva

Unidades de Combinatoria y Probabilidad	Curso				Temas relacionados
	1º	2º	3º	4º	
Campeonato de ping pong				•	Combinatoria
Caramelos de colores			•	•	Probabilidad
Feria			•	•	Probabilidad condicionada
Monopatín				•	Combinatoria y Funciones
Respaldo al presidente			•	•	Probabilidad (Teoría de muestras)
Selección				•	Combinatoria
Terremoto				•	Probabilidad desde un punto de vista frecuencial
Memoria USB			•	•	Probabilidad y estadística
Reproductores defectuosos			•	•	Probabilidad y estadística
Lista de éxitos			•	•	Probabilidad y estadística
Televisión por cable			•	•	Probabilidad y estadística
¿Qué coche?			•	•	Probabilidad y estadística. Números decimales

Es también relevante señalar a la vista de los temas relacionados que no hay preguntas relacionadas con estos tres temas de cuarto curso de la ESO:

- Trigonometría: Las funciones circulares y resolución de triángulos rectángulos.
- Geometría analítica: Vectores en el plano, ecuación de la recta, incidencia y paralelismo de rectas, inclinación y pendiente de una recta.
- El número e, la función e^x y la función logarítmica.

Evaluación de las Matemáticas y los criterios de corrección en PISA

El Programa para la Evaluación Internacional de los Alumnos (PISA) se centra en el examen de las competencias adquiridas por los estudiantes, es decir, en la capacidad para aplicar los conocimientos y las destrezas en situaciones de la vida adulta cotidiana en áreas de conocimiento importantes, y en la capacidad para analizar, razonar y transmitir ideas de modo eficaz, así como para plantear, interpretar y resolver problemas en contextos y situaciones diversos. En este contexto la implicación con las Matemáticas requiere la capacidad de reconocer y formular problemas matemáticos en diversas situaciones y está relacionada con una utilización funcional y más amplia de las Matemáticas.

En el cuadro siguiente se recogen la definición y los rasgos fundamentales del área de evaluación de Matemáticas en PISA

Evaluación del área de Matemáticas en PISA	
Definición	La competencia matemática es la capacidad para identificar y comprender el papel que las Matemáticas desempeñan en el mundo, realizar razonamientos bien fundados y utilizar e implicarse en las Matemáticas de manera que se satisfagan las necesidades de la vida del Individuo como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo.
Contenido	Grupos de áreas y conceptos matemáticos relevantes: <ul style="list-style-type: none"> • Cantidad • Espacio y forma • Cambios y relaciones • Incertidumbre
Procesos	Tres grupos de competencias: <ul style="list-style-type: none"> • Reproducción (operaciones matemáticas simples); • Conexión (combinación de ideas para resolver problemas con una solución directa) • Reflexión (uso de un pensamiento matemático amplio)
Situaciones	Las situaciones varían en función de su distancia con la vida de los Individuos: <ul style="list-style-type: none"> • Personales; • Educativas y laborales; • Locales y de la comunidad • Científicas.

Ilustración 12. PISA. Criterios técnicos

Para corregir la prueba y poder comparar con los resultados obtenidos en la OCDE, hay que aplicar los criterios de corrección fijados para las preguntas que figuran en cada estímulo. Las preguntas presentan una amplia gama de dificultad para ajustarse a la amplia gama de habilidad de los estudiantes y consisten en información o material de estímulo, una presentación, la pregunta propiamente dicha y la solución que se precisa.

El proyecto PISA evalúa la competencia matemática mediante una combinación de preguntas de respuesta abierta, de respuesta cerrada y de elección múltiple.

- La característica clave de las preguntas de respuesta construida abierta es que permiten que los alumnos demuestren su competencia al proporcionar soluciones que pueden estar situadas en diferentes niveles de complejidad matemática. Con frecuencia tales preguntas no requieren únicamente que el alumno elabore una respuesta, sino que muestre también los pasos seguidos o explique cómo llegó a tal respuesta. Alrededor de un tercio de las preguntas de matemáticas del proyecto PISA son preguntas de respuesta construida abierta
- En las preguntas cerradas o de respuesta corta, el criterio de calificación consiste simplemente en la respuesta correcta. Una respuesta errónea obtiene 0 puntos. La puntuación máxima de es 1 punto
- La puntuación es relativamente sencilla en las preguntas de elección múltiple, puntuadas de modo dicotómico: el alumno elige la respuesta correcta o no. Se asigna el código 1 para la respuesta correcta, el 0 para la respuesta incorrecta, y el 9 para la ausencia de respuesta. El tipo de pregunta de elección múltiple es generalmente el más adecuado para evaluar las preguntas asociadas a los grupos de competencia de reproducción y conexión. Para resolver este problema, los estudiantes deben traducir el problema a términos matemáticos, crear un modelo para representar la naturaleza periódica del contexto descrito y prolongar la secuencia para encontrar el resultado correspondiente a una de las opciones planteadas.
- En preguntas algo más complejas, se puntúan parcialmente las respuestas casi correctas. En este tipo de preguntas, a la respuesta totalmente correcta se le asigna el código 2 o el 3. Si la respuesta es parcialmente correcta, se califica con un número entero positivo inferior al correspondiente a la puntuación máxima. También en este caso, se asigna el 0 a la respuesta incorrecta y el 9 a la ausencia de respuesta. En algunas unidades se ha usado un segundo dígito para efectuar una corrección más matizada de las preguntas.

Dentro de las respuestas y criterios de corrección de cada estímulo y en las características de la pregunta se incluye la dificultad expresado por un número de tres dígitos y un nivel. En PISA la dificultad es la puntuación resultante de un modelo de respuesta al ítem expresado en una escala de media 500 y desviación típica 100. El valor 500 corresponde a la media de los países de la OCDE. El rango de puntuaciones se divide en seis niveles de creciente dificultad en Matemáticas. Algunas preguntas son tan sencillas que ni siquiera llegan al nivel 1. En el cuadro siguiente se describe los que los alumnos son capaces de hacer en cada uno de los niveles

Si resumimos la información más relevante del apartado anterior tendremos la siguiente

Tabla de calificaciones:

Tabla 3. Puntuación estímulos 2012

Estímulo	Puntuación mínima				Puntuación Máxima posible Acumulada	Nivel de dificultad conocido	Tipo de conocimiento/Nivel de dificultad	Aciertos: OCDE /España
Concierto de Rock	0	1			1	No	2/-	-/-
Caminar. P.1	0	1			2	Sí	1/Nivel5(611 ptos.)	36,3%/38,4%
Caminar.P.2	0	1	2	3	5	Sí	2/(Nivel4, Nivel5, Nivel6)	nivel4: 19.9%/23% nivel5: 9%/8,3% nivel6: 8%/7,5%
Subida Monte Fuji. P. 1	0	1			6	No	-	-
Subida Monte Fuji. P. 2	0	1			7	No	-	-
Subida Monte Fuji. P. 3	0	1	2		9	No	-	-
Pizza	0	1			10	No	2/-	-
Carpintero	0	1			11	Sí	-/Nivel6	20% / 12,9%
Basura	0	1			12	Sí	-/ Nivel4	51,6%/ 54,7%
Lista de éxitos. P. 1	0	1			13	No	-	-
Lista de éxitos. P. 2	0	1			14	No	-	-
Lista de éxitos. P. 3	0	1			15	No	-	-

De los 15 puntos totales solo es posible “analizar y comparar” 6 puntos.

Vemos como la pregunta, que según los datos de los que disponemos, ha marcado la diferencia para entender la puntuación de España en la prueba de matemáticas de PISA 2012 ha sido la pregunta “Carpintero” que ya desde el principio se consideró como una pregunta complicada, paradójicamente porque se basa en conocimientos geométricos más básicos, pero menos trabajados, que los que se estudian en el currículo español o en el de las Escuelas Europeas. Tiene un nivel 6 de dificultad asignado y el porcentaje de aciertos en España ha sido de 12,9%, mientras que la media de la OCDE ha sido del 20%, más de 7 puntos porcentuales por encima. Puede observarse cómo en otra pregunta con el mismo nivel, el último apartado de “Caminar”, la diferencia entre los porcentajes de aciertos ha sido sólo de medio punto porcentual a favor de la media de la OCDE. Si nos fijamos en las preguntas de nivel 5, (también en el estímulo “Caminar” pregunta n. 1 y segundo apartado de la pregunta n. 2), en una de ellas la media de aciertos de la OCDE está 0,7 puntos porcentuales por encima, pero en la otra, en la pregunta n. 1, el porcentaje de aciertos de los alumnos españoles, casi supera en dos puntos la media de la OCDE.

Por lo tanto con los datos publicados y conocidos parece que el tratamiento de la geometría en el currículo español podría estar en la base de las diferencias de puntuación en la prueba de matemáticas del 2012.

Si quiere hacerse un muestreo más amplio y comparar los resultados con los del resto de los alumnos de la OCDE solo podrían utilizarse, por lo tanto, los tres estímulos siguientes y el tiempo de realización, para ser proporcional al de la prueba inicial, debería ser de unos 35 minutos:



BASURA

Para hacer un trabajo en casa sobre el medio ambiente, unos estudiantes han recogido información sobre el tiempo de descomposición de varios tipos de basura que la gente desecha:

Tipos de basura	Tiempos de descomposición
<i>Piel de plátano</i>	1-3 años
<i>Piel de naranja</i>	1-3 años
<i>Cajas de cartón</i>	0,5 años
<i>Chicles</i>	20-25 años
<i>Periódicos</i>	Unos pocos días
<i>Vasos de plástico</i>	Más de 100 años

Pregunta 1

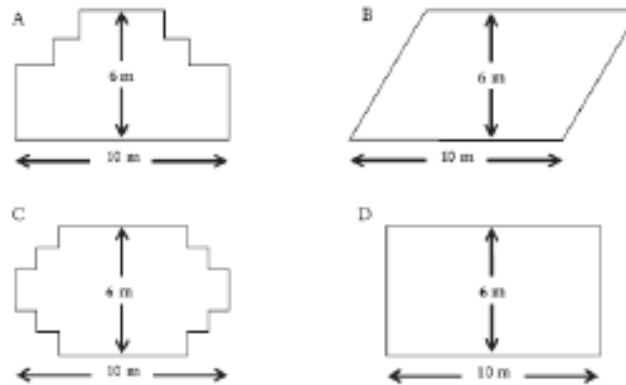
1 0 9

Un estudiante piensa en cómo representar los resultados mediante un diagrama de barras.

Da una razón de por qué no resulta adecuado un diagrama de barras para representar estos datos.

CARPINTERO

Un carpintero tiene 32 metros de madera y quiere construir una pequeña valla alrededor de un parterre en el jardín. Está considerando los siguientes diseños para el parterre.



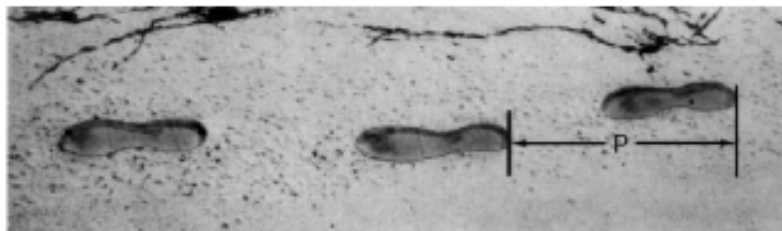
Pregunta 1

0 1 9

Rodea con una circunferencia Sí o No para indicar si, para cada diseño, se puede o no construir el parterre con los 32 metros de madera.

Diseño del parterre	¿Se puede construir el parterre con 32 metros de madera utilizando el diseño?
Diseño A	Sí / No
Diseño B	Sí / No
Diseño C	Sí / No
Diseño D	Sí / No

CAMINAR



La foto muestra las huellas de un hombre caminando. La longitud del paso P es la distancia entre los extremos posteriores de dos huellas consecutivas.

Para los hombres, la fórmula $\frac{n}{P} = 140$ da una relación aproximada entre n y P donde:

n = número de pasos por minuto, y

P = longitud del paso en metros.

Pregunta 1

2 1 0 9

Si se aplica la fórmula a la manera de caminar de Enrique y éste da 70 pasos por minuto, ¿cuál es la longitud del paso de Enrique? Muestra tus cálculos.

Pregunta 2

00 21 22 23 24 31 99

Bernardo sabe que sus pasos son de 0,80 metros. El caminar de Bernardo se ajusta a la fórmula.

Calcula la velocidad a la que anda Bernardo en metros por minuto y en kilómetros por hora. Muestra tus cálculos.

2.5.-Las críticas a PISA

Si se comparan los sustentos ideológicos de los expertos de PISA con los de sus críticos –particularmente en el caso de los alemanes, como se verá en el capítulo correspondiente- pronto se advierten criterios antagónicos en diferentes niveles, pero sobre todo, en lo relativo a los fines y objetivos de la educación. Se ha planteado que PISA utiliza conceptos y variables contradictorios, y que a pesar de ello evalúa el rendimiento de los estudiantes, las competencias básicas de las próximas generaciones, el alfabetismo y las destrezas en disciplinas básicas, y a la vez el sistema educativo en su conjunto. Esta pretensión ha despertado críticas desde diversas corrientes, como por ejemplo el idealismo alemán y la teoría crítica, dos corrientes ideológicas que no suelen estar de acuerdo entre sí (Klieme et al., 2003).

En efecto, según Tröhler (2013) es bastante sencillo atacar el uso que hace PISA de conceptos influidos por una teoría de la educación, más bien endeble, que se desarrolló en el contexto de la teoría del capital humano y la guerra fría, basada en la hegemonía cultural estadounidense a nivel global. La tesis de que PISA adopta un enfoque más empírico que teórico no está tan clara. De hecho PISA no es tan empírico como pretende: cuando refiere a “la capacidad de los jóvenes de usar sus conocimientos y destrezas para enfrentarse a los retos de la vida real”, es evidente que el objetivo no va dirigido a lo que los estudiantes aprenden en la escuela en base a los currículos y los libros de textos.

Cabe consignar que desde la perspectiva de PISA, estos “retos de la vida real” no tienen una relación absoluta con la vida escolar de los estudiantes, y dichos retos no sólo se encuentran fuera de la escuela, sino que se sitúan en la vida posterior a la educación obligatoria. En otros términos, PISA no pregunta cómo domina el alumno su propia vida, sino que especula sobre el dominio de una vida futura, de la cual no se ofrecen mayores precisiones. La traducción alemana dice de manera aún más explícita que PISA quiere verificar la capacidad de los diferentes sistemas educativos de

preparar a los estudiantes para la vida de adulto (Deutsches PISA-Konsortium, 2001, p. 17), como si los estudiantes no vivieran un presente, un aquí y ahora.

Otro cuestionamiento que se hace al PISA se halla en la justificación que hace de la propia evaluación, a raíz de los rápidos cambios que experimenta el mundo, atribuyéndose el conocimiento de las competencias o habilidades que se requerirán dentro de 10, 20 o más años, cuando cabe preguntarse cómo conocen con tal certeza las habilidades que se requerirán, si parte de la premisa de que atravesamos un mundo que va cambiando a toda velocidad.

Ampliando el planteamiento crítico del PISA, es posible postular que se basa en la teoría del capital humano, y que en la primera conferencia de la OCDE celebrada en Washington, D.C. en 1960, y donde el tema de debate era “Crecimiento Económico e Inversión en Educación”, ninguno de los participantes más importantes era pedagogo. Con este origen se entiende que en las pruebas PISA se excluyan las situaciones de la vida real de los estudiantes y, con ellas, el propio currículo. Lo que los estudiantes aprenden en las diversas partes del mundo es culturalmente contingente y dispar, aunque el resultado final debería ser el mismo; PISA asume que vivimos en el mundo culturalmente armonizado de la interacción. Y nuevamente, se puede apelar a sus fundamentos: *“PISA ofrece un nuevo enfoque en la consideración de los resultados de la escuela, utilizando como banco de pruebas las experiencias de los estudiantes de todo el mundo, y no las del contexto cultural específico de un determinado país”* (OCDE, 2004, p. 27). Pero no es posible distinguir entre las llamadas experiencias del alumnado de todo el mundo en oposición a experiencias del “contexto cultural específico de cada país”, porque las experiencias, tal como plantea Tröhler (2013) siempre se enmarcan en un determinado contexto cultural.

CAPÍTULO 3. LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN LOS SISTEMAS EDUCATIVOS DE REINO UNIDO, FRANCIA, ALEMANIA Y ESPAÑA.

En este capítulo se describirá cómo abordan la enseñanza de las Matemáticas estos cuatro países desde un punto de vista comparado, con referencias a la educación Secundaria en general, pero incidiendo en la organización de las Matemáticas, en los encuadres teórico-metodológicos y en las estrategias de enseñanza, políticas y prácticas pedagógicas y en los mecanismos y criterios de evaluación, procurando distinguir las similitudes y diferencias entre sí y respecto de los enfoques implementados en el marco teórico-metodológico del examen PISA, y principalmente, en el análisis de la evolución de los resultados en las pruebas de Matemáticas de la OCDE, PISA, en el período 2003-2012.

Cada uno de estos países presenta muchas particularidades locales, en especial Reino Unido, Alemania y España que cuentan con Administraciones regionales con amplias competencias en materia educativa, por lo que, en general, se hará referencia a la norma básica común a cada país y también a las indicaciones que en relación a las enseñanza secundaria y a las Matemáticas en particular, emanen de la UE. Cuando haya que hacer referencia al trabajo de las Administraciones Educativas, se tomarán como ejemplo las Administraciones de las capitales de los Estados, es decir, las Administraciones de Londres, París, Berlín y Madrid.

La competencia matemática ha sido considerada por la UE como una de las competencias clave para el desarrollo personal, la ciudadanía activa, la inclusión social y la empleabilidad en la sociedad del conocimiento del siglo XXI. La inquietud

suscitada por los estudios internacionales respecto al mejorable rendimiento escolar llevó a establecer en 2009 el siguiente objetivo común para toda la UE: *“para 2020, el porcentaje de jóvenes de 15 años con un nivel de competencia insuficiente en lectura, matemáticas y ciencias debería ser inferior al 15%”*. Para lograr dicho objetivo es necesario identificar tanto los obstáculos y las áreas problemáticas como los métodos de enseñanza más eficaces (EURYDICE, 2011). La finalidad de este capítulo es desarrollar un análisis comparado de los distintos enfoques en la enseñanza de las matemáticas en Reino Unido, Francia, Alemania y España, a fin de contribuir a una mejor comprensión de los factores que inciden en los resultados del PISA, así como a la implementación de políticas públicas tendientes a mejorar la calidad educativa en el área de Matemáticas.

Los resultados de diversos estudios indican que la enseñanza de las matemáticas requiere del uso de diversos enfoques pedagógicos. Asimismo existe un acuerdo generalizado sobre el hecho de que ciertos métodos como, por ejemplo, el aprendizaje basado en la resolución de problemas, la investigación y la contextualización, resultan especialmente eficaces a la hora de mejorar el rendimiento de los alumnos y su actitud hacia las matemáticas. Si bien en Europa la mayoría de las administraciones educativas centrales proporcionan algún tipo de orientación sobre metodologías en la enseñanza de las matemáticas, es posible fortalecer aún más el apoyo a otros métodos que propician en los alumnos el aprendizaje activo y el pensamiento crítico.

3.1. Educación secundaria en Reino Unido

Al aludir a la política educativa británica, implícitamente se está haciendo referencia a la existente en Inglaterra y Gales. Es esta la política que tradicionalmente ha liderado y marcado a las demás. La política educativa escocesa se ha caracterizado por ser más progresista que las conservadoras inglesa y galesa. El sistema educativo inglés que actualmente se conoce, comenzó en el año 1988 cuando se introdujo la nueva ley de educación, *Education Reform Act 1988*, que constituye la base del actual sistema educativo y que ha sufrido algunas modificaciones en los últimos veinte años.

En concreto produjo dos cambios fundamentales en el sistema educativo:

- Disminución drástica del poder de las autoridades locales (*LEAs*) y potenciación del poder en los niveles central e institucional.
- Establecimiento del poder y competencias curriculares en el nivel central (frente a la tradicional autonomía curricular de las escuelas y los docentes)

Con esta ley, y sus posteriores reformas, se introdujeron cambios muy importantes en el sistema educativo inglés, entre los que cabe destacar la aparición del *Nacional Curriculum*, nuevos métodos para evaluar la progresión del alumnado (*Key Stages*, Etapas Clave), nuevas medidas dirigidas a aumentar la calidad de las escuelas basadas en aumentar la competitividad entre las mismas, nuevos sistemas de financiación que proporcionan más poder e independencia a las escuelas, y programas de cooperación y ayuda (*SEP*, 2005).

El periodo de escolaridad obligatoria se divide en cuatro etapas clave: etapa clave 1 (de los 5 a los 7 años), etapa clave 2 (de los 7 a los 11 años), etapa clave 3 (de los 11 a los 14 años) y etapa clave 4 (de los 14 a los 16 años). Los estudiantes ingresan a la educación secundaria a los 11 años y es obligatoria durante cinco años. En el año 10 de su escolarización, se empiezan a preparar para la presentación de una serie de exámenes -Certificados Generales de Educación Secundaria (*GCSE*)-. Los estudiantes normalmente son evaluados en nueve o diez materias. Después ingresan a las escuelas equivalentes a los liceos franceses, de los 16 a 18 años, donde también

pueden seguir diversas orientaciones y optar por diferentes titulaciones, siempre que superen los exámenes correspondientes.

En Inglaterra y Gales la educación no obligatoria se imparte en institutos y centros de educación secundaria. Los institutos imparten la educación no obligatoria a tiempo completo; los centros de educación secundaria ofrecen cursos a tiempo completo o parcial, así como cursos intensivos de uno o varios días para los estudiantes que trabajan.

El sistema educativo británico, posee un currículum nacional que establece el marco común de enseñanzas mínimas, pero además, en 1997, buscando subir los niveles presentados por el alumnado en las materias fundamentales de lengua y matemáticas, se crearon unas exigencias específicas para ambas disciplinas: la *National Literacy Strategy* y la *National Numeracy Strategy*, respectivamente, con objeto de elevar el nivel nacional (González Oliveros, 2003).

Las asignaturas se dividen en *Core Subjects* (equivalentes a lo que entenderíamos por asignaturas fundamentales o troncales para todos los ciclos) y *Foundation Subjects* (se trata de asignaturas que no se encuentran en todos los ciclos). Además, encontramos la asignatura *P.S.H.E* (Educación personal, social y para la salud), que se considera transversal, y Educación Religiosa, que trata del estudio de otras religiones y tiene carácter optativo. Las *Core Subjects* son Inglés, Matemáticas y Ciencias; las *Foundation Subjects* son Diseño y Tecnología, Tecnología de la Comunicación y la Información (que se considera cada vez más como *Core Subject*), Historia, Geografía, Lengua extranjera, Arte y Diseño, Música, Educación Física y Educación cívica (introducida en 2002).

Los alumnos que se encuentran en el nivel no obligatorio pueden optar por cursos profesionales o académicos o por una combinación de ambos y suelen elegir

entre dos y cuatro asignaturas. La educación no obligatoria no se rige por el Plan Nacional de Estudios. Los jóvenes que quieren continuar sus estudios en la universidad o en otras instituciones de educación superior generalmente estudian las asignaturas exigidas para los *GCE Advanced or A Level* o para los *GNVQs (General National Vocational Qualifications)*.

Los certificados *GNVQs* en el nivel 2 (*Key Stage 4/5*) han permanecido igual, pero '*Advanced GNVQs*' se ha convertido en *Advanced Vocational Levels (AVCE)* desde el año 2000, mezclando materias vocacionales con estudios más académicos.

Los exámenes del *GCE A Level*, *GNVQ* y *AVCE* se pasan generalmente a la edad de 18 años, después de un periodo de estudios de dos años. En los exámenes de *A Level* y *AVCE*, los candidatos reciben una nota de aprobado (expresadas con letras de A a E), un suspenso alto (F) o no reciben nota (U) en cada asignatura en la que se examinan. En principio, los alumnos pueden elegir las asignaturas de las que quieren examinarse en los exámenes *A Level*, *GNVQ* y *AVCE*.

En Escocia la educación secundaria inferior se imparte en escuelas generales, que ofrecen todo tipo de materias a los alumnos con todo tipo de capacidad y aptitud durante un periodo obligatorio de 4 años (hasta la edad de 16). La educación secundaria inferior se divide en dos etapas: los primeros dos años (S1 y S2) ofrecen una formación general y el tercer y cuarto año (S3 y S4) contienen elementos de especialización y de formación profesional para todos los alumnos. La educación secundaria superior se imparte en los últimos dos años de la escuela secundaria (S5 y S6). En S5 y S6 se pueden seguir varios cursos y los alumnos pueden combinar los grados superiores del Diploma Escocés de Educación (*Scottish Certificate of Education, SCE*) y, en S6, el Diploma de Estudios de Sexto Año (*CSYS*) con cursos cortos de *SCE* y/o módulos del Diploma Nacional *SCOTVEC*. Es normal que los alumnos cursen hasta 5 asignaturas del grado superior del *SCE* en un año y por lo tanto pueden mantener un amplio equilibrio de materias. Para el ingreso en la universidad se exige normalmente el grado superior. En las escuelas de educación secundaria se imparten también muchos de los cursos que siguen los alumnos en S5 y S6.

El diploma escocés de educación de grado superior (*SCE*) se realiza en un año y el examen se hace al final de S5, a la edad de 16 o 17 años. En S6, los alumnos pueden volver a examinarse del grado superior para mejorar nota, incluir nuevas asignaturas en dicho grado o continuar estudiando asignaturas en las que ya hubieran conseguido un grado superior para obtener el Diploma de Estudios de Sexto Año (*CSYS*). El Departamento de Exámenes de Escocia (*Scottish Examination Board, SEB*) expide los títulos, tanto el *SCE* como el *SSYS*.

En Irlanda del Norte la enseñanza secundaria se imparte en dos tipos de escuelas: las escuelas secundarias selectivas (*grammar schools*) y las escuelas secundarias (*secondary schools*). Las escuelas selectivas imparten una variedad de enseñanzas a los alumnos comprendidos entre los 11 y 18 años y las escuelas secundarias imparten el mismo tipo de enseñanza pero a los alumnos comprendidos entre los 11 y los 16 años; algunas escuelas secundarias ofrecen también enseñanza a los alumnos de más de 16 años.

3.1.1. Área de Matemática en Secundaria.

En principio, es preciso consignar que se registran diferencias significativas en el modo en que se estructura y organiza el currículum en cada uno de los países que componen el Reino Unido (Inglaterra, Escocia, Gales, Irlanda del Norte), registrándose también diferencias, como se verá más adelante, en los enfoques metodológicos, pedagógicos y las pautas de evaluación.

En el currículum oficial (*Department of Education, 2014*) de Matemáticas se propone como propósito de estudio asumirla como una disciplina creativa y vastamente interconectada, que se ha desarrollado durante siglos, permitiendo soluciones a los problemas más interesantes de la historia. Es esencial para la vida cotidiana, fundamental para la ciencia, la tecnología y la ingeniería, y necesaria para el análisis financiero y la mayoría de los empleos. Una educación matemática de alta

calidad provee en consecuencia la base para la comprensión del mundo, la capacidad de razonar matemáticamente, la apreciación de la belleza y el poder de las matemáticas, y un sentido de curiosidad y diversión por la asignatura.

El currículum de Matemáticas busca asegurarse de que los alumnos:

- adquieran fluidez en los fundamentos de las matemáticas, a través de una práctica variada y frecuente con problemas cada vez más complejos a lo largo del tiempo, de modo que los alumnos desarrollen la comprensión conceptual y la capacidad de recordar y aplicar conocimiento matemático rápidamente y con precisión.
- razonen matemáticamente siguiendo una línea de investigación, conjeturando relaciones y generalizaciones, y desarrollen un argumento, una justificación o prueba utilizando el lenguaje matemático.
- resuelva problemas aplicando las matemáticas a una variedad de problemas rutinarios y no rutinarios, con una creciente sofisticación, como para que puedan descomponer los problemas en una serie de pasos simples y perseveren en la búsqueda de soluciones.

Desde esta perspectiva, las matemáticas se conciben como una materia interconectada en la cual los alumnos necesitan moverse en forma fluida entre las representaciones de ideas matemáticas. Por necesidad, los programas de estudios se organizan en base a dominios aparentemente distintos, pero los estudiantes deben ser capaces de establecer ricas conexiones entre las ideas matemáticas para desarrollar en forma fluida su razonamiento y competencia matemática en la solución de los problemas (cada vez más sofisticados). También deben poder aplicar su conocimiento matemático a las ciencias o en otras asignaturas.

El trabajo matemático en el aula debe apuntar a que los alumnos desarrollen **fluidez** en los siguientes aspectos:

- consolidar su capacidad numérica y matemática desde la etapa 3, es decir, desde los 11 años, y aumentar su conocimiento del sistema numérico incluyendo potencias, raíces e índices fraccionales.
- seleccionar y usar apropiadamente estrategias de cálculo para resolver problemas cada vez más complejos, incluyendo múltiplos de números irracionales, el uso del número π en de la forma estándar y la aplicación e interpretación de los límites de la precisión.
- consolidar su capacidad algebraica desde la etapa 3 e incrementar su comprensión de la simplificación y manipulación algebraica incluyendo expresiones cuadráticas, con fracciones algebraicas e irracionales.
- ampliar su fluidez con las expresiones y ecuaciones desde la Etapa 3, incluyendo ecuaciones cuadráticas, simultáneas y desigualdades.
- moverse libremente entre diferentes representaciones numéricas, algebraicas, gráficas y diagramáticas, incluyendo funciones lineales, cuadráticas y recíprocas (exponenciales y trigonométricas).
- usar el lenguaje matemático y sus propiedades con precisión.

Razonar matemáticamente

- ampliar y formalizar su conocimiento de la proporción y la razón, incluyendo razones trigonométricas, el trabajo con medidas y la geometría, y con las relaciones algebraica y gráficamente proporcionales.
- ampliar su habilidad para identificar variables y expresar relaciones entre variables en forma algebraica y gráfica.
- realizar y probar conjeturas sobre generalizaciones que subyacen a patrones y relaciones; buscar pruebas o encontrar ejemplos; comenzar a usar el álgebra para construir y sostener argumentos (y pruebas).
- razonar deductivamente en geometría, con números y el álgebra, incluyendo el uso de construcciones geométricas.

- interpretar cuándo la estructura de un problema numérico requiere un razonamiento aditivo, multiplicativo o proporcional.
- explorar lo que puede y no puede ser inferido de resultados estadísticos y probabilísticos, y expresar sus argumentos formalmente.
- verificar la validez de un argumento y la precisión de un modo determinado de presentar información.

Resolver problemas

- desarrollar su conocimiento matemático, en parte a través de la resolución de problemas y evaluando los resultados, incluyendo problemas de múltiples-pasos.
- desarrollar el uso del conocimiento matemático formal para interpretar y resolver problemas, incluso en contextos financieros.
- realizar y usar conexiones entre diferentes partes de las matemáticas para resolver problemas.
- modelar situaciones matemáticamente y expresar los resultados usando un rango de representaciones matemáticas formales, reflejando cómo sus soluciones pudieron verse afectadas por cualquier hipótesis de modelización
- seleccionar apropiadamente conceptos, métodos y técnicas para aplicarlos en problemas extraños o no rutinarios, interpretar la solución en el contexto de un problema dado.

En el Reino Unido las reformas del currículo de matemáticas se concentran en las destrezas y el aprendizaje integrado.

Más concretamente, los nuevos programas de estudios para secundaria en Inglaterra están más enfocados hacia la resolución de problemas, la funcionalidad y el razonamiento matemático, mientras que el anterior currículo tendía a organizarse desde el punto de vista de los contenidos.

En el nuevo currículo de Gales (2010) se reducen los contenidos de la materia y se insiste más en el desarrollo de destrezas.

En Irlanda del Norte la estructura del currículo se ha revisado con el fin de mantener las prácticas actuales más eficaces y de prestar más atención a elementos como el “desarrollo personal y la comprensión mutua” y las “habilidades personales y cognitivas”. Las matemáticas son una de las seis áreas de conocimiento que, siempre que sea posible, han de estudiarse de forma integrada, con el fin de establecer conexiones transversales relevantes para los alumnos.

Finalmente, tras las actualizaciones más recientes del currículo la mayoría de los currículos ha mejorado los vínculos entre los conocimientos que se adquieren en la escuela, la experiencia personal del alumno y los problemas de la vida cotidiana.

3.1.2. Abordajes teórico-metodológicos y estrategias de enseñanza

El Centro Nacional para la Excelencia en la Enseñanza de las Matemáticas (NCETM), de Inglaterra, llevó a cabo un estudio de un año de duración, denominado “Las Matemáticas Importan” (*Mathematics Matters*), con el propósito de identificar las características de una enseñanza efectiva de las matemáticas (Swan *et al.*, 2008). Se llegó a la conclusión de que no es posible señalar un único método eficaz, sino que existen muchos tipos diferentes de aprendizaje y muchos métodos que podrían aplicarse en cada caso, “*apropiados para cada alumno y para el tipo específico de resultado del aprendizaje que se espera*” (*Ibid.*, p. 2). El proyecto tenía como finalidad llegar a un acuerdo sobre los tipos de aprendizaje más valorados y sobre los métodos

que resultan más eficaces a la hora de lograr dichos aprendizajes. Las conclusiones del mismo fueron que los siguientes tipos de aprendizaje resultan útiles:

- facilidad a la hora de recordar hechos y de aplicar destrezas;
- comprensión e interpretación de conceptos para llevar a cabo representaciones;
- estrategias para la investigación y para la resolución de problemas;
- valoración del poder de las matemáticas en la sociedad.

El estudio también apunta a que diferentes métodos resultan apropiados a la hora de conducir a estos tipos de aprendizaje, incluidos, por ejemplo, el uso de preguntas de orden superior que fomenten el razonamiento en lugar de simplemente “conseguir una respuesta”, y el desarrollo del lenguaje matemático a través de actividades comunicativas (Swan *et al.* 2008, p. 4).

En principio, se espera que la mayoría de los alumnos sigan adelante con el programa a un mismo paso. De todos modos, las decisiones sobre cuándo avanzar deben basarse en la certeza de que los estudiantes comprenden los temas y se encuentran preparados para una siguiente fase o etapa. A aquellos alumnos que más rápidamente aprehenden los conceptos se los debería estimular con problemas más ricos y sofisticados antes que adelantarse e ir a los siguientes contenidos. Aquellos que no dominan suficientemente un tema, por su parte, deberían consolidar su comprensión, a través de prácticas adicionales, antes de continuar con la siguiente fase.

En secundaria, los profesores especialistas en matemáticas parecen emplear enfoques pedagógicos basados en la memorización de algoritmos básicos, sin llegar a plantear otros métodos o sin subrayar la relevancia del aprendizaje en la vida cotidiana. En cualquier caso se insiste demasiado en un modelo de enseñanza y aprendizaje supeditado a la evaluación, en lugar de ahondar en la comprensión de conceptos, al tiempo que se utilizan métodos de evaluación apropiados que permitan

comprobar la eficacia del aprendizaje, como se detallará en el apartado correspondiente.

3.1.3. Políticas y prácticas pedagógicas

Se confiere un gran valor académico a las matemáticas desde el punto de vista del acceso a estudios superiores o a futuras carreras profesionales. Los centros educativos de Inglaterra, Gales e Irlanda del Norte también otorgan gran importancia a las pruebas de matemáticas que sus alumnos realizan a los 16 años. Aunque este no es el final de la educación secundaria superior, los resultados de dichos exámenes son uno de los indicadores que se utilizan para clasificar a los centros según su rendimiento. No obstante, pese al alto valor que se concede a los buenos resultados en matemáticas, resulta curioso que las cuatro regiones del Reino Unido presentaban, según *Hogden et al.* (2010), uno de los niveles más bajos de matriculación en matemáticas en alumnos mayores de 16 años.

The Numeracy Hour es la planificación específica que existe para las clases de matemáticas. Se divide en tres partes fundamentales: **mental maths** (cálculo y agilidad mental); **differentiated activities** (diversificación de tareas de acuerdo con el nivel de cada alumno): unos suman, otros multiplican, etc.; y **recapitulación**: todos juntos realizan un rápido repaso de la clase.

Como práctica docente cabe destacar el *planning*, a través del cual los profesores planifican sus clases, supervisados por la dirección del centro, pues antes del inicio de la semana deben enviar su planificación semanal al director. Al igual que en España, existe una Planificación Anual, pero la diferencia radica en que en medio de cada trimestre hay una semana de vacaciones utilizada para planificar más específicamente. Son programaciones de medio trimestre; que suman seis en total por año.

Por su parte, cabe hacer mención al apego que tienen los profesores a trabajar en equipo. Un claro ejemplo es este aspecto es el sistema de *Moderation*, que consiste en la reunión de todos los profesores de un mismo curso para valorar el nivel que se asigna a un determinado alumno que presente algún tipo de necesidad educativa específica (González Oliveros, 2003).

En Irlanda, de acuerdo con las Directrices de Apoyo al Aprendizaje elaboradas por el Departamento de Educación, los enfoques clave que se fomentan en el aula son la detección y la intervención tempranas, así como la enseñanza individualizada. El uso de estas estrategias complementa la oferta de apoyo educativo (es decir, las clases extras) que imparten profesores de apoyo específicos, normalmente sacando a los alumnos de su grupo de referencia, si bien se observa una tendencia creciente a realizar dichos apoyos individualizados dentro del grupo ordinario al que pertenece el alumno. El apoyo cooperativo dentro del aula, las clases individuales fuera del grupo de referencia y la enseñanza en equipo también figuran entre las medidas propuestas.

Asimismo, se han implantado objetivos nacionales integrados para reducir el número de alumnos con bajo rendimiento en matemáticas en el periodo 2011-2020. Dichos objetivos se esbozaron en el documento *Mejora de las competencias en lectoescritura y aritmética en niños y jóvenes: plan preliminar nacional para mejorar las destrezas en lectoescritura y cálculo en los centros escolares* (noviembre, 2010), que incluye los siguientes objetivos:

- Incrementar de un 77% a un 85% el porcentaje de alumnos que alcanzan un nivel equivalente al Nivel C o superior en el examen ordinario de matemáticas de la prueba para obtener el Graduado en Educación Secundaria Inferior o su equivalente.

- Aumentar al 60% el porcentaje de alumnos que se presentan al examen de matemáticas de Nivel Avanzado en las pruebas para obtener el Graduado en Educación Secundaria Inferior o su equivalente.
- Incrementar hasta el 30% el porcentaje de alumnos que realizan el examen de matemáticas de Nivel Avanzado de las Pruebas para obtener el Graduado de Educación Secundaria Superior.

En Irlanda se anima también a los profesores de matemáticas sin titulación especializada a obtener un diploma de posgrado en matemáticas, impartido conjuntamente por el Departamento de Educación y Competencias y por una de las universidades irlandesas. Asimismo, el Borrador del Plan Nacional para la Mejora de las Competencias en Lectoescritura y Aritmética en las Escuelas, elaborado por el Departamento de Educación y Competencias, incluye entre sus propuestas la siguientes: establecer estándares más elevados dentro de los requisitos de admisión para los programas de formación de los futuros profesores; reestructurar el contenido y la duración de los programas de formación para profesores de secundaria; proporcionar apoyo continuado a los profesores de aritmética noveles y convertir en obligatoria la participación en el programa nacional de iniciación para profesores para el año 2012; y, por último, aumentar la oferta formativa en el área de la competencia numérica y en el uso de la evaluación.

Para terminar el epígrafe, procede justificar y precisar el contenido concreto de la expresión “política educativa británica”. Es decir ¿existe una política educativa *británica*? Y si es así: ¿en qué grado cabe referirse a la misma? Abundan los textos de

índole académica que se refieren de forma global a las “ideas educativas británicas”, al “desarrollo educativo británico” (KING, 1979), al “currículo británico” (MARSDEN, 1991), y que parecen aludir, en suma, a una realidad educativa unívoca o conjunta para los cuatro países que componen el Reino Unido (BAILEY, 1956). Conviene, no obstante, matizar el significado exacto del término y, especialmente, su empleo en la investigación que aquí se ofrece.

En líneas generales, la expresión “política educativa *británica*” se justifica, desde mi punto de vista, en primer lugar, por la existencia de un mismo contexto histórico, político y económico común a los cuatro países que componen el Reino Unido y que incide, sin lugar a dudas, en la política educativa que los mismos han diseñado y diseñan en línea con la política del gobierno mayoritario del momento. En segundo término, por la existencia de una convergencia en la legislación educativa manifiesta también en el país cuya tradición más se aleja de la existente en el grueso de los países del Reino Unido, Escocia, hecho que ha posibilitado la referencia, más allá de las divergencias observadas, de un “marco ideológico común” (BROWN, 1996: 150). Dicho marco, de liderazgo notablemente inglés, ha sido históricamente respetado en normativa educativa como la Ley de Educación escocesa de 1945, texto que presenta claros vínculos respecto a la Ley de Educación inglesa de 1944. Pero también lo ha sido en años recientes; a lo largo de la legislación escocesa redactada en la década de los ochenta y que culmina con la aprobación de la Ley de Educación de 1989 texto que, si bien presenta diferencias clave con respecto a su homólogo inglés –por ejemplo, en la no prescripción de un currículo nacional y otras que serán consideradas en su momento- revela la identidad de parámetros de ideología de mercado competitiva, empresarial y de eficacia desde la que el actual *Scottish Office of Education and Industry Department, SOEID*, conforma el sistema educativo escocés. Así, ciertamente, este sistema contempla y fomenta desde la década de los ochenta, de igual modo que los restantes sistemas educativos del Reino Unido, medidas relativas a la elección parental de escuelas, la evaluación escolar nacional, la publicación de los resultados escolares, etc.

En tercer y último lugar, dicha expresión de justifica en el sentido de que la política educativa universitaria ha sido históricamente diseñada, y así lo sigue siendo en nuestros días, desde bases comunes a las universidades de todo el Reino Unido a través de un comité que reúne a sus principales responsables, el *Committee of Vice-Cancellors and Principals, CVCP*. Históricamente, la universidad como institución cúlmen del sistema educativo ha ejercido un influjo clave y común en el nivel de la enseñanza secundaria de los países del Reino Unido, influjo que, obviamente, se ha manifestado de forma diferencial según las diversas tradiciones existentes en los mismos. El nivel universitario no constituye propiamente el objeto de esta investigación, pero traemos este argumento a colación en la medida que las reformas en ese nivel educativo suponen cambios o alteraciones en la enseñanza secundaria.

3.1.4. Mecanismos y criterios de evaluación

En el Reino Unido (Inglaterra, Gales, Escocia e Irlanda del Norte) además de los criterios de evaluación (niveles de rendimiento, etc.) también tienen carácter prescriptivo las evaluaciones e informes reglamentarios.

En Inglaterra y Gales se ha generalizado el uso de *targets*: se trata de objetivos específicos que cada alumno debe alcanzar a lo largo del curso. Se le escriben en la portada de su cuaderno. A veces también se exponen en la pared de la clase, como un elemento más. Estos objetivos o *targets* pueden lograrse a distintos niveles (*level descriptors*). Hay ocho, más uno excepcional para aquellos alumnos que se destaquen excepcionalmente. Los estudiantes deben demostrar que conocen, saben aplicar y comprenden los temas, habilidades y procesos especificados en el programa de estudios. Son útiles para evaluar el nivel general del alumnado al finalizar cada Ciclo o *Key Stage* y para planificar de acuerdo con ellos.

El profesor corrige las actividades de los niños y se las entrega al día siguiente con las correcciones y aclaraciones oportunas, explicando el por qué de las mismas y

utilizando todo tipo de técnicas de motivación positiva con objeto de que el alumno sea consciente de en qué ha fallado pero de que trabajando puede lograr mejorar. Se utilizan expresiones del tipo: “*Muy bien, pero para ser mejor...*”. También se refuerzan mucho las actividades bien realizadas (González Oliveros, 2003).

En Inglaterra todos los futuros profesores han de aprobar un examen de competencia matemática (así como de lectoescritura y de dominio de las TICs) antes de comenzar su período de instrucción. Las pruebas examinan las destrezas básicas necesarias para ejercer la función docente en centros escolares en su sentido más amplio, y no tanto los conocimientos específicos de matemáticas que se requieren para impartir la asignatura. Todos los profesores han de aprobar este examen para ejercer, con independencia de la rama de estudios que hayan escogido.

En Escocia, por ejemplo, donde los centros gozan de mayor autonomía para decidir sobre los contenidos de las enseñanzas y sobre metodología, los objetivos de evaluación específicos son el principal instrumento de las administraciones públicas para armonizar la evaluación del rendimiento de los alumnos.

3.1.5. Resultados en PISA: evolución y análisis

El Reino Unido es otro país que ha mantenido su puntuación en el período 2003-2012, ubicándose en las pruebas de matemática en una posición intermedia, cotejado con los 34 países de la OCDE. En efecto, al comparar los resultados de 2012 con las pruebas PISA de 2006, y 2009 no se registran cambios significativos.

En 2012, con un promedio de 494 puntos, se ubicó en el puesto 26, mostrando sus estudiantes rendimientos similares a los de República Checa, Francia, Letonia, Dinamarca, Islandia, Irlanda, Luxemburgo, Nueva Zelanda, Noruega y Portugal, países a los que supera ampliamente en lo que respecta a su PBI y su gasto en educación

promedio por estudiante. Asimismo, tiene mayores niveles de educación terciaria y una menor incidencia de los grupos desfavorecidos. Sin embargo, estas ventajas comparativas no se traducen claramente en mejores resultados en las pruebas PISA, ocurriendo esto tanto en Matemáticas como en Lectura y Ciencias.

De todos modos, tal como sucede en casi todos los países, los alumnos que pertenecen a estratos socioeconómicos desfavorecidos tienen menos oportunidades de prosperar en sus estudios. De hecho, algunos países han tenido mayor éxito que el Reino Unido en la reducción de la influencia del status económico en el rendimiento de los estudiantes. Por su parte, los alumnos inmigrantes (de primera o segunda generación) han tenido un rendimiento **bastante similar al de sus pares autóctonos**, a diferencia de lo consignado respecto de Francia, Alemania y España, donde los alumnos inmigrantes registran puntuaciones significativamente menores. De hecho, los estudiantes inmigrantes obtuvieron en la prueba de 2012 un promedio de 9 puntos menos que los no inmigrantes, puntaje escaso cotejado con el de otros países de la OCDE. Si se toma en cuenta el estatus socioeconómico, la diferencia entre los grupos se amplía un poco más, alcanzando los 15 puntos.

Otra característica que distingue a los estudiantes de Reino Unido es que generalmente muestran una **actitud positiva hacia sus experiencias escolares** y el ambiente en que se desarrollan las clases. Asimismo, si bien no reconocen entusiasmo por el aprendizaje de las matemáticas, sí **se muestran mucho menos ansiosos** que el promedio de los estudiantes de países de la OCDE.

En cuanto a las semejanzas con los estudiantes de otros países, las chicas de Reino Unido no disfrutaban de las matemáticas, admiten ansiedad ante la resolución de problemas matemáticos, y tienen peores resultados que sus pares varones. Lo mismo ocurre en el área de Ciencias aunque ellas los superan en Lectura. De todos modos, **las brechas entre los sexos no son tan amplias como en otros países**. En el caso

de las pruebas de Matemáticas de 2012, los varones superaron a las chicas por un promedio de 12 puntos, similar a la media de los países de la OCDE (11 puntos).

Otro rasgo que comparten los estudiantes de Reino Unido con sus iguales de otros países de la OCDE son las proporciones de estudiantes de alta puntuación (que alcanzan el Nivel 5 o 6 de competencia: pueden desarrollar y trabajar con modelos para situaciones complejas, y razonar estratégicamente utilizando habilidades amplias y bien sustentadas) y los alumnos de bajo rendimiento (no alcanzan el dominio básico del Nivel 2: en el mejor de los casos, pueden extraer información relevante de una fuente simple y utilizar algoritmos, fórmulas, procedimientos y convenciones básicas para resolver problemas que involucran números). En efecto, **el 12% obtuvo una puntuación de nivel de competencia 5 y 6** –cuando en la OCDE este porcentaje llega al 13%-, **y un 22% registró resultados por debajo del nivel de competencia 2** (siendo el promedio de la OCDE de 23%).

En cuanto a la situación por regiones, los resultados fueron similares en Inglaterra (495) y Escocia (498), que mostraron leves diferencias respecto de la prueba de 2009 (donde habían obtenido puntuaciones de 493 y 499 respectivamente). Por su parte, Irlanda del Norte puntuó 487, siendo sensible su merma respecto de los 492 de la prueba de 2009, aunque el nivel más bajo de Reino Unido es el de Gales, que registró una puntuación de 468, descendiendo cuatro puntos respecto de la prueba de 2009.

En cuanto al rendimiento de los estudiantes en las áreas de Matemáticas, a diferencia de otros países de la OCDE, como el caso de España, los alumnos de Reino Unido **no muestran diferencias significativas en los procesos matemáticos evaluados en la prueba PISA de 2012**. La mayor puntuación la obtuvieron en la interpretación, aplicación y evaluación de resultados matemáticos y la menor puntuación en la formulación de situaciones matemáticamente, manteniendo un rendimiento de nivel medio (proporcional al total) en el empleo de conceptos, hechos, procedimientos y razonamientos matemáticos.

De las cuatro áreas de contenido evaluadas en la prueba PISA de 2012, los estudiantes de Reino Unido obtuvieron una puntuación mayor en *incertidumbre y datos*, manteniendo una puntuación promedio en las áreas de *cambio y relaciones y cantidad*, y una puntuación levemente inferior al promedio en *espacio y figura*. Estas fortalezas y debilidades reflejan de algún modo las prioridades establecidas en el currículum y el contenido de los cursos. La subescala de *espacio y figura*, ante la cual los estudiantes afrontaron las mayores dificultades, está estrechamente vinculada a la geometría, así como la visualización espacial, la medición y el álgebra.

De acuerdo con el Informe de 2012, el gasto por estudiante explica el 30% de la variación promedio en el rendimiento en matemáticas entre países. De todos modos, un gasto moderado o mayor por estudiante no puede ser automáticamente relacionado con un peor o mejor rendimiento. Por ejemplo, Eslovaquia, que gasta aproximadamente 53.000 dólares por estudiante, tuvo un rendimiento similar al de Estados Unidos, que gasta 115.000.

En el caso de Reino Unido, la equidad educativa se encuentra cerca de la media de los países de la OCDE, atribuyéndose el 13% de la variación en el rendimiento de los estudiantes a las diferencias de status socioeconómico. Este porcentaje también ubica al país en un nivel medio, pues el promedio de las diferencias atribuidas al status socioeconómico en los países de la OCDE alcanza a los 39 puntos, que es el equivalente a un año de escolarización. Del mismo modo, un estudiante de Reino Unido aventajado supera a un estudiante de un entorno socioeconómico desfavorable en 41 puntos.

Los estudiantes de Reino Unido **se mostraron también más positivos que lo que indica la media de los estudiantes de los países de la OCDE en lo que respecta a la disciplina escolar**. El 84%, comparado con el 78% de los países de la OCDE-, respondieron que nunca o sólo ocasionalmente se plantean que no se encuentran dispuestos a trabajar bien en las clases de matemáticas. Del mismo modo,

y tal como se planteara anteriormente, los estudiantes de Reino Unido muestran menos ansiedad que el promedio de la OCDE al resolver problemas matemáticos (26%, en contraste con el 31% de la media de OCDE).

Tal como sucede en otros países, los estudiantes de estratos desfavorecidos no sólo registran puntuaciones inferiores en matemáticas, sino que se encuentran menos comprometidos y motivados para asistir a clases, tienen una autopercepción y sentimientos negativos sobre su capacidad para aprender matemáticas. Asimismo, tienden a reportar que han faltado a clases o han llegado tarde en las dos semanas previas a la prueba PISA.

3.2. Educación secundaria en Francia

La Constitución francesa establece que “la organización de la enseñanza pública, gratuita y laica en todos los niveles es un deber del Estado”. Los colegios y centros públicos de enseñanza coexisten, dentro del servicio público de enseñanza, con centros privados concertados. Dichos centros, como contrapartida al contrato de concertación firmado con el Estado, se benefician de la ayuda estatal, pero se someten al control de éste y tienen la obligación de respetar los programas de enseñanza pública.

La enseñanza secundaria en Francia se realiza en los “*collèges*” y “*lycées*”, ya sean estos últimos de enseñanza general, tecnológica o profesionales, impartándose de forma gratuita en los centros públicos. Los gastos de construcción, equipamiento y funcionamiento se reparten entre las distintas administraciones territoriales (*Ministère de l'Éducation Nationale*, 2012).

El “*collège*” es un centro de enseñanza secundaria que recibe, sin necesidad de examen de acceso, a todos los alumnos que terminan la primaria, a partir de los 11 años. Su principal objetivo es conseguir que todos alcancen la base común de conocimientos y competencias. Asimismo, prepara a los alumnos para continuar con sus estudios en la vía general, tecnológica o profesional. Los conocimientos impartidos en el “*collège*” se estructuran en asignaturas: lengua, matemáticas, historia-geografía-educación cívica, ciencias de la vida y de la tierra, tecnología, artes plásticas, educación musical, educación física y deportiva, física y química, dos idiomas modernos y una materia interdisciplinar de historia de las artes. Los objetivos se establecen en programas nacionales (*Ministère de l'Éducation Nationale*, 2012).

Los cuatro cursos (sexto - quinto - cuarto – tercero, equivalentes a 6º de Primaria y 1º, 2º y 3º de E.S.O.) de la enseñanza obligatoria en el “*collège*” se organizan en tres ciclos, que se describen a continuación:

Sexto - Ciclo de Adaptación: El objetivo consiste en consolidar los conocimientos adquiridos en primaria e iniciar a los alumnos en los métodos de trabajo del “*collège*”. Se presta particular atención a la recepción de los alumnos, especialmente gracias a la relación escuela primaria-“*collège*”. Esta relación favorece el trabajo en común entre los profesores de CM2 y los de sexto, garantiza una mejor continuidad del aprendizaje y permite responder, de manera más adaptada, por medio del “*Programa personalizado de éxito educativo pasarela*”, de acompañamiento personalizado, a las dificultades que puedan encontrar los alumnos. Los alumnos continúan con el aprendizaje del idioma moderno extranjero iniciado en primaria. En los cursos denominados “*bilingües*”, empiezan con un segundo idioma.

Quinto y cuarto - Ciclo Central: El objetivo consiste en permitir a los alumnos que profundicen en “sus conocimientos teóricos, prácticos y comportamentales”. Este ciclo se caracteriza por la coherencia de la enseñanza en los dos cursos y el enriquecimiento progresivo de los contenidos curriculares gracias a las optativas. Asimismo, se propone a los alumnos un programa de descubrimiento de las profesiones y posibles formaciones. En quinto se empieza a estudiar física y química. Los alumnos pueden matricularse en latín como materia optativa, que continúa en cuarto y en tercero. En cuarto, los alumnos eligen un segundo idioma extranjero o regional.

Tercero - Ciclo de Orientación: Permite completar los conocimientos adquiridos en el “*collège*” y prepararse para la formación general, tecnológica o profesional. Los alumnos continúan con el aprendizaje de los idiomas modernos estudiados en cuarto. También pueden elegir, como optativa, una lengua muerta (griego) o la opción “descubrimiento profesional” de tres horas semanales. Por otra parte, las familias pueden solicitar un “curso preparatorio para formación profesional”, cuyo programa se ha modificado para conciliar en este ámbito aspectos de la base común de conocimientos y competencias para la construcción de un proyecto de formación que al finalizar el “*collège*”, oriente a la vida profesional. Al terminar tercero (equivalente a 3º de E.S.O.), los alumnos se presentan al *diplôme national du brevet (DNB)* que evalúa los conocimientos y competencias adquiridos en el “*collège*” y

certifica el dominio de la base común de conocimientos y competencias. Tiene en cuenta la evaluación continua y está compuesto por tres pruebas escritas en lengua, matemáticas, historia-geografía-educación cívica, así como una prueba oral de historia de las artes.

Los alumnos que, al entrar en el “*collège*”, tengan grandes dificultades escolares, pueden beneficiarse en las especialidades de las secciones de *enseñanza general y adaptada (SEGPA)* –en los cuatro cursos que se imparten en el “*collège*”– de un acompañamiento personalizado, una adaptación de los ritmos de aprendizaje y programas de descubrimiento profesional. Al finalizar esta enseñanza en las especialidades descritas, que está basada en los programas y competencias del “*collège*”, los alumnos se presentan al *certificado de formación general (CFG)* o incluso –algunos de ellos– al *DNB*.

Los alumnos pasan al “*lycée*” cuando finalizan tercero en el “*collège*” y pueden orientarse en varias direcciones:

La formación general y la tecnológica conducen a la enseñanza superior:

Para acceder a estas dos vías, los alumnos entran en “*seconde*” (2º, equivalente a cuarto de la ESO) en formación general y tecnológica. A finalizar este curso, entran en el “ciclo terminal” (equivalente al bachillerato español), formado por los cursos “*première*” y “*terminale*” (equivalentes respectivamente a 1º y 2º de bachillerato españoles). La formación general orienta a los bachilleres hacia estudios largos, mientras que la vía tecnológica favorece más la realización de estudios superiores tecnológicos, principalmente formaciones como técnico superior (de dos años de estudios universitarios) y, más adelante, hacia diplomaturas y másteres profesionales o ingenierías. Este período se organiza del siguiente modo:

Ciclo de Determinación: Aporta una cultura general común para todos los alumnos y les permite descubrir nuevos campos: literario, artístico, científico o tecnológico, para preparar la continuación de sus estudios. En este curso se incluye un

segundo idioma moderno, obligatorio para todos. La denominada “enseñanza de exploración” permite descubrir nuevas asignaturas. Los alumnos tienen que elegir obligatoriamente dos asignaturas de exploración, una de ellas, en el campo de la economía. La segunda asignatura de exploración se elegirá entre: asignaturas científicas y tecnológicas (métodos y prácticas científicas, ciencias del ingeniero, ciencias y laboratorio, creación e innovación tecnológicas, principios fundamentales de la economía y la gestión, creación y cultura del diseño); materias literarias (literatura y sociedad, idiomas y culturas de la Antigüedad –latín o griego – tercer idioma); materias artísticas (creación y actividades artísticas). Estas opciones no condicionan el acceso a una especialidad particular en el bachillerato.

”Première” y “terminale” (1º y 2º de Bachillerato). Ciclo “terminale”: Los alumnos se van especializando y eligen un bachillerato general o tecnológico. Este ciclo les conduce a la selectividad. Al final del curso de “*terminale*”, los alumnos se presentan al examen de “*Baccalauréat*” –primer grado de enseñanza superior– que da acceso al primer curso de estudios universitarios. El examen está formado por pruebas que se anticipan al finalizar primero (en particular una prueba de lengua francesa en todas las especialidades).

La formación profesional que permite, prioritariamente, un acceso al mundo laboral y, en algunos casos, la continuación de los estudios: La vía profesional permite adquirir competencias profesionales y conocimientos teóricos y prácticos en un campo particular. La reforma de esta formación, iniciada en 2009, ha favorecido el incremento del nivel de cualificación de los alumnos, ha mejorado su inserción laboral y ha facilitado una eventual continuación de los estudios en la enseñanza superior de ciclo corto. En la vía profesional, los alumnos entran en “*seconde*” para preparar un bachillerato profesional en tres años o preparar el *certificado de aptitud profesional (CAP)* en dos años. Una parte de la formación se desarrolla en un entorno profesional. Las competencias adquiridas durante estos

períodos, definidas por el reglamento de cada titulación, se validan en el examen correspondiente. Las pruebas del “*baccalauréat*” profesional, examen a nivel estatal permite obtener –como en los otros “*baccalauréats*”– el título de finalización de estudios secundarios de nivel IV. Durante la realización del bachillerato profesional, los alumnos se presentarán a un examen para obtener una titulación intermedia de nivel V (*CAP* –Certificado de Aptitud Profesional– o *BEP* –Certificado de Estudios Profesionales-) para asegurarse de que todos los alumnos obtienen un título. Mediante la vía del aprendizaje, los estudiantes también pueden preparar una titulación profesional, a tiempo parcial, en un *centro de formación de aprendices (CFA)* y en una empresa. Cada alumno tendrá el estatuto de joven asalariado en empresa, bajo la responsabilidad de un tutor o podrá entrar en la función pública.

La reforma del “*lycée*” emprendida en 2009 afectó a varios puntos clave:

1. la orientación progresiva de los alumnos;
2. el acompañamiento personalizado para todos los alumnos;
3. el aprendizaje y dominio de, al menos, dos idiomas modernos.

Las materias comunes obligatorias representan en torno al 60% de la carga horaria de los alumnos en “*première*”. Este dispositivo facilita las reorientaciones y correcciones del currículo y permite a los alumnos cambiar de especialidad durante o al finalizar “*première*” (equivalente a 1º de bachillerato en España).

3.2.1. Área de Matemáticas

En el nivel de colegio en Francia (hasta 3º ESO en España) las matemáticas contribuyen en el aprendizaje de las otras disciplinas, entrenando a los alumnos en la

aplicación de un enfoque científico. El objetivo es desarrollar conjunta y progresivamente las capacidades de experimentación y razonamiento, la imaginación y el análisis crítico. También aportan a la formación de los futuros ciudadanos. A través de la resolución de problemas, la modelización de ciertas situaciones y el aprendizaje progresivo de la demostración, se trata de que los alumnos adquieran paulatinamente conciencia de lo que es una actividad matemática verificable: identificar y formular un problema, conjeturar sobre el resultado de un experimento por medio de ejemplos, sostener una argumentación, controlar los resultados obtenidos y evaluar su pertinencia en función del problema estudiado, comunicar una investigación y darle forma a una solución.

La base común de conocimientos y competencias que plantea el currículum de Matemáticas abarca la casi totalidad de los campos del programa. La diferencia entre el programa propiamente dicho y la base común reside sobre todo en el grado de profundización y el nivel de competencia que se espera de los alumnos. Además, para el dominio de determinados conceptos, los tiempos de apropiación se dejan en manos de los alumnos. En efecto, algunos conocimientos que se incluyen en los programas no figuran en las competencias de base (trigonometría, ecuaciones, funciones, etc.); esencialmente es al nivel de las competencias que se ponen en juego y en las actividades propuestas, más o menos complicadas, en las que aparecen las diferencias. Estos elementos suelen destacarse en el currículum de los programas a través del uso de *itálicas*, **negritas** o alguna señal identificadora.

La base común puede distinguirse del programa en dos aspectos importantes:

- en el dominio del cálculo algebraico, las exigencias de la base no pasan de las expresiones en primer grado con una incógnita y no comprenden las técnicas de resolución algebraicas o gráficas de la ecuación de primer grado con una incógnita;

- en el dominio geométrico, los alumnos deben aprender a razonar y argumentar, pero la escritura formal de una demostración de geometría no es un conocimiento exigible. Asimismo, en relación con los conocimientos y capacidades relativas a las fracciones, es preciso tener en cuenta que el trabajo sobre los cocientes es exigible y debe ser realizado a lo largo de los cuatro años del colegio. Quedan excluidas del nivel de exigibilidad todo tecnicismo en la materia, ya que –respetando el espíritu general de la base-, se limita a problemas simples, asociados a eventos de la vida cotidiana, utilizando la escritura fraccionaria.

Las cuatro partes principales del programa de clases se organizan en base a los siguientes objetivos:

- **Organización y gestión de datos, funciones:**

- dominar diferentes tratamientos en relación a la proporcionalidad;
- acercarse a la noción de función (por ejemplo, funciones lineales y afines);
- iniciarse en la lectura, utilización y producción de representaciones, gráficos, y el uso de una hoja de cálculo;
- adquirir ciertas nociones fundamentales de la estadística descriptiva y familiarizarse con las nociones de azar y probabilidad.

- **Números y cálculo:**

- adquirir diferentes maneras de expresar los números (sistema decimal, fraccionario, radicales) y sus correspondientes tratamientos;

-representar una escala de números gradual completa, con el cero, los valores positivos y negativos, y aprender a localizar los números encontrados;

-progresar en aritmética en todas sus formas: mental, expresiva, instrumental;

-asimilar progresivamente el lenguaje algebraico y su empleo para resolver problemas (en particular, distinguir entre igualdad, identidad y ecuación).

• **Geometría:**

-pasar de la identificación perceptiva (el reconocimiento por la vista) de figuras y configuraciones a la caracterización por sus propiedades (pasar del dibujo a la figura);

-aislar en una configuración los elementos a tener en cuenta para responder a un problema;

-familiarizarse con las representaciones del espacio, especialmente con el uso de las convenciones habituales para el tratamiento permitido por estas representaciones;

-descubrir algunas transformaciones geométricas simples: simetrías, simetrías axiales y centrales;

-conformar un primer repertorio de teoremas y aprender a usarlos.

• **Tallas y medidas:**

-familiarizarse con el uso de las medidas más frecuentes (longitudes, ángulos, áreas, volúmenes, duraciones);

-conocer y usar los perímetros, áreas y volúmenes de las figuras planas y sólidas estudiadas;

-calcular las unidades relativas de las medidas estudiadas, así como las unidades de ciertos productos y coeficientes.

Los programas de cada curso fueron elaborados de modo que permitieran una adquisición y profundización progresivas de las nociones matemáticas aprendidas durante las diversas etapas del colegio. Su implementación se ha enriquecido en los últimos años con el empleo de herramientas tecnológicas de cálculo, dibujo y análisis (calculadoras y ordenadores).

En la etapa de Liceo, las matemáticas se relacionan más con cada una de las orientaciones posibles, incluso en la modalidad profesional. En este sentido, se profundiza la vinculación de la enseñanza de las Matemáticas a los contextos y entornos en que viven los alumnos, a su cotidianeidad y proyectos personales, a la vez que se intensifica el uso de herramientas tecnológicas que promueven su autonomía en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

En Francia, las reformas consecutivas llevadas a cabo entre 2007 y 2008 modificaron el contenido del currículo de las matemáticas, reduciendo los contenidos generales para todo el alumnado pero reforzando la atención a las destrezas procedimentales y de resolución de problemas. Sin embargo, en las reformas del currículo de la educación secundaria superior posteriores a 2009 se introdujeron otros contenidos mínimos como, por ejemplo, los algoritmos matemáticos y la probabilidad, y las administraciones educativas han elaborado recursos relacionados con el nuevo temario.

En el currículum actual (de 2010), el programa de la asignatura ha evolucionado desde un mero listado de conceptos matemáticos a un sistema integrado que desarrolla destrezas para la resolución de problemas empleando principios matemáticos. Asimismo, se centra más en los aspectos transversales y en la interacción de las matemáticas con el mundo filosófico, científico y tecnológico. También se ha generalizado la idea de que los contenidos y destrezas del área de matemáticas constituyen la base para el aprendizaje de otras materias.

3.2.2. Abordajes teórico-metodológicos y estrategias de enseñanza

La principal estrategia de enseñanza que se utiliza en el nivel secundario en Francia se basa en el planteamiento de problemas simples, relacionados con la realidad de los estudiantes. Se trata de propiciar la autonomía y la eficacia en el uso de los conceptos que han estudiado, pudiendo aplicarse a diversos dominios tales como las ciencias físicas, las ciencias de la vida y la Tierra, la tecnología, la geografía, etc. Estas disciplinas guardan una estrecha relación con las matemáticas, que les aporta la eficacia de sus instrumentos y se nutre por medio de la reflexión sobre los problemas que le plantean.

La enseñanza tiende a desarrollar en los estudiantes que adquieran autonomía y que sean conscientes de que las posibilidades de aprovechamiento de los conocimientos son amplias. En el colegio se abordan técnicas matemáticas elementales de análisis (organización de datos, representaciones, ecuaciones) y de resolución (cálculos, ecuaciones y construcciones). Su empleo puede ser importante y ayuda a tomar decisiones en múltiples circunstancias, desde la gestión familiar a la actividad científica o profesional.

Es preciso tener en cuenta que todo aprendizaje se realiza a lo largo de un tiempo, a través de actividades variadas y que toda adquisición nueva debe ser revisada, consolidada y enriquecida. Desde esta perspectiva, la repetición de ejercicios privados de sentido para el alumno en un momento determinado no es la mejor

estrategia para favorecer el dominio de una capacidad. Conviene considerar, en cambio, que su adquisición será producto de un trabajo ulterior, en base a su relación con otros aspectos de la noción en juego o a partir de otros conceptos, y que una habilidad no controlada podrá en determinado momento consolidarse (*Ministère de Éducation Nationale*, 2012).

3.2.3. Políticas y prácticas pedagógicas

El Estado asigna partidas específicas para garantizar la gratuidad de los libros de texto en el “*collège*”. En los “*lycées*”, la compra de libros de texto corre, teóricamente, por cuenta de las familias aunque puede estar subvencionada por los gobiernos regionales que así lo decidan. Los programas y contenidos de la enseñanza tienen que respetar el principio de neutralidad. Dicha neutralidad filosófica y política se impone a profesores y alumnos en todos los centros educativos.

El gasto interno en educación (*DIE*) alcanza a un 7% del PBI, siendo el gasto medio por alumno o aprendiz escolarizado de 8 150 €.

El Ministerio de Educación controla el conjunto del sistema escolar. Es quien, además de los salarios de los profesores, proporciona a los centros escolares sus principales recursos financieros. En efecto, el Estado financia la mayoría de los gastos para las actividades educativas -un 61%-. Los fondos se distribuyen entre las 30 grandes entidades educativas regionales (llamadas “*academias*”) y, de allí, se redistribuyen a los centros. Las colectividades territoriales (regiones, provincias o municipios) participan también en los gastos educativos -hasta un máximo de 21% exclusivamente-. Ellas asumen los gastos de construcción y participan en los gastos de equipamiento y funcionamiento (facturas de electricidad y equipamiento informático, por ejemplo). A veces, distribuyen subvenciones especiales, destinadas a la compra de recursos (libros o CD-ROM) o a la instauración de actividades culturales. El Ministerio

de Educación administra además las carreras del personal docente y no docente, y define el contenido pedagógico.

En Francia, en el nivel de secundaria inferior, los deberes de matemáticas son obligatorios y los profesores han de recogerlos y corregirlos con regularidad.

Dentro de las prácticas docentes una premisa básica es indagar los conocimientos previos de los alumnos. Para poder implementar una estrategia es vital detectar las fortalezas y las dificultades que cada alumno presenta a través de evaluaciones diagnósticas. El uso de software es particularmente importante y debe ser privilegiado ya que es una ayuda a la imaginación, a la formulación de conjeturas y al cálculo. El uso de software se manifiesta en dos formas indispensables, especialmente en parte de las competencias básicas comunes: el uso de un videoprojector en clase y el uso de ordenadores por parte de los alumnos en la clase o en la sala de informática.

El uso de las TICs en las clases de matemáticas es obligatorio. Se asume que recurrir a las TICs puede influir positivamente en ciertos contextos, lo cual sugiere que la normativa debería ser más específica si se pretende obtener buenos resultados o, al igual que sucede con los distintos métodos didácticos, debería tenerse más en consideración la experiencia del profesorado a la hora de escoger el uso más apropiado de las TICs. También, como en el caso de la selección de enfoques pedagógicos, esto requiere una formación generalizada del profesorado.

En Francia están consolidados los concursos nacionales para motivar a los alumnos hacia el aprendizaje de las matemáticas, y muchos de ellos datan de los años '80. Existen veinte concursos organizados a nivel regional, comarcal o local en toda Francia. Asimismo, algunos centros escolares promocionan las matemáticas fuera de las clases ordinarias de la materia. Además, se estimula a los alumnos con altas capacidades a asistir a escuelas de verano de matemáticas, en las que se combina el ocio con el aprendizaje.

3.2.4. Mecanismos y criterios de evaluación

La evaluación (que no se reduce a una calificación para el control) no se restringe a los aprendizajes. Debe estar integrada y ser útil como instrumento de regulación, para la enseñanza y para el alumno. Permite establecer una idea relativa a las adquisiciones y dificultades de los alumnos. Desde esta perspectiva, el trabajo sobre los errores constituye con frecuencia un medio eficaz para la acción pedagógica. La evaluación no se debe limitar a indicar dónde se ubica un alumno; también debe dar cuenta de la evolución de sus conocimientos, en particular de sus progresos.

La evaluación del dominio de una capacidad no se puede limitar a la mera verificación de su funcionamiento en ejercicios técnicos. Debe también asegurar que los alumnos sean capaces de movilizar dicha capacidad, al mismo tiempo que otras capacidades, y aplicarlas en circunstancias en que su uso no esté expresamente solicitado por la pregunta planteada. La evaluación final de matemática se realiza en tres formas complementarias:

- Preguntas breves cuyo objetivo es verificar que una noción o un método han sido correctamente asimilados;

- Problemas de control breves (con pocos números), que permiten verificar, en forma más sintética, la capacidad de los alumnos de utilizar sus adquisiciones después de una fase de aprendizaje;

- Las tareas de control pueden ser reemplazadas por una revisión trimestral como una oportunidad para hacer un balance de los logros de los alumnos en relación a un largo período de estudio.

En Francia los futuros profesores de matemáticas han de aprobar un examen nacional de oposición conocido como “*CAPES*” al final de sus estudios. La prueba consta de exámenes orales y escritos, así como de una entrevista ante un tribunal. Las distintas partes de la prueba están basadas en el currículo de las matemáticas para la educación secundaria inferior y superior. Asimismo, los opositores han de demostrar su bagaje profesional y matemático, sus conocimientos de la materia y de los programas de estudios, y sus reflexiones sobre la historia y la finalidad de las matemáticas, así como su relación con otras disciplinas.

3.2.5. Resultados en PISA: evolución y análisis

En principio, es preciso consignar que el examen PISA no goza de muchas simpatías en Francia. A pesar de su participación, los resultados no son considerados relevantes como evaluación del sistema educativo y se percibe con frecuencia la intención de descalificarlos. La reticencia gala hacia el estudio podría ser consecuencia de su clasificación mediana en la misma, por no decir mediocre, en la que se sitúa en las distintas áreas evaluadas. A pesar de las reticencias suscitadas, los resultados nos resultan útiles en la medida en que corroboran y completan los de las evaluaciones nacionales, y permiten poner de manifiesto las debilidades del enfoque curricular dominante dentro del sistema educativo francés.

Los alumnos franceses consiguen mejores resultados en los ítems que corresponden a una formulación próxima al contexto escolar y cuyos contenidos se aproximan a la enseñanza en matemáticas ofrecida en Francia: **ejercicios geométricos, lectura de gráficos, aplicación y establecimiento de fórmulas**. Por el contrario, **tienen más dificultades para relacionar variables y consiguen resultados decepcionantes cuando se trata de trabajar con números enteros y decimales**.

Con una puntuación de 495 puntos, el rendimiento en las pruebas de Matemática de PISA de los niños y niñas de 15 años franceses de 2012 se encuentra al nivel del promedio de los países de la OCDE, que alcanza los 494 puntos. De todos modos, esta puntuación representa un retroceso respecto de los resultados obtenidos en las pruebas de Matemática, cuando se habían alcanzado anteriormente los 511 puntos. De este modo, Francia pasó del grupo de los países con rendimiento superior a la media a ser un país representativo del “promedio” que presentan los países de la OCDE. Esta merma en el rendimiento ya se había registrado en los resultados obtenidos por los jóvenes franceses en 2006.

Cabe destacar que si bien se mantiene la cantidad de alumnos de alto rendimiento (en el nivel 5 o 6 de la competencia), sobre todo **han aumentado aquellos que muestran dificultades** (en el nivel 2 o 1 de la competencia), de lo que se desprende que el sistema se ha deteriorado entre 2003 y 2012.

Contrariamente a lo que ocurre en la comprensión lectora, donde las chicas superan a los varones, **la brecha de rendimiento en Matemáticas entre los varones y las chicas se sitúa a favor de los primeros en los 9 puntos**, ligeramente por debajo del promedio en los países de la OCDE (11 puntos), y se ha mantenido estable respecto de 2003, lo cual estaría indicando que ambos contribuyeron por igual a la merma en los resultados alcanzados.

Por otro lado, esta brecha entre los varones y las chicas varía en función del nivel de competencia en que se ubican los estudiantes, estando las chicas peor representadas entre los alumnos con las puntuaciones más elevadas. En Francia, como en la mayoría de los países de la OCDE, la proporción de chicas y varones en los grupos con más bajos rendimientos es prácticamente idéntica (22%), aunque **la proporción de varones entre los de mejor rendimiento los favorece en una relación de 15% para ellos y 11% de las chicas.**

Los estudiantes franceses de ambos sexos tuvieron dificultades en la formulación de situaciones matemáticas, aun cuando interpretaron relativamente bien los resultados matemáticos y emplean conceptos, hechos, procedimientos y

razonamientos matemáticos tan bien como los estudiantes de otros países de la OCDE.

Francia muestra **una clasificación diferente en las tres subescalas de los procesos matemáticos, que se refieren respectivamente a la capacidad de los estudiantes para "formular", "emplear" e "interpretar" las matemáticas.** En general, considerando a los países de la OCDE, los resultados obtenidos en la subescala “formular” por los alumnos franceses son inferiores a los registrados en la escala global de cultura matemática, lo que estaría indicando que formular matemáticamente situaciones parece ser el proceso más complicado para la mayoría de los jóvenes de 15 años.

En el caso de Francia, **la correlación entre el entorno socioeconómico y el rendimiento es más pronunciada que en el resto de los países OCDE,** aunque esto no incide en los resultados globales que, como se consignó al inicio del apartado, ubican a Francia en una posición intermedia.

En cuanto a los indicadores socioeconómicos y culturales que utiliza y analiza el Informe PISA, se destaca que el sistema educativo francés en 2012 es más desigual de lo que era hace nueve años, y las desigualdades sociales han empeorado cada vez más desde 2003 en adelante (43 puntos en 2003 contra 55 en 2006 y 57 puntos en 2012). En otros términos, si un estudiante proviene de un entorno desfavorable, claramente tendrá hoy menos oportunidades que en 2003 para poder progresar en sus estudios. De hecho, los alumnos inmigrantes tienen al menos el doble de posibilidades de ubicarse entre los alumnos con más dificultades, ocurriendo esto en todas las áreas y competencias. Como ejemplo, la cantidad de inmigrantes en el nivel 2 de matemática en la prueba de 2012 en el caso de Australia y de Canadá fue de 16%, en tanto en Francia este porcentaje llegó al 43%, superando en este terreno a países europeos como Finlandia, Italia, Portugal, España y Suecia.

Asimismo, **los inmigrantes obtuvieron puntuaciones inferiores en 37 puntos a los obtenidos por los estudiantes franceses autóctonos, lo que equivale a un año de estudios de ventaja** (siendo esta diferencia de sólo 21 puntos de promedio, en los países de la OCDE). En Francia los estudiantes de sectores

socioeconómicos desfavorecidos no sólo obtienen resultados claramente inferiores, sino que suelen implicarse menos en el estudio y en la comunidad educativa, son menos perseverantes y muestran más ansiedad que el promedio de los estudiantes de los países de la OCDE.

En la mayoría de los países la preescolarización y el rendimiento en matemáticas se encuentran estrechamente vinculados. **En Francia, la casi totalidad de los niños son escolarizados a la edad de 3 años y esto no ha tenido repercusión en el rendimiento matemático.** Por su parte, el clima disciplinario se mantuvo estable en el período estudiado (2003-2012); sin embargo, entre los países de la OCDE, **Francia se caracteriza por ser aquel donde más se quebrantan las normas, a pesar de que sus alumnos se benefician de clases disciplinadas comparadas con las de otros países.**

La cantidad de alumnos repetidores en Francia disminuyó significativamente desde 2003, pero su tasa sigue siendo alta, pues un 28% de los alumnos de 15 años respondieron que al menos repitieron una vez (lo que resulta un porcentaje muy elevado si se coteja con el promedio de los países de la OCDE, que es del 12%).

En general, **los estudiantes franceses obtienen mayor satisfacción, que el promedio de los países de la OCDE, en el aprendizaje de las matemáticas, pero igualmente son de los que muestran más ansiedad hacía la materia.** En efecto, aun cuando el nivel de ansiedad se mantuvo estable entre 2003 y 2012, Francia continúa siendo el país de la OCDE cuyos estudiantes muestran mayores niveles de ansiedad ante las Matemáticas.

Cabe destacar, asimismo, que tal como ocurre en la mayoría de los países de la OCDE, en Francia aproximadamente uno de cada tres estudiantes dijeron haber llegado tarde a la escuela y uno de cada cinco “hizo novillos” en al menos una clase en las dos semanas previas a la evaluación PISA. Por otro lado, **Francia es el país que demanda menos retroalimentación a sus estudiantes en las lecciones, por parte de los profesores, y es el país con el sistema de tutoría de profesores menos desarrollado,** incluyendo a los países que no pertenecen a la OCDE. Por último,

Francia **cuenta con más profesores cualificados que el promedio de los países** de la OCDE, aun cuando el salario docente registrado (para funcionarios, y después de 10 o 15 años de experiencia) es menor al del promedio de la OCDE.

En definitiva, Francia siempre se ha ubicado en una posición mediana entre los países de la OCDE en las pruebas de matemáticas, lo que cuestiona la representación, alimentada tanto por la élite académica como por la administración pública y los medios de comunicación, según la cual el sistema educativo francés sería el mejor del mundo. Si sus élites escolares forman parte del pelotón de cabeza de los países desarrollados, las diferencias entre los alumnos se incrementan y cuestionan las políticas educativas puestas en marcha a lo largo de los últimos treinta años y que no han logrado democratizar el sistema educativo y fomentar su competitividad. Más allá de cualquier postura, las cifras descritas ponen de manifiesto los límites del enfoque curricular predominante en Francia, tanto en Matemáticas como en las demás áreas evaluadas.

3.3. Educación secundaria en Alemania

El sistema educativo en Alemania es predominantemente público. La estructuración en niveles difiere del sistema educativo español y de otros europeos. La secundaria comienza a una edad relativamente temprana, diez años, pudiendo cursar los niños en tres tipos de colegios: el *Gymnasium* (instituto que permite ingresar a la universidad); *Realschule* (escuela media que permite realizar ciertos aprendizajes y profesiones); y la *Hauptschule* (escuela media cuya finalización permite realizar aprendizajes artesanales) (Peregrino Moreno, 2010).

Si bien se trata de una edad muy temprana para detectar las competencias de los niños, en algunas regiones se crearon otros tipos de colegios, como los *Gesamtschulen*, donde los niños se educan juntos hasta los 16 años. Para poder acceder a la universidad, los estudiantes de secundaria tienen que hacer un examen de selectividad denominado *Abitur* que se puede hacer en el *Gymnasium* y la *Gesamtschule*.

La autoridad que rige el sistema educativo alemán es la *BMBF* (*Bundesministerium für Bildung und Forschung* – Ministerio Federal de Educación e Investigación), organismo que fomenta la educación continua desde edades tempranas y la formación profesional. Apoya a las ciencias en todos los ámbitos por medios financieros, otorga becas que estimulan la formación y el estudio. Financia asimismo la *BAföG* (Ley Federal de Asistencia a la Formación), que regula el apoyo estatal para la formación de los estudiantes (Peregrino Moreno, 2010).

Una vez terminada la enseñanza secundaria en cualquiera de sus modalidades, la mayoría de los niños opta por unas prácticas (*Lehre*), que es un modelo que sólo existe en Alemania para combinar prácticas con formación académica adicional en una *Berufsschule* o, en el caso de educación superior, en la Universidad o *Fachhochschule*. Los 16 Estados Federados o *Länder* tienen competencias en las

áreas de educación y cultura. De este modo, el gobierno federal establece metas y medidas generales y los Estados son quienes las llevan a la práctica.

A continuación se describen las características principales de los tres tipos de escuelas secundarias, que en su totalidad incluyen las Matemáticas como una de las asignaturas principales (Peregrino Moreno, 2010):

Hauptschule: Focalizada en aprendizajes artesanales, va hasta el grado 9. Los alumnos suelen concluir a los 15 años de edad y dura entre 5 y 6 años, dependiendo de la región. Este tipo de escuela prepara al alumno desde el comienzo para una formación profesional. La educación que imparte es muy práctica. Si al finalizar el grado 9 los alumnos tienen buenas notas, se les da la opción de hacer un grado 10 para obtener la *Mittlere Reife*, que es lo mismo que el *Realschulabschluss*, título que abre posibilidades de ingresar a la universidad. Actualmente tiene una mayoría de alumnos en el ámbito rural, habiendo prácticamente desaparecido en el ámbito urbano.

Realschule: Tiene una duración de seis años y transcurre hasta el grado 10 (los estudiantes suelen terminarla con 16 años, dependiendo de la región). El título obtenido es el *Mittlere Reife*, con el cual pueden aspirar a realizar el *Fachabitur*, diploma especializado en ciertas asignaturas que permite el acceso a la universidad. También los egresados tienen como opción realizar una carrera en el sector bancario y otros muchos sectores industriales y de servicios. Se concibe como un camino medio entre la *Hauptschule* y el *Gymnasium*, y debe proporcionar a los alumnos una educación general de nivel intermedio. Los egresados de estos colegios forman parte de la clase media burguesa, y están cualificados para los mejores trabajos en los mencionados sectores. Su éxito actual radica en que ha sabido adaptarse a los cambios en la sociedad relacionados con el traspaso de una economía industrial a una de servicios.

Gymnasium: Se extiende hasta el grado 12 o 13, según la región. Los estudiantes finalizan estos estudios entre los 18 y 19. El *Abitur* es el diploma que se

obtiene al terminar el *Gymnasium*, y permite asistir a la universidad en toda Europa sin necesidad de exámenes extras o de ingreso. Los exámenes del *Abitur* son tanto orales como escritos y duran varias horas por materia. La nota que los alumnos alcancen en este examen es muy importante para su futuro profesional, ya que de ella depende qué carrera pueden estudiar en la universidad y dónde hacerlo. Para estudiar medicina, por ejemplo, se necesita un promedio de nota 1.2, es decir sobresaliente.

En el Nivel II de secundaria cabe mencionar también a los *Berufsschulen*, institutos de formación profesional dual. Al término de la Realschule y la Hauptschule (ambas de Nivel secundario I), los alumnos pueden ingresar a estos institutos donde pueden aprender un oficio tanto en la escuela como en una empresa. Los alumnos asisten por lo general sólo dos o tres veces por semana y el resto de los días trabajan en una empresa. Esto se hace para que los estudiantes aprendan no solamente teoría, sino también la práctica de la profesión elegida (Peregrino Moreno, 2010).

Hasta cierto punto el sistema educativo alemán es flexible. Conforme sea el rendimiento del alumno durante los dos primeros años en la escuela secundaria (5° y 6° grado), existe la posibilidad de cambiar de escuela, dependiendo de cómo se vayan desarrollando las capacidades intelectuales de los niños y adolescentes.

Entre los problemas principales que afronta el nivel secundario, Schulte (2005) destaca la falta de apoyos para el alumnado con menos posibilidades, la falta de herramientas de evaluación para realizar comparaciones entre las escuelas, y con ello también de los títulos, así como la falta de elementos de formación profesional para los docentes y de cooperación con las empresas. En las escuelas se ha reaccionado parcialmente a estas cuestiones, si bien se encuentran en situación muy desigual. Las más afectadas por las últimas reformas han sido los *Hauptschule*, que prácticamente sólo reciben alumnos extranjeros o de estratos sociales inferiores.

Por otro lado, varias escuelas han incorporado una enseñanza diferenciada para adaptarse tanto a los alumnos con mejor rendimiento como a los de menor rendimiento. Asimismo los directores (aunque no necesariamente los docentes) se

muestran dispuestos a aceptar evaluaciones externas, lo que supone una cierta homogeneización de currículos. En líneas generales, si bien se considera positiva la introducción de estándares comparativos, la mayoría de las escuelas alemanas occidentales ha mantenido cierta flexibilidad de los planes marco. En este aspecto se distinguen de las escuelas alemanas orientales, que con frecuencia continúan prefiriendo directrices más vinculantes y detalladas para la docencia (Schulte, 2005).

3.3.1. Área de Matemáticas

Los ministerios de educación de cada *Land* son los encargados de la administración central, o de nivel superior, a la hora de desarrollar la normativa básica sobre la enseñanza de las matemáticas. Los profesores tienen una relativa libertad para aplicar los métodos de enseñanza de su preferencia, y de organizar las clases siguiendo criterios personales, generalmente, promoviendo el intercambio de opiniones, bajo la concepción de que las matemáticas constituyen un lenguaje a aprender (EURYDICE, 2011).

El año escolar en Alemania varía según el *länder*, el horario oscila entre las 24 y 36 clases de 45 minutos de lunes a sábados, en grupos promedio de 30 alumnos. Las clases de Matemáticas disminuyen desde las cinco horas semanales de los primeros cursos a tres en el décimo año. En los cursos superiores de la secundaria los alumnos escogen entre cursos de diferentes niveles, de modo que las matemáticas que se enseñan varían entre tres y seis horas cada semana (Keitel y Gellert, 1997).

3.3.2. Abordajes teórico-metodológicos y estrategias de enseñanza

Uno de los abordajes teórico-metodológicos más extendidos en Alemania es el enfoque de la enseñanza de las matemáticas como una extensión de la enseñanza de la lengua, es decir, se concibe a las matemáticas como una lengua particular, que presenta afinidades con algunas estrategias empleadas en la enseñanza de segundas lenguas. Maier y Schweiger (1999) afirman que hay una equivalencia entre el lenguaje simbólico de las matemáticas y el lenguaje cotidiano. Partiendo de esta premisa elaboran un método para enseñar el lenguaje de las matemáticas a través de la realización de diálogos e interacciones entre los alumnos, y entre éstos y el docente en su rol de guía. De este modo se busca que todos los estudiantes utilicen el razonamiento y la formalización, y por estas vías den con la solución de los problemas expuestos por el profesor, o eventualmente por el currículum.

La expresión “lenguaje de la matemática” se maneja en general para la descripción del conjunto de los símbolos en que se presenta la propia matemática, es decir, funciona como un saber auto-contenido y ajeno a otras disciplinas. La gramática de este lenguaje se asume como la lógica formal subyacente a los símbolos. La identificación de los elementos del lenguaje (o sea, las palabras) con los símbolos correspondientes a los elementos de la realidad ha sido motivo de reflexión, pero no se han desarrollado métodos para hacer transparente una traducción para el ser humano común. Muchos de los textos en los cuales se vincula el lenguaje y la matemática se encuentran en ciertos problemas propuestos, que suelen ser bastante complejos (Ospitaletche-Borgmann y Martínez Luaces, 2012).

Xu y Ludwig (2008) diseñaron un modelo que requiere del lector y/o alumno un completo arsenal de competencias y un dominio importante del lenguaje matemático. Los autores analizan las formas en que los jóvenes aprenden, como prácticas culturales, una serie de competencias en Cálculo y otras áreas de la matemática, y dan cuenta de lo que implícitamente experimentan en el proceso de incorporación a

diversas interacciones culturales. Suponen que actuando en un entorno en el que repetidas veces “se vive” el concepto de número, o ciertas operaciones como la adición o la multiplicación, y escuchando cómo se comunican estas operaciones en la vida cotidiana, se termina por aprender, tomar e incorporar el repertorio idiomático de las matemáticas, desde un abordaje que tiene una fuerte impronta contextual.

Otro abordaje teórico-metodológico que se ha usado en Alemania en la enseñanza de las Matemáticas es el aprendizaje por errores, el cual se desarrolló en Alemania en el período de entreguerras del siglo XX, debido a la importancia creciente de la pedagogía empírica, que empleaba técnicas de introspección propias de la psicología experimental. Se pueden reconocer en este abordaje la influencia de las tres escuelas predominantes en el campo de la psicología: la psicoanalítica, la teoría de la Gestalt, y la denominada psicología del pensamiento (Kilpatrick, Gómez y Rico, 1998).

Mediante el análisis de los errores en las producciones de los estudiantes en la resolución de problemas; es posible advertir la comprensión inadecuada de los enunciados, determinación incorrecta de los números, y otros fallos ligados a las estrategias de resolución empleadas. Asimismo, dentro de los errores de cálculo se pueden distinguir cinco tipos: cambios de operación, aproximación aditiva o multiplicativa, resultados parciales, sólo el primer dígito correcto y errores de transcripción. También se ha intentado interpretar las deficiencias en el cálculo aritmético desde una perspectiva psicológica, particularmente los errores y dificultades que surgen cuando se trabaja en problemas aritméticos; pudiendo rastrearse las causas de error en las diferentes etapas del proceso de solución.

En Alemania no existen datos estadísticos generales sobre los enfoques metodológicos que se utilizan con más asiduidad, siendo éste un considerable déficit del sistema educativo alemán en general. A fin de paliar esta situación un grupo de

organismos federales han puesto en marcha el programa *SINUS (Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts* –Mejora de la eficacia de la enseñanza de las matemáticas y las ciencias-). La finalidad de este programa, que se organiza a nivel regional, es optimizar las estrategias y recursos didácticos empleados por los docentes. El programa se estructura en once módulos, cuya secuencia es opcional. En cada módulo se abordan temas tales como el aprendizaje basado en problemas, el aprendizaje a partir de errores, enfoques interdisciplinarios y cooperación entre alumnos. El programa se ha concebido para introducir un cambio efectivo en los métodos de enseñanza, pero para alcanzar este objetivo es necesario que todos los docentes acepten el proceso de innovación y lo integren en su propia actividad docente (EURYDICE, 2011).

3.3.3. Políticas y prácticas pedagógicas

La manera de enseñar es más formal que en otros países, y hay poco contacto entre el profesor y los alumnos fuera del aula. En los últimos años, algunos colegios han visto un aumento en los problemas de disciplina, ocasionados principalmente por la alta proporción de jóvenes de minorías étnicas, que en algunos casos superan el 50% del alumnado. A pesar de los problemas y de resultados en PISA no tan buenos en sus últimas versiones –como se verá más adelante-, el nivel académico es alto en general, por lo menos comparado con el de otros países europeos. Los colegios alemanes fueron pioneros en introducir las nuevas tecnologías e Internet, y la mayoría tienen clases de informática y conexiones veloces a Internet (Demos, 2011).

De acuerdo con Döbert (2007, p. 322), una de las manifestaciones más acabadas de los cambios producidos en el sistema educativo alemán se relacionan con las peculiaridades estructurales y organizativas del sistema, comparado con los

sistemas educativos de otros países avanzados. En efecto, el sistema alemán se ha caracterizado históricamente por las tradiciones culturales –asumidas incluso como ideológicas- que hoy parecen haberse desdibujado: los objetivos de educación general que debe ofrecer el sistema educativo no son definidos por sus “consumidores” ni en términos pragmáticos, sino más bien como producto de ideas superiores nada ordinarias y por las tradiciones culturales y prácticas germanas.

Alemania promociona concursos federales de matemáticas, abiertos a todos los centros educativos que ofertan cursos de acceso a la educación superior. Estos concursos se desarrollan en tres fases a lo largo del año (EURYDICE, 2011).

3.3.4. Mecanismos y criterios de evaluación

La evaluación de los alumnos es de tipo continuo y en todas las materias tiene similar importancia tanto la nota oral como la de las pruebas escritas. Las notas, *Zeugnis*, se entregan dos veces durante el transcurso del año escolar. Las notas de calificación alemanas varían entre 1 y 6, pudiéndose obtener calificaciones con decimales (tales como 1,2 o 3,6). La máxima nota es el 1 (excelente), y la peor 6 (muy deficiente). La nota mínima para aprobar el grado es 4, (suficiente) (Peregrino Moreno, 2010).

En Alemania se vienen implementando reformas que han incluido a la fase evaluativa de la educación. Entre los instrumentos más importantes que se han aplicado se destacan las pruebas de apoyo a las escuelas con vista a ayudarlas a conseguir una equivalencia de sus rendimientos dentro de su *Länder*, conocidas como pruebas “paralelas” y “comparativas”. Las pruebas paralelas suponen comparar estudiantes de clases paralelas dentro de una escuela determinada. Las tareas son concebidas y ejecutadas conjuntamente por los profesores y se realizan durante

tiempos específicos del curso escolar. Por su parte, las “pruebas comparativas”, que se han implementado a nivel nacional y dentro de cada *Länder* individualmente, cumplen una función similar en lo relativo a controlar la adhesión a los estándares a lo largo de la escolarización, con efectos similares a las pruebas existentes para los exámenes finales (como por ejemplo, el *Abitur*) (Kotthoff y Pereyra, 2009).

El ministerio proporciona ejemplos de tareas que sirven como pautas para delinear los niveles de dificultad y los criterios de rendimiento. Las pruebas paralelas orientan las discusiones entre el profesorado acerca de la eficacia de las estrategias y métodos de enseñanza empleados, y permiten comparar no sólo los logros de los estudiantes sino también los propios métodos de evaluación de los docentes. De esta manera se enriquece el debate sobre estas cuestiones didácticas dentro de las instituciones educativas.

Los alumnos que aprueben el *Abiturprüfung* (examen final al término de la Secundaria Superior) reciben el *Zeugnis der Allgemeinen Hochschulreife* (Certificado de Ingreso a la Universidad), que permite el acceso a la educación superior. Las escuelas de formación profesional a tiempo completo, preparan a los alumnos para una actividad específica, o para el acceso a la educación superior, al igual que las *Fachoberschule*, que tienen un sistema dual, siendo su evaluación un examen final ante un tribunal examinador de los órganos competentes concernientes (las cámaras de artesanía, cámaras de comercio e industria, las cámaras de profesiones liberales u otras corporaciones de derecho público), recibiendo un certificado del órgano competente. Al mismo tiempo, la escuela profesional (*Berufsschule*) también emite un certificado final si el aprendiz ha logrado por lo menos un rendimiento satisfactorio en todas las materias (UGT-Fete, 2013).

3.3.5. Resultados de PISA: evolución y análisis

La publicación de los resultados del programa de la OCDE sobre el rendimiento escolar de los estudiantes (PISA) (Deutsches Pisa-Konsortium, 2001) y el estudio complementario a nivel nacional PISA-E revelaron que los estudiantes alemanes se ubicaban debajo del promedio de la OCDE en las tres áreas estudiadas, y en el puesto 20, entre los 32 sistemas que participaron, en las pruebas de matemáticas. Estos resultados tuvieron un gran impacto y suscitaron numerosas controversias entre los responsables de las políticas educativas, en el profesorado y entre los propios estudiantes. El pobre rendimiento del sistema educativo alemán en los primeros exámenes **PISA provocó incluso que en el parlamento alemán se organizaran “sesiones de debate del PISA”** (Baumert et al., 2001).

En el ámbito académico, las discusiones giraron en torno a preguntas fundamentales sobre un sistema educativo, como cuáles son los objetivos de la educación, la noción de *Bildung* (formación) que se necesita en el siglo XXI, la medición de las competencias y los resultados (*outcomes*) educativos, la estructura y gobierno del sistema educativo, la previsión de la igualdad de oportunidades, entre otros temas.

En el segundo estudio PISA (2003), centrado en el área de Matemáticas, los resultados de los estudiantes alemanes mejoraron levemente, ubicándose en la media de la OCDE. De todos modos, cabe consignar que está mejoría se debe sustancialmente a que varios países de la OCDE obtuvieron resultados bastante inferiores a los que habían alcanzado en la edición de 2000, cayendo de este modo el nivel medio. En todo caso, si bien hubo una mejoría significativa en términos estadísticos, y particularmente en lo atinente a la resolución de problemas, estos resultados no invitaban a ser optimistas sino más bien cautelosos.

Estructuralmente, los resultados en matemáticas indican que la mayoría de los alumnos no consiguen solucionar problemas cotidianos en forma satisfactoria y tienen problemas a la hora de aplicar los conocimientos matemáticos de manera creativa (en lugar de realizar siempre simples operaciones de cálculo). En otros términos, el sistema educativo alemán no parece fomentar suficientemente las competencias de

solución de problemas y la aplicación de los conocimientos adquiridos en el área de Matemáticas (Schulte, 2005).

En cuanto a la distancia entre los alumnos con puntuaciones altas y bajas, fue especialmente significativa en 2009 entre los estudiantes alemanes. Esto da cuenta de que los centros escolares y los docentes trabajan con una gran diversidad de alumnos en lo que refiere a sus destrezas. En consecuencia, una forma de mejorar el resultado global del país podría ser centrarse en proporcionar más apoyo a los alumnos con más bajo rendimiento (EURYDICE, 2011).

Por su parte, la varianza entre centros escolares explica más del 60% de las desigualdades en el rendimiento escolar de los estudiantes alemanes. Como se ha visto al explicar el ordenamiento del sistema educativo alemán en su nivel medio, enseguida se observa que **el tipo de centro escolar determina en gran medida los resultados del aprendizaje de los alumnos**. Normalmente, en aquellos sistemas educativos en los que existen más tipos de escuelas o de programas educativos diferenciados, las diferencias en el rendimiento entre los centros es también mayor. Cabe consignar, asimismo, que entre los centros escolares hay notorias divergencias en lo que refiere a las circunstancias socioeconómicas de los alumnos matriculados, y discrepancias en cuanto a calidad o eficacia de la enseñanza de las matemáticas en los distintos centros escolares (OCDE, 2004).

Los datos del PISA de 2009 indicaban que Alemania no contaba con suficientes profesores de matemáticas cualificados. Como término medio, el 15% de los alumnos reciben instrucción en centros en los que los directores comentaron que la enseñanza de las matemáticas se ve dificultada por la escasez de profesionales cualificados, porcentaje que en el caso de Alemania se elevaba al 40% (EURYDICE, 2011).

Más tarde, **en la evaluación de 2012, Alemania demostró notorios avances**, siendo uno de los pocos países que mejoraron su rendimiento en matemáticas y sus niveles de equidad en educación. Durante el período 2000-2012, se

han diseñado **programas que ofrecen más oportunidades de aprendizaje a estudiantes inmigrantes y miembros de minorías, proporcionándoles días escolares más largos**. Esto ha sido acompañado con la implementación de políticas selectivas orientadas a mejorar el rendimiento de escuelas o de estudiantes que no alcanzan el nivel esperado, **distribuyendo más recursos a aquellas regiones y escuelas más necesitadas** (OCDE, 2014c).

En el caso de Alemania, participaron en el examen de PISA de 2012 (dedicado al Área de Matemática) 5.000 alumnos de distintos estados federados del país. En términos generales, es posible plantear que después del *shock* y el malestar que generaron las primeras pruebas, el país ha logrado reposicionarse, y ubicarse entre los primeros en todas las áreas, **reduciendo incluso la brecha entre el éxito educativo y la procedencia familiar, una de las debilidades del sistema educativo alemán** (CAI, 2013).

En Matemáticas los jóvenes alemanes obtuvieron una media de 514 puntos, frente a los 494 de media de todos los países evaluados por la OCDE y los 489 puntos de la Unión Europea, lo que implica que Alemania ocupa el puesto 15 en competencias matemáticas a nivel general y el 8 a nivel europeo. En lo que se refiere a las habilidades matemáticas, el número de alumnos que no cuentan con los conocimientos mínimos se redujo en 4 puntos porcentuales desde 2003 a 2012. Sin embargo, **los jóvenes que provienen de familias más favorecidas aventajan en 43 puntos a aquellos que viven en contextos económicamente más desfavorecidos. En el caso de los niños procedentes de contextos migratorios, la diferencia persiste y es aún mayor** (54 puntos de diferencia con respecto a alumnos de familias alemanas nativas).

De acuerdo con Kotthoff y Pereyra (2009), el examen PISA ha propiciado cambios muy significativos en el sistema educativo alemán, cuyos resultados en algunos casos pueden ser beneficiosos para un sistema tradicionalmente demasiado rígido y poco dispuesto al cambio. No obstante, con su enfoque esencialmente basado en torno a los estándares y las competencias unido a un concepto particular de lo que debe entenderse por “alfabetización”, a pesar de las innovaciones introducidas para

convertirlo en el programa educativo básico de las nuevas sociedades, representa un gran desafío para un sistema que deberá abandonar alguna de las concepciones más tradicionales de su modelo pedagógico.

Los autores plantean a la vez una crítica a los reduccionismos simplificadores, a veces tan intelectualmente frívolos, a los que ha dado lugar PISA con sus generalizaciones, que se agotan al sugerir conceptos demasiado amplios y vacíos de educación con la pretensión de hacer frente a las necesidades y demandas de las actuales sociedades orientadas a la economía del conocimiento. En esencia, el objetivo principal en la aplicación del enfoque PISA es distinguir lo que es y debe ser conocimiento útil y no útil para los jóvenes de las sociedades postindustriales, aunque la naturaleza de esta cuestión no es nada sencilla, tanto desde una perspectiva intelectual como culturalmente.

En el caso del sistema educativo alemán, los resultados del PISA han instado a repensar el concepto de *Bildung* a fin de asimilar y potenciar los cambios educativos que han introducido las nuevas tecnologías de la comunicación y la cultura virtual, significativos para un tiempo en que la identidad, la subjetividad, la filosofía del sujeto y lo que debería significar un nuevo humanismo, deberían atenderse con mayor cuidado (Kotthoff y Pereyra, 2009).

De acuerdo con Tröhler (2013), **el enfoque del PISA, aplicado al caso alemán, propone un dualismo entre la *Bildung* interior, por un lado, y el simple ajuste al mundo existente, por otro, asimilado a la noción de competencia.** Sin embargo, este enfoque generó fuertes resistencias en distintos sectores académicos. Se advierte, en refutación del abordaje de PISA, que la *Bildung* no es un conocimiento que se puede codificar y fijar, ni teórica ni prácticamente. No es utilitario ni pragmático y, por consiguiente, carece básicamente de propósito. Asimismo, se ha caracterizado a los supuestos básicos del PISA en forma peyorativa, tildándolos de “cáncer”, que obedecen a una “ideología de la rentabilidad”. En efecto, la *Bildung* es exactamente lo contrario de esta “ideología de la rentabilidad”, porque revela la formación interior del ser humano que al final se denomina *Persönlichkeit*.

La *Persönlichkeit* se da como resultado de la *Bildung*, y es la persona autosuficiente, madura y armoniosa, en tanto PISA y sus programas pretenden capacitar a los jóvenes para ejercitarles en la obediencia del *homo economicus*. En otras palabras, la idea de PISA de unir competencia y *Bildung* generó irritación y escepticismo en Alemania. Desde la perspectiva de sus filósofos y pedagogos, toda la estructura de PISA se puede considerar triste y preocupante, ya que supone la rendición de toda una tradición del *Sonderweg* (Excepcionalismo) alemán, la peculiaridad de la historia alemana y sus orígenes ideológicos y culturales. Más aún, implica la capitulación casi incondicional de un ideal cultural ante la ideología capitalista, que no se rige más que por el valor de hacer dinero. Y es verdad que ante un horizonte normativo en que la *Bildung* desempeña un papel esencial, el avance de PISA representa un avance enemigo al que hay que oponerse con firmeza (Tröhler, 2013).

3.4. Educación secundaria en España

La estructura del sistema educativo español deriva de la LOE, ley orgánica de mayo del 2006, que ha sido modificada en algunos aspectos por la LOMCE de diciembre del 2013. La LOMCE, en cuanto a la organización escolar, ha comenzado a aplicarse en los cursos impares de Ed. Primaria durante el presente curso escolar 2014-2015. Así pues la información recogida a continuación está vigente en este momento, diciembre del 2014, pero en proceso de cambio. Se hará referencia a los cambios que introducirá la LOMCE cuando en el 2018 acabe el proceso de aplicación, pero, en general, se recogerá en el presente documento la información sobre la legislación vigente en el momento de la redacción.

La Educación Secundaria Obligatoria (ESO) es una etapa educativa obligatoria y gratuita que completa la educación básica. Consta de cuatro cursos académicos que se realizan ordinariamente entre los 12 y los 16 años de edad. Se organiza de acuerdo con los principios de educación común y de atención a la diversidad del alumnado. Presta especial atención a la orientación educativa y profesional. La finalidad de la ESO viene recogida en el Capítulo III, Artículo 22 de la LOE (2006).

La finalidad y principios básicos son los siguientes:

- Lograr que todos adquieran los elementos básicos de la cultura: humanísticos, artísticos, científicos y tecnológicos.
- Desarrollar y consolidar hábitos de estudio y de trabajo.
- Preparar para la incorporación a estudios posteriores y para su inserción laboral.
- Formar a todos para el ejercicio de sus derechos y obligaciones en la vida como ciudadanos.

Se podrá repetir un máximo de dos cursos y permanecer, en régimen ordinario, hasta los dieciocho años de edad cumplidos en el año en que finalice el curso.

La LOMCE (diciembre del 2013), consta de un artículo único que modifica la LOE, por lo que representa cierto continuismo en legislación educativa. Ha adelantado a 3º ESO la elección de itinerarios que llevan a la vía académica o a la profesional, y ha adelantado a los 15 años, siempre que la familia del alumno esté de acuerdo, la edad para cursar la vía profesional básica, que constará de dos años y dará derecho a obtener una titulación profesional y permite a los alumnos que cursen esta vía educativa obtener el Graduado en ESO si aprueban el examen que se realiza al finalizar 4º de la ESO.

Currículum

El Gobierno establece las enseñanzas mínimas de la ESO con el fin de garantizar una formación común a todo el alumnado dentro del sistema educativo español, así como la validez de los títulos correspondientes para facilitar la continuidad, progresión y coherencia del aprendizaje, en caso de movilidad geográfica de dicho alumnado.

Las enseñanzas mínimas requerirán el 55% de los horarios escolares en las Comunidades Autónomas que tengan, junto con la castellana, otra lengua propia cooficial y del 65% en el caso de aquellas que no la tengan.

Las Administraciones educativas competentes en cada Comunidad Autónoma establecen el currículum (el conjunto de objetivos, competencias básicas, métodos pedagógicos y criterios de evaluación de una enseñanza) de la Educación Secundaria Obligatoria para su ámbito de gestión, del que forman parte las enseñanzas mínimas.

La LOMCE define como troncales las asignaturas comunes a todo el territorio, con contenidos regulados por el Gobierno y que corresponde a un horario mínimo del 50% del total. Entre las troncales se encuentran las matemáticas, obligatorias en todos los cursos de la enseñanza obligatoria.

Según la LOMCE a partir de 3º ESO las matemáticas se pueden cursar en alguna de las dos opciones: Orientadas a las Enseñanzas Académicas u Orientadas a las Enseñanzas Aplicadas. En Bachillerato en la opción Humanidades y CCSS en el Itinerario Humanidades no se cursan las Matemáticas, sí el Latín; En el Bachillerato de Artes, tampoco se cursarán como troncales. Aunque estos alumnos podrán tener alguna formación matemática optativa a través de las asignaturas específicas de Volumen, Dibujo Técnico o Cultura Científica.

A continuación se expone el currículo actual de la ESO:

MATERIAS	Curso 1º	Curso 2º	Curso 3º	Curso 4º
Comunes	<ul style="list-style-type: none"> • Ciencias de la naturaleza • Ciencias sociales, geografía e historia • Educación física • Lengua castellana y literatura y, si la hubiese, lengua cooficial y literatura • Lengua Extranjera • Matemáticas 			<ul style="list-style-type: none"> • Ciencias sociales, geografía e historia • Educación ético-cívica • Educación física • Lengua castellana y literatura y, si la hubiese, lengua cooficial y literatura • Lengua Extranjera • Matemáticas
	<p>En al menos un curso (Las Administraciones educativas establecerán en qué curso/s)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Educación plástica y visual • Música • Tecnología • Educación para la ciudadanía y los derechos humanos 			<p>Tres materias a elegir por el alumnado entre las siguientes ^(*):</p> <ul style="list-style-type: none"> • Biología y geología • Educación plástica y visual • Física y química • Informática • Latín • Música • Segunda lengua extranjera • Tecnología
Libre elección	<ul style="list-style-type: none"> • Enseñanzas de Religión: <ul style="list-style-type: none"> – Religión – Historia y cultura de las religiones • Atención educativa 			<ul style="list-style-type: none"> • Enseñanzas de Religión: <ul style="list-style-type: none"> – Religión – Historia y cultura de las religiones • Atención educativa
Optativas	<p>En el conjunto de los tres cursos, se podrá cursar alguna materia optativa de acuerdo con el marco que establezcan las administraciones educativas. La oferta de materias en este ámbito de optatividad deberá incluir:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Segunda Lengua Extranjera <p>(Las Administraciones educativas podrán incluir la segunda lengua extranjera entre las materias obligatorias)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Cultura Clásica 			<p>Se podrán cursar una o más materias optativas, de acuerdo con el marco que establezcan las administraciones educativas.</p>

Ilustración 14. MECD. Currículo ESO

Fuente: Gobierno de España, Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (2014)

Los centros educativos podrán organizar, de acuerdo con lo que regulen las Administraciones educativas, los siguientes programas específicos:

- **Programas de refuerzo de las capacidades básicas**, para aquellos alumnos de 1º y 2º de ESO que así lo requieran, en virtud del informe sobre su aprendizaje, los objetivos alcanzados y las competencias básicas adquiridas, realizado al finalizar la educación primaria, con el fin de que puedan seguir con aprovechamiento las enseñanzas de la educación secundaria.
- **Programas de diversificación curricular** para ayudar al alumnado que lo necesite, tras la oportuna evaluación, a alcanzar los objetivos y competencias básicas de la etapa y el título de Graduado en Educación Secundaria Obligatoria (3º y 4º de ESO) Incluyen dos ámbitos específicos: el socio-lingüístico y el científico-tecnológico, además de tres materias de la etapa. Podrá establecerse también un ámbito de carácter práctico.
- **Programas de cualificación profesional inicial** para favorecer la inserción social, educativa y laboral de los jóvenes mayores de 16 años (excepcionalmente de 15 años), que no hayan obtenido el título de Graduado en Educación Secundaria Obligatoria, previa evaluación académica y psicopedagógica. Estos programas deben responder a un perfil profesional en relación con el Nivel 1 del Catálogo Nacional de Cualificaciones Profesionales. Incluyen tres tipos de módulos: específicos y formativos de carácter general, que son obligatorios y los voluntarios que conducen a la obtención del Título de Graduado en Educación Secundaria Obligatoria. Quienes

superen los módulos obligatorios obtendrán unas certificaciones académicas expedidas por las Administraciones educativas que darán derecho, a quienes lo soliciten, a la expedición de los certificados de profesionalidad correspondientes expedidos por la Administración laboral competente. Entre las modalidades de estos programas se deberá incluir una oferta específica para jóvenes con necesidades educativas especiales que, teniendo un nivel de autonomía personal y social que les permita acceder a un puesto de trabajo, no puedan integrarse en una modalidad ordinaria.

Asimismo, en 2007 se implementó el Plan PROA (Programas de Refuerzo, Orientación y Apoyo), concebido como un proyecto de cooperación territorial entre el Ministerio de Educación y Ciencia y las comunidades autónomas, el cual pretende abordar las necesidades asociadas al entorno sociocultural del alumnado mediante un conjunto de programas de apoyo a los centros educativos. Entre ellos, el Programa de apoyo y refuerzo en Educación Secundaria se orienta a la necesidad de generar nuevas dinámicas en determinados institutos y se aplica a través de un conjunto de actuaciones que pretenden contribuir conjuntamente a la mejora del aprendizaje, de la relación de los alumnos con el centro, de la participación de las familias y de las posibilidades educativas del entorno del centro (Del Canto y Llaquet, 2007).

Más allá de los programas y estipulaciones normativas, uno de los objetivos principales de quienes dirigen las políticas públicas en el ámbito educativo es reducir la tasa de abandono escolar, y es que tal y como indica un informe de la UNESCO, en España es mayor que en otros países europeos, por encima del 25%. Por otro lado, además de tener un alto fracaso escolar en el nivel secundario, España se encuentra a la cabeza de Europa con un paro juvenil, superior al 50% entre menores de 25 años (dato de abril de 2013). En este sentido, el informe anual del estudio realizado por la UNESCO en 2012 recoge estos problemas de la enseñanza en España que debe

incidir en rebajar la tasa de abandono escolar y en buscar una mejor inserción laboral para sus jóvenes. Y ese parece ser el espíritu que ha guiado la última reforma educativa, la LOMCE.

3.4.1. Área de Matemáticas

En España el currículo de matemáticas se materializa en dos niveles (central y regional/local) y los centros educativos desarrollan sus programaciones dentro de este marco. El Ministerio de Educación establece el currículo de las enseñanzas mínimas para la educación secundaria obligatoria y, sobre la base de dicho currículo nacional, cada Comunidad Autónoma diseña su propio currículo. A su vez, cada Comunidad Autónoma publica normativa en relación con la atención a las distintas necesidades del alumnado. Además del currículo autonómico, cada centro goza de autonomía pedagógica para definir y desarrollar sus propias programaciones de centro, adaptadas a su contexto socioeconómico y cultural.

Los objetivos generales, los objetivos de aprendizaje y los contenidos del currículo de matemáticas se especifican en diferentes documentos oficiales, como, por ejemplo, la normativa específica sobre el currículo, las directrices para centros y para el profesorado, y el programa de la asignatura (o las programaciones de área que se elaboran en los centros). En el desarrollo y aprobación de estos documentos, así como en su difusión, pueden estar implicados diferentes niveles de la administración o de los propios centros escolares.

De acuerdo con el Anexo 1 del Real Decreto 1631/2006 de 29 de Diciembre de 2006 (BOE de 5 de Enero de 2007), por el que se establece las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria, se concibe a la Competencia en Matemáticas a partir de los siguientes parámetros:

Tabla 4. MECD. Competencia matemática.

Competencia Matemática	Definición y finalidad de la Competencia	Conocimientos	Destrezas	Actitudes
	<p>Utilizar y relacionar los números, sus operaciones básicas, los símbolos y las formas de expresión y razonamiento matemático para resolver problemas relacionados con la vida cotidiana y el mundo laboral.</p> <p>Finalidad: interpretar y expresar con claridad y precisión informaciones, datos y argumentaciones, para seguir aprendiendo a lo largo de la vida. Cobrará realidad y sentido en la medida en que los elementos y razonamientos matemáticos sean utilizados para enfrentarse a situaciones cotidianas.</p>	<p>Conocer y manejar los elementos matemáticos básicos en situaciones reales o simuladas de la vida cotidiana.</p> <p>Poner en práctica procesos de razonamiento que llevan a la solución de los problemas o a la obtención de información.</p>	<p>Aplicar principios y procesos matemáticos en situaciones cotidianas.</p> <p>Seguir determinados procesos de pensamiento (inducción, deducción, etc.).</p> <p>Identificar la validez de los razonamientos y valorar el grado de certeza.</p> <p>Comprender una argumentación matemática y expresarse y comunicarse en el lenguaje matemático.</p>	<p>Disposición favorable y progresiva hacia las situaciones que contengan elementos matemáticos así como a su utilización.</p>

En España, tras las reformas implementadas en 2006, se introdujo un cambio importante en la definición de los objetivos de rendimiento: la integración de la evaluación general del sistema educativo a nivel nacional y las evaluaciones de

diagnóstico que cada Comunidad Autónoma realiza en el ámbito regional. La primera es responsabilidad del Ministerio de Educación, en colaboración con las Comunidades Autónomas, y su objetivo primordial es recoger datos representativos (mediante pruebas nacionales normalizadas) sobre el logro de los objetivos (establecidos en el currículo) para la adquisición de las competencias básicas.

Una de las reformas introducidas por la LOMCE es la obligatoriedad de realizar una Evaluación Final al término de la ESO, que será externa, diseñada por el Gobierno, necesaria para obtener el título de Graduado en ESO. También habrá una Evaluación final de Bachillerato, externa y diseñada por el Gobierno, necesaria para la obtención del título de Bachiller.

En España las matemáticas ocupan, actualmente, aproximadamente un 16% del currículo nacional de las enseñanzas mínimas y un 10% del total de horas lectivas recomendadas. Sin embargo, el currículo obligatorio promulgado a nivel nacional solo representa entre un 55% y un 65% del total de horas lectivas. Son las Comunidades Autónomas las responsables de distribuir el resto de las horas y pueden asignar horas adicionales a las matemáticas, si bien no están autorizadas a destinar la totalidad de las restantes horas lectivas a una sola materia.

3.4.2. Abordajes teórico-metodológicos y estrategias de enseñanza

En el currículum de la Comunidad Autónoma de Madrid (Decreto 23/2007) se establece que la metodología de enseñanza deberá adaptarse a cada grupo de alumnos, rentabilizando al máximo los recursos disponibles. Como criterio general son aconsejables las actuaciones que potencien el aprendizaje inductivo, sobre todo durante los primeros años de la etapa, a través de observación y manipulación, y

refuercen, al mismo tiempo, la adquisición de destrezas básicas, esquemas y estrategias personales a la hora de enfrentarse ante una situación problemática cercana al alumno, sin perder de vista la relación con otras materias del currículo. Asimismo, deberá fomentarse la adquisición de hábitos de trabajo propio de las matemáticas, necesario para un desarrollo autónomo del aprendizaje de los alumnos, para propiciar sus aplicaciones en cursos sucesivos y fuera del aula, así como para fomentar la curiosidad y el respeto hacia esta disciplina.

Pese a la variedad de métodos didácticos que se utilizan en la actualidad, existe una clara preferencia por algunos de ellos. El aprendizaje basado en problemas, la exploración y la investigación son los más frecuentes en varias CC.AA, al igual que el uso de contextos de la vida real para hacer que las matemáticas sean más relevantes a la propia experiencia de los alumnos. Uno de los métodos de uso común, tal como revelan los resultados del PISA para los países de la región, pero menos frecuente en la normativa a nivel central, son las estrategias de memorización.

En la enseñanza de las matemáticas se pueden seguir diferentes métodos, los cuales, desde nuestra óptica, se deben complementar, y es necesario conocerlos todos para comprender un tema. Es prioritario ejercer una enseñanza que abarque todas las posibilidades y métodos accesibles a la comprensión de los alumnos, tales como el estructuralista, el constructivista, el mecanicista, el empirista y el realista.

Desde nuestro punto de vista, una de las dificultades que tienen los docentes en el proceso de enseñanza-aprendizaje está relacionada con la forma compartimentada de enseñar los temas, o la matemática en general. Este problema ha intentado resolverse en parte, haciendo de la competencia matemática uno de los objetivos que ha de lograrse a través de todas las materias. Por lo tanto, es necesario ahondar en ella y colaborar con el resto de profesores para su consecución.

Hay que tener en cuenta que la matemática es una forma de pensar, no una mera transmisión de contenidos y/o fórmulas. Durante la enseñanza de un conocimiento matemático se debe hacer hincapié en las definiciones, propiedades y teoremas, y a la vez proponer una adecuada ejercitación práctica -necesaria para la mecanización de las formas de resolución- pero especial relevancia tienen los problemas a los que se vinculan los planteamientos geométrico y analítico. Los alumnos deben poder distinguir qué propiedad y/o teorema hay que aplicar en un determinado ejercicio o problemas.

Hay que hacer referencia a la importancia de la resolución de problemas en el aula, no siempre fáciles de llevar a cabo, pero necesario para la buena adquisición de la competencia matemática, y que por tanto también tendrá una repercusión positiva en los resultados de las pruebas tipo PISA. Son muchos los autores que trabajan en este campo facilitando experiencias que puedan trasladarse al aula. Como ejemplo, sobre la enseñanza y gestión de la clase de matemáticas en la resolución de problemas citamos a los autores Cobo Lozano y Molina Hernández (2014). Estos autores focalizan la manera en que el profesor ha de gestionar el funcionamiento general de la clase. Para que los estudiantes consigan los objetivos que se proponen es necesario que las clases tengan una estructura de funcionamiento determinada, en la que queden claras las funciones que cada elemento (profesor, estudiante, tarea) ha de desempeñar. Los autores proponen una clase en la que forman grupos de alumnos, cuya dinámica de funcionamiento, ante el planteamiento del problema a resolver, se da en tres fases: registro de los procesos de resolución, reflexión y puesta en común, y elaboración de un informe final.

Siguiendo a Cobo Lozano y Molina Hernández (2014) para llevar adelante las diferentes estrategias didácticas desplegadas en el campo de la resolución de problemas, es preciso que se sustenten en las siguientes prácticas de los docentes:

- Si queremos que los estudiantes generen buenos procesos de resolución han de tener tiempo suficiente para desarrollarlos.
- Las reflexiones conjuntas que tienen lugar en las puestas en común son los momentos en los que se intentan solucionar las dificultades

de comprensión, en los que se unifican las líneas de trabajo de los diferentes grupos y donde se abordan los bloqueos y conflictos que se produzcan. El profesor tiene que dar siempre prioridad a que sean los propios estudiantes los que resuelvan las cuestiones y dificultades que se planteen.

- El profesor ha de respetar el desarrollo de los procesos de resolución que vayan generando los diferentes grupos de trabajo y solo cuando considere que la dispersión del trabajo en la clase sea amplia, delimitará, en una puesta en común, las diferentes líneas de trabajo propuestas por los estudiantes y les instará a trabajar sucesivamente en cada una de ellas.
- El profesor ha de procurar anticipar las dificultades que puedan tener los estudiantes, para intentar solucionarlas conjuntamente en el grupo-clase. Normalmente, estas dificultades suelen producirse cuando se aborda por primera vez algún contenido matemático. Por ejemplo, cuando se producen las primeras generalizaciones o la realización de tablas específicas u otras estrategias heurísticas, cuando, para avanzar, necesitan de la introducción de un nuevo contenido conceptual, cuando hay bloqueos en la búsqueda de nuevas variantes, etc.

3.4.3. Políticas y prácticas pedagógicas

Las ayudas para la adquisición del material.

El Ministerio de Educación y las Comunidades Autónomas ofrecen anualmente becas para ayudar a las familias a sufragar el coste de los libros de texto. En algunas Comunidades Autónomas, aparte de estas ayudas, existen también programas para

conseguir libros de texto gratuitos. En dichos programas, las administraciones educativas son las propietarias de los libros y los entregan a los alumnos en préstamo.

La formación del profesorado, inicial y a lo largo de toda su carrera.

La formación inicial del profesorado español, está regulada, en la actualidad, a través de un máster universitario, que incide en la preparación pedagógica de los futuros profesores. Para conocer mejor esta formación previa al ejercicio de la función docente en los niveles regulados por la LOE, se recoge el programa de **Máster Universitario Formación del Profesorado de Educación Secundaria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas**, de la Universidad Complutense de Madrid. En esta universidad se puede cursar dicho máster para un gran número de especialidades docentes, hasta 18 especialidades, y tiene una duración de un curso, dividido en dos semestres, en el que se deben cursarse 60 créditos de formación.

El Máster sigue una estructura de módulos y materias. En todas las especialidades ofertadas la estructura está compuesta por tres módulos:

- Genérico: 12 ECTS obligatorios estructurados en tres materias
- Específico: 30 ECTS obligatorios de especialidad estructurados en dos materias:

Complementos para la Formación Disciplinar (15 ECTS) y Enseñanza y Aprendizaje de las Materias Correspondientes e Innovación Docente e Iniciación a la Investigación Educativa (15 ECTS). Las materias del Módulo Específico están adaptadas, en cada caso, a una especialidad concreta.

- Practicum y Trabajo Fin de Máster: 18 ECTS obligatorios estructurados en dos materias:

Prácticas en Centros Escolares de la especialidad seleccionada (12 ECTS) y Trabajo Fin de Máster (6 ECTS).

Materias Obligatorias	ECTS	Semestre
Módulo Genérico		
Aprendizaje y Desarrollo de la Personalidad	4	1º
Procesos y Contextos Educativos	4	1º
Sociedad, Familia y Educación	4	1º
Módulo Específico		
Complementos para la Formación Disciplinar (asignaturas según especialidades)	15	1º
Enseñanza y Aprendizaje de las Materias Correspondientes e Innovación Docente e Iniciación a la Investigación Educativa (asignaturas según especialidades)	15	1º
Módulo Practicum y Trabajo Fin de Máster		
Prácticas en Centros Docentes	12	2º
Trabajo Fin de Máster	6	2º

Ilustración 15. Universidad Complutense. Máster del Profesorado.

Los profesores españoles tienen que actualizar sus conocimientos y seguir formándose mientras sigan en activo. Esta formación, por otra parte, tiene efectos profesionales y económicos.

Fomento de los medios tecnológicos.

En España los medios tecnológicos se consideran herramientas esenciales para enseñar, aprender y practicar las matemáticas y se afirma que su uso cotidiano en el mundo laboral ha de verse reflejado en el aula. Hay una sección del currículo nacional que incorpora el uso de las TIC: “La competencia en el tratamiento de la información y la competencia digital”. Su finalidad es proporcionar a los alumnos una serie de destrezas, como la comparación o la aproximación, e iniciarles en el uso del lenguaje gráfico y estadístico. En enseñanza secundaria inferior, los alumnos utilizan hojas de cálculo, y dicha actividad conduce a la “formulación de preguntas, comprensión de ideas y elaboración de informes”. También se utilizan en este nivel

programas interactivos de geometría que permiten el análisis de propiedades, la exploración de relaciones y la formulación y validación de hipótesis.

El Ministerio de Educación favoreció la creación de una herramienta digital e interactiva para el aprendizaje de las matemáticas, Descartes, que si bien en estos momentos presenta incompatibilidades técnicas con los sistemas operativos más modernos, tiene un enorme potencial. También las Comunidades Autónomas han desarrollado plataformas digitales para que los profesores desarrollen sus propias actividades o puedan utilizar las desarrolladas por otros profesores.

3.4.4. Mecanismos y criterios de evaluación

Los exámenes elaborados por el profesorado son la herramienta de evaluación más común en secundaria. Como cabría esperar, la evaluación de las matemáticas a través de pruebas nacionales tiene un carácter más prescriptivo, de forma que en la gran mayoría de los casos los exámenes en esta materia son obligatorios, generalmente a través de la competencia matemática. Los resultados de las evaluaciones se utilizan para introducir mejoras generales en el sistema educativo y para muy diversos fines específicos, entre los se destaca asignar recursos a grupos concretos de alumnos; obtener información para llevar a cabo revisiones del currículo; y recabar datos para diseñar nuevos enfoques sobre formación permanente del profesorado.

En cuanto a los criterios de evaluación, más allá de los establecidos en los marcos curriculares, no se han registrado modificaciones sustanciales en los últimos años.

3.4.5. Resultados en PISA: evolución y análisis

Del estudio de los resultados del Informe Pisa 2003 –cuyo tema central era Matemáticas, y que evaluó a 276.165 alumnos pertenecientes a 10.104 centros

escolares-, se concluía que los estudiantes españoles no obtenían buenos resultados, si se comparaban con otros países desarrollados, en las materias básicas, incluida las matemáticas. En ese momento el gasto per cápita en educación también se encontraba rezagado.

A la vista del informe, se recomendó a algunos países, entre ellos España, que “mejoren la calidad de sus sistemas de enseñanza sin perjuicio de la equidad”, que se calificaba de “buena” en el caso de nuestro país. Los resultados de los estudiantes españoles eran homogéneos y coherentes, pues tanto en matemáticas como en ciencias o lectura, integraban el tercio de países que se hallaban por debajo de la media. También se señalaba que los antecedentes socioprofesionales de los padres tenían un peso relativamente fuerte en España, es decir, los alumnos de origen modesto tenían menos posibilidades que en otros países de tener buenos resultados.

Respecto a los resultados obtenidos por los alumnos españoles, el Informe PISA 2003 ponía de manifiesto que eran semejantes a los del año 2000, aunque un poco mejores en alguna subárea de matemáticas y ligeramente inferiores en las áreas de lectura y ciencias. En matemáticas, los jóvenes españoles obtenían 485 puntos, cuando la media de los países de la OCDE era de 500. Era una puntuación ligeramente inferior a la de los estudiantes alemanes, suecos y franceses, similar a los resultados de Luxemburgo, Noruega y Estados Unidos y superior a los de Italia, Portugal o Grecia.

También se recalca en el Informe de 2003 que el sistema educativo español era de los que menos diferencias producían entre sus alumnos, siendo modesto el porcentaje de alumnos situado en los niveles de rendimiento más altos. En suma, los resultados medios españoles eran discretos pero esperables en relación con el PIB per cápita a la inversión pública en educación y al índice PISA de status socioeconómico y cultural.

Las alumnas españolas tenían un rendimiento en matemáticas inferior al de sus compañeros, aunque la diferencia no se considera importante. Se constataba una

actitud previa de inseguridad de las jóvenes ante esta disciplina. Pero las chicas mostraban mejores puntuaciones en lectura, 39 puntos por encima de sus compañeros varones.

Según se desprende del Informe PISA 2003, se pueden alcanzar buenos resultados sin que ello tenga que provocar un aumento de desigualdades entre los centros por el tipo de alumnos que escolarizan y ya algunos países habían empezado a mejorar su rendimiento al tiempo que reducen las desigualdades. España se encuentra cercana al grupo de países que consiguieron combinar el rendimiento de sus alumnos con niveles aceptables de equidad. Por otro lado, los estudiantes afirman tener un sentimiento positivo respecto a la pertenencia a su centro de enseñanza, siendo España uno de los países donde más se aprecia esta tendencia.

Analizando los resultados con carácter general, el informe de 2003 pone de relieve que en matemáticas, una vez más, el interés de los alumnos y la seguridad en sus capacidades en dichas áreas están estrechamente asociados a un mayor rendimiento: cuanto mayor es el interés del alumno, más alto es su rendimiento. Asimismo, se constata, en todos los países, que el interés por las matemáticas es muy inferior al que hay por la lectura, aunque la mayoría de los alumnos cree que el estudiar matemáticas los ayudará en el futuro. El concepto de los alumnos sobre sus habilidades matemáticas es una consecuencia importante de la educación, pero también una poderosa herramienta de predicción del éxito de los alumnos. Más de la mitad de los alumnos de 15 años no se sentían seguros de sus habilidades en matemáticas.

Por lo que se refiere a las diferencias según el sexo de los alumnos en el rendimiento en matemáticas, no son el resultado de diferencias naturales. Algunos países ofrecen un entorno de aprendizaje que beneficia a los dos sexos de igual manera, aunque en general las chicas no obtienen rendimientos mucho más bajos que los chicos, presentan sistemáticamente un menor interés y disfrutan menos en relación con la asignatura, unos sentimientos inferiores sobre sus capacidades y unos mayores niveles de impotencia y estrés. Esto indica que las medidas para reducir las diferencias entre los sexos se deben poner en práctica a una edad más temprana.

Al estudiar el entorno familiar y cultural, por término medio la cuarta parte de los estudiantes cuyos padres tenían trabajos de alto nivel obtenían una puntuación superior en 93 puntos a los de los alumnos cuyos padres tenían trabajos de nivel más bajo. Los alumnos cuyas madres habían completado los estudios secundarios de nivel más alto obtenían una puntuación 50 puntos mayor que aquellos cuyas madres poseían niveles educativos inferiores, el tener una madre con estudios superiores suponía 24 puntos más.

Los responsables del estudio de la OCDE en 2003 afirmaban que demasiado a menudo las experiencias vividas en el centro de enseñanza mitigan la influencia del entorno familiar, y apuntaban las siguientes medidas para paliar estas diferencias: iniciación temprana de la educación preescolar para los alumnos más desfavorecidos, detección rápida de los problemas, incremento de las dotaciones de los centros y refuerzos destinados a los alumnos con bajo rendimiento.

Al observar la evolución de los resultados de los estudiantes españoles en el período 2003-2012, se observa que el rendimiento medio se encuentra por debajo de la media de la OCDE y no ha mejorado. En efecto, con 484 puntos se ubica entre los puestos 31 y 36 de los 65 países y economías que participaron en la evaluación PISA 2012, habiendo disminuido apenas 1 punto, de 485 a 484, lo cual no supone cambios significativos. Por ejemplo, Polonia, que había tenido un rendimiento inferior al de España en 2003, logró superarla en 2012, siendo también superada –en lo que respecta a su evolución–, por países como Italia, Portugal y la Federación Rusa.

De acuerdo con el Informe relativo a los resultados de España, el rendimiento educativo en matemáticas, lectura y ciencias ha permanecido justo por debajo de la media de la OCDE, a pesar de haber incrementado en un 35% el gasto en educación desde 2003 y de los numerosos y diversos esfuerzos de reforma a nivel estatal y regional.

En 2012 los alumnos con un nivel socio-económico favorecido superaron a los alumnos menos favorecidos en 34 puntos en matemáticas, una diferencia 6 puntos

superior a la registrada en 2003. En 2012 los chicos superaron a las chicas en 16 puntos, lo que representa una diferencia en rendimiento entre ambos grupos de 7 puntos superior a la existente en 2003. Por su parte, los alumnos repetidores obtuvieron 102 puntos menos que los no repetidores en 2012, lo cual implica 10 puntos de aumento con respecto a 2003 en la diferencia entre ambos grupos de alumnos.

También se registraron 55 puntos de diferencia entre las comunidades españolas con un mayor y menor rendimiento educativo, el equivalente a casi un año y medio de escolarización. De todos modos, más del 85% de las diferencias en el rendimiento en matemáticas es atribuible a diferencias socio-económicas, frente al 47% entre las regiones de Italia, el 16% en Canadá y el 26% de Australia.

Aproximadamente el 8% de los alumnos obtiene un rendimiento excelente en matemáticas, lo cual significa que pueden desarrollar y trabajar con modelos para situaciones complejas y trabajar de forma estratégica utilizando habilidades de pensamiento y razonamiento amplias y bien desarrolladas. Esta proporción está por debajo de la media de la OCDE (13%) y no cambió significativamente desde 2003 (7.9%). En contrapartida, el 24% de los alumnos españoles están rezagados en matemáticas, lo cual implica que como mucho, pueden extraer la información relevante de una única fuente y pueden utilizar algoritmos, fórmulas, procedimientos o convenciones básicas para resolver problemas que incluyan números enteros. Esta proporción es similar a la de la OCDE (23%) y tampoco cambió significativamente desde 2003 (23%).

Otro factor de interés es que los alumnos españoles tienen fortalezas diferentes en las diferentes áreas evaluadas en matemáticas. De los tres procesos matemáticos que se midieron en PISA 2012, los alumnos españoles obtienen mejores resultados en *interpretar, aplicar y evaluar los resultados matemáticos* (11 puntos por encima de la puntuación media de España en matemáticas) y peores en la *utilización de conceptos, hechos, procedimientos y razonamientos matemáticos* (3 puntos por debajo) y en *formular situaciones matemáticamente* (8 puntos por debajo).

Si se cotejan las cuatro áreas de contenido que se midieron en PISA 2012, los alumnos españoles obtuvieron mejores resultados en *cantidad* (7 puntos por encima de su puntuación media de España en matemáticas), resultados similares en *incertidumbre y datos* (2 puntos por encima) y *cambio y relaciones* (3 puntos por debajo), y **peores resultados en espacio y forma** (7 puntos por debajo).

En síntesis, es posible postular que en España el rendimiento en matemáticas se ha mantenido estable en tanto la equidad ha empeorado, ya que se ha incrementado en 3 puntos porcentuales (desde el 12,6% que había en 2006) la proporción de la variación en el rendimiento del alumnado en matemáticas que se explica por el estatus socioeconómico. Sin embargo, **las diferencias en rendimiento entre los centros más favorecidos y los menos favorecidos fueron relativamente pequeñas en España: 26 puntos frente a los 71 puntos de media de la OCDE. Las diferencias son más pronunciadas entre los alumnos que asisten al mismo centro educativo, y se dan principalmente entre los alumnos más favorecidos y los menos favorecidos.** Estas diferencias han aumentado de 18 a 27 puntos entre 2003 y 2012, frente a una diferencia media de 19 puntos en la OCDE en 2012.

En España la proporción de alumnos inmigrantes aumentó de 3,4% en 2003 a 9,9% en 2012. **La diferencia en el rendimiento en matemáticas entre los alumnos inmigrantes y nativos (36 puntos una vez descontado el estatus socioeconómico en 2012) no varió sustancialmente en el período bajo análisis.** El porcentaje de alumnos inmigrantes en los países de la OCDE aumentó de un 9% en 2003 a un 12% en 2012 mientras que las diferencias en el rendimiento en matemáticas entre los alumnos inmigrantes y nativos se redujeron en 11 puntos en el mismo periodo.

España gasta casi 60.000 euros por alumno entre las edades de 6 y 15 años, un tercio más que en 2003 –incremento similar al observado en otros países-. Por su parte, **el tiempo dedicado a las clases de matemáticas se ha incrementado más de 30 minutos por semana entre 2003 y 2012,** pero el tiempo total dedicado a las clases de matemáticas permanece en la media de la OCDE. El tiempo dedicado a los

deberes ha disminuido en casi una hora a la semana, pero permanece muy por encima de la media de la OCDE (seis horas y media a la semana en España, frente a 5 horas de media en los países de la OCDE).

En el conjunto de países de la OCDE, el 62% de los alumnos asiste a centros cuyos directores han implementado una política estandarizada para las matemáticas (por ejemplo, un currículo escolar con materiales formativos compartidos acompañado de medidas para la formación y el desarrollo del profesorado); en España, solo el 38% de los alumnos asiste a tales centros.

En cuanto a la motivación de los alumnos para aprender matemáticas, también se encuentra cerca de la media, pero **pocos disfrutan aprendiendo la materia**. Por ejemplo, en los países de la OCDE, a un 53% de los alumnos les interesa lo que aprende en matemáticas, mientras que en España este porcentaje alcanza al 60%; sin embargo, mientras que en el conjunto de países de la OCDE el 31% de los alumnos revela que disfruta leyendo sobre matemáticas, en España solo el 19% lo hace (disfrutar). **Las chicas disfrutan de aprender matemáticas menos que los chicos y sus niveles de motivación intrínseca también son más bajos**. En España, apenas el 14% de las chicas disfrutan leyendo sobre matemáticas, frente al 36% de media en los países de la OCDE.

En el conjunto de los países de la OCDE, el 61% de los alumnos declaró preocuparse por obtener malas notas en matemáticas, y el 30% reconoció ponerse nervioso haciendo problemas de matemáticas. En España, el 78% de los alumnos (y el 84% de las chicas) se preocupa por las malas notas y el 41% (el 47% de las chicas) reconoce ponerse nervioso haciendo problemas. En los países de la OCDE, además, el 58% de los alumnos (64% de las chicas) piensa que cuando fallan en matemáticas es porque “no se le dan bien”, ocurriendo esto en España para el 74% de los estudiantes (80% de las chicas). Todos estos porcentajes no han variado significativamente desde 2003 y reflejan los problemas que tienen los alumnos españoles en las pruebas de Matemáticas de PISA.

Los profesionales de la educación han hecho sus propias lecturas e investigaciones con el análisis de los resultados, poniendo el acento en alguno de los aspectos que consideran más relevantes. Así, con los resultados de la evaluación PISA 2006, centrada en ciencias, y en la que diez CCAA pidieron muestra significativa para poder comparar sus resultados con los de otros países y regiones, han servido para analizar las desigualdades educativas entre las distintas Comunidades Autónomas, (Ferrer, Valiente, Castel, 2010; 23-47), obteniéndose resultados muy reveladores sobre el sistema educativo español, todo él regido por el mismo marco educativo. Estos investigadores concluyen que ciertos factores contextuales, así como las diferentes políticas educativas autonómicas, pueden conseguir resultados significativamente distintos en las evaluaciones PISA, y por lo tanto no parece procedente achacar a las leyes educativas españolas la responsabilidad de los resultados obtenidos en las ediciones sucesivas de este estudio internacional de la OCDE..

CAPÍTULO 4. ANÁLISIS COMPARADO ENTRE LOS PAÍSES ESTUDIADOS.

Para desarrollar este capítulo es necesario establecer en principio una serie de conceptos clave que serán trabajados y enriquecidos a lo largo de todo el análisis. Estos conceptos refieren a los sustentos epistemológicos y metodológicos que se han desarrollado en el campo de la Educación Comparada, los cuales se han visto en alguna forma afectados por las nuevas condiciones impuestas por la globalización y el posmodernismo, que han desencadenado nuevas tendencias en el ámbito de la Educación Comparada.

Según Rust (1991), por su naturaleza epistemológica, la Educación Comparada es una disciplina especialmente impactada por el fenómeno de la globalización, debiendo incorporar nuevos elementos y variables en sus análisis y estudios. Los académicos comparatistas más innovadores postulan que la Educación Comparada se halla en crisis o en estado de parálisis. Si bien desde un punto de vista pragmático nunca ha tenido tanto éxito –si se toman como parámetros las pruebas PISA-, sus resultados y propuestas pueden estar vacías de contenido significativo para los educadores. Para superar esta situación, Carney (2010: 126) sostiene que hay dos perspectivas que pueden contribuir a dinamizar la Educación Comparada: la «*lectura de lo global*» y la «*superación de las historias triunfales de la cultura occidental de progreso, razón y orden*», en otros términos, la superación de la Modernidad.

García Ruiz (2012) sostiene que la Educación Comparada estudia problemáticas intelectualmente complejas, asumiéndola como una “ciencia de la complejidad”, en términos de Schriewer (2000). A su vez, plantea que, a comienzos del siglo XXI, era una necesidad imperiosa de la disciplina incorporar la dimensión histórica en sus análisis.

Dale (2007) plantea que la globalización no ha suscitado cambios tan dramáticos. Desde su punto de vista, el sistema mundial no está menos basado en los

Estados, ni los sistemas educativos se han desligado del Estado. Tampoco se observa un declive dramático en la diversidad de enfoques empleados. A su entender, para analizar convenientemente las implicaciones epistemológicas y metodológicas de la globalización en la Educación Comparada es necesario comprender los cambios que ha generado la economía global, modificando las relaciones entre los Estados-nación. Como consecuencia de ello, las relaciones entre los países (sus instituciones, sus sistemas educativos) y sus ciudadanos han cambiado. Del análisis de dichos cambios es posible extraer algunas implicaciones de la globalización en el campo de la Educación Comparada.

Según Lingard y Rawolle (2010), la complejidad de la realidad está revelando el actual tránsito del *gobierno* a la *gobernanza* en el diseño e implementación de políticas educativas. El gobierno se refiere a una toma de decisiones de la política pública, jerárquica, vinculada a las naciones y a las estructuras estatales, en tanto la gobernanza se asocia a una toma de decisiones en red, que es inclusiva del sector privado y de diversas organizaciones más allá del Estado-nación.

Una de las organizaciones supranacionales que mayor influencia global tienen en la gobernanza de la educación es la OCDE, que se ha constituido en un actor político de relevancia que incide en las políticas instrumentadas no sólo en los países miembros de la organización sino en todos los continentes. En efecto, la OCDE se ha establecido como la organización internacional por excelencia en términos de maestría técnica en lo que se refiere a los indicadores educativos internacionales y la medición del rendimiento educativo global. De hecho, esta organización, junto con un amplio espectro de agencias multilaterales, ha construido la agenda global en relación a la educación y el desarrollo (King, 2007).

La OCDE incide en las políticas nacionales a través de discursos, prácticas y orientación multilateral, como los resultados y efectos de la evaluación PISA y los indicadores nacionales de la economía del conocimiento, con discursos sobre la gobernabilidad y la política global asociada. La educación como instrumento de producción del necesario capital humano para una economía del conocimiento es

concebida como un elemento central de las políticas económicas nacionales y el bienestar económico nacional; todo lo cual se supone contribuye al fortalecimiento del capital nacional. El abordaje económico de las políticas educativas que realiza la OCDE ha generado una necesidad en los países de conocer y analizar los datos internacionales de comparación del rendimiento e indicadores comparativos en relación a los logros educativos de los estudiantes y los sistemas de formación, así como medidas que promueven una supuesta prosperidad económica (Lingard y Rawolle, 2010).

Más allá del rol cumplido por la OCDE, el impacto de la globalización en la epistemología y la metodología de la Educación Comparada se manifiestan en el cuestionamiento que plantea a los postulados básicos tradicionales sobre los que históricamente se ha asentado la Educación Comparada. Dichos postulados se concretaban en las raíces nacionalistas de la Educación Comparada, el optimismo escolar como base de la investigación comparativa, y el mito del desarrollo y su influjo en los sistemas educativos. En tal sentido, es indudable que la globalización ha provocado una crisis sustancial de estos postulados, sobre todo a partir del surgimiento de tendencias como el mundialismo y el regionalismo, opuestas a los ideales típicamente nacionalistas de la Educación Comparada (García Garrido, 1996).

Dale (2007) sostiene que la globalización exige una revalorización de las formas y criterios de análisis que se han revelado más útiles en el pasado. Esto exige una elaboración más refinada de los factores externos en juego, así como de los distintos tipos de efectos que cabría esperar tuvieran en los diferentes países. También, la mayor especificación de la agenda común permite corregir una de las más notables limitaciones y deficiencias de los actuales estudios comparativos, que es su trabajo con variables plenamente descontextualizadas, con un gran nivel de abstracción, que hacen inviable una comparación entre los sistemas en los que son instrumentadas.

En cuanto a la incidencia del postmodernismo en la Educación Comparada, cabe destacar en principio, que se entiende por postmodernismo un período que implica el surgimiento de una nueva era, distinta de la edad moderna, que da cuenta

de nuevos rasgos formales en la cultura, un nuevo tipo de vida social, y un nuevo orden económico. De acuerdo con García Ruiz (2012), el postmodernismo no representa una ruptura drástica con la vida cultural y política occidental, sino un estilo de discurso y una orientación teórica adicionales, en competencia con las restantes orientaciones teóricas existentes en el mundo moderno. Ahora bien, más allá de la postura que se adopte frente al fenómeno de la postmodernidad –si se cree que realmente ha generado una ruptura y un cambio de paradigma respecto de la modernidad-, sí tiene dos implicaciones fundamentales para la Educación Comparada: el carácter relativista de sus postulados y la crítica al eurocentrismo y la injusticia social.

Rust (1991) plantea que, así como los sistemas modernos de escolarización fueron estructurados para servir a los intereses y fines del proyecto moderno, en la posmodernidad los educadores, las escuelas, los diseñadores del currículum y los autores de libros de texto contemplan la voz del otro, abordar los intereses de las subculturas y de las tendencias globales. Una de las tendencias en el campo de la escolarización es el movimiento de *home schooling* (escuela en el hogar), que lleva algunos años desarrollándose en varios países de Occidente.

Los sistemas educativos formales se crearon con el objetivo de homogeneizar para construir una Nación. Esto descalificó las diferencias y la diversidad en todos sus aspectos, sustentando instituciones educativas exclusivas para aquellos educandos que respondían a un único modelo de estudiante. La impronta homogeneizadora fue tan fuerte que aún hoy permanece vigente a pesar de los lineamientos estatales que solicitan, no sólo la atención a la diversidad sino también la inclusión de niños con necesidades educativas especiales en aulas de la educación común. Los enfoques racionales descuidaron durante décadas la mirada contextual, ignorando las condiciones iniciales del alumnado y su realidad social, la situación de los docentes o de la escuela.

El avance de las Nuevas Tecnologías de la Información y la Comunicación conjugadas estratégicamente con el modelo educativo a distancia amplió el abanico de

posibilidades de acceso al conocimiento a todos los educandos y se reveló como un espacio más inclusivo que la escuela tradicional protagonista de los sistemas presenciales estatales. Desde el paradigma crítico parece importante señalar que de lo que se trata es de apropiarse de las tecnologías para ponerlas al servicio de la construcción de humanidad, como tecnología emancipadora, en el sentido de ponerla al servicio de valores y metas propias y consensuadas para construir una sociedad más integrada, más responsable.

Quizás la modalidad de *home schooling* pueda dar respuestas parciales a determinadas contradicciones sociales, a la falta de atención a la diversidad y a los procesos anémicos producidos en el sistema escolar que no logra establecer una relación dialéctica e histórica entre el ámbito intraeducativo y la cultura de las nuevas generaciones en las que las TICs tienen un creciente protagonismo. Pero evidentemente no considera que en la interacción e identificación con otros se constituye la subjetividad.

De acuerdo con Rust (1991), estamos asistiendo al tránsito de un sistema de creencias universal a una pluralidad de sistemas de creencias. Los postmodernos valoran el surgimiento y la acción de movimientos de liberación y autodeterminación en Europa y América Latina, conformados por grupos étnicos, minorías, grupos de vida alternativos, representando a los gays, lesbianas, feministas y grupos antinucleares, además de otros colectivos sociales excluidos. Los académicos postmodernos sostienen que los grupos oprimidos deben ser incluidos y que, en base a ello, debe haber una ruptura con las normas hegemónicas de las sociedades burguesas y sancionar la existencia de una preferencia por la heterogeneidad que desafía las normas universales vigentes. Los grupos aludidos se han empoderado y participan en la toma de decisiones en todas las formas de la vida política y social, incluidas la escuela, el ámbito laboral y el gobierno local.

Según Schriewer (2000), la crítica del postmodernismo a las asunciones básicas teórico-metodológicas de las ciencias sociales llevó a algunos académicos comparatistas a apostar por los paradigmas postnewtonianos, postneopositivistas y postfuncionalistas. Más precisamente, estas corrientes relativizan las metodologías

ortodoxas y promueven la historización de conceptos y modelos. Se plantea como premisa epistemológica, que la Educación Comparada es una disciplina compleja que no debería restringirse a la aplicación de métodos neopositivos, que cuestionan por ser demasiado sencillos y lineales. Los comparatistas postnewtonianos elaboran un análisis científico basado en las dinámicas de no equilibrio, con énfasis en futuros múltiples, bifurcación y elección, dependencia histórica e incertidumbre intrínseca e inherente.

En otros términos, desde el postmodernismo se propone una investigación comparativa que sustituye las «relaciones entre hechos observables» por el establecimiento de «relaciones entre relaciones». Su propósito fundamental es la elucidación empírica (por medio de reconstrucciones históricas detalladas) del carácter influyente de los procesos de globalización, y el examen crítico de la reivindicación de validez del universalismo evolutivo (García Ruiz, 2012).

En todo caso, la Educación Comparada debe conjugar el estudio de lo global con el estudio de la «cultura escolar» de las diversas naciones, ya que el Estado-nación continúa dando su respuesta típicamente diferencial en la conformación de las políticas educativas. Más allá de las posturas ideológicas asumidas en el diseño e instrumentación de políticas públicas en el ámbito educativo, la Educación Comparada ha demostrado una gran variedad de recursos, enfoques, métodos y eclecticismos, que le han permitido albergar diversas tradiciones epistemológicas, algunas sustentadas en la pedagogía formal y otras con criterios más progresistas.

A raíz de lo expuesto sobre cada uno de los sistemas educativos en el capítulo precedente, es posible postular hipótesis de trabajo a la hora de efectuar el análisis comparativo, las cuales se exponen a continuación:

Hipótesis 1: No hay diferencias muy significativas entre los sistemas educativos comparados, pero algunos son más efectivos que otros en algunos de los aspectos evaluados por PISA, entre ellos, obtener mejores resultados en las pruebas de matemáticas, en la integración de emigrantes, en ganar en equidad y hacer que los

factores socioeconómicos y culturales desfavorables tengan menor impacto, o en conseguir que aumente el porcentaje de alumnos que obtienen niveles muy altos. Aunque todos los Estados intentan llevar a cabo medidas para atajar estos problemas señalados en los informes PISA, con mayor o menor resultado.

Hipótesis 2: Las diferencias regionales son en algunos países, como Alemania y España, enormes, mayores que las que existen entre los países comparados, por lo que se descarta que la solución a los problemas educativos pueda venir de grandes reformas estructurales. Pero sí hay que avanzar en hacer más eficaces (obtener mejores resultados) y eficientes (mejores resultados con el mismo presupuesto) los sistemas educativos.

Hipótesis 3: En la actualidad, con los datos PISA conocidos, hay muchas correlaciones entre distintos aspectos de la vida escolar que no pueden establecerse con precisión. El peso de las diferencias individuales sigue siendo grande, para explicar los resultados, así que las mejoras posibles de resultados no sólo dependen del sistema educativo, ni del centro educativo. Una parte de las variaciones en los resultados y de la “falta de precisión en las causas de los problemas detectados” puede explicarse por las dificultades de la propia herramienta de medida, que hay que seguir perfeccionando.

Hipótesis 4: Los procesos de formación y las estrategias didácticas utilizadas en Reino Unido, Alemania y Francia en el nivel secundario son más innovadores y efectivos que los instrumentados en España para la enseñanza de Matemática, lo que se refleja en los resultados obtenidos en las últimas pruebas PISA.

Seguidamente se representa el análisis comparado donde se da cuenta de las principales variables consideradas, teniendo en cuenta el cambio de paradigma epistemológico de la disciplina, que contempla factores asociados a los cambios registrados en los sistemas de enseñanza en los últimos años a raíz de la globalización, el uso extendido de las nuevas tecnologías, y los enfoques postmodernistas.

4.1. Fortalezas y debilidades de los modelos/sistemas educativos.

Tabla 5. Fortalezas y debilidades de los sistemas educativos estudiados.

	Alemania	Reino Unido	Francia	España
Composición y homogeneidad social	Es uno de los países que presentan mayor desarticulación social. Sus brechas educativas en función del status socioeconómico y la procedencia étnica de los alumnos son las más altas entre los países comparados.	La composición y homogeneidad social varía sustancialmente entre los diferentes países que componen el Reino, y según las diferentes regiones de cada país. Presenta brechas educativas significativas aunque no tan grandes como las de Alemania y Francia.	Después de Alemania, es el país con mayor inequidad educativa en función del status socioeconómico del alumnado, que también presenta problemas disciplinarios. Las diferencias pueden aumentar o decrecer en función de la región, pero a nivel global son significativas y dan cuenta de una falta de homogeneidad social, alimentada por los numerosos conflictos interétnicos existentes, particularmente con la comunidad musulmana.	España presenta una gran heterogeneidad social, y una crisis económica que ya afectaba a los alumnos evaluados en 2012. Esto se refleja en que su población escolar tiene una alta tasa de fracasos en el nivel secundario, y también en el éxodo de una parte de sus universitarios.
Integración de emigrantes	Es el país donde las diferencias entre estudiantes inmigrantes y nativos es más amplia, superando por un amplio margen a los otros países. Esto ocurre a lo largo de todas las pruebas –las	Es el país donde los resultados de la prueba PISA no presentan diferencias significativas entre nativos y extranjeros. En general es el país más exitoso, de los cuatro estudiados en la integración	La integración de inmigrantes en Francia dista de ser armónica. Los alumnos extranjeros obtienen en promedio puntuaciones inferiores en 37 puntos a los de	En España la proporción de alumnos inmigrantes aumentó de 3,4% en 2003 a 9,9% en 2012, con lo cual se posiciona como el país que más ha integrado a los inmigrantes en su sistema escolar en

	Alemania	Reino Unido	Francia	España
	diferencias son siempre llamativas-. Esto es señal de una endeble unidad y cohesión nacional.	educativa de los alumnos emigrantes.	los estudiantes franceses, lo que equivale a un año de estudios de ventaja Además, los alumnos extranjeros suelen implicarse menos en el estudio y en la comunidad educativa.	un periodo tan corto de tiempo. En particular, la diferencia en el rendimiento en matemáticas entre alumnos inmigrantes y nativos se ha mantenido, a pesar del crecimiento en el número de emigrantes.
Gasto y recursos educativos	La administración de los recursos se encuentra descentralizada. A raíz de los pobres resultados obtenidos en las primeras pruebas PISA se implementaron varios programas dirigidos a mejorar el rendimiento de los estudiantes que implicaron un aumento sustancial del gasto educativo, dirigiéndose buena parte del mismo a reducir las brechas educativas mencionadas.	Si bien el gasto y recursos educativos difieren sustancialmente por país y región, en los últimos años se registran reducciones en los gastos de los centros de enseñanza. La inversión por estudiante de secundaria puede calificarse de moderada y en declive. De hecho, se han implementado varias medidas de recortes, siendo el área de la Educación una de las que ha visto reducido su presupuesto.	El Estado asigna partidas específicas para garantizar la enseñanza. El gasto interno en educación alcanza a un 7% del PBI, siendo el gasto medio por alumno o aprendiz escolarizado de 8.150 €, ubicándose por encima de la media europea. El Ministerio de Educación se hace cargo de los salarios de los profesores y proporciona a los centros escolares sus principales recursos financieros. Los fondos se distribuyen entre las 30 grandes entidades educativas regionales (llamadas "academias") y, de	España, a pesar de la crisis de mediados del 2000, es uno de los países que más ha incrementado su gasto y recursos, situándose en la actualidad en torno a la media. El Ministerio de Educación y las Comunidades Autónomas otorgan becas para ayudar a los sectores desfavorecidos a costear la educación. En algunas Comunidades Autónomas, además de estas ayudas, existen programas para conseguir libros de texto gratuitos.

ESTUDIO COMPARADO DE LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN R. U., FRANCIA, ALEMANIA Y ESPAÑA Y SU EFICACIA EN PISA

	Alemania	Reino Unido	Francia	España
			allí, se redistribuyen a los centros. Las colectividades territoriales (regiones, provincias o municipios) participan también en los gastos educativos, hasta un máximo de 21%, asumiendo algunos gastos de construcción y participan en los gastos de equipamiento y funcionamiento.	
Organización de la escuela secundaria (Ordenación del sistema en “comprensivo” o en “ramas diferenciadas”)	La organización de la escuela secundaria se halla estructurada en tres tipos de escuelas con currículum y fines divergentes, las cuales son funcionales a las grandes diferencias que presenta el sistema educativo en función del origen social y étnico de los alumnos.	Siempre teniendo en cuenta las estructuras y diseños particulares de cada país, en líneas generales presenta un sistema comprensivo desde 1965 que en la actualidad coexiste con un gran selectivismo marcado por la existencia de las <i>grammar</i> y las <i>independent schools</i> . Podría considerarse un sistema mixto, donde se sigue un currículum nacional que en la secundaria superior ofrece diversas orientaciones y especializaciones.	La escuela secundaria se encuentra organizada y estructurada según un esquema menos disgregado que en Alemania o Reino Unido y con una larga tradición. Igualmente, a partir del ciclo superior ofrece diversas modalidades y alternativas de ingreso a la universidad y estudios superiores u orientadas al mercado laboral.	Las Administraciones educativas de cada Comunidad Autónoma establecen una parte del currículum (el conjunto de objetivos, competencias básicas, métodos pedagógicos y criterios de evaluación). Comparado con los otros sistemas, la secundaria en España es más comprensiva, (LOGSE, 1990) y no está tan estratificada como en los otros países europeos, si bien existen diversas especializaciones y orientaciones que se pueden seguir a partir de los 15

	Alemania	Reino Unido	Francia	España
				años.
Orientación ideológica del sistema (conservador o progresista)	El sistema tiene una orientación claramente conservadora, sólo en los últimos años se han instrumentado reformas que han incorporado algunas medidas progresistas, en el marco de los programas especiales dirigidos a escuelas y alumnos en situación de desventaja social y educativa.	Desde una perspectiva global es un sistema conservador, aunque con diferencias regionales. Fuerte influencia del modelo neoliberal que busca sobre todo la funcionalidad del modelo educativo.	Los programas y contenidos de la enseñanza tienen que respetar el principio de neutralidad. Dicha neutralidad filosófica y política se impone a profesores y alumnos en todos los centros educativos.	La orientación ideológica del sistema es mixto, pues han convivido el espíritu de las distintas reformas educativas, que han modificado pero asimilando los principios educativos de las anteriores. Pueden apreciarse diferencias regionales y entre Comunidades Autónomas.
Influencia de la gestión de centros educativos	Es importante la influencia de la gestión de los centros educativos, pues cuentan con una gran autonomía para el diseño de los programas y las actividades escolares. De todos modos, hay diferencias significativas entre los länder, siendo los centros educativos más influyentes aquellos que presentan un perfil más conservador o tradicionalista.	Es poco relevante la influencia de la gestión de los centros educativos, más allá de los cambios que pueden instrumentarse en el interior de las instituciones educativas. Los gobiernos y ministerios parecen tener, actualmente, mayor influencia en la gestión de los centros.	La influencia de los centros es casi tan fuerte como en Alemania, ubicándose por encima de España y Reino Unido. De todos modos, el Estado ejerce sus funciones de control y guía, y la influencia de los centros se restringe al ámbito regional o comunitario.	Además del currículo autonómico, cada centro tiene cierta autonomía para definir y desarrollar sus propias materias, adaptadas a su contexto socioeconómico y cultural. Los centros educativos pueden organizar los siguientes programas específicos: Programas de refuerzo de las capacidades básicas, Programas de diversificación curricular Programas de cualificación

	Alemania	Reino Unido	Francia	España
				profesional inicial
Organización del Área de Matemática: (horas de clase de la materia, criterios de promoción de curso, segregación, repetición)	<p>En lo que concierne a la carga horaria, en general en secundaria, se comienza con clases 5 veces por semana y se concluye con 3 clases semanales. En la etapa de bachillerato los alumnos pueden escoger entre tres niveles con diferente grado de especialización. Los criterios de promoción son determinados por los docentes, al igual que los métodos y recursos para la enseñanza. Son frecuentes los casos de segregación y/o repetición.</p> <p>Segregación media en relación a la OCDE, equidad media</p>	<p>Existen diferencias significativas en el modo en que se estructura y organiza el currículum en cada uno de los países. Se imparten entre 4 y 8 horas semanales de matemáticas, dependiendo de la orientación del centro educativo. Los criterios de promoción son decididos en cada comunidad educativa, y pueden variar en función de las nuevas destrezas que se intenta incorporar.</p>	<p>En la etapa de Liceo, las matemáticas se vinculan más a cada una de las orientaciones posibles, incluso en la modalidad profesional. En este sentido, se profundiza la relación de las Matemáticas a los contextos y entornos en que viven los alumnos. Actualmente se imparten en el ciclo básico de secundaria seis horas diarias, que pueden disminuir o aumentar según la modalidad elegida en el ciclo superior. Los criterios de promoción se establecen en el currículum nacional, en tanto la repetición o segregación de los cursos queda a juicio de los profesores.</p>	<p>En España las matemáticas ocupan aproximadamente un 16% del currículum nacional de las enseñanzas mínimas y un 10% del total de horas lectivas recomendadas, entre tres y cuatro horas semanales. Es competencia de las Comunidades Autónomas distribuir el resto de las horas y pueden asignar horas adicionales a matemáticas. Los criterios de promoción son determinados por las CC.AA., siendo relativa la influencia de los centros educativos en este terreno, aunque sí tienen mayor incidencia en la decisión relativa a la repetición de los cursos por rendimientos deficientes o insuficientes.</p>
Reformas emprendidas por los países en los últimos años	<p>El sistema educativo alemán implementó reformas a raíz de los pobres resultados obtenidos por sus alumnos en las</p>	<p>En el Reino Unido las reformas del currículum de matemáticas se concentran en las destrezas y el aprendizaje integrado. Se ha</p>	<p>La reforma del "lycée" emprendida en 2009 afectó a varios puntos clave: la orientación progresiva de los</p>	<p>En la LOE del 2006 se introdujo el aprendizaje por competencias, entre ellas la matemática.</p> <p>En España se han</p>

	Alemania	Reino Unido	Francia	España
(incorporación de competencias, reformulación de las clases, formación del profesorado).	<p>pruebas PISA y otros exámenes internacionales. Se han incorporado algunas competencias en los objetivos curriculares y dispositivos didácticos, aunque no se han reformulado las clases. Se han realizado esfuerzos para actualizar y mantener una uniformidad de criterios entre los docentes cuyos resultados aún no han sido corroborados.</p> <p>Sólida formación y preparación para ejercer la labor docente.</p>	<p>propiciado mejorar la resolución de problemas, la funcionalidad y el razonamiento matemático, mientras que el anterior currículo tendía a organizarse desde el punto de vista de los contenidos. Luego de las reformas curriculares, la mayoría de los países del Reino Unido ha mejorado los vínculos entre los conocimientos que se adquieren en la escuela, y los problemas de la vida cotidiana.</p> <p>También se ha abordado la mejora de competencias del profesorado de matemáticas.</p> <p>Poca segregación y equidad en la media.</p>	<p>alumnos; el acompañamiento personalizado para todos los alumnos; el aprendizaje y dominio de, al menos, dos idiomas modernos. En estas reformas se han incorporado conceptualmente las competencias y se han reformulado las clases, procurando asociar las Matemáticas al mundo filosófico, tecnológico y político. También han tenido impacto en la formación del profesorado, a fin de capacitarlos e incorporar los nuevos criterios y estrategias de enseñanza.</p> <p>Más segregación que en Reino Unido y España, menos que en Alemania, pero mayor equidad</p>	<p>implementado varias acciones –a nivel nacional y de las CC.AA.- dirigidas a mejorar la calidad de la enseñanza y los resultados de los estudiantes, sobre todo de los más desfavorecidos. Desde el 2013 se ha organizado la asignatura de Matemáticas de los últimos cursos de la secundaria en dos modalidades (terminal y propedéutica), de las cuales el alumno debe escoger una. No ha habido cambios sustanciales en la formación del profesorado.</p> <p>Segregación y equidad por debajo de la media</p>

A continuación se abordan con más precisión las similitudes y diferencias entre estos sistemas educativos en la enseñanza a los quince años y los resultados PISA en matemáticas.

4.2. Análisis comparado de la enseñanza a los 15 años.

Todos estos países son muy extensos y en ocasiones con grandes diferencias locales, pero pueden señalarse algunos rasgos distintivos y también similitudes en el área de la enseñanza de las matemáticas que resultan relevantes.

Al hablar de la organización de la enseñanza se utiliza la Clasificación Internacional Normalizada de la Educación (ISCED en inglés, CINE en español). Es la estructura de clasificación para organizar la información en educación y la formación llevado por UNESCO. Así hablaremos de CINE 1, para hablar de Ed. Primaria, que termina en torno a los 12 años; CINE 2, se corresponde a la Ed. Secundaria inferior, termina en torno a los 15 años; CINE 3, hace referencia a la Ed. Secundaria superior, comienza en torno a los 15 o 16 años. En general las pruebas PISA se centran en la enseñanza de las matemáticas hasta los 15 años, es decir, en la evaluación de los alumnos que han cursado las etapas CINE 1 y 2. En torno a esa edad, y respecto a la enseñanza de las matemáticas se realiza el análisis comparado con datos publicados en 2011:

Comenzando por las reformas de la última década que afectan a la enseñanza de las matemáticas, que como ya se ha señalado, han tenido las características siguientes:

- Reino Unido y Escocia. Los datos se dan agrupados, aunque se apuntan las diferencias significativas en caso de existir. En el Reino Unido las reformas del currículo de matemáticas se concentran en las destrezas y en el aprendizaje integrado. Más concretamente, los nuevos programas de estudios para secundaria en Inglaterra están más enfocados hacia la resolución de problemas, la funcionalidad y el razonamiento matemático, mientras que el anterior currículo tenía tendencia a organizarse desde el punto de vista de los contenidos. En el nuevo currículo de Gales se reducen los contenidos de la materia y se insiste más en el desarrollo de destrezas. En Irlanda del Norte la estructura del currículo

se ha revisado con el fin de mantener las prácticas actuales más eficaces y de prestar más atención a elementos como el “desarrollo personal y la comprensión mutua” y las “habilidades personales y cognitivas”. Las matemáticas son una de las seis áreas de conocimiento que, siempre que sea posible, han de estudiarse de forma integrada, con el fin de establecer conexiones transversales relevantes para los alumnos.

- Francia. Las reformas consecutivas llevadas a cabo entre 2007, 2008 y 2010, modificaron el contenido del currículo de las matemáticas, reduciendo los contenidos generales para todo el alumnado pero reforzando la atención a las destrezas procedimentales y de resolución de problemas. Sin embargo, en las reformas del currículo de la educación secundaria superior posteriores a 2009 se introdujeron otros contenidos mínimos como, por ejemplo, los algoritmos matemáticos y la probabilidad, y las administraciones educativas han elaborado recursos relacionados con el nuevo temario.
- En Alemania se ha producido un debate muy intenso sobre los resultados y como consecuencia se ha actuado sobre el sistema educativo en general y sobre la enseñanza de las matemáticas en particular. Principalmente se ha actuado sobre los colectivos y los centros que presentaban resultados más bajos, con el fin de acortar las diferencias. Se han remodelado los currículos y se ha incidido en la labor del profesorado.
- En España las reformas se materializaron en la LOE del 2006, en la que se estableció el aprendizaje por competencias y se establecieron, entre otras cosas, los mecanismos de evaluación del sistema. Los desarrollos del currículo se hicieron en 2007. Posteriormente esta ley se modificó con un artículo único, la LOMCE del 2013, en el que las matemáticas pasaron a ser consideradas una materia troncal, por lo tanto a estar regulada por la administración central y a organizarse a partir de los 15 años en dos vías, académica y profesional. No se han introducido modificaciones relevantes del currículum.

Decisiones sobre el currículo (pag. 31):

Tabla 6. Decisiones sobre el currículo.

	RU/SCT	FR	AI	ES
Currículo	Admón. central	Admón. central	Admón. central	Admón. Central/Regional
Directrices para el profesorado	Admón. central	Admón. central	Admón. central	Admón. Regional
Programación de centro	Admón. Central/Admon. Regional y Local	Admón. central	Admón. Central/centros educativos	Centro educativo

Difusión de los documentos oficiales más relevantes para las matemáticas en CINE 1 y 2 (pag. 33)

Tabla 7. Matemáticas. Difusión de documentos oficiales relevantes.

	RU/SCT	FR	AI	ES
Publicaciones oficiales	Currículo/Directrices para profesorado	Currículo/Programaciones de centro	Currículo/Directrices profesorado	Currículo
Páginas web específicas	Currículo/Directrices profesorado	Currículo/Directrices para profesorado	Currículo/Directrices profesorado	Currículo/Direc. Profesorado/Prog.centro
Distribución en papel	Currículo/Directrices profesores	-	Currículo/Directrices profesorado	-
Admon. Central: documentación	-/Programaciones de centro	Programaciones de centro	Currículo/Directrices profesorado	Currículo/Directrices para profesorado

	RU/SCT	FR	AI	ES
n y normas				

Información para evaluar el currículo CINE 1 y 2 (pag. 38)

Tabla 8. Matemáticas. Información para evaluar el currículo.

	RU/SCT	FR	AI	ES
Evaluación externa	CINE 1 Y2	CINE 1 Y2	CINE 1 Y2	CINE 1 Y2
Evaluación interna	CINE 1 Y2	-	CINE 1 Y2	CINE 1 Y2
Evaluación regional o nacional	CINE 1 Y2	CINE 1 Y2	CINE 1 Y2	CINE 1 Y2
Institutos de investigación independientes	CINE 1 Y2/-	-	-	-

Última revisión del currículo

Tabla 9. Última revisión del currículo.

	RU/SCT	FR	AI	ES
	2007-2009. También CINE 3	2008. CINE 3 en 2010	2004 (también CINE 3)	2006-2007. También CINE3

Objetivos, resultados y criterios de evaluación incluidos en currículos y otros documentos oficiales, para matemáticas CINE 1 y 2. (pág. 40)

Tabla 10. Matemáticas. Características del currículo.

	RU/SCT	FR	AI	ES
Objetivos	Obligatorios	Obligatorios	Obligatorios	Obligatorios
Resultados aprendizaje	Obligatorios	Obligatorios	Obligatorios	Obligatorios
Criterios evaluación	Obligatorios/Recomendados	Obligatorios	Obligatorios	Obligatorios

Estructura y progresividad de los objetivos de aprendizaje y los contenidos del área de matemáticas en CINE 1 y 2

Tabla 11. Matemáticas. Estructura y progresividad del currículo

	RU/SCT	FR	AI	ES
OBJETIVOS	Por etapas dentro del mismo nivel educativo	Por etapas dentro del mismo nivel educativo/curso por curso	Curso por curso	Comunes para todo el nivel
CONTENIDOS	Por etapas dentro del mismo nivel educativo	Curso por curso	Curso por curso	Por etapas dentro del mismo nivel educativo/Curso por curso

Habilidades y competencias incluidas en el currículo y/o en otros documentos oficiales sobre matemáticas CINE 1 y2. (pag. 43)

Tabla 12. Matemáticas.Competencias.

	RU /SCT	FR	AI	ES
Dominar	Se recomienda	Se recomienda un	Referencias	Se recomienda

	RU /SCT	FR	AI	ES
destrezas+ procedimientos básicos	un tipo concreto de evaluación /Referencias generales	tipo concreto de evaluación /Referencias generales/Métodos didácticos específicos	generales / métodos didácticos específicos	un tipo concreto de evaluación /Referencias generales
Comprender conceptos+ principios matemáticos	Se recomienda un tipo concreto de evaluación /Referencias generales	Referencias generales	Referencias generales / se recomienda un tipo de evaluación	Se recomienda un tipo concreto de evaluación /Referencias generales
Aplicar mat. A contextos reales	Se recomienda un tipo concreto de evaluación /Referencias generales	Se recomienda un tipo concreto de evaluación /Referencias generales/Métodos didácticos específicos	Referencias generales / métodos didácticos	Se recomienda un tipo concreto de evaluación /Referencias generales
Comunicarse sobre cuestiones matemáticas	Se recomienda un tipo concreto de evaluación /Referencias generales	-	Referencias generales / se recomienda un tipo de evaluación	Se recomienda un tipo concreto de evaluación /Referencias generales
Razonar en términos matemáticos	Se recomienda un tipo concreto de evaluación /Referencias	Se recomienda un tipo concreto de evaluación /Referencias generales/Métodos	Referencias generales / se recomienda un tipo de	Se recomienda un tipo concreto de evaluación /Referencias

	RU /SCT	FR	AI	ES
	generales	didácticos específicos	evaluación	generales

El número de horas lectivas dedicadas a las matemáticas en esta etapa educativa era menor en España que en Francia y Alemania; Reino Unido permite una asignación flexible.

Reino Unido, Francia y España, conceden total autonomía para escoger los libros de texto de matemáticas en CINE 1 y 2 (pag. 52); en Alemania esta autonomía es limitada y en ninguno de los cuatro existe un control específico sobre la coherencia entre los libros de texto y el currículo de matemáticas (pag. 54). En todos los países existen métodos obligatorios o recomendados sobre métodos didácticos para la enseñanza de las matemáticas en CINE 1 y 2 (pag. 59), Solo en España se recomiendan determinados tipos de agrupamientos del alumnado, pero no en Francia y Reino Unido. En Alemania hay directrices para apoyar a los centros y a los profesores (pag. 65). Todos los cuatro países recomiendan o hacen obligatorio el uso de las TIC en la enseñanza de las matemáticas en los niveles antes mencionados (pag. 68). Existen más diferencias en cuanto a la asignación de deberes de matemáticas: En Francia hay directrices específicas que hacen obligatorios los deberes para matemáticas, en Alemania e Inglaterra hay directrices para todas las materias y no existen directrices en Escocia, Gales, Irlanda del Norte y España. (pag. 72). Reino Unido, Francia y España hacen estudios nacionales sobre la elección de métodos y actividades de enseñanza de las matemáticas, pero no Alemania (pag. 77).

En cuanto a las directrices nacionales sobre métodos de evaluación *formativa* en matemáticas en CINE 1 y 2, tenemos (pag. 81)

Tabla 13. Matemáticas. Directrices nacionales sobre evaluación formativa.

	RU/SCT	FR	AI	ES
Basada en	-/en CINE 1y 2	en CINE 1y 2	-	-

	RU/SCT	FR	AI	ES
proyectos				
Basada en portfolios	-/en CINE 1y 2	-	-	-
Basada en las TIC	-/en CINE 1y 2	-	-	en CINE 1y 2
Autoevaluaciones o entre iguales	-/en CINE 1y 2	-	-	-

Existencia de directrices nacionales sobre métodos de evaluación *sumativa* en matemáticas (pag. 82)

Tabla 14. Matemáticas. Directrices nacionales sobre evaluación sumativa.

	RU/SCT	FR	AI	ES
Basada en proyectos	-/en CINE 1y 2	en CINE 1y 2	CINE 2	-
Basada en portfolios		En CINE 2	CINE 2	-
Basada en las TIC		En CINE 2	CINE 2	en CINE 1y 2
Autoevaluaciones o entre iguales	-/en CINE 1y 2	En CINE 2	-	-

Las matemáticas forman parte de los exámenes para obtener el título de Bachiller de forma obligatoria en Francia y Alemania, también en Inglaterra, Gales e Irlanda del Norte a los 16 años; pero no existe esta obligatoriedad en Escocia ni en España.

En cuanto a los estudios o informes nacionales sobre la elección que hace el profesorado de métodos de evaluación en matemáticas, solo existen en Escocia (pag. 86). También se hacen estudios e informes nacionales sobre las causas del bajo

rendimiento en matemáticas en Inglaterra, Gales, Irlanda del Norte y España. En Escocia y en Francia existen evaluaciones independientes o análisis sobre el tema. No en Alemania (pag. 90). Escocia, Gales, Irlanda del Norte, Francia, y España tienen medidas de apoyo a nivel central para hacer frente al bajo rendimiento de los alumnos en matemáticas. Alemania tiene políticas regionales. En Inglaterra existen objetivos cuantitativos respecto al bajo rendimiento (pag. 94). En este sentido, una de las medidas es contar con adaptaciones curriculares según el nivel de capacidad. Esta medida la aplican Reino Unido y España, pero Francia y Alemania tiene los mismos contenidos para todos los alumnos (pag. 98).

En la tabla siguiente puede verse la existencia de directrices a nivel central y prácticas comunes de apoyo para los alumnos con bajo rendimiento en matemáticas hasta los 15 años tenemos (pag.99)

Tabla 15. Matemáticas. Apoyo a alumnos con bajo rendimiento.

	RU/SCT	FR	AI	ES
Pruebas nacionales diagnóstico	No existen prácticas comunes/Prácticas promovidas a nivel central	No existen prácticas comunes	-Regional	Sí, otras a nivel regional.
Profesor apoyo en clases ordinarias	Prácticas promovidas a nivel central	No existen prácticas comunes	- Regional	No existen prácticas comunes
Enseñanza individualizada	Prácticas promovidas a nivel central	Prácticas promovidas a nivel central	- Regional	Prácticas promovidas a nivel central
Enseñanza en grupos reducidos	Prácticas promovidas a nivel central	No existen prácticas comunes	- Regional	Prácticas promovidas a nivel central
Tutorías entre	No existen	No existen	- Regional	Prácticas

	RU/SCT	FR	AI	ES
compañeros	prácticas comunes/ Prácticas promovidas a nivel central	prácticas comunes		promovidas a nivel central
Profesores de apoyo especializados	Prácticas promovidas a nivel central	No existen prácticas comunes	- Regional	Prácticas promovidas a nivel central y regional

Para conocer la motivación respecto a las matemáticas de los estudiantes, el Reino Unido ha llevado a cabo un estudio, pero no lo han hecho Francia, Alemania ni España. Reino Unido y España declaran llevar a cabo estrategias nacionales e iniciativas coordinadas a nivel central para mejorar la motivación de los alumnos hacia el aprendizaje de las matemáticas, pero no Francia (pag.111). Las actividades promovidas por la administración educativa central para mejorar la percepción que los alumnos tienen de las matemáticas hasta el final de la enseñanza secundaria, son las siguientes (pag. 114):

Tabla 16. Matemáticas. Apoyo al aprendizaje

	RU/SCT	FR	AI	ES
Fomentar métodos didácticos específicos	si	si	-	si
Implicar a los padres en el proceso de aprendizaje	-/si	-	-	-
Abordar	-	si	-	-

	RU/SCT	FR	AI	ES
cuestiones de género				
Promover actividades extracurriculares	Si/-	si	si	si
Fomentar acuerdos con empresas, universidades u otras organizaciones	si	-	si	-
Campañas de concienciación dirigidas a la población	Si/-	-	-	-

Es interesante saber si se ha mostrado preocupación, a nivel político sobre, la escasez de competencias matemáticas y la elección de las matemáticas y otras áreas afines en la educación superior: (pag 119).

Tabla 17. Matemáticas. Políticas de mejora.

	RU/SCT	FR	AI	ES
Desciende el n. de titulados en MST	Si/no	si	si	si
Hay que mejorar el equilibrio de género en ed. superior	no	si	si	no

	RU/SCT	FR	AI	ES
Escasez de competencias en áreas que requieren alto nivel de conocimientos matemáticos	si	no	si	no

En todos los países ha descendido el porcentaje de titulados en *MST* (Matemáticas, Ciencias y Tecnología), durante la primera década de este siglo, situándose en torno al 25%. En ese mismo periodo el porcentaje de mujeres tituladas en matemáticas y estadística se ha mantenido en torno al 30% del total, algo menor en Francia y con tendencia descendente en los otros países, pero con ligera recuperación en R.U.

La formación del profesorado y las directrices a nivel central sobre el porcentaje **mínimo** de carga lectiva asignado a los conocimientos matemáticos y a las competencias pedagógicas en los programas de formación inicial del profesorado, diferenciando entre la formación de los profesores generalistas y la formación de los profesores especialistas se recoge en la tabla siguiente (pag. 132). Después las escuelas de educación superior determinan el tiempo real dedicado a los conocimientos matemáticos y a las competencias pedagógicas.

Tabla 18. Matemáticas. Formación inicial del profesorado.

		RU/SCT	FR	AI	ES
Prof. generalista	Cono. Mat.	4%	2%	-	7,5%
Prof. generalista	Habilidades pedagógicas	4%	2%	-	7,5%
Prof.	Con. Mat.	10%	5%	-	40%

		RU/SCT	FR	AI	ES
especialista					
Prof. especialista	Habilidades pedagógicas	10%	5%	-	40%

Profundizando en la normativa a nivel central sobre las áreas de conocimiento y las destrezas para la enseñanza de las matemáticas que han de impartirse en los programas de formación *inicial* del profesorado, FIP, tenemos:

	RU/SCT	FR	AI	ES
Conocer y ser capaz de enseñar el currículo oficial de matemáticas	Si	Si	-	Si
Crear un amplio espectro de situaciones de enseñanza/aprendizaje y de materiales didácticos	Si	Si	-	Si
Desarrollar y emplear una variedad de instrumentos de evaluación con fines formativos y sumativos	Si	Si	-	Si
Identificar y analizar el aprendizaje de los alumnos así como sus actitudes hacia las matemáticas	Si	Si	-	No
Abordar las	Si	Si	-	Si

	RU/SCT	FR	AI	ES
dificultades del alumnado de mat.				
Enseñar las mat. Con sensibilidad hacia las cuestiones de género	Si	Si	-	Si
Colaborar con colegas, padres, administración..	Si	Si	-	Si
Llevar a cabo investigaciones, y utilizar sus resultados	Si	Si	-	Si

En cuanto a la evaluación de los futuros profesores de matemáticas, tanto para las competencias didácticas relacionadas con las matemáticas para los profesores especialistas como para los profesores generalistas, en Escocia y Alemania existe una total autonomía de los centros de educación superior respecto a la evaluación. En Inglaterra, Gales, Irlanda del Norte y Francia existen exámenes a nivel central, mientras que en España existe un método mixto entre los dos anteriores.

Por último abordamos la formación *permanente* de los conocimientos y habilidades para la enseñanza de las matemáticas que han de desarrollarse en los programas de formación del profesorado, FPP, según las administraciones centrales (pag. 139).

Conocimientos y habilidades relacionados con el contenido de la asignatura

Tabla 19. Matemáticas. Formación permanente del profesorado.

	RU/SCT	FR	AI	ES
El currículo y sus reformas	Sí	Sí	Sí	Sí
Integrar las	Sí	Sí	Sí	Sí

	RU/SCT	FR	AI	ES
matemáticas y otras áreas				
Mejorar el pensamiento crítico de los alumnos o las destrezas para resolver problemas	Sí	Sí	Sí	Sí
Aplicar las matemáticas a situaciones de la vida real	Sí	Sí	Sí	Sí
Comunicarse sobre cuestiones matemáticas	Sí	No	Sí	Sí

Conocimientos y habilidades relacionadas con los métodos didácticos (directrices nacionales).

	RU/SCT	FR	AI	ES
Usar la evaluación para fines formativos	Sí	Sí	No	Sí
Integrar las TIC en las matemáticas	Sí	Sí	No	Sí
Detectar y	Sí	Sí	No	Sí

	RU/SCT	FR	AI	ES
abordar las dificultades de los alumnos				
Abordar las posibles diferencias de género	Sí/No	No	No	No
Diferenciar la enseñanza según la capacidad y el nivel de motivación	Sí	Sí	No	Sí
Utilizar los resultados de las investigaciones para mejorar la enseñanza de las matemáticas	Sí	Sí	No	No

4.3 Análisis comparado del rendimiento en la prueba PISA 2012:

	Alemania	Reino Unido	Francia	España
Puntuación en matemáticas PISA y evolución desde el 2000 al 2012	Alemania pasó de ser un país con malas puntuaciones en las primeras pruebas –por debajo de la media de la OCDE- a superar la media en 2012, y ser el país que más ha mejorado en todas	El Reino Unido ha mantenido su puntuación en el período 2000-2012, ubicándose en las pruebas de matemática en una posición	Francia es el único país que ha visto decrecer el rendimiento de sus estudiantes en el período analizado. Con	España se hallaba por debajo de la media de la OCDE en las pruebas PISA 2003. En 2006 y 2009 los resultados fueron bastante

ESTUDIO COMPARADO DE LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN R. U., FRANCIA, ALEMANIA Y ESPAÑA Y SU EFICACIA EN PISA

	Alemania	Reino Unido	Francia	España
	<p>las áreas, particularmente en Matemáticas, aunque no han sido significativas las reducciones en las brechas educativas que marcan las diferencias de resultados por nivel socioeconómico del centro educativo y origen social y étnico de los alumnos.</p> <p>Análisis sobre la enseñanza de las matemáticas:</p> <p>programa SINUS (<i>Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts</i>), para la mejora de la eficacia de la enseñanza de las matemáticas y las ciencias-</p>	<p>intermedia, cotejado con los 34 países de la OCDE. Cabe aclarar que nuevamente se advierten diferencias en el rendimiento según los países, ya que Inglaterra y Escocia tuvieron mejores resultados que Irlanda del Norte y Gales. De todos modos, las fluctuaciones de cada país en el período analizado han sido bajas. Cabe destacar la similitud de resultados entre población nativa e emigrante.</p> <p>Análisis sobre la enseñanza de las matemáticas:</p> <p>un estudio de un año de duración, denominado “Las Matemáticas Importan” (Mathematics Matters), con el propósito de identificar las características de una enseñanza efectiva de las matemáticas</p>	<p>una puntuación de 495 puntos, el rendimiento en las pruebas de Matemática de PISA de 2012 se encuentra al nivel del promedio de los países de la OCDE. Esto representa un retroceso respecto de los resultados obtenidos en las pruebas de Matemática precedentes, cuando Francia se ubicaba entre los países líderes en el área (2000 y 2003). En el caso de Francia, la correlación entre el entorno socioeconómico y el rendimiento es mayor que el promedio de la OCDE, aunque esto no incide en los resultados globales, que ubican a Francia en una posición intermedia. Cabe consignar, por último, que la brecha por el</p>	<p>similares, ocurriendo lo mismo en 2012. Se observa en consecuencia que el rendimiento se ha mantenido estable, en tanto la equidad ha empeorado desde el año 2000, aumentando la variación en el rendimiento de las pruebas de Matemáticas, según el estatus socioeconómico y/o las capacidades del centro educativo.</p> <p>No se han hecho públicos estudios nacionales sobre la enseñanza de las matemáticas, pero las reformas educativas del 2006 y 2013 afectan particularmente a esta materia.</p>

	Alemania	Reino Unido	Francia	España
			<p>estatus socioeconómico de los estudiantes se ha incrementado progresivamente en el período analizado.</p> <p>No se han hecho públicos estudios nacionales sobre la enseñanza de las matemáticas, pero las reformas educativas del 2007-2010 afectan particularmente a esta materia.</p>	
Resultados de la población emigrante (21 puntos por debajo de media)	54 puntos por debajo	9 puntos por debajo. Resultados similares entre emigrantes y nativos	37 puntos por debajo	36 puntos por debajo
Equidad en función del ESCS (impacto de los factores)	43 puntos	41 puntos	57 puntos	34 puntos

ESTUDIO COMPARADO DE LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN R. U., FRANCIA, ALEMANIA Y ESPAÑA Y SU EFICACIA EN PISA

	Alemania	Reino Unido	Francia	España
socioeconómicos y culturales) 39 puntos por debajo de media.				
Diferencia entre los sexos en matemáticas. 11 puntos por debajo de media.	14 puntos	12 puntos	9 puntos	16 puntos
Porcentajes de estudiantes con alta puntuación/ con baja puntuación (13%-23% de media)	17,5% - 17,7 %	12% - 22%	13% - 22%	8% - 24%
Contexto escolar: disciplina y actitud positiva ante la experiencia escolar (61% media OCDE)	Actitud positiva hacía la escuela, por encima de la media. Y presentan los problemas disciplinarios están en la media.	Actitud positiva hacía las experiencias escolares y actitud positiva en relación a la disciplina escolar.	Ha mejorado la actitud hacía la escuela pero está por debajo de la media de la OCDE y es uno de los países de la OCDE donde más se quebrantan las normas, aunque las clases son disciplinadas.	Los alumnos españoles son los que dicen sentirse más felices en la escuela de entre los cuatro países comparados. Los alumnos se muestran comprometidos con el centro escolar pero son numerosas las faltas de asistencia.

	Alemania	Reino Unido	Francia	España
Actitud hacia las matemáticas: ansiedad, interés en su estudio, disfrute en las clases de matemáticas	Gran motivación para el aprendizaje de las matemáticas y confianza en su capacidad para obtener buenos resultados.	Menos ansiosos que la media en el aprendizaje de las matemáticas	Mayor satisfacción que la media en el estudio de las matemáticas, pero también más ansiedad hacia la materia.	Mayor motivación que la media para el estudio, pero menor disfrute con la materia, muy por debajo de la media.
Aspectos más positivos y menos positivos de sus conocimientos matemáticos. Cuatro áreas: (Cantidad, Incertidumbre y datos, Cambio y relaciones, Espacio y Forma) Tres procesos: Interpretar, aplicar y evaluar los resultados, Emplear conceptos, hechos, procedimientos y razonamientos, Formular situaciones	Buenos resultados en general en todos los conocimientos	+ Incertidumbre y datos. - Espacio y Figura (geometría) Equilibrio entre todos los procesos matemáticos, algo peor en formulación de situaciones matemáticas.	+ Geometría -Cantidad Mejor la Interpretación Más dificultades en emplear conceptos y hecho y el establecimiento de fórmulas	+ Cantidad -Espacio y Figura (Geometría) Mejor la Interpretación, aplicación y evaluación de resultados, peor la formulación de situaciones matemáticas.

	Alemania	Reino Unido	Francia	España
matemáticas.				

En la tabla siguiente, de elaboración propia, se representa alguno de los aspectos más relevantes del estudio PISA

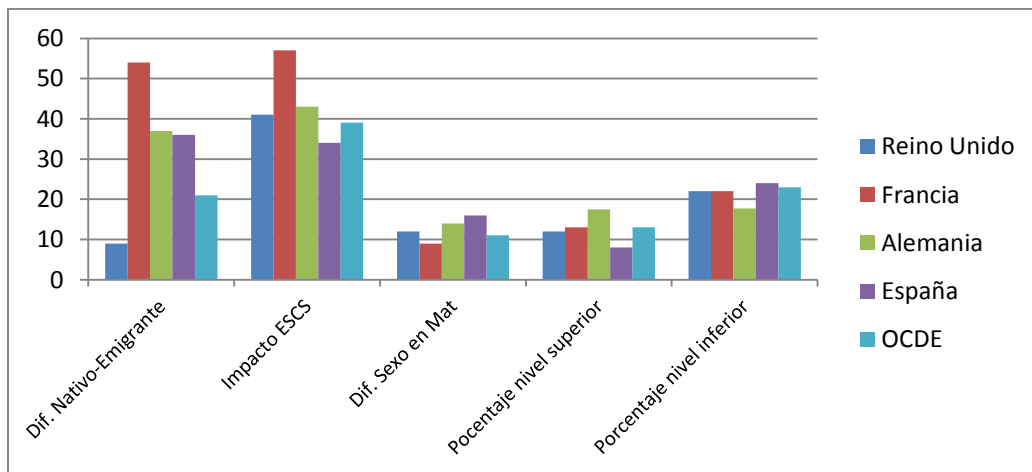


Ilustración 16. PISA. Resultados comparados entre los cuatro países

Entre los aspectos positivos del sistema educativo español, encontramos que el impacto del factor socioeconómico y cultural es menor que en los otros países, es decir, es un sistema más equitativo; y en España la diferencia de resultados entre los alumnos nativos y emigrantes también es menor que en los otros tres países analizados. Además, los alumnos españoles declaran ir contentos al colegio, donde se sienten bien y felices.

Como resumen de este capítulo podemos apuntar que más allá de las diferencias entre los países y la elucidación de los puntos fuertes y débiles de cada uno, el análisis realizado permite plantear que las pruebas deben ser mejoradas, ya que han generado controversias incluso en el seno de las comunidades educativas,

respecto a la continuidad de la participación en las pruebas PISA. Uno de los aspectos más criticados es la falta de consideración de variables individuales, y que la prueba no aporta datos suficientes sobre las aptitudes de los estudiantes y las características del profesorado, brindando datos sobre la motivación y cómo se afrontan los procesos de aprendizaje, pero desde una perspectiva muy endeble que soslaya las innumerables variables que inciden en la motivación de los estudiantes.

Se debe evitar, a la vez, imitar o copiar soluciones, lo que suele ser una tendencia que defienden los expertos y teóricos del PISA a la hora de proponer soluciones. Desde el punto de vista que se asume en el presente estudio, esta tendencia a la copia o imitación no asegura buenos resultados ni resulta funcional en el ámbito educativo, donde siempre se debe contemplar el contexto de los sistemas educativos y sus contingencias, según has aconsejado tradicionalmente los académicos líderes de la disciplina comparativa (GARCIA GARRIDO, 1991).

CAPÍTULO 5. PISA EN LAS ESCUELAS EUROPEAS.

5.1.-La enseñanza de los alumnos de 15 años en las Escuelas Europeas:

El sistema escolar de las Escuelas Europeas es un sistema que depende de la Unión Europea, participado por todos los estados miembros y que tiene por objetivo principal la atención a los hijos de los funcionarios de las instituciones europeas. Se rigen por el Estatuto de las Escuelas Europeas de 1957, revisado y reformado en 1994. Es un sistema consolidado, con una amplia red de centros, que depende de los responsables de educación de los países miembros representados en el Consejo Superior de las Escuelas Europeas y gestionado según un Estatuto propio. La participación de cada país está en función del número de alumnos nacionales, puede articularse atendiendo a la enseñanza de las lenguas (como lengua materna y/o como lengua extranjera) o tener una sección propia; en este segundo caso los estados deben provisionar la enseñanza de varias materias. El currículo es común para todas las secciones y escuelas. La última reforma que afectó a los estudios de las Escuelas Europeas se aprobó por el Consejo Superior en el 2009 (reunión del 21,22 y 23 de abril); dicha reforma quedó recogida en el documento 2009-D-353-en-4. En las Escuelas Europeas se presta especial atención al estudio de las lenguas maternas y a las ciencias. La supervisión del sistema depende, fundamentalmente, de la inspección educativa de cada país miembro.

La enseñanza secundaria se divide en siete cursos, desde 1º, para alumnos con 10 años, a séptimo, con 17 años. La titulación obtenida al final de la secundaria, el Bachillerato Europeo, tiene reconocimiento en todos los países miembros y da derecho

a entrar en cualquier universidad europea en las mismas condiciones que lo hacen los nacionales de cada país.

Los alumnos de 15 años están, por lo tanto, en 5º curso, escolarizados en alguna de las secciones lingüísticas, generalmente alemana, inglesa, francesa, aunque si hay un número suficiente de alumnos pueden existir secciones en otras lenguas. En el caso de Alicante y de otras escuelas, hay sección española. La edad de los alumnos matriculados en 5º curso se corresponde, aproximadamente, con la de los alumnos de cuarto curso de Enseñanza Secundaria en España. Los alumnos de las diferentes secciones tienen orígenes nacionales muy diversos, por lo que su lengua materna, la llamada lengua 1, puede ser distinta a la de la sección. En las Escuelas se puede mantener el aprendizaje de la lengua 1 a lo largo de toda la escolarización si el alumno lo desea. Aunque también se puede renunciar a este derecho, muchas familias lo mantienen por razones sentimentales o prácticas, dado que su vinculación con las instituciones europeas puede ser temporal. Vamos a suponer, por ejemplo, un alumno para el que dicha lengua 1 sea el griego; Grecia generalmente no tiene sección lingüística propia. Este alumno debe estar escolarizado en alguna de las secciones lingüísticas de la escuela; supongamos que está escolarizado en la sección inglesa. Este alumno estudiará griego como lo hacen los alumnos en su país, será su lengua 1. Recibirá en inglés, la lengua de su sección lingüística, las clases de matemáticas y ciencias, entre otras materias. Por otra parte, como alumno de la sección inglesa tendrá en otra lengua distinta, posiblemente el alemán, la formación en las optativas comunes obligatorias y de elección, la historia, economía (si es una de sus optativas), geografía... y podrá cursar otras lenguas, por ejemplo francés y español.

Dada la complejidad lingüística de las escuelas conviene detenerse en entender la relación entre las lenguas escolares y la prueba de la OCDE. La prueba PISA han de realizarla los alumnos de las Escuela Europea en la lengua de su sección, es decir, en inglés en el caso presentado anteriormente, aunque el alumno no reciba, como hemos visto, enseñanza formal sobre dicha lengua, (lengua en la que sí estudia las otras dos

materias que forman parte de la prueba PISA). Este hecho es relevante a la hora de entender y explicar los resultados, por ello se presentan distinguiendo los resultados obtenidos por los alumnos que han realizado la prueba en su lengua 1 y los que no. En concreto, podría darse el caso de que ese alumno llevase pocos años en la escuela, porque sus padres se hubieran trasladado recientemente a trabajar en algún organismo europeo, o que el alumno se hubiera matriculado directamente en la sección inglesa siendo su lengua familiar y de formación previa, el griego. Por lo tanto los resultados PISA relacionados con la competencia lingüística pueden presentar distorsiones respecto a las otras dos competencias analizadas.

A diferencia de lo que ocurre en otros sistemas educativos, los alumnos de las Escuelas deben estudiar matemáticas y ciencias (concretamente biología y geografía) en todos los cursos, de primero a séptimo de secundaria, con mayor o menor carga horaria. En cuanto a las matemáticas, a partir de los 14 años la materia se desdobra en dos vías. Durante el 4º y 5º curso los alumnos tienen la opción de cursar matemáticas durante seis periodos semanales o durante cuatro periodos semanales. Esta doble opción continúa, con mayor o menor carga lectiva para la materia, se mantiene hasta el final de la secundaria en 7º curso. Los alumnos pueden pasar de una a otra opción, es decir, es un sistema de optativas relativamente flexible que cuenta con mecanismos de intercambio de opciones antes del BAC; para bajar el número de horas lectivas de matemáticas se hace una solicitud justificada a la dirección de secundaria, y para subir el número de horas lectivas se hace, generalmente, mediante un examen. En cuanto a las otras materias científicas, la Biología y la Geografía, a partir de 6º curso se cursan en optativas de dos periodos lectivos o en cuatro periodos lectivos. La Geografía, que en las Escuelas tiene la consideración de materia científica y tiene un currículo rico en análisis comparado de datos y gráficos, está desligada de la Historia y se cursa en una de las lenguas vehiculares, mientras que la Biología se cursa en la lengua de la sección.

Las materias siguen un currículo común a todas las secciones y todas las Escuelas que está recogido en un documento público, el Syllabus. Al final de 5º curso

todos los alumnos de todas las secciones harán un examen común armonizado propuesto por cada Escuela. Este examen contiene las cuestiones propuestas conjuntamente por el profesorado de dicho nivel, atendiendo a las cuestiones básicas de la programación, traducido a los idiomas de las secciones por los propios profesores y bajo la supervisión de la dirección del centro. En el caso de las matemáticas el examen armonizado está dividido en dos partes, una sin calculadora en la que en general se pregunta sobre las cuestiones teóricas de la materia y otra con calculadora, herramienta obligatoria desde 4º curso de Secundaria en las materias científicas, más basada en la resolución de problemas.

Hay que recordar que durante 5º curso los alumnos pueden pasar el primer semestre del curso escolar en una Escuela de un país diferente al habitual, por lo tanto, con un profesor de matemáticas y de las otras materias que no tiene por qué seguir la misma temporalización, ni los mismos principios pedagógicos que el de su Escuela de origen. Se apela a la responsabilidad del alumno para estructurar bien su conocimiento de las diferentes materias y preparar adecuadamente los exámenes finales armonizados de junio. Por ello los alumnos que realizan el examen PISA, generalmente en primavera, pueden haber pasado la mayor parte de ese curso en una Escuela distinta a la de sus compañeros.

Centrándonos en las matemáticas, las diferencias en el currículo entre ambas opciones de matemática en 5º curso son sobre todo de profundidad en los conceptos y en el apoyo del trabajo con la calculadora, aunque al final de la secundaria, en 7º, la diferencia entre la opción con mayor carga lectiva y la de menor sean más significativas.

La adecuación entre la edad de los alumnos y el curso escolar es bastante alta, al menos en la EEA (Escuela Europea de Alicante); la repetición es muy escasa. Otra diferencia con el sistema educativo español es la referente a la promoción. No existe el concepto de materia suspensa de cursos anteriores. Si un alumno promociona, para lo que es imprescindible tener una nota media final de seis o superior, el alumno pasa de

curso sin que tenga que realizar en el curso siguiente ninguna actividad específica para recuperar las materias que termino con nota inferior al aprobado.

5.2.-Resultados PISA 2012 en la Escuela Europea de Luxemburgo.

Los alumnos que cursan 5º curso de enseñanza Secundaria en la Escuela Europea de Luxemburgo realizan la prueba PISA en cada convocatoria, obligados por las leyes del país, igual que hacen el resto de centros educativos luxemburgueses. Gracias a esta participación contamos con información suficiente para comparar los resultados de los alumnos de una Escuela Europea con los resultados del resto de países participantes. En la presentación de dicha prueba (edición 2012) la Escuela informaba a los padres, resumiendo los objetivos más importantes de PISA, en la forma siguiente:

Comprobar si los estudiantes están preparados para enfrentarse a los cambios futuros en la vida escolar, la vida laboral y su vida privada.

Comprobar si los estudiantes pueden analizar, razonar y comunicar sus ideas efectivamente.

Comprobar si poseen las habilidades necesarias para continuar aprendiendo a lo largo de la vida.

También da información técnica sobre la realización de la prueba y se informa a los padres que las competencias evaluadas son intra-curriculares, es decir, que no dependen exclusivamente de una materia, aunque en principio puedan estar más relacionadas con unas materias que con otras.

La prueba PISA en la Escuela Europea de Luxemburgo solo está disponible en las tres lenguas vehiculares: inglés, francés y alemán. Dada la complejidad lingüística

del alumnado y por las razones expuestas anteriormente, para realizar la prueba, los resultados de los alumnos se dividen en dos grupos: los alumnos que realizan la prueba en su lengua 1, que fueron 134 alumnos en 2012, de ellos un 24 % hicieron la prueba en inglés, algo más del 26% en alemán y casi un 50% en francés, y los alumnos que la realizan en su lengua 2, es decir, no en su lengua materna; en este segundo grupo había un total 187 alumnos en 2012, de ellos un 53.5% la hizo la prueba en inglés, 21.4% en francés y 25.1% en alemán. Dada la relevancia de esta circunstancia lingüística, las diferencias en los resultados, sobre todo en lectura, son manifiestas. (Página web de la Escuela Europea de Luxemburgo). Se analizan a continuación los resultados en las evaluaciones PISA, proporcionados por la propia Escuela y se acompaña el análisis con gráficos de elaboración propia para un mejor análisis comparativo:

5.2.1.-Resultados de los alumnos que realizaron la prueba en su lengua materna:

5.2.1.1.-Resultados obtenidos por los alumnos de la EEL (Escuela Europea de Luxemburgo) en relación a los obtenidos por los alumnos de secundaria luxemburgueses.

Los resultados de los estudiantes de la Escuela son buenos, incluso considerando los resultados del total de los 5200 estudiantes de secundaria de los centros escolares luxemburgueses que hicieron la misma prueba en 2012 y que son considerados buenos en el conjunto de países de la OCDE. Todos los centros escolares de Luxemburgo, públicos, privados e internacionales, 42 en total, están obligados a realizar las evaluaciones PISA. Los resultados de los alumnos de la EEL que realizaron la prueba en su lengua materna obtuvieron de media en 2012 un rango de 570-595 puntos en matemáticas (nivel 4 alto), frente a los 550-560 puntos del resto de los alumnos de secundaria de los otros centros. Los resultados fueron en lectura son 570- 600 de la EEL frente a 555-570 los otros centros y en ciencias de 565-600 en la EEL frente a 560-570 de los otros centros, aunque la mayor diferencia entre los

resultados de la EEL y el resto de centros se dio en matemáticas. En resumen, la EEL es más eficaz que las otras escuelas luxemburguesas para conseguir las competencias evaluadas por PISA, pero es aún más eficaz para conseguir la competencia matemática que las competencias de lectura y ciencias.

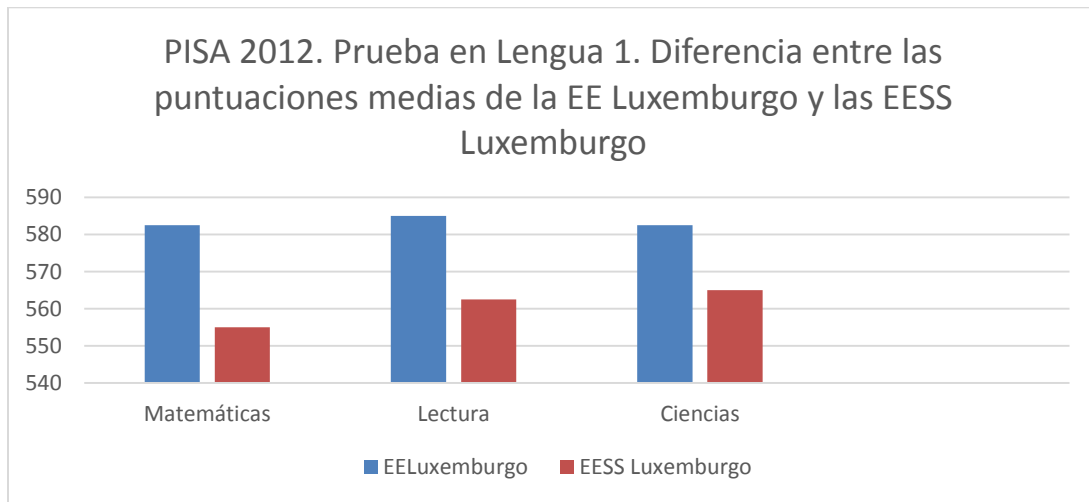


Ilustración 17. EEL. Resultados comparados con otras escuelas secundarias de Luxemburgo

La Escuela Europea, en el comunicado a las familias, atribuye estos buenos resultados a la alta correlación entre los resultados en la prueba PISA y las ventajas socioeconómicas de los estudiantes; la Escuela asegura que el porcentaje de alumnos con entorno social ventajoso es del 78,5% en la Escuela, frente al 45% de los alumnos luxemburgueses de la misma edad.

5.2.1.2.-Resultados obtenidos por los alumnos de la EEL según la lengua 1 de su sección.

Haciendo un estudio entre los alumnos de la Escuela según su lengua de instrucción, los mejores resultados en 2012, en los tres campos analizados, se obtuvieron en la Sección Alemana, seguidos por los resultados de los alumnos de la Sección Inglesa y los de la Sección Francesa. En la Sección lingüística alemana

llegaron a una puntuación máxima de 620 sobre un máximo posible de 700 puntos en matemáticas (nivel 5), a 640 sobre 700 en lectura y a 630 sobre 700 en ciencias. La diferencia entre los mejores alumnos de la Sección Alemana y los de la Inglesa era de unos 10 puntos en matemáticas, casi 30 en lectura y unos 20 puntos en ciencias. Entre los mejores de la Sección Inglesa y los mejores de la Sección Francesa las diferencias eran de unos 15 puntos en matemáticas, unos 5 en lectura y unos 15 en ciencias. La mejor nota en matemáticas de la sección inglesa llegó a 610 puntos sobre 700 y la peor fue de 560 sobre 700, mientras que se quedó en 595 sobre 700 la mejor en la Sección Francesa (zona alta del nivel 4) y en 560 sobre 700 la peor. La sección más homogénea, considerando los resultados del conjunto de las tres competencias evaluadas era la sección francesa, aunque también la que obtenía los resultados más bajos y la que cuenta con el mayor número de alumnos, casi el 50% del total de los alumnos de lengua 1 matriculados en la Escuela.

Si consideramos solo los resultados de la Sección Alemana y estudiamos las diferencias entre las mejores y las peores notas en cada una de las tres partes de PISA, vemos que la menor dispersión entre las tres competencias evaluadas en el 2012 se da en matemáticas; en lectura la diferencia entre el mejor y el peor es casi el doble que la encontrada en matemáticas; en ciencias esta diferencia es una vez y media la encontrada en matemáticas.

Considerando al conjunto de alumnos de la Escuela que realizaron la prueba en su lengua 1, los resultados en matemáticas estaban menos dispersos que en ciencias y lectura; una diferencia máxima de unos 25 puntos entre los mejores de cada sección y unos 60 puntos entre la mejor y la peor nota global. La mayor dispersión se daba en lectura, diferencia de casi 90 puntos entre la mejor y peor nota en lengua 1, en una materia que cada sección estudia de acuerdo a los programas educativos nacionales y por ello con menor grado de convergencia. La diferencia entre la mejor y la peor puntuación en ciencias era de unos 75 puntos.

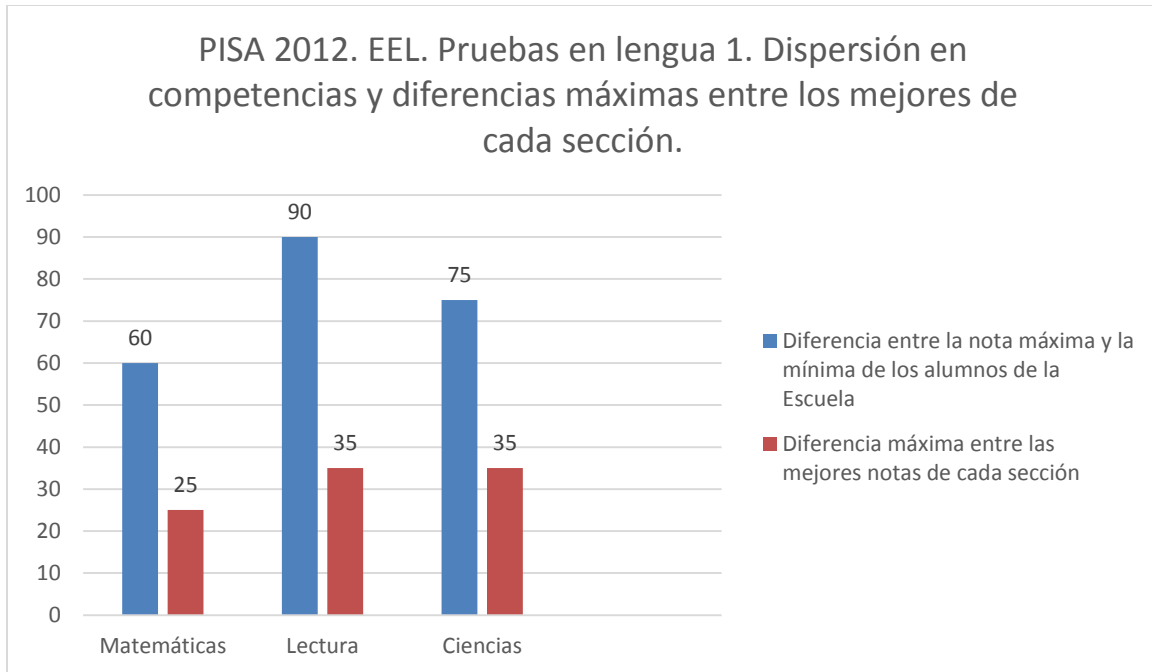


Ilustración 18. EEL. PISA 2012. Dispersión en las puntuaciones.

Estos datos siguen avalando la hipótesis de que la competencia matemática en la EEL se consigue de forma más efectiva que las otras dos competencias evaluadas: las notas bajas son más altas que en el resto de las competencias y las notas son más homogéneas entre todos los alumnos de la Escuela, independientemente de la sección en la que estudien; hay menor dispersión entre los mejores y peores resultados y mayor igualdad entre los mejores resultados por secciones. Evidentemente no se puede apelar a la ventaja socioeconómica, a la que la Escuela hacía referencia para explicar los buenos resultados, pues este factor tiene el mismo peso en las tres competencias evaluadas.

Si analizamos la evolución histórica de las medias en los últimos seis años, desde el 2006 al 2012 tenemos:

La puntuación **media** de los alumnos nativos de las escuelas ha progresado subiendo desde los 560 puntos en 2006 (nivel 4), pasando por los 579 en 2009 y llegando a los 581 en 2012. La característica más destacada sería el progreso positivo.

La puntuación en matemáticas se ha mantenido bastante estable, en torno a los 580 puntos (zona alta del nivel 4), con 581 en 2006, 580 en 2009 y volviendo a 581 en 2012. La característica destacable sería la estabilidad en estos seis años.

Las puntuaciones en ciencias han fluctuado más, pasaron de los 580 en 2006, subieron a 595 en el 2009, prueba que se centró en la competencia científica, y la media volvió a los 581 en 2012.

En resumen parece que los resultados en matemáticas se asientan en razones estructurales que han mantenido los resultados en esta competencia relativamente estables a lo largo de estos años.

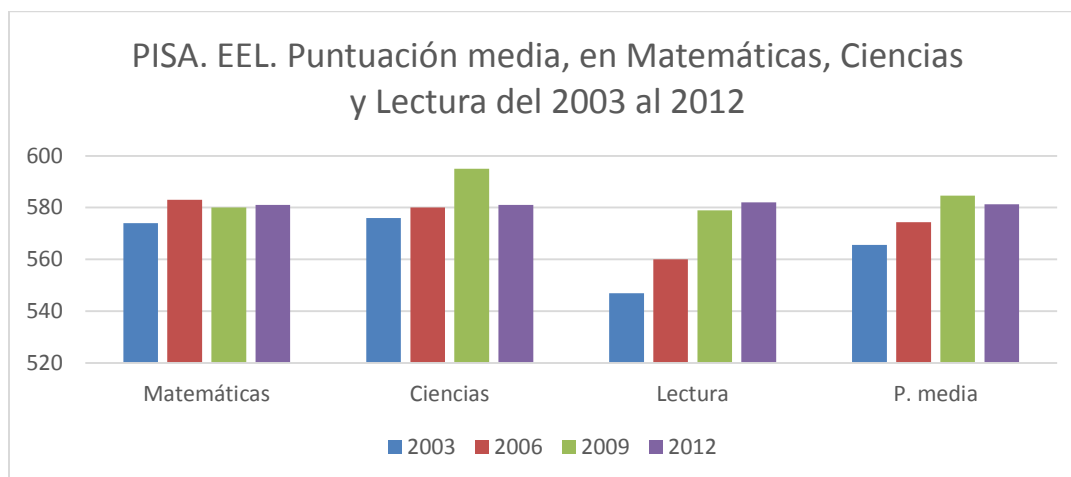


Ilustración 19. EEL. Evolución de la puntuación media.

5.2.2.-Análisis de los resultados de los alumnos que realizaron la prueba PISA 2012 en su lengua 2 (no en su lengua materna).

El análisis del conjunto de los 187 alumnos no nativos matriculados en las tres secciones nos da las puntuaciones siguientes: estos alumnos tuvieron una media en

lectura de su lengua 2 de unos 525 puntos (zona alta del nivel 3), la competencia matemática estuvo en torno a los 545 puntos (nivel 4) y en ciencias en torno a los 535 puntos (nivel 3 rozando el nivel 4). Recordemos que tanto las matemáticas como las ciencias las estudian en lengua 2. Resulta entendible que las puntuaciones en lectura sean más bajas, y de nuevo vemos que sus notas en matemáticas son más altas que en ciencias, hecho que sigue corroborando la hipótesis de la eficacia de la formación matemática de la EEL para conseguir la competencia matemática de sus alumnos.

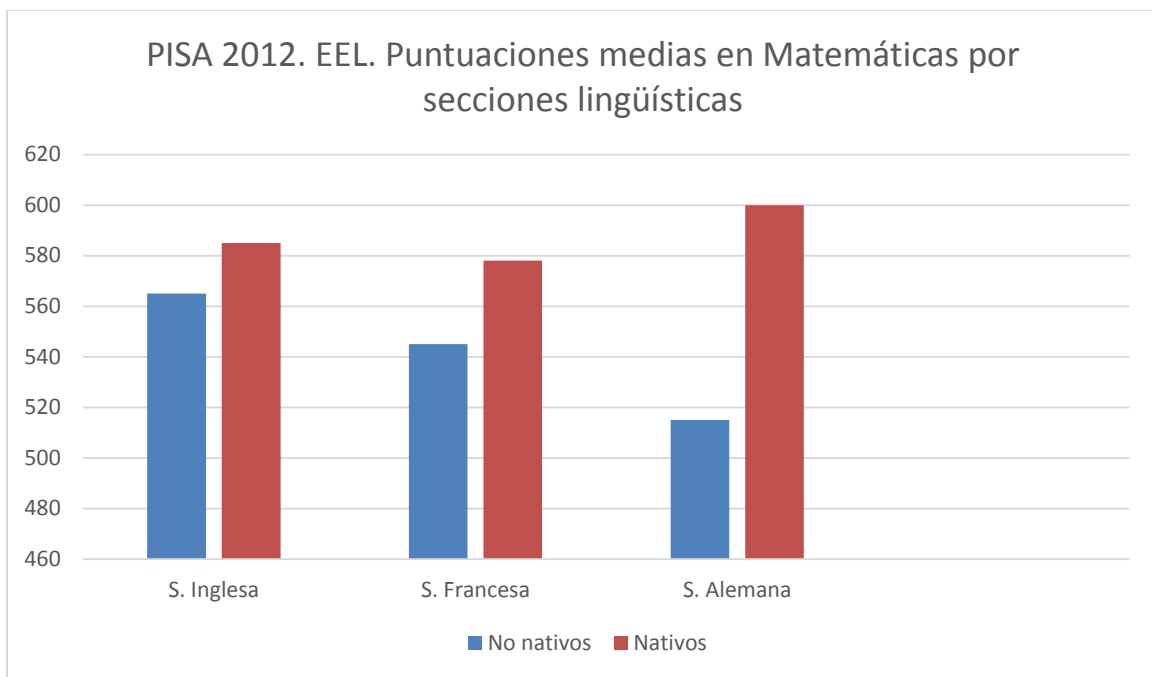


Ilustración 20. EEL. PISA 2012. Matemáticas. Puntuaciones medias nativos-no nativos por secciones lingüísticas

Si analizamos los resultados por secciones lingüísticas, vemos que la nota en matemáticas es más alta entre los alumnos no nativos que estudian en la sección inglesa, llegando, de media, a los 565 (nivel 4) sobre 700 puntos, seguida de los alumnos que estudian en la sección francesa siendo no nativos, que consiguen 545 sobre 700 puntos y en último lugar los alumnos no nativos que estudian en la sección alemana, que consiguen unos 515 en matemáticas sobre los 700 puntos máximos (nivel 3). Recordemos que más de la mitad de los alumnos que realizaron la prueba en

su lengua 2, estudiaban en la sección inglesa. Las causas del éxito de esta sección con los alumnos no nativos pueden ser variadas, como la preferencia por estudiar en la sección inglesa de los alumnos más aventajados, pero no puede descartarse alguna razón intrínseca que ayude a este éxito, basada en la larga experiencia y buena acogida que la sección inglesa dispensa a los estudiantes no nativos. Por el contrario, es significativamente baja la calificación en matemáticas de los alumnos no nativos que estudian en la sección alemana, sección que es con mucho la más efectiva en el aprendizaje de sus alumnos nacionales y que solo ha sido elegida por el 25% de los alumnos no nativos. Dada la dificultad del alemán y que es una lengua menos conocida y hablada en los países europeos que el inglés, no parece probable que estos bajos resultados se deba a que los alumnos menos aventajados que lleguen a las escuelas europeas se matriculen en esta sección, y por lo tanto habría que apuntar a dificultades de esta sección lingüística para atender con eficacia a los alumnos no nativos. En lectura la sección inglesa sigue obteniendo las mejores notas, unos 535 sobre 700 puntos (zona alta del nivel 3), y la alemana y francesa están prácticamente igualadas en torno a los 520 sobre 700 puntos. En ciencias los alumnos de la sección inglesa siguen destacando, con una diferencia aún mayor que en las otras dos competencias, 545 sobre 700 puntos, frente a 520 sobre 700 puntos de los alumnos que estudian en la sección francesa y algo menos los que estudian en la sección alemana.

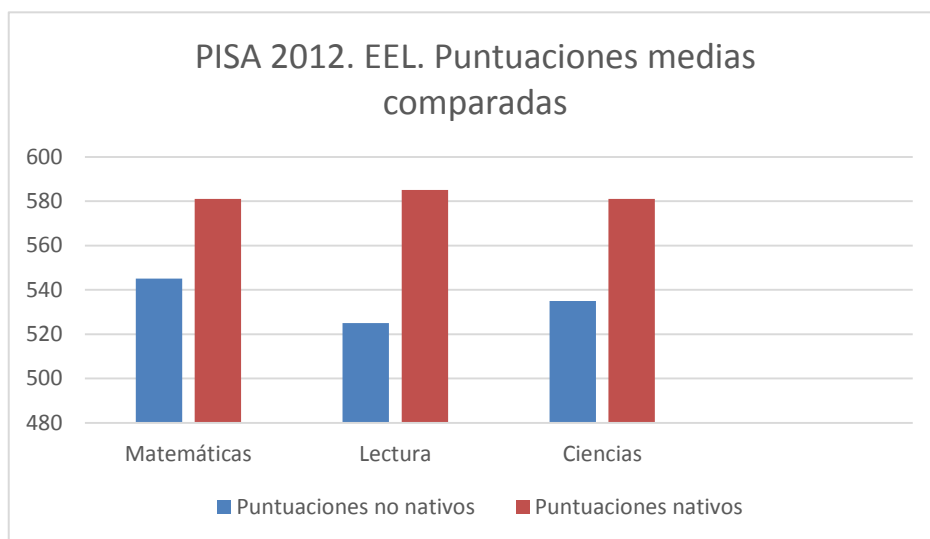


Ilustración 21. EEL.PISA 2012. Puntuaciones medias nativos-no nativos

Si analizamos la evolución temporal de resultados de los alumnos no nativos, considerando las pruebas desde 2006 a 2012 y atendiendo a los resultados medios, tenemos:

En lectura ha habido una mejora progresiva partiendo en 2006 de 515 puntos (nivel 3), llegando a los 525 en 2009 y subiendo ligeramente a 526 en 2012.

En ciencias los resultados han tenido una evolución desigual. En 2006 consiguieron 539 puntos, para llegar a los 555 en 2009 (nivel 4) y bajar a los 535 (nivel 3) en el 2012.

Los resultados medios en matemáticas fueron de 545 en el 2006 (nivel 4), para llegar a los 550 en el 2009 y estabilizarse de nuevo en torno a los 545 en el 2012. Una puntuación relativamente estable en estos seis años.

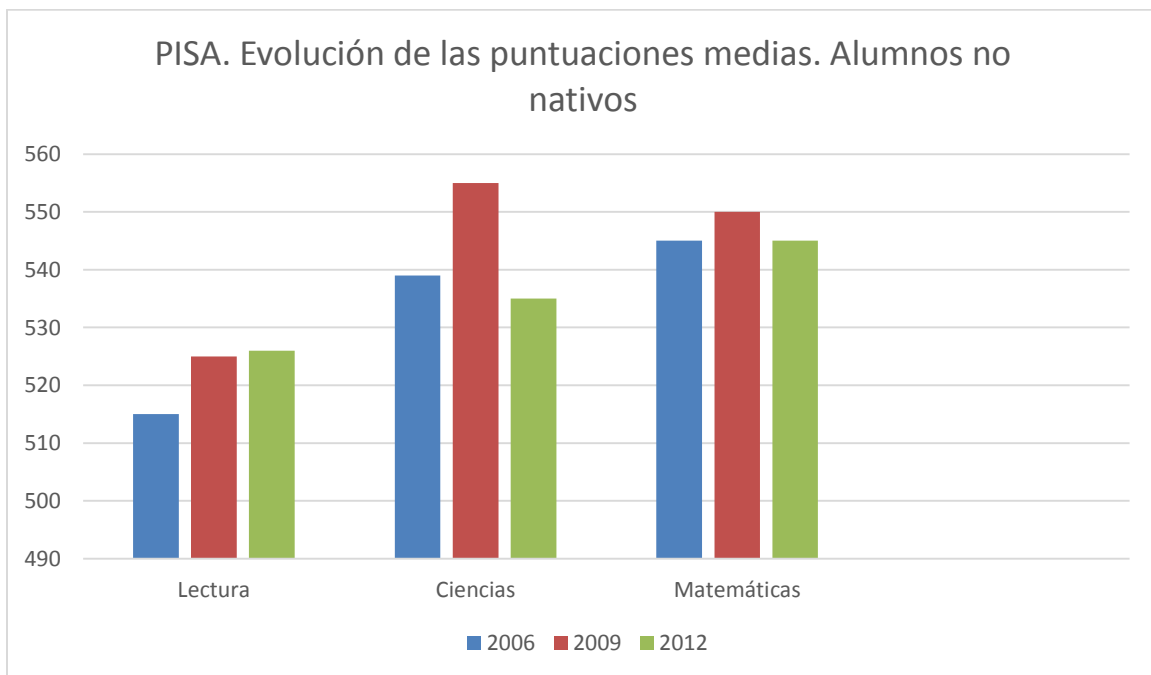


Ilustración 22. EEL. Evolución de las puntuaciones medias de los alumnos no nativos.

Vemos como la puntuación en matemáticas se ha mantenido relativamente estable a lo largo de estos seis años en ambos grupos de alumnos (nativos y no nativos), lo que nos habla de alguna característica intrínseca a la materia que hace obtener resultados en la competencia matemática relativamente buenos, por encima de la media de las puntuaciones de los exámenes PISA, aunque existan otros factores externos que pudieran influir en la puntuación obtenida (alumnos relacionados mayoritariamente con la emigración, problemas de adaptación, desconocimiento del lenguaje en el que se imparten la matemáticas, fluctuaciones en el tipo de examen a lo largo de estas tres ediciones...).

5.2.3.-Diferencias de género en la EEL

Las pruebas PISA también recogen información sobre otros aspectos relevantes en educación y uno de ellos es el peso de la diferencia de género en las puntuaciones obtenidas por los alumnos. En general, e independientemente del país o cultura que se esté evaluando, parece un hecho generalizado que las alumnas obtienen mejores resultados que los chicos en lectura y peores en matemáticas.

Estudiando la evolución temporal de las puntuaciones obtenidas por los alumnos de la EEL en esos seis años, en las tres competencias y considerando las diferencias de género tenemos:

Las chicas han sido siempre mejores en lectura y han ido aumentando la ventaja a lo largo de esta serie histórica. En el 2006 la ventaja era de 18 puntos, de 29 en el 2009 y de 68 en el 2012.

Los chicos han sido mejor que las chicas en matemáticas en el 2006, con una ventaja de 40 puntos, que se acortó a 26 puntos de ventaja en el 2009; pero las chicas superaron a los chicos en matemáticas en el 2012 por 13 puntos. No hace falta recordar que la prueba PISA 2012 se centró fundamentalmente en la competencia

matemática y por lo tanto esta ventaja parece estar sólidamente asentada por la evaluación más completa y rigurosa llevada a cabo.

En cuanto a la competencia científica, los chicos de la EEL superaron a las chicas en el 2006 por 36 puntos; también en el 2009 por una diferencia de 16 puntos, pero en la prueba PISA 2012, las chicas superaron a los chicos en competencia científica por una diferencia de 22 puntos.

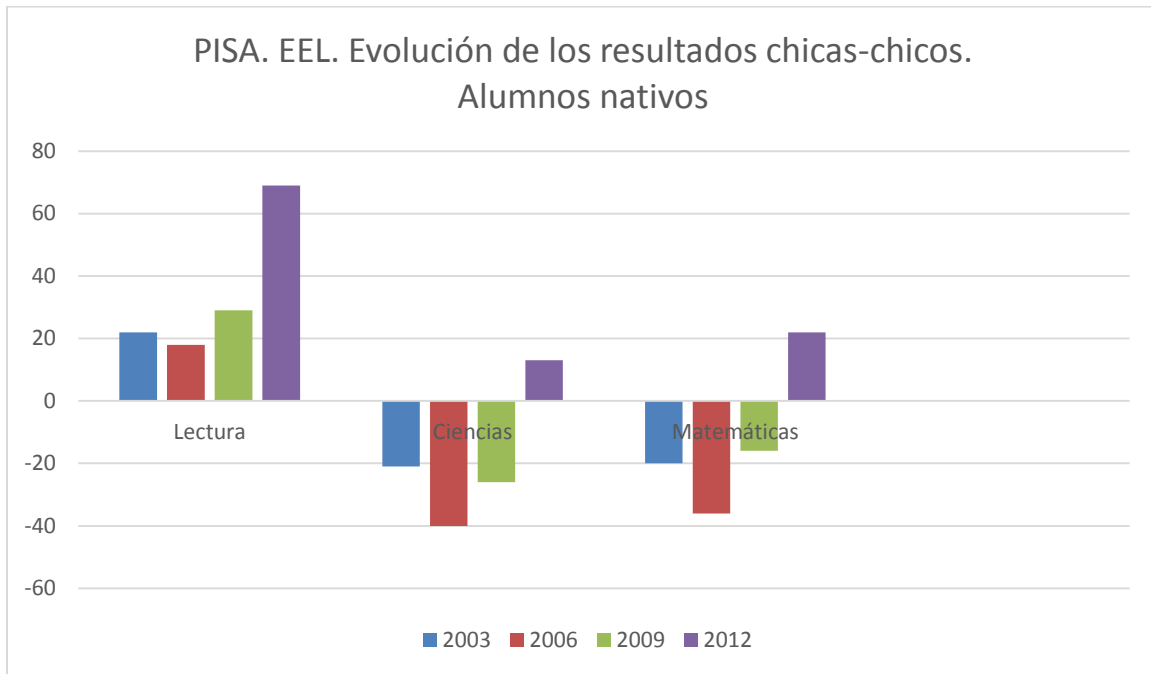


Ilustración 23. EEL. Evolución de las diferencias de género. Alumnos nativos.

Por todo ello se reafirma el interés del modelo educativo de las Escuelas Europeas, que ha sido capaz de superar uno de los escollos que más preocupan a los responsables de las políticas educativas en el mundo: motivar a las alumnas para que estudien de matemáticas y las ciencias, de tal forma que consigan que sus competencias en estas materias sean equivalentes, incluso superiores según los resultados en el último examen, a las de los chicos.

5.2.4.-Estudio del contexto en el que se produce el aprendizaje de las matemáticas en la EEL según las evaluaciones PISA 2012.

En cuanto a la motivación de los alumnos de la Escuela en la materia de matemáticas, a través de los cuestionarios, los alumnos afirmaron que disfrutaban leyendo sobre matemáticas, el 26,5% de ellos. Que esperaban con entusiasmo sus clases de matemáticas el 32,4% de los alumnos. Que hacían matemáticas porque disfrutaban, un 42% de los alumnos, y que estaban mayoritariamente interesados en las cosas que estudiaban en las clases de matemáticas, pues así pensaban el 57,4% de los alumnos.

A las preguntas sobre la ayuda que les prestaban sus profesores de matemáticas, un 43,3% de los alumnos creían que los profesores mostraban interés a diario en el aprendizaje de sus alumnos. Un 60,4 % afirmaba que los profesores les daban ayuda extra cuando lo necesitaban; un 57% decían sentirse ayudados diariamente por sus profesores en su aprendizaje; Un 47% afirmaba que los profesores continuaban explicando hasta que los alumnos entendían, y finalmente, un 44,1% de los alumnos afirmaba que con frecuencia los profesores les daban la oportunidad de expresar sus opiniones.

En cuanto a las habilidades que más ejercitaban en las clases de matemáticas, un 56,5% de los alumnos afirmaron que los profesores hacían preguntas para hacerles reflexionar sobre un problema. Un 60,7% dijo que los profesores les plantearon problemas en los que la solución no era inmediata; el 46,6% afirmó que los profesores les ayudaban a aprender de sus errores. Un 75,7% de los alumnos dijo que el profesor les pedía que explicaran cómo habían resuelto un problema. Finalmente el 63,1% de los alumnos afirmaron que los profesores les proponían problemas que podían ser resueltos de diferentes maneras.

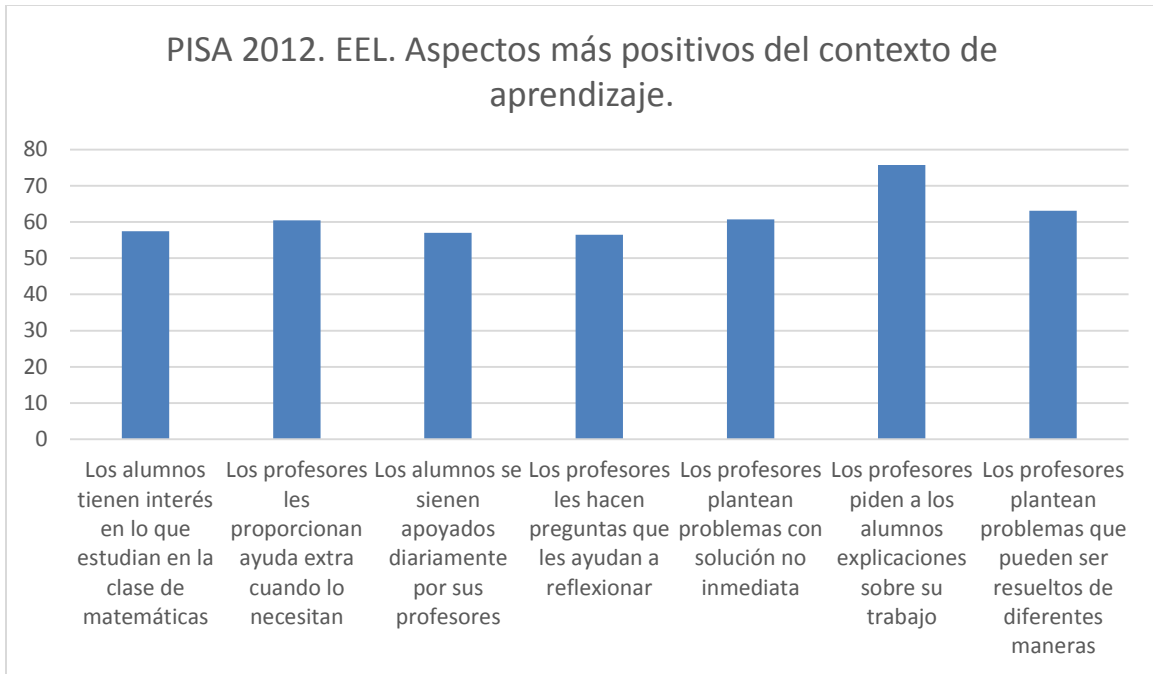


Ilustración 24. EEL. PISA 2012. Aspectos positivos del contexto de aprendizaje.

En cuanto a las fortalezas de los alumnos de la Escuela en las habilidades de la competencia matemática medidas por PISA 2012, destacaron sobre todo en “Cambio y relaciones”. Estuvieron 10 puntos por encima de la media en los ítems relacionado con “Cambio y relaciones”, mientras que obtuvieron la puntuación media de los participantes en “Espacio y forma” (como ejemplo tenemos el estímulo “Carpintero”), y una puntuación por debajo de la media en “Cantidades”, e “Incertidumbre” (como ejemplo tenemos el estímulo Basura).

En resumen podemos hablar de un alumnado mayoritariamente motivado en la materia, de un alumnado que, en general, se siente apoyado en su aprendizaje y una estrategia de resolución de problemas que parece incidir en los aspectos que mejoran el aprendizaje. También parece contar con profesores atentos a su tarea y motivados.

A la vista de los resultados, se buscaron datos en una serie temporal más amplia, para profundizar en los aspectos destacados de los alumnos de la Escuela en las pruebas PISA.

5.3.-Análisis de los resultados PISA 2009 en la EEL.

Para complementar los resultados anteriores, se analizan los datos que revelaron las pruebas PISA 2009, centrada en competencia lectora. Principalmente, se busca tener información para saber si los resultados de PISA 2012 pueden deberse a situaciones estructurales o están especialmente relacionados con la competencia matemática. En la prueba PISA 2009 la EEL participó con 135 alumnos en lengua 1, de los cuales el 47% eran chicas. De ellos un 9% había repetido en secundaria. Un 28% del total estaban inscritos en la sección inglesa, 50% en la francesa y 22% en la alemana. De ellos un 77% tenían ventaja socioeconómica, y un 83% tenía antecedentes relacionados con la emigración. Un 23% hablaban alemán en casa, un 40% una lengua románica y un 37% otras lenguas.

La puntuación media de estos alumnos en lectura fue de 579 (nivel 4) sobre 700 puntos, frente a la media de 547 sobre 700 puntos de media obtenidos por los alumnos de los otros centros luxemburgueses que participaron en la prueba. En matemáticas encontramos una puntuación media de 581 sobre 700 puntos frente a 555 sobre 700 puntos de los alumnos de otros centros, y una media de 593 sobre 700 puntos en ciencias, frente a 554 sobre 700 puntos del resto de los luxemburgueses. Vemos que la ventaja sobre el resto de las escuelas de secundaria de Luxemburgo, que ya se señalaron en los resultados de 2012, se mantiene.

La prueba PISA 2009 se centró en lectura y el aspecto en el que más destacaron los alumnos de lengua 1 de EEL, 9 puntos por encima de la media, fue en “interpretar e integrar” la información.

En cuanto a las diferencias entre chicos y chicas con relación a otras escuelas de Luxemburgo, las chicas puntuaron más que los chicos en lectura, 29 puntos más, frente a los 23 puntos positivos que sacaron las alumnas de otros centros luxemburgueses. En matemáticas las puntuaciones de las chicas estuvieron por debajo de las de los chicos, 26 puntos las alumnas de la EEL y 36 las alumnas de otros centros, y en ciencias también por debajo de los chicos, 16 puntos las alumnas de EEL

y 23 las alumnas de otros centros. Luego se mantiene lo ya apuntado en el análisis de datos de la prueba PISA del 2012, la Escuela Europea de Luxemburgo es más efectiva para el aprendizaje de las chicas en lectura, ciencias y matemáticas que las otras escuelas de su entorno.

En cuanto a las diferencias de puntuación en la prueba de lectura, entre los alumnos que la hicieron en su lengua 1 y los que la hicieron en su lengua 2, en PISA 2009, tenemos:

Tabla 20. EEL. PISA 2009. Puntuaciones medias alumnos nativos-no nativos

	L1	L2
Lectura	579	526
Matemáticas	581	550
Ciencias	593	552

Recordemos que la mayor parte de los alumnos de ambos grupos es emigrante, que el programa es el mismo en todas las Escuelas y diferente a los programas nacionales de las materias, en las materias de ciencias y matemáticas, aunque se siguen los programas nacionales en la lengua 1 de cada alumno. Es razonable pensar que el conocimiento de la lengua materna y la propia adaptación de los alumnos a los profesores nativos y su metodología deben estar en la base del éxito en lectura de los alumnos que realizaron la prueba en su lengua1, mientras que el conocimiento de esta lengua por los alumnos no nativos está 53 puntos por debajo.

Las diferencias entre ambos grupos son menores en matemáticas, como también ocurría en la prueba del 2012, lo que de nuevo nos habla de alguna fortaleza estructural de la materia para minimizar el efecto que otras dificultades de escolarización pudieran presentar; también habíamos visto que la diferencia entre los dos grupos se había acortado 7 puntos en matemáticas del 2006 al 2009, aun siendo la diferencia en esta competencia menor que en las otras. Solo en la competencia matemática ambos se recortaron las distancias entre los grupos de alumnos nativos y no nativos.

En cuanto a las características del entorno escolar en el curso 2009, y a tenor de lo que respondieron los alumnos en la encuesta de contexto tenemos:

Actitud hacia la escuela (porcentaje de alumnos que están de acuerdo con las afirmaciones):

Tabla 21. EEL. PISA 2009. Actitud hacia la escuela.

	EEL	ES Luxemburgo	OCDE
La escuela me ha ayudado a tener confianza para tomar decisiones	66,3%	51,1%	73,8%
La escuela me ha enseñado cosas que pueden ser útiles en la vida laboral	91,6%	85,9%	87,7%
La escuela ha sido una pérdida de tiempo	6,9%	6,7%	8,6%
La escuela ha hecho poco para prepararme para la vida adulta cuando deje la escuela	23,1%	33,6%	24,1%

Aunque las preguntas son distintas a las de la prueba 2012, las repuestas siguen apuntando las mismas características, a que la Escuela tiene unos alumnos que confían en ella y la consideran, en general, útil para su futuro.

En cuanto a la relación alumno-profesor tenemos (porcentaje de alumnos que están de acuerdo con las afirmaciones):

Tabla 22. EEL. PISA 2009. Contexto de aprendizaje.

	EEL	ES Luxemburgo	OCDE
Me llevo bien con mis profesores	90,1%	82,6%	84,7%
La mayoría de mis profesores escuchan lo que tengo que decir	64,6%	63%	67,1%
Si necesito ayuda extra, la recibo de mis profesores	78,1%	68,3%	78,9%
La mayoría de mis profesores me tratan amablemente	84,9%	79,1%	78,8%

Aunque los alumnos demanden que sus opiniones sean más tenidas en cuenta, habría que destacar, en general, un buen ambiente escolar, aspecto al que cada vez se da más importancia para conseguir entornos positivos de aprendizaje y que parece ser una de las características de la enseñanza en la EEL.

En resumen, las características positivas que se desprendían de los resultados de la prueba PISA 2012, tanto en la consecución de las competencias, como en el contexto positivo en el que se lleva a cabo la experiencia escolar, se han confirmado con los resultados de la prueba del 2009, por lo que podemos hacer referencia a una estructura escolar sólida, que se mantiene a lo largo de los años.

5.4.-Muestreo sobre una clase de alumnos de 14-15 años.

Para confirmar aún más la experiencia positiva de aprendizaje de las Escuelas Europeas, se realizó un muestreo ampliado a una clase de alumnos de la Sección Española de la Escuela Europea de Alicante. Para ello se utilizaron los estímulos de la prueba de matemáticas 2012, validados y estudiados en el capítulo 2 de este trabajo. El carácter de la prueba nos permite tener más información para confirmar o no ciertas tendencias en los resultados, en comparación con los resultados medios de la OCDE. Se pasó la prueba con los tres estímulos a 17 alumnos de 14-15 años, con edad dentro de la norma pero un poco menor a la de los alumnos españoles que realizan la prueba. Los resultados se recogen en una tabla. En la segunda línea de la tabla aparece el nivel asignado a la pregunta y el porcentaje medio de aciertos en la OCDE. En la última línea el porcentaje de respuestas correctas entre los alumnos de la muestra, lo que nos permitirá la comparación.

Tabla 23. EEA. Muestreo PISA en una clase de alumnos de la sección española.

	CARPINTERO	CAMINAR	CAMINAR	CAMINAR	CAMINAR	BASURA	TOTAL
	P. 1 (20%) NIVEL 6	P.1 (36,3%) NIVEL 5	P.2 (20%) NIVEL 4(1)	P.2 (9%) NIVEL 5(2)	P.2 (8%) NIVEL 6(3)	P.1 (51,6%) NIVEL 4	MAX 21
A1	S	S		S		S	20
A2	S	S	-			S	15
A3	S	S		S		S	16
A4	-	-	-			S	4
A5	-	-				S	4
A6	-	S	S			S	13
A7	S	-		S		S	15
A8	-	S	-			S	9

A9	-	S	-			-	5
A10	-	-	S			S	8
A11	S	S	-			S	15
A12	-	-	-			S	4
A13	S	S		S		S	20
A14	S	S	-			S	15
A15	-	-	-			S	4
A16	-	S	S			S	13
A17	-	S	-			S	9
TOTAL	7/17=41%	11/17=65%	3/17=18%	4/17=23,5%		16/17=94%	M=11

Los porcentajes de respuestas correctas están claramente por encima de la media OCDE. Representando en un gráfico los porcentajes se aprecian mejor los resultados comparados (se agrupan los resultados positivos de la pregunta número dos “Caminar”):

Resultados muestreo alumnos sección española de 14-15 años

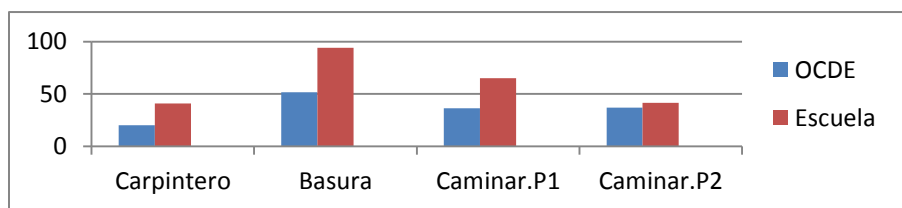


Ilustración 25. EEA. Resultados muestreo.

5.5.-Características del currículo de las Escuelas Europeas y puntuaciones PISA.

Como hemos visto las puntuaciones en lectura de los alumnos que cursan la lengua de la prueba como lengua 2 son muy altas, por encima de la media de 500 puntos, a pesar de que esos alumnos no reciban ninguna enseñanza sobre esa lengua. Convivir en un entorno multilingüe y una enseñanza basada sobre todo en el manejo de la lengua como instrumental hace que el aprendizaje sea muy efectivo, más que el aprendizaje formal de la misma lengua.

En cuanto a la enseñanza de las matemáticas, las líneas generales de la enseñanza ya se ha analizado en párrafos anteriores, pasemos a reseñar los aspectos más relevantes por los efectos positivos sobre las puntuaciones en las evaluaciones PISA:

- Los alumnos de 15 años cursan las matemáticas en dos optativas, una de 6 horas semanales y otra de cuatro horas semanales. Las puntuaciones medias en matemáticas de las pruebas PISA están influidas no solo por las notas de la mayoría, sino por tener un número relativamente elevado de alumnos de nivel seis o superior, que estarían cursando la optativa de seis horas semanales y tener pocos alumnos en los niveles inferiores, es decir tener alumnos que se sienten capaces de progresar en las clases de matemáticas, pues las demandas de la materia se adapta a su capacidad de progreso (la optativa de cuatro horas semanales).
- La enseñanza de las matemáticas es obligatoria a lo largo de toda la secundaria. Parece muy adecuado que en una sociedad que apuesta por la tecnología del conocimiento se mantenga la formación científica como obligatoria.

- La materia matemáticas es obligatoria para la obtención del título de Bachillerato, por lo que los alumnos no pueden dejar de trabajar la materia, al menos en los últimos dos cursos de secundaria. Adaptar la materia a las posibilidades de progreso y saber que han de cursarla obligatoriamente, proporciona a los alumnos un aprendizaje de la competencia matemática que no existe en otros sistemas educativos.
- La carga lectiva de la materia de matemáticas en los últimos cursos, tres periodos lectivos semanales, se corresponde con menos del 10% de la jornada lectiva, lo que no impide a los alumnos dedicar la mayor parte de su horario lectivo a otras materias de su elección.
- Esta estructura favorece especialmente a las alumnas, que mayoritariamente, cuando han de elegir optativas en la secundaria superior, parecen preferir materias no científicas. Este asunto es relevante, pues en la escolarización inicial (Ed. Infantil y Primaria) no parece haber razones de peso que hagan creer que las alumnas tienen menos facilidad para las matemáticas o las ciencias que los chicos.
- Es importante que las alumnas mantengan la vinculación con las ciencias y las matemáticas más allá de la adolescencia, pues podrán aportar mucho a estos campos desde cualquier otra disciplina académica o profesional.
- El currículo de matemáticas y de ciencias recibe un fuerte apoyo del soporte tecnológico. Esto hace que las materias sean fundamentalmente prácticas y evita, en parte, que las dificultades de cursos anteriores sean insalvables si se produce maduración intelectual.
- El diseño del currículo de las materias se centran en “saber hacer”, por lo tanto en competencias. Y los exámenes han de basarse en la comprobación de estas competencias.
- La enseñanza en las EE no permite que los alumnos se desvinculen en la Secundaria Superior totalmente de las materias científicas o humanísticas. Han de cursar materias de ambos ámbitos de manera obligatoria con mayor o menor carga lectiva. Esta formación fomenta las competencias y las relaciones entre todos los ámbitos del conocimiento.

- Las materias científicas, en especial la geografía que tiene un alto componente en análisis de datos, estudio y comprobación de relaciones y cambios, ayudan en gran manera a la consecución de la competencia matemática. Lo mismo ocurre con la economía, que los alumnos pueden estudiar desde los 14 años.
- También tiene una influencia muy positiva el estudio de la biología, en particular con la resolución de pequeños problemas de relaciones y porcentajes en contextos científicos.
- Los concursos científicos inter- escuelas dan a los alumnos la posibilidad de poner en práctica sus conocimientos durante toda la secundaria.
- El modelo educativo de las Escuelas Europeas se lleva a cabo por profesores nacionales bajo la supervisión de la inspección educativa de los países miembros, por lo que resulta fácil de implementar y adaptar, en cualquiera de sus apartados, a los sistemas nacionales.

5.6.-Características de las secciones lingüísticas de las Escuelas Europeas.

Aunque los alumnos de cada Escuela Europea estudien en un entorno con el mismo currículo y con horas comunes que faciliten el conocimiento mutuo, la forma de llevar a cabo la enseñanza en cada sección lingüística, o la influencia de las propias familias, pueden producir diferencias en las características escolares de los alumnos. En colaboración entre la Escuela Europea de Alicante y la Universidad de Murcia se llevó a cabo una investigación dirigida por la Profesora Dña. Rosa Limiñana en el 2010. Gracias a la generosidad de la Universidad de Murcia se ha podido utilizar una parte de la **base de datos** de aquel estudio para investigar las características de las secciones lingüísticas de una Escuela Europea, en este caso la de Alicante, desde un punto de vista comparado.

Para complementar los resultados PISA, ya se ha apuntado en repetidas ocasiones, es necesario conocer las fortalezas de las aptitudes básicas y del rendimiento intelectual de los alumnos y, en particular en esta investigación se quería conocer si en la misma escuela podían observarse diferencias significativas entre las cuatro secciones lingüísticas (EN, FR, AL, ES) en la que estudiaba los alumnos.

En la tabla siguiente se recogen los aspectos evaluados considerando las preguntas a las que respondieron los alumnos de 15 años. El tamaño de la muestra es de n=75 alumnos. De ellos 23 eran estudiantes de la sección inglesa, 27 de la española, 14 de la francesa y 11 de la alemana.

Se considera que el nivel en el que se posee una competencia estudiada es **bajo** si la puntuación obtenida está por debajo de 40; **medio** si la puntuación está en el intervalo 40-60; y el nivel es **alto** si la puntuación está por encima de 60.

Actitudes Intelectuales estudiadas:

Tabla 24 EEA. Muestreo sobre actitudes intelectuales.

	A1. Aptitud espacial
A. Aptitudes básicas	A2. Aptitud numérica
	A3. Razonamiento
	A4. Aptitud verbal
	A5. Memoria

B. Rendimiento intelectual	B1. Inteligencia no verbal
	B2. Inteligencia verbal
	B3. Inteligencia general (analítica)
	B4. Fluidez verbal
	B5. Rapidez de respuesta
	B6. Eficacia
	B7. Creatividad

Número de alumnos por sección lingüística en la investigación.

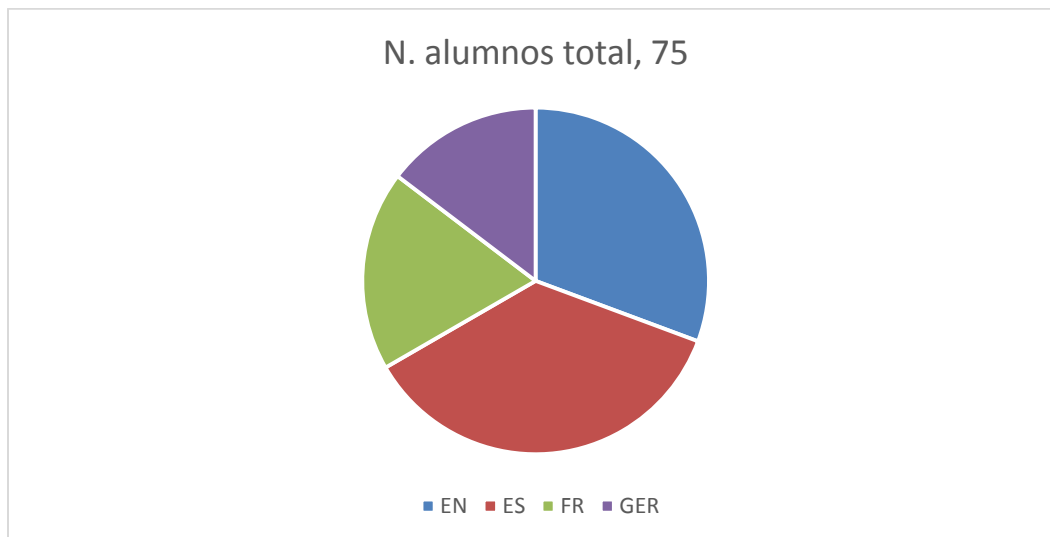


Ilustración 26. EEA. Composición muestra "actitudes intelectuales"

RESUMEN DE LAS CAPACIDADES POR VALORES MEDIOS DE LAS SECCIONES

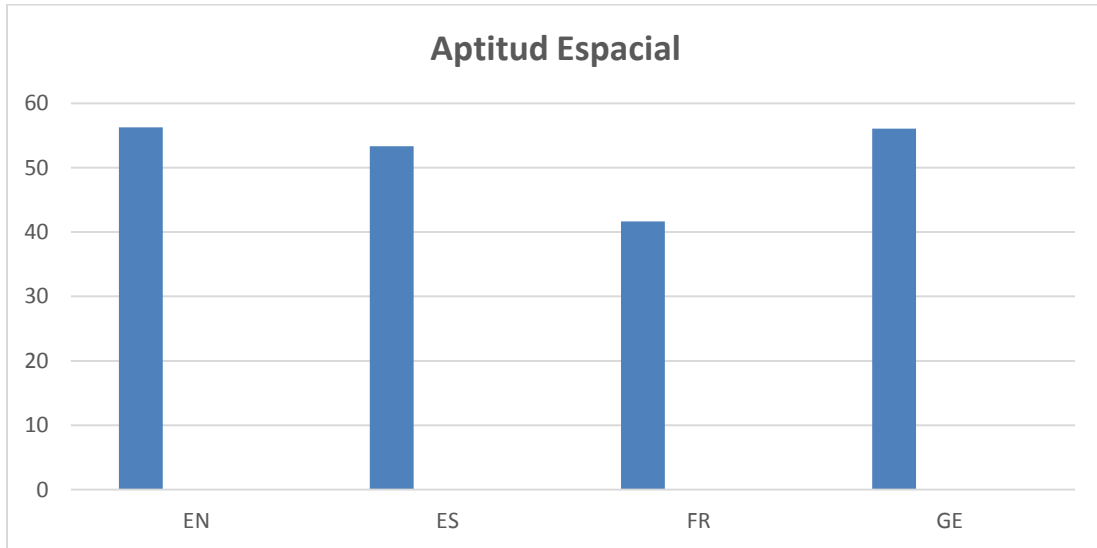


Ilustración 27. EEA. Aptitud espacial. Valores medios de las secciones lingüísticas.

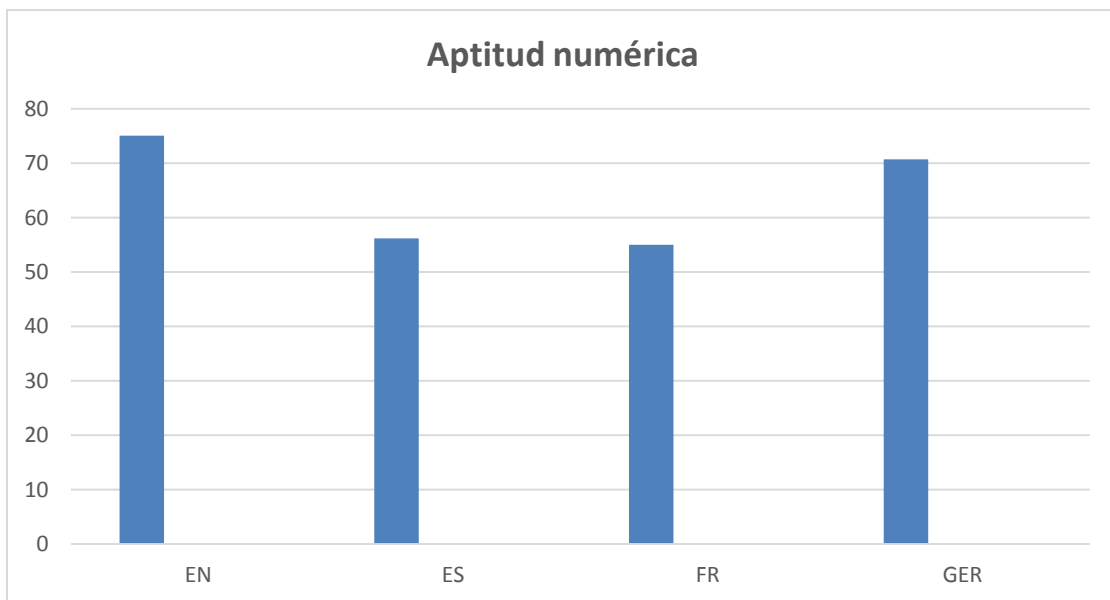


Ilustración 28. EEA. Aptitud numérica. Valores medios de las secciones lingüísticas.

ESTUDIO COMPARADO DE LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN R. U., FRANCIA, ALEMANIA Y ESPAÑA Y SU EFICACIA EN PISA

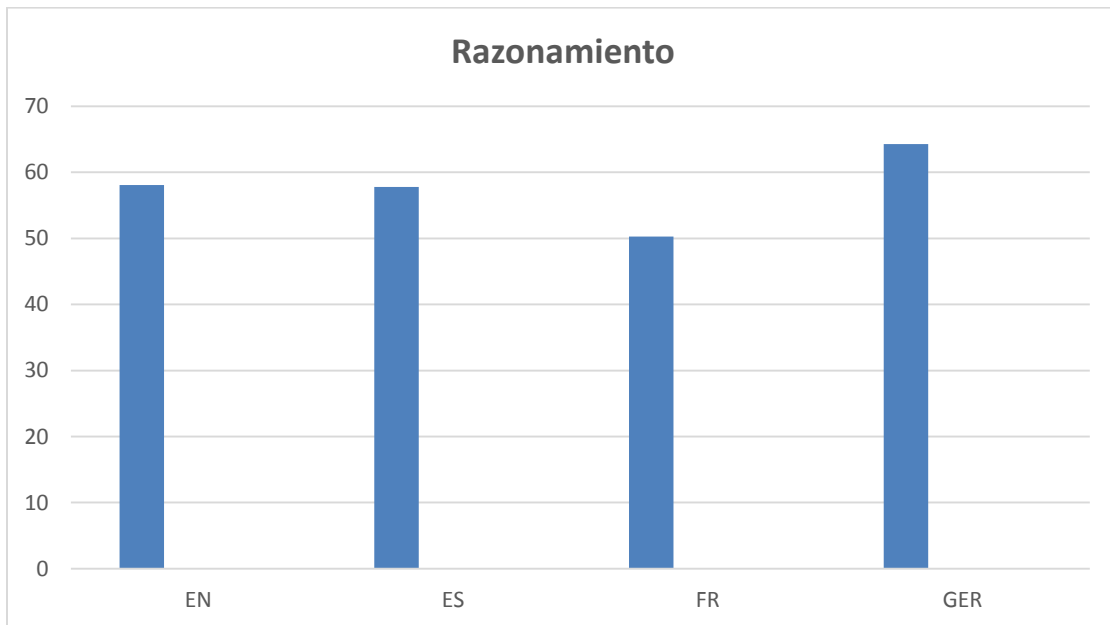


Ilustración 29. EEA. Razonamiento. Valores medios de las secciones lingüísticas.

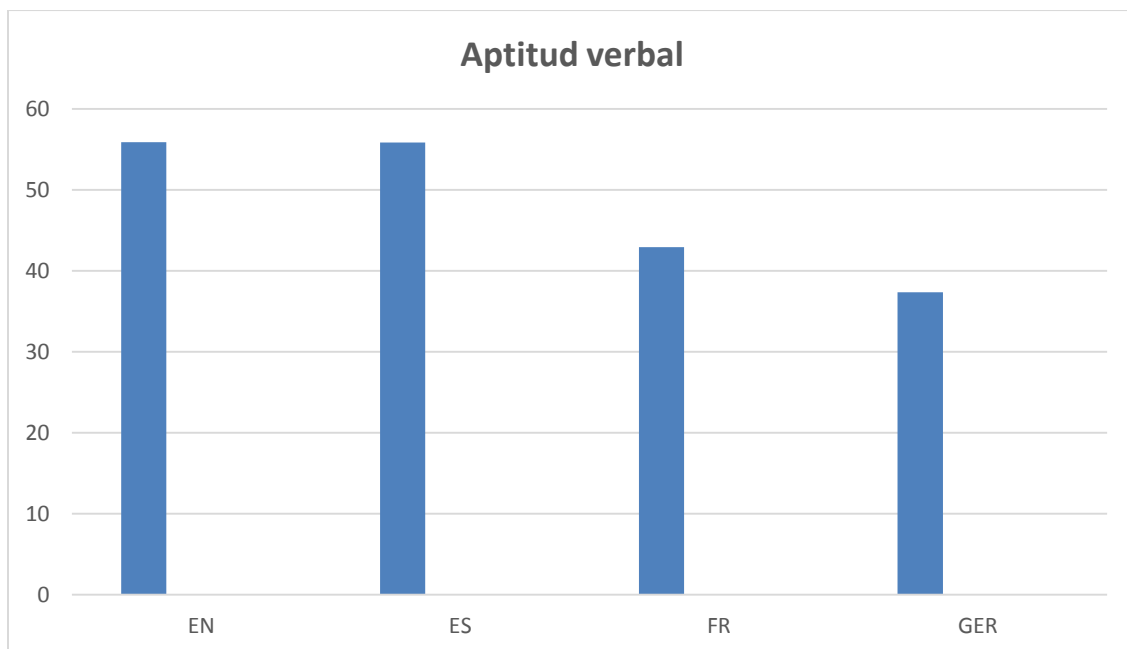


Ilustración 30. EEA. Aptitud verbal. Valores medios de las secciones lingüísticas.

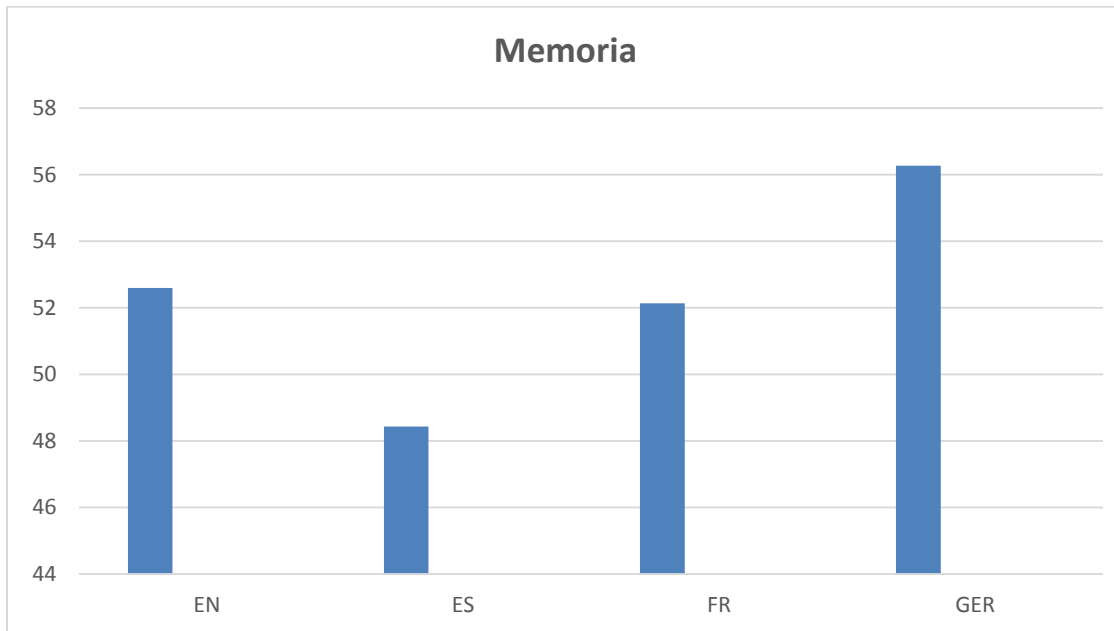


Ilustración 31. EEA. Memoria. Valores medios de las secciones lingüísticas.



Ilustración 32. EEA. Inteligencia no verbal. Valores medios de las secciones lingüísticas.

ESTUDIO COMPARADO DE LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN R. U., FRANCIA, ALEMANIA Y ESPAÑA Y SU EFICACIA EN PISA

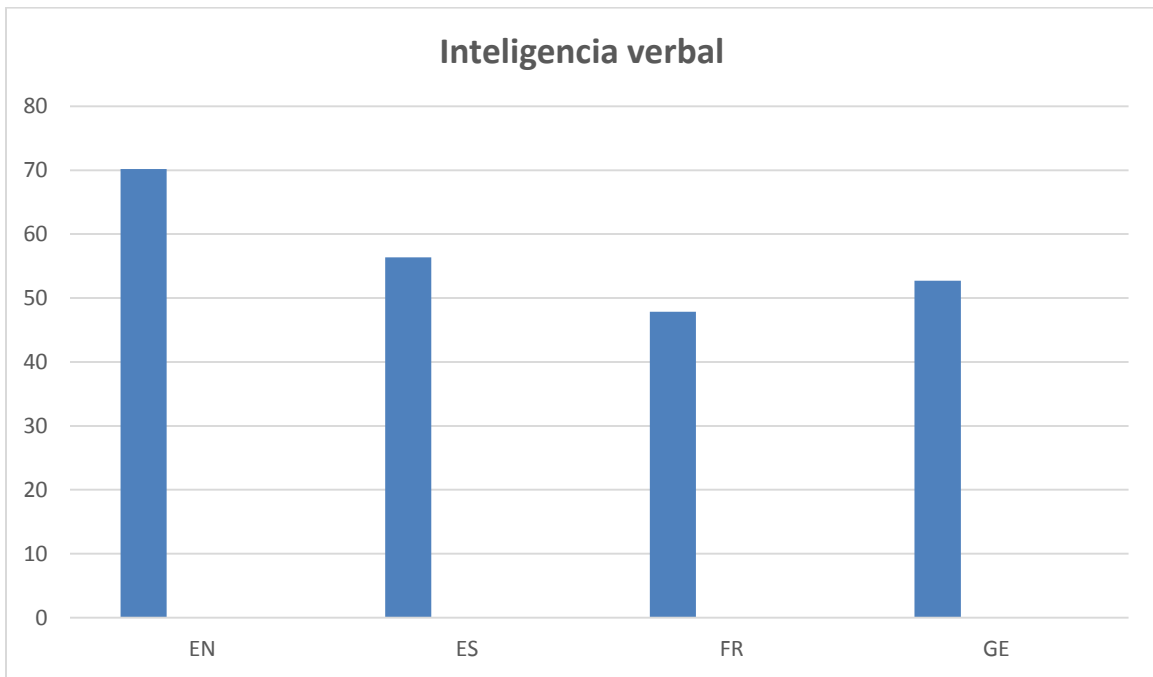


Ilustración 33. EEA. Inteligencia verbal. Valores medios de las secciones lingüísticas.

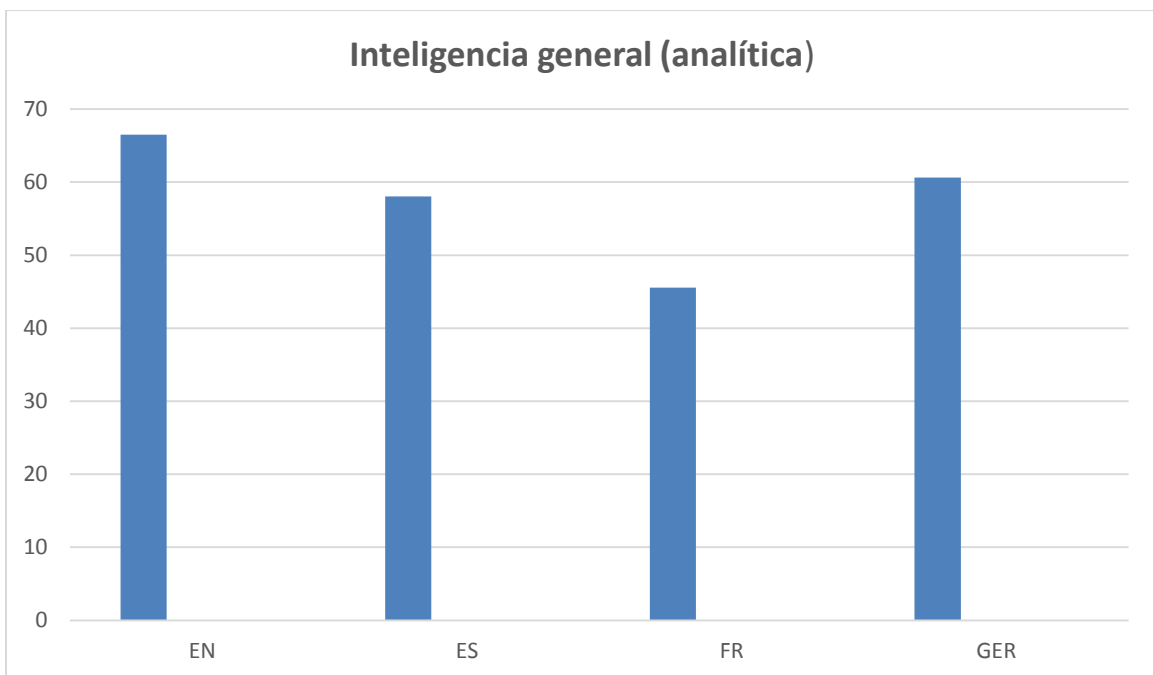


Ilustración 34.EEA. Inteligencia general (analítica). Valores medios de las secciones lingüísticas

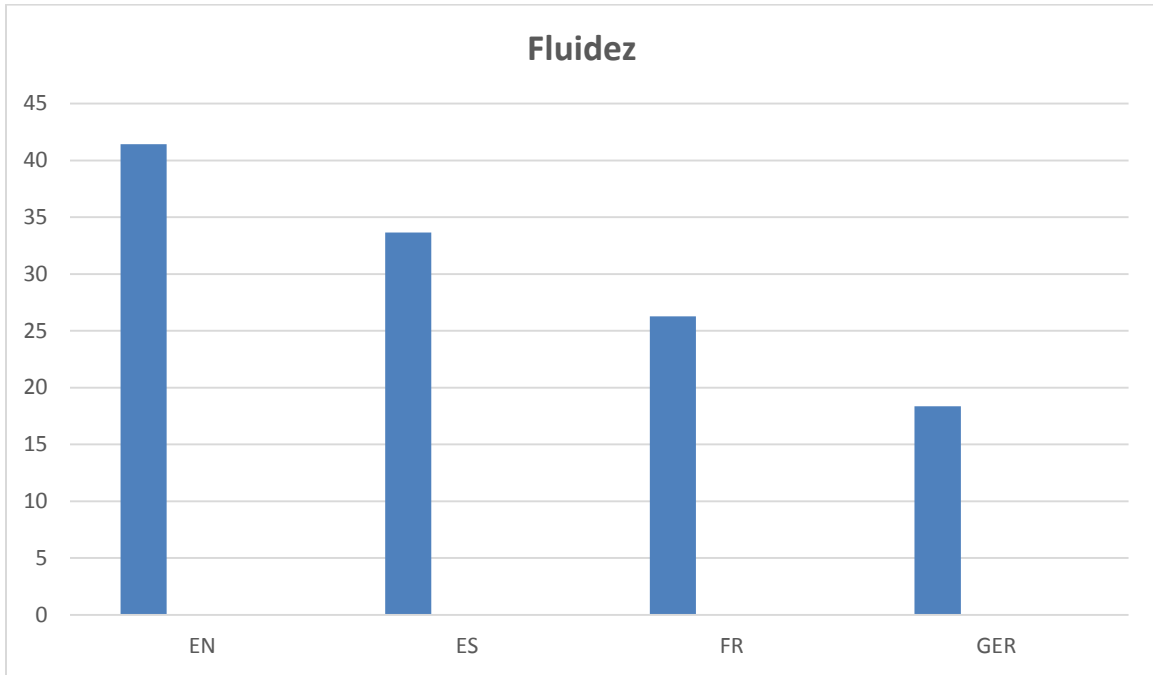


Ilustración 35. EEA. Fluidez. Valores medios de las secciones lingüísticas.

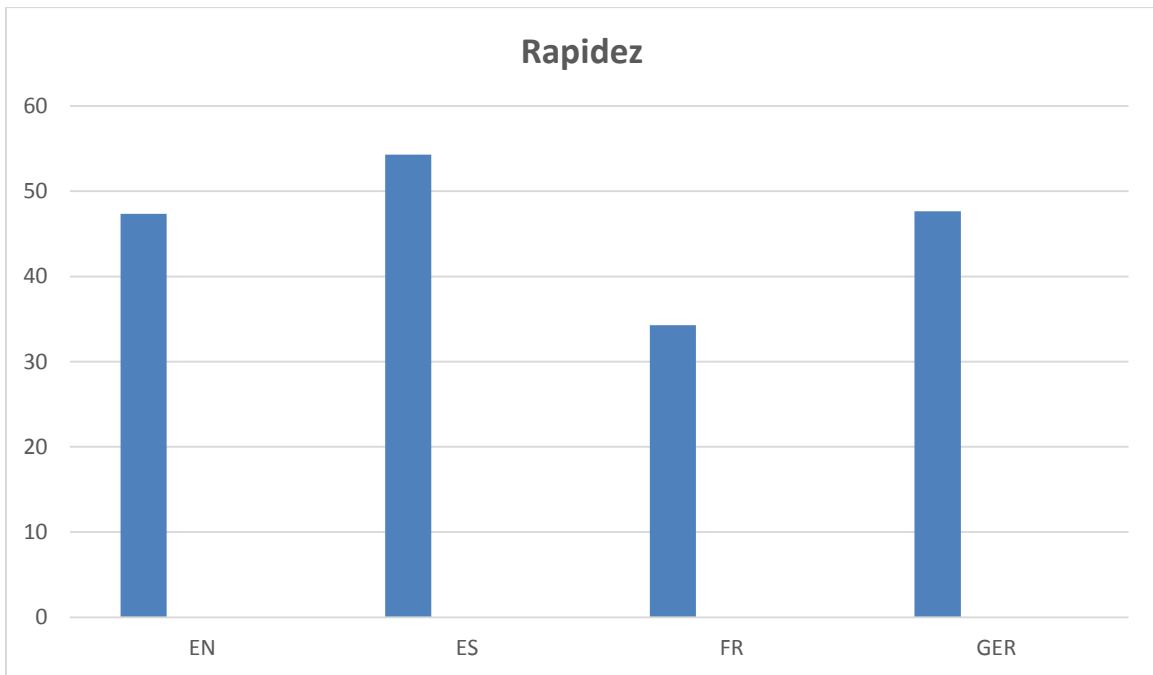


Ilustración 36. EEA. Rapidez. Valores medios de las secciones lingüísticas.

ESTUDIO COMPARADO DE LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN R. U., FRANCIA, ALEMANIA Y ESPAÑA Y SU EFICACIA EN PISA

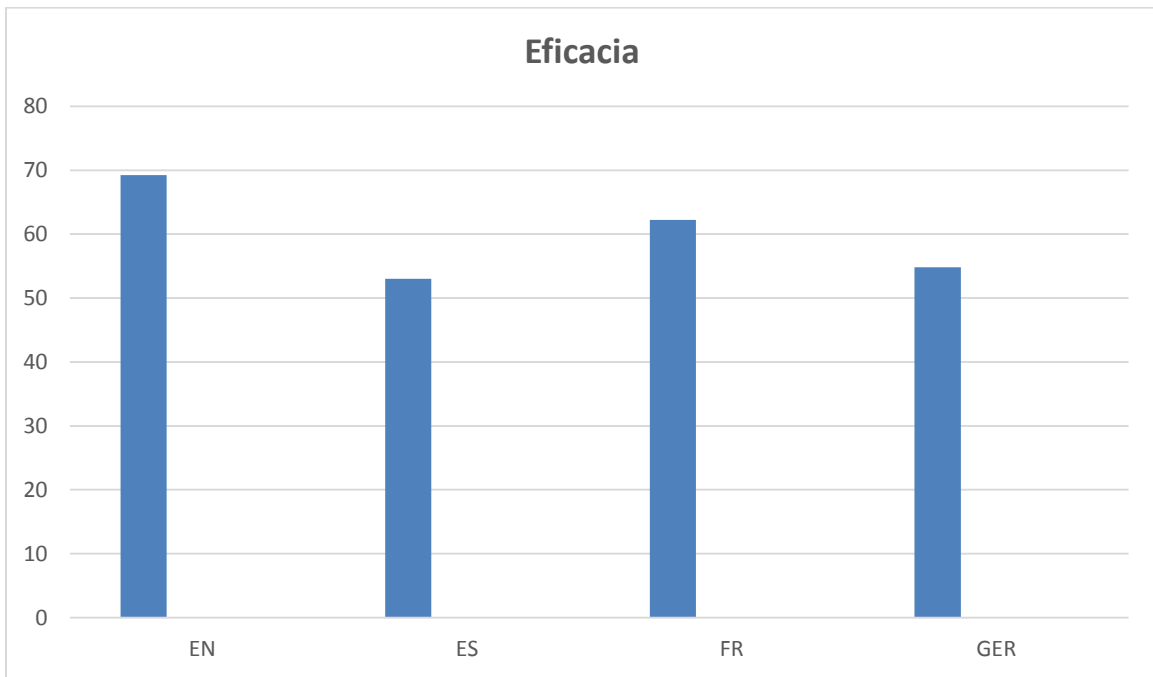


Ilustración 37. EEA. Eficacia. Valores medios de las secciones lingüísticas.

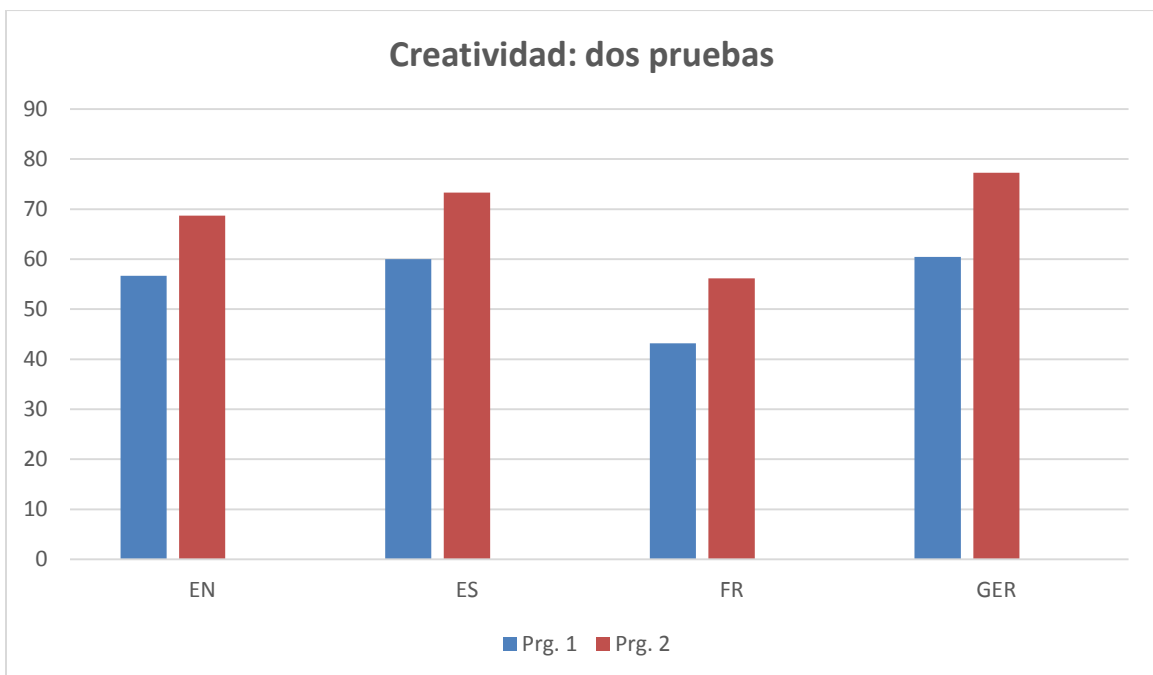


Ilustración 38. EEA. Creatividad. Valores medios de las secciones lingüísticas.

El número de alumnos de cada sección lingüística no es homogéneo, la más numerosa es la española, que tiene más de un tercio de los alumnos matriculados a los 15 años, seguida de la inglesa, y a bastante distancia en número de alumnos están la francesa y la alemana. Aunque alguna de las características detectadas dependa del número de alumnos, así como del tipo de los alumnos no nativos matriculados en cada sección, hay aspectos muy destacados que deben señalarse.

La sección inglesa tiene muchos aspectos positivos, tanto en las aptitudes básicas, como en el rendimiento intelectual. Como aptitudes básicas podemos destacar la numérica y espacial y como rendimiento intelectual, la eficacia, la fluidez, la inteligencia verbal y la inteligencia analítica.

La sección francesa, a pesar de contar con pocos alumnos, lo que en principio permitiría detectar mejor las dificultades de los alumnos y atenderlas, destaca muy poco en todos los aspectos estudiados, lo más positivo es la eficacia de las respuestas.

En la sección alemana, hay muchos aspectos positivos, especialmente la creatividad, la inteligencia no verbal, la memoria, el razonamiento, la aptitud numérica y la aptitud espacial, en la puntuación media encontramos la eficacia, la inteligencia verbal y por debajo de la media la fluidez y la aptitud verbal.

En cuanto a las características de la sección española, las aptitudes básicas medias de sus alumnos no destacan especialmente en ninguna, siendo significativamente bajas las aptitudes numéricas y la memoria, y con resultados en la media la capacidad de razonamiento y la aptitud espacial. En cuanto al rendimiento intelectual, lo más positivo es la creatividad, rapidez de respuesta y la inteligencia

verbal y no verbal; a cambio las respuestas son poco eficaces y fluidas; y la inteligencia analítica es muy baja.

En resumen, la sección inglesa es la que cuenta con los alumnos que muestran mejor rendimiento intelectual, a pesar de ser muy numerosa, siendo la española, con gran número de alumnos, la que obtiene un rendimiento medio, aunque especialmente bajo en algunas aptitudes muy relacionadas con las matemáticas, campo en el que la sección alemana destaca claramente, pero con dificultades en las aptitudes verbales y en la fluidez; la sección francesa es la que obtiene, de media, puntuaciones muy mejorables.

La importancia de este estudio se debe a que ha podido estudiarse la cultura escolar de cada país y su efecto sobre las aptitudes intelectuales de los alumnos, pues recordemos que los alumnos son atendidos por profesores nativos una parte muy importante del tiempo escolar, en un entorno escolar muy homogéneo. Los alumnos reciben los mismos contenidos, se encuentran en una misma organización escolar, en un entorno socioeconómico y cultural muy parecido, por lo que las diferencias observadas pueden ser atribuidas, en gran medida, a las características de la cultura escolar del país transmitida a través de los profesores y las familias. Dichas culturas escolares no solo se han mantenido en este entorno común, se han hecho patentes y así son apreciadas por estudiantes y familias, por encima de otros parámetros de la vida escolar, como el currículo, o la dirección escolar. Puede suponer un nuevo campo de investigación para la Educación Comparada de los sistemas educativos europeos, la mayoría de los cuales están representados en las Escuelas Europeas, del que puede inferirse información complementaria a la que ofrecen los estudios PISA.

CAPÍTULO 6. CONCLUSIONES. RECOMENDACIONES Y SUGERENCIAS.

6.1.-Conclusiones

Existe la necesidad de realizar estudios para comprobar la eficacia en los sistemas educativos.

Son muchas las esperanzas que a nivel mundial se ponen en la educación. La educación es una de las herramientas más eficaces para mejorar la vida de millones de personas, tanto a nivel individual como social. Dada su vital importancia es un objetivo prioritario para los países y para los organismos internacionales que están de acuerdo en su importancia y que dedican enormes esfuerzos a este ámbito. Al igual que para el resto de los objetivos considerados prioritarios, como la erradicación de la pobreza, la paz, la salud, o promover la igualdad entre los sexos..., deben existir mecanismos que orienten las políticas y permitan decidir si se está yendo en la dirección correcta.

Pero también son millones los escolares cuya calidad de vida está vinculada al entorno escolar, que merecen que este entorno se desarrolle de la mejor manera posible.

Y son muchos los esfuerzos de las millones de personas que en mundo están relacionadas con la educación y que se merecen que se investigue y avance en la dirección en la que su trabajo proporcione los mejores resultados posibles.

Todos ellos, los alumnos, los profesionales que dedican su vida a la educación, los países que dedican sus, en ocasiones, escasos recursos a la educación y las organizaciones que desean mejorar la calidad de vida de millones de personas

necesitan estudios serios y responsables que les ayuden a avanzar en la dirección correcta.

Para ello también debe existir cierto acuerdo sobre qué deben aprender los alumnos en la enseñanza obligatoria y parece aceptado que han de dominar con soltura, y no solo conocer, la lectura y escritura, el manejo de las TIC, el cálculo (matemáticas) y los principios científicos, para ser capaces de utilizarlos con eficacia en cualquier situación cotidiana (las denominadas competencias). Pero también deben asimilar los principios que les permita llevar una vida personal positiva y enriquecedora y formarse como ciudadanos.

En ese sentido PISA puede convertirse en un referente para informar si una parte de los logros educativos deseados, la parte que puede medir PISA, se están consiguiendo.

Aunque PISA es el estudio internacional más importante, hay otros estudios que complementan la información que proporciona PISA. Como ejemplo tenemos PIAAC (competencias en matemáticas y lectura de los 16 a los 65 años), también realizado por la OCDE. Si PISA habla de la importancia de la formación y ocupación de los padres para que los alumnos obtengan buenos resultados, PIAAC nos aporta datos sobre la formación de los adultos que pueden ser relevantes.

Tampoco han de olvidarse las evaluaciones nacionales, más ajustadas a los contenidos educativos programados y a los principios y objetivos educativos de los Estados, ni los estudios de la IEA (Asociación Internacional para la Evaluación Educativa)

Aspectos mejorables de las prueba PISA

PISA, en general, tiene un considerable reconocimiento entre los expertos como trabajo serio y bien realizado, que alaban que ponga a disposición de todos los ciudadanos los resultados obtenidos y las bases de datos de las que se obtienen los resultados, junto a las orientaciones para la superación de las dificultades detectadas. La importancia de PISA entre los responsables de las políticas educativas, que aceptan sus dictámenes basándose en el rigor de los estudios, es también grande. Pero como ya se ha señalado en numerosas ocasiones, PISA podría tener un interés en la educación que no fuera, prioritariamente y sin sombra de duda, la mejora de las condiciones de vida de los millones de personas involucradas en la misma.

Las investigaciones de los expertos deben ir en el sentido de animar a la OCDE a centrarse en ese objetivo y despejar las dudas que la señalan como un instrumento del capitalismo y el neoliberalismo para la obtención de rendimiento económico a través de la producción del capital humano, capital que se forma con el esfuerzo colectivo.

La OCDE debe comprometerse con “una alianza mundial para el desarrollo”, como objetivo ineludible del milenio y de cualquier organización, como ella misma, que pretenda influir positivamente a nivel mundial.

En este sentido es interesante estudiar las luces y las sombras del proyecto PISA, e incidir, en particular, en los problemas que puedan presentar las pruebas, para hacer propuestas que de verdad la conviertan en un referente que ayude a la mejora y eficacia de los sistemas educativos.

En la presente investigación se han señalado los siguientes aspectos a mejorar en las pruebas PISA de matemáticas:

Presenta sesgos que debe corregir pues algunos de sus estímulos parecen estar más relacionados con la “medición” de inteligencia individual, que con la medición de los progresos en el razonamiento que pueden conseguirse a través del sistema educativo.

Por otro lado las influencias locales de la cultura matemática de los expertos que proponen los estímulos son patentes en las pruebas que conocemos y deben ir

desapareciendo, tal vez aumentando el número de expertos y su origen geográfico, pero también fijando con más claridad y con el mayor acuerdo posible qué y cómo se quiere medir.

Los países y las instituciones, como la UE, que muchas veces acogen con entusiasmo estas pruebas deben ser más estrictos a la hora de valorar y aceptar un estímulo.

A la hora de analizar los resultados, no puede olvidarse que en varios de los estímulos presentados en la prueba PISA de matemáticas se valoran con cero puntos las respuestas parciales correctas, lo mismo que si no se hubieran contestado. Este aspecto de la evaluación es bastante chocante para la mayoría de los profesores, sobre todo para los que trabajan con alumnos con dificultades y por lo tanto que saben la importancia de avanzar aunque sea a pequeños pasos, y puede hacer que la propia prueba tenga un valor muy relativo para los profesionales. Es evidente que no llegar al nivel más alto en la resolución de un problema no implica que no se esté avanzando positivamente para conseguir este objetivo, pero este avance, en ocasiones, no queda reflejado en las puntuaciones PISA.

PISA utiliza, para el estudio del contexto, las opiniones de menores de edad. Estas respuestas, por deberse a no adultos, hay que tomarlas con cautela; considerar que pueden estar influidas por la relación que los menores tienen con el centro, si se sienten preocupados o no ante un posible control por parte de los responsables del mismo, e influidas por su propio grado de madurez en la asunción de responsabilidades en cuanto a sus obligaciones escolares. Es un elemento muy valioso para saber “cómo pueden sentirse los alumnos”, pero no tanto para saber cómo es realmente el entorno en el que se desarrolla la vida escolar.

Otro asunto relevante es saber si los alumnos de 15 años han puesto todo su interés y empeño en la realización de la prueba. Y eso influirá en los resultados. Dependerá de la forma en que hayan sido motivados, incluso presionados, para realizarla, de sus características personales, y de la cultura evaluadora del entorno. En

ese sentido, sociedades o entornos escolares con un gran sentido de la responsabilidad se esforzarán más en la realización y obtendrán mejores resultados.

Los niveles de matemáticas que PISA asigna a un país vienen a significar que dicho país tienen un porcentaje determinado de alumnos que en ese momento pueden sacar un enorme provecho de su capacidad y sus conocimientos matemáticos. Eso no quiere decir que en los diez años siguientes lo hagan, o que lo hagan en beneficio de su país. Evidentemente si hay un alto porcentaje de alumnos con esa capacidad será más probable que su futuro profesional sea brillante y redunde en beneficio de sus compatriotas. Las últimas pruebas PIAAC han evaluado a una parte de los alumnos que respondieron a la prueba PISA 2000, y que en ese momento, 2011, ya eran adultos de más de 25 años. En general no puede afirmarse que hayan seguido manteniendo un grado de competencia similar al que en aquel momento demostraron.

PISA no establece una relación matemática entre las capacidades de los alumnos a los 15 años y su futuro profesional. A esa edad muchos alumnos son inestables, con mayor o menor grado de madurez, también en función del país en el que vivan, y pueden retomar el interés por los estudios años más tarde. Un país puede ser eficiente en la enseñanza obligatoria pero después no conseguir que una gran parte de los alumnos sigan enseñanzas superiores, o enseñanzas superiores en ciencias y matemáticas, que suelen considerarse motores del crecimiento y por lo tanto no aprovechar todo el potencial que esa buena preparación les daba; de hecho, los cuatro países estudiados bajaron en los últimos años el número de estudiantes matriculados en estudios superiores de las ramas científicas.

PISA no establece relaciones de causa efecto. Constata que varias realidades conviven en un sistema escolar y establece que existe cierta influencia de unas sobre otras, pero no establece en qué medida concreta el aumento de una de ellas puede hacer variar otra en un contexto determinado. En este sentido la serie de publicaciones digitales, (hasta el momento 51), PISA IN FOCUS (OCDE, 2011-2015), asequibles para el público en general, son informes cortos, de unas cuatro páginas, en las que se tratan aspectos educativos de interés general a la luz de los datos recogidos en las pruebas PISA. Este afán divulgativo es muy interesante y necesario para ir asentando

los debates educativos sobre evidencias, aunque las conclusiones que en ellas se apuntan puedan parecer, en parte, pobres para un estudio de tal envergadura, debido a la dificultad para establecer relaciones causa-efecto de forma científica.

No hay que olvidar que PISA no evalúa todos los objetivos escolares considerados imprescindibles, como la socialización, la madurez personal, ni una parte importante y mayoritaria del currículo cursado por los alumnos. Si tomamos como ejemplo el área de matemáticas, que en España, supone en torno al 10-15% del tiempo escolar, solo una parte del currículo de matemáticas que se trabaja en ese horario forma parte de las pruebas de competencia matemática PISA, y aunque la legislación escolar pretenda que la competencia matemática impregne y se consiga a través de todo el currículo, en la práctica no se están trabajando correctamente dichas competencias, luego el tiempo escolar dedicado a esa competencia evaluada en PISA es un porcentaje pequeño del total lectivo; otra cuestión es decidir si eso ha de cambiar o no.

PISA debe ser considerado no como un resultado cerrado, sino como un punto de partida que debe dar pie a investigar un contexto escolar particular para saber por qué en unas zonas se consiguen unos resultados y en otros no.

No hay que olvidar que PISA incide más sobre los resultados que sobre los procesos de aprendizaje así que las recomendaciones no siempre producirán los efectos deseados.

Con frecuencia en los informes aparecen indicadores económicos para explicar la situación de la educación en un país determinado. Establecer el coste de la educación únicamente en valores del PIB puede resultar inadecuado al no ser un valor de calidad de vida o bienestar. Los costes de cualquier servicio están en función del coste de cada uno de los productos en el lugar en el que se necesitan: la vivienda, el transporte, el salario necesario para vivir... y estas variaciones no solo se dan entre países, también entre **regiones**. La OCDE utiliza otros índices, por ejemplo, el gasto en función del “valor de compra”. Es decir, índices basados en el PIB modificados por la paridad de poder adquisitivo (PPA), pero siempre con datos nacionales, no regionales.

En el gasto en educación también influyen las rentas disponibles y las necesidades básicas que deban atenderse, y en ese sentido sería interesante conocer los indicadores en función del “índice de desarrollo humano”, (IDH), que incluye la tasa de alfabetización de adultos, o el índice de desarrollo humano ajustado por desigualdad (IDHD), para entender mejor los esfuerzos económicos que necesita la educación.

Efectos colaterales que hay que vigilar

Por más que la investigación PISA tenga efectos positivos para ayudar a seguir trabajando hasta conseguir implementar mejores políticas educativas, no se puede olvidar que la realización de dichas pruebas puede producir ciertos efectos no deseados sobre los que habrá que estar vigilantes para minimizarlos todo lo posible.

Algunos alumnos desfavorecidos, que no entienden las pruebas o que se sienten incapaces de realizar ningún ejercicio completo con la corrección requerida, pueden sentirse muy desmotivados y desapegados respecto a la escuela después de estos exámenes y esto no ayudará a que vayan mejorando en sus competencias.

Muchos profesores están sometidos a presión continua sobre los resultados. Aunque está claro que los resultados PISA no dependen exclusivamente del sistema escolar, y menos aún de los que ha ocurrido en la escuela en los dos últimos cursos, muchas críticas ante los malos resultados se dirigen a los profesores más vinculados a las competencias evaluadas. Los profesores de Lengua, Ciencias y Matemáticas, que en la mayoría de los países tienen el mismo salario y dedicación horaria que sus colegas de otras materias, por ejemplo, Educación Física, pueden sentirse menos motivados a dedicarse a la enseñanza debido a estas presiones. A esto se une la dificultad en muchos países de encontrar profesores cualificados en dichas materias. Es un tema que hay que estudiar con cuidado.

Algunos países participan en las pruebas PISA no con una muestra país sino con una muestra región. Pero luego los resultados se extrapolan, sobre todo en los medios de comunicación, al país. Como ejemplo significativo tenemos a China. Con frecuencia se escucha que su sistema educativo es bueno. Pero de PISA solo puede concluirse que el sistema escolar de la región o regiones que son motor económico del país son buenos en esas competencias.

Hay países que aceptan de buen grado participar en dichos estudios sabiendo que sus sistemas educativos no están diseñados para conseguir los resultados que se miden en PISA. Eso puede producir críticas al sistema educativo que genere malestar en la comunidad educativa. Al conocerse los resultados, si son mediocres, se generaliza en la conciencia colectiva la creencia de que el sistema educativo es un fracaso y eso también tiene influencias negativas sobre el alumnado y su capacidad de motivación.

Ahora que han pasado casi 12 años desde las primeras pruebas PISA centradas en la competencia matemática sería interesante saber no solo si han mantenido las competencias que demostraron en su momento, sino cómo ha sido el desarrollo profesional y educativo de los alumnos evaluados en 2003, para entender mejor las relaciones entre las clasificaciones en niveles PISA de matemáticas y su capacidad para medir el éxito profesional y personal futuro. Con esos datos sería más claro para los ciudadanos entender la eficacia de conseguir las competencias evaluadas e ir mejorando la aceptación de las evaluaciones PISA.

La acumulación de evaluaciones produce cierto cansancio en la comunidad educativa, y a la larga falta de implicación, aun sin considerar el desánimo que produzcan los resultados. Sería más sensato centrarse en dos o tres evaluaciones a lo largo de la enseñanza obligatoria de las que pudiera sacarse toda la información relevante para la mejora del sistema educativo.

Influencias de los estudios PISA

La influencia de los estudios PISA es innegable. La repercusión mediática que sigue a la publicación de los resultados, genera debates entre los expertos, pero también, y de forma inmediata, entre una parte muy amplia de la sociedad, dada la relevancia que la vida escolar tiene en las familias y en las políticas sociales. Los resultados también suelen centrar los debates políticos, a veces con criterios parciales y sin un conocimiento profundo de los informes, pero reflejando la importancia que las políticas educativas tienen en la sociedad, constituyendo una de las preocupaciones fundamentales del llamado Estado del Bienestar.

Parece necesario que, para que los debates sobre los resultados sean lo más fructíferos posible, todos los ciudadanos estén lo mejor informados y formados posible sobre el fenómeno PISA para que puedan tomarse las medidas educativas que realmente sean más eficaces y necesarias para mejorar la situación.

En general los informes disponibles en la página web del Ministerio de Educación son completísimos y exhaustivos, por ello mismo no siempre serán fructíferos para la ciudadanía en general; sería interesante contar con informes rigurosos pero asequibles, de unas cuantas páginas.

La influencia de los estudios PISA en los responsables educativos de los países europeos es innegable. Particularmente en el área de matemáticas y como hemos visto en los países estudiados, se pueden destacar varias consecuencias directas o indirectas de los mismos:

- El currículo se ha expresado en función de las competencias que se deben conseguir y no en función de un temario que se debe conocer. Las propias características de la prueba PISA, que evalúa competencias y no un currículo concreto, han llevado a una modificación curricular de los países participantes, y

ha hecho que los logros educativos y las propuestas pedagógicas se expresen y articulen en función de competencias y no de otros parámetros.

- La didáctica de las matemáticas se ha reorganizado, reforzándose el cálculo e intentando que la resolución de problemas, incluso aquellos bastante complejos, sea el eje fundamental de la clase de matemáticas.
- La publicación de los primeros resultados PISA no muy favorables, ha hecho que los países, en particular los cuatro estudiados, hayan abordado políticas educativas para atender a los alumnos menos aventajados. Se ha trabajado para reducir el porcentaje de alumnos con niveles bajos o muy bajos, es decir, para ganar en equidad y minimizar el impacto de las condiciones socioeconómicas y culturales desfavorables (ESCS) que han demostrado tener un efecto negativo en el rendimiento de los alumnos. En ese sentido PISA ha tenido un efecto positivo “forzando a que se tomaran rápidamente” medidas de apoyo desde una edad temprana. También se ha procurado elevar el porcentaje de alumnos que se encuentran en los niveles superiores y esto con el fin de no perder competitividad frente a las economías de los “mejor” clasificados. En este sentido, PISA ha despertado a Europa de una cierta complacencia con su propio sistema educativo, que tal vez ya no era tan eficaz como se pensaba, y esto, a pesar de las reticencias que PISA sigue despertando en varios países europeos.
- Estos cambios en materia educativa se han realizado en un tiempo record, considerando la lentitud de los cambios educativos anteriores, y se han hecho buscando la efectividad, obviando, en ocasiones, los principios teóricos que tradicionalmente acompañaban a los cambios educativos. La mayoría de los cambios educativos de la última década en los países estudiados, aunque hayan sido parciales, han sido una consecuencia directa de los resultados de las pruebas PISA.
- No se han abordado cambios drásticos en los sistemas educativos, más bien las transformaciones parecen orientadas a mejorar lo que no funciona, pero se mantienen las características culturales propias. No puede afirmarse que los sistemas educativos nacionales de los cuatro países estudiados se parezcan

hoy más que hace 10 años, por lo que PISA no parece homogeneizar las culturas educativas de cada país, que siguen manteniendo rasgos particulares, como hemos visto.

- Se ha concedido a PISA el valor de ser un buen mecanismo para evaluar los logros de los sistemas educativos nacionales. Y a esta evaluación internacional se le da, en ocasiones, tanta relevancia o más que a las evaluaciones nacionales del sistema educativo.
- Los resultados no solo influyen en las políticas de los Estados, también en la política europea común. Europa, en su estrategia educativa para el 2020 (ET2020) en la que fija como objetivos a conseguir la movilidad, la calidad y eficacia, el fomentar la igualdad, la cohesión social y la ciudadanía activa, y el emprendimiento, destaca como objetivo de calidad que el porcentaje de los alumnos europeos de 15 años con bajo rendimiento en **lectura, matemáticas y ciencias, (con criterios PISA), esté por debajo del 15% en el año 2020**. Es decir, la Unión Europea incluye entre sus objetivos de mejora educativa, la mejora en las pruebas PISA y esto da una enorme relevancia a dichas pruebas y las convierten en un referente educativo fundamental. En el propio comunicado oficial sobre la ET2020 puede leerse: “ *El porcentaje de jóvenes europeos de quince años que no han adquirido las aptitudes básicas ronda el 20 %, y en cinco países son más del 25 % los que presentan resultados insuficientes en lectura. Es necesario que los Estados miembros introduzcan nuevas reformas sistémicas para reforzar la detección precoz de las dificultades de aprendizaje y la intervención rápida*” (COMISIÓN EUROPEA, 2012), asumiendo en este comunicado los resultados PISA como **fiel reflejo** de la situación.

Conclusiones sobre las hipótesis de trabajo

Hipótesis1: Los procesos de formación y las estrategias didácticas utilizadas en Reino Unido, Alemania y Francia en el nivel secundario son más innovadores y

efectivos que los instrumentados en España para la enseñanza de Matemática, lo que se refleja en los resultados obtenidos en las últimas pruebas PISA. No hay diferencias muy significativas entre los sistemas educativos comparados, pero algunos son más efectivos que otros en algunos de los aspectos evaluados por PISA, entre ellos, en la integración de emigrantes, en equidad, haciendo que los factores socioeconómicos y culturales desfavorables tengan menor impacto, en disminuir las diferencias de género en las puntuaciones de matemáticas, o en conseguir que aumente el porcentaje de alumnos que obtienen niveles altos en PISA y disminuya el porcentaje de los que se encuentran en el más bajo.

España es y ha sido menos efectiva, durante años, en el aprendizaje de las matemáticas y no solo por los resultados de PISA 2012, sino porque las puntuaciones en competencia matemática de los adultos de 16 a 65 años también son más bajas que la media de los países participantes (PIAAC, 2013) y ese retraso costará años superarlo.

Las puntuaciones en matemáticas del 2003 al 2012 no han variado significativamente, y durante este tiempo, al contrario de lo que ha ocurrido en otros países, como Reino Unido y Alemania, no se han llevado a cabo informes de envergadura sobre lo que mejor funciona en matemáticas que ayuden a mejorar los resultados, ni tampoco desde el ámbito político se han aunado esfuerzos para buscar soluciones. A diferencia de lo que ocurre con el Gobierno de Francia con los resultados PISA, que parece darles una importancia relativa para la evaluación del sistema, con pocas y poco completas referencias en la página web de su Ministerio de Educación, y un comunicado escueto sobre los resultados del 2012, el Ministerio de Educación Español parece dar una enorme importancia a PISA, y en su página web facilita todos los informes, recursos y conclusiones sobre las pruebas y los resultados, así como sobre el resto de evaluaciones nacionales e internacionales, pero parecen faltar los objetivos de mejora que ayuden a los ciudadanos a saber que se está trabajando en la buena dirección para resolver los problemas detectados.

La formación inicial del profesorado y la permanente no han sufrido modificaciones importantes en los últimos 5 años en España, y no parece centrarse ahora más que antes en la resolución de problemas matemáticos complejos.

Se han instaurado las competencias matemáticas, pero no se ha avanzado significativamente en su consecución a través de todas las materias.

No se ha acertado y simplificado el currículo de forma que permita reducir los contenidos y aumentar la profundidad y complejidad con la que se tratan, aunque sí se ha reformado la organización escolar de la materia con la LOMCE y se ha facilitado que las Comunidades Autónomas aumenten el número de horas lectivas de matemáticas, que anteriormente era más bajo que en Alemania y Francia.

No han mejorado los contenidos multimedia de matemáticas, que siguen teniendo problemas técnicos (Descartes), mientras que otros países han avanzado en este sentido, desarrollando materiales para la mayor parte del currículo de matemáticas y poniéndolo a disposición de sus escolares. Por último, solo en España y Escocia es posible obtener la titulación de Bachiller sin incluir un examen de matemáticas para conseguirlo.

Por otra parte hemos visto diferentes tipos de organización de las enseñanzas, particularmente a los 15 años, sin que pueda establecerse mayor o menor efectividad para las puntuaciones PISA, es decir, sin que las diferencias se asocien a mejores o peores resultados, luego posiblemente no sea necesario incidir en ese punto buscando mejores resultados.

Sin embargo España ha debido atender a una gran cantidad de emigrantes en el periodo estudiado, cuyo número se ha multiplicado por tres en muy poco tiempo, sin que las diferencias entre nativos y emigrantes en los resultados de las pruebas se hayan agrandado, y sin que la equidad del sistema educativo haya empeorado; la equidad del sistema educativo español es mayor que en los sistemas educativos de los otros países estudiados, y mayor que en la media de la OCDE, y estos logros tampoco se han explicado con claridad, pareciendo perder relevancia frente a las puntuaciones en las competencias.

En cambio la diferencia entre los sexos de rendimiento en competencia matemática también es más alta que en los otros países, sin que exista un plan concreto para reducirla. Otra debilidad del sistema español es el porcentaje de alumnos en los niveles altos de matemáticas, que es significativamente menor que en los otros tres países, y el porcentaje de alumnos con baja puntuación es un poco más alto que en los otros tres países y en la media de la OCDE. En cambio los alumnos españoles son los que dicen sentirse más felices en la escuela y dicen sentir gran motivación para el estudio, aunque faltan con frecuencia a la escuela.

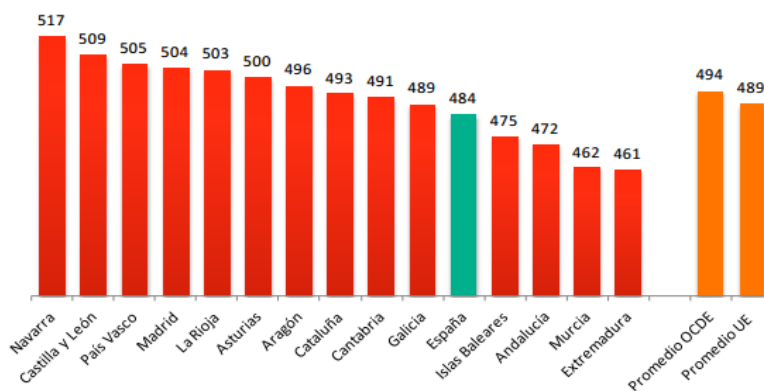
Si nos centramos en el currículo de matemáticas, vemos que los alumnos han tenido, fundamentalmente, dificultades en Geometría (Espacio y Forma) lo que debería implicar alguna reflexión sobre el particular.

Hipótesis 2: Las diferencias regionales son en algunos países, como España, enormes, mayores que las que existen entre los países comparados, por lo que se descarta que la solución a los problemas educativos pueda venir de grandes reformas estructurales nacionales. Las reformas educativas, al menos a corto plazo, parecen estar marcadas por ganar en eficacia, es decir, solucionar y mejorar lo que no funciona para obtener mejores resultados, y, paralelamente, ser más eficientes (mejores resultados con el mismo presupuesto).

Como ya se ha visto al analizar las reformas educativas de estos últimos doce años en los países estudiados, muchos de los cambios han sido motivados por la gobernanza, por la irrupción de las evaluaciones internacionales y sus resultados. Se han descartado las grandes leyes educativas y se ha ido actuando sobre los problemas detectados. Las características de estas reformas han sido, por un lado, la rapidez (Alemania en un solo año, el 2004, cambio el currículo de toda la enseñanza secundaria, hasta los 18 años) y por otro, que han sido relativamente efectivas para la población escolar con desventajas socioeconómicas pero a las que seguramente se les puede achacar falta de reflexión sobre los principios educativos.

En cuanto a las diferencias regionales, basta con revisar los datos de la tabla adjunta:

Resultados de España en matemáticas



educainee - BOLETÍN DE EDUCACIÓN - número 21. Diciembre 2013

1

Ilustración 39. MECD. PISA 2012. Matemáticas. Resultados

Resultados en matemáticas por niveles de rendimiento y subáreas de evaluación

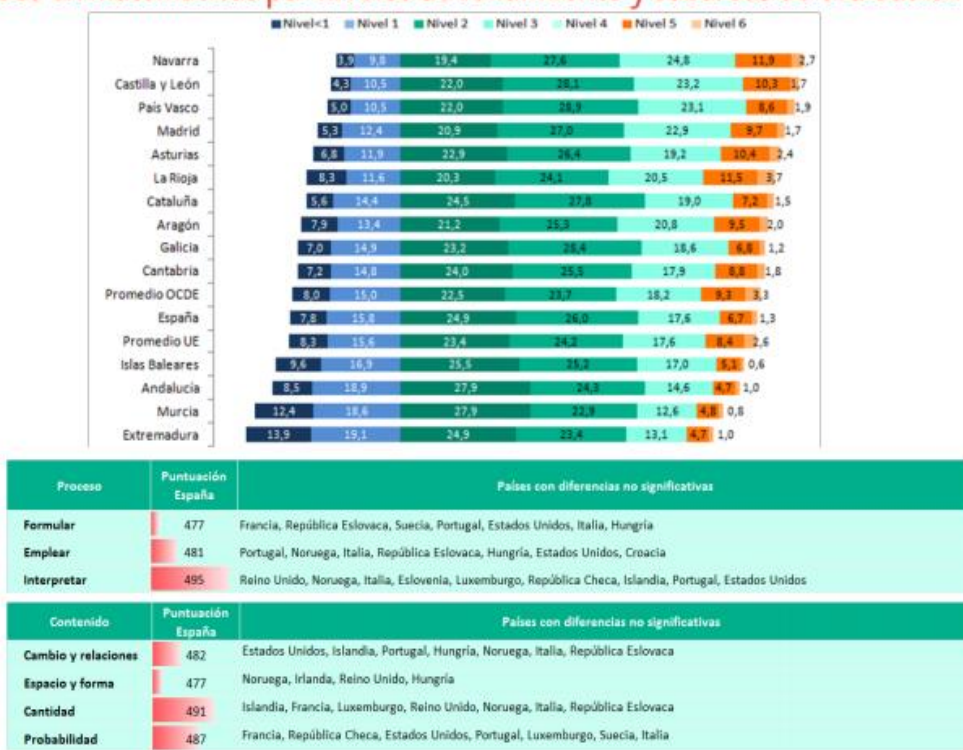


Ilustración 40. MECD. PISA 2012. Matemáticas. Distribución por niveles.

ESTUDIO COMPARADO DE LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN R. U., FRANCIA, ALEMANIA Y ESPAÑA Y SU EFICACIA EN PISA

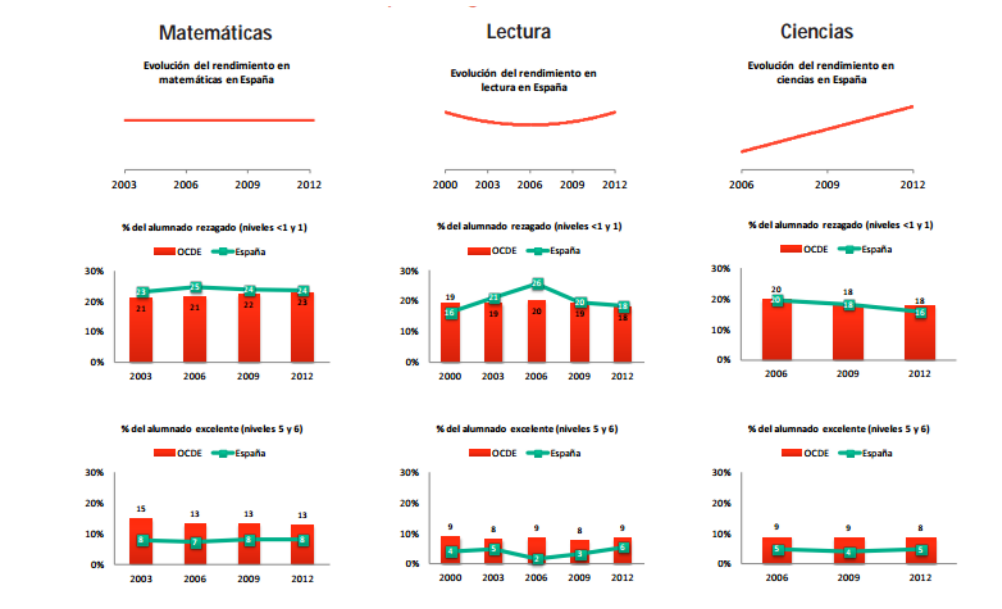


Ilustración 41. MECD. PISA 2012. Evolución de los resultados.

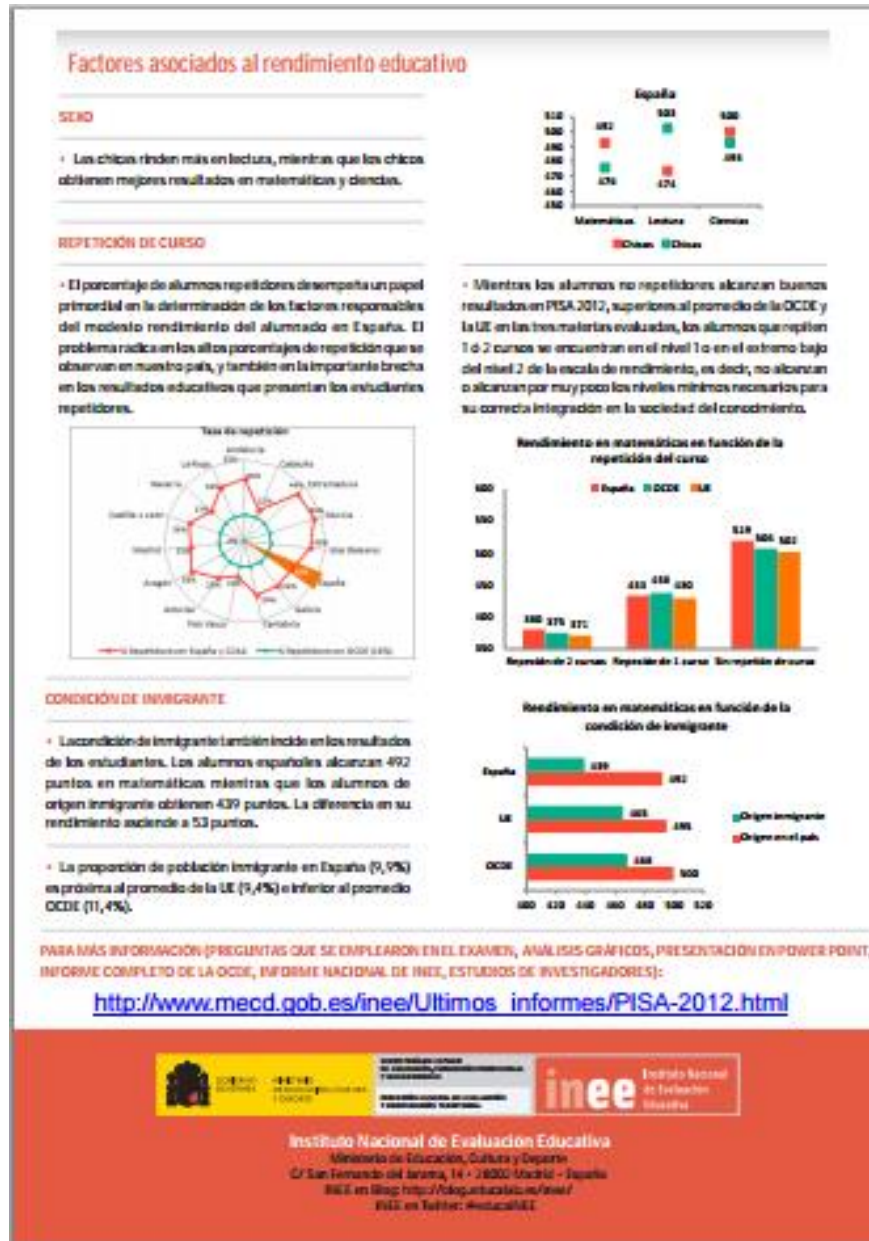


Ilustración 42. MECD. PISA 2012. Análisis de resultados.

Por todo lo expuesto es importante contar con modelos que hayan resultados efectivos en las evaluaciones PISA y que puedan implementarse de forma sencilla cuando sea necesario. La propuesta más interesante es la de las Escuelas Europeas, un sistema educativo común que ha demostrado ser eficiente para la integración de emigrantes (en torno al 80 % de sus estudiantes lo son), para el aprendizaje de las

lenguas, y para la formación matemática y científica, así como para fomentar la igualdad de acceso a los conocimientos científicos a chicos y chicas.

Hipótesis 3: En la actualidad, con los datos PISA conocidos, el peso de las diferencias individuales sigue siendo grande para explicar los resultados, así que las mejoras posibles de resultados no sólo dependen del sistema educativo, ni del centro educativo. Por otro lado hay muchas correlaciones entre distintos aspectos de la vida escolar que no pueden establecerse con precisión analizando los resultados. Una parte de estas limitaciones pueden explicarse por las características de la propia herramienta de medida, el test PISA, que hay que seguir perfeccionando.

A lo largo de este trabajo se ha analizado profusamente la prueba PISA de matemáticas señalando la gran cantidad de estímulos que son “problemáticos” para medir el progreso escolar. Del análisis los resultados de las pruebas de matemáticas, ciencias y lectura y de las respuestas a los cuestionarios de contexto salen las recomendaciones de la OCDE, y como ya se ha comentado, todo ello da pocos datos sobre cómo se realizan los procesos de aprendizaje.

Debe conseguirse un compromiso de la OCDE con los **objetivos del milenio**, con los objetivos educativos que mejoran la vida de los ciudadanos, y deben seguir las investigaciones que ayuden a configurar PISA como la herramienta que ayuda a los Estados y los ciudadanos para avanzar en un objetivo tan básico como la educación de la mejor manera posible, siendo más eficaz y eficiente, pero también más equitativo.

6.2.-Recomendaciones y sugerencias

6.21.- Recomendaciones para mejorar la eficacia en las pruebas PISA de matemáticas.

Si se quieren obtener buenos resultados en las pruebas PISA de matemáticas que se han analizado en los capítulos anteriores, uno de los aspectos que hay que mejorar es la formación matemática y la formación de todos los profesores para que puedan trabajar la competencia matemática al nivel exigido en PISA, que realmente presenta cierta complejidad. Y eso tanto para los profesores de Educación Primaria como para los de Educación Secundaria. Algunos países consideran imprescindible que tanto para la obtención del título de Bachiller como para la obtención del título de profesor de las enseñanzas básicas, los candidatos pasen un examen de matemáticas. En España esa obligación no está todavía presente ni en el Bachiller, ni para ser profesor. Las matemáticas forman parte de los exámenes de Bachillerato en Alemania y Francia, del examen para obtener la titulación a los 16 años en Inglaterra, Gales e Irlanda del Norte. En resumen, en España las matemáticas son mucho menos relevantes en la vida escolar y la obtención de titulaciones hasta los 18 años que en los otros sistemas educativos y eso se nota en los resultados PISA y en los resultados PIAAC. En Inglaterra todos los futuros profesores han de aprobar un examen de competencia matemática (así como de lectoescritura y de dominio de las TICs). Independientemente de las medidas que se tomen, deberían ir en el sentido de elevar el nivel de matemáticas de todo el profesorado para aumentar la competencia de los alumnos a los quince años y de la población en general, una parte de la cual sigue cursos de formación permanente a lo largo de su vida y esa es, también, una oportunidad para mejorar las capacidades básicas.

Otro asunto relevante cuando hablamos de alumnos adolescentes es la motivación. Tradicionalmente en España la motivación del alumnado se ha centrado en los aspectos didácticos de las materias, y más recientemente en fomentar la implicación de los adolescentes con la escuela a través de las actividades extraescolares. Dada la complejidad de ese periodo escolar y las enormes influencias

que el entorno ejerce sobre los alumnos, algunos países han tomado otras medidas para aumentar la motivación, entre ellas, han buscado la implicación de las familias y las conexiones con empresas que ayuden a los alumnos a entender las ventajas de la formación. Siendo imprescindible buscar la motivación de los alumnos presentando las materias de forma atractiva, este camino puede ser insuficiente en la adolescencia cuando los alumnos están sujetos a muchos estímulos y experiencias vitales y especialmente cuando los entornos de aprendizajes presentan alguna problemática. Hay que recordar que España implica a las familias en la escuela menos que los otros países estudiados.

Los libros de matemáticas son un referente importante en los sistemas educativos, pero como hemos visto suele ser decisión de los centros educativos su elección, con pocos, o ningún control estatal sobre los contenidos. Es un material que puede ocupar el tiempo escolar alejando del trabajo que mejore los resultados en PISA. Serían más efectivos para mejorar los resultados si simplificaran los contenidos, disminuyeran los ejercicios y presentaran colecciones de problemas más difíciles basados en dichos contenidos. También las Administraciones deberían poner a disposición de la comunidad escolar una colección completa de materiales multimedia que cubriera todo el currículo.

La organización del tiempo de clase debería cambiar. El cálculo debería ocupar una parte importante del tiempo escolar de las horas de matemáticas y los alumnos deberían aprender a trabajar con autonomía otra parte importante de la clase, realizando problemas cada vez más complicados.

Recordemos la experiencia del Reino Unido: *The Numeracy Hour* es la planificación específica que existe para las clases de matemáticas. Se divide en tres partes fundamentales: **mental maths** (cálculo y agilidad mental); **differentiated activities** (diversificación de tareas de acuerdo con el nivel de cada alumno): unos suman, otros multiplican, etc.; y **recapitulación**: todos juntos realizan un rápido repaso de la clase.

En España se introdujeron las competencias en la Ley Orgánica de Educación, en el 2006. Desde entonces se pone cierto interés en trabajar las competencias, en particular, la competencia matemática. Sin embargo si se revisaran los trabajos que pretender fomentar dicha competencia desde las diferentes materias veríamos que el nivel y la complejidad de las actividades propuestas para fomentar dicha competencia, con frecuencia se quedan el nivel 1, o inferior, cuando las comparamos con los reactivos PISA estudiados anteriormente. En resumen, la complejidad con la que se está trabajando la competencia matemática es tan básica que no produciría en los alumnos más que resultados de nivel 1 o inferior.

El número de horas de matemáticas para los alumnos hasta los 15 años es menor en España que en Francia o Alemania, mientras que en el Reino Unido hay flexibilidad en la asignación de horas de matemáticas. Desde la LOMCE, las Administraciones Educativas pueden aumentar el número de horas dedicado a las matemáticas a través de las optativas.

Seguir las recomendaciones que acompañan a los resultados PISA e investigar por qué no acaban de ser efectivas en un entorno determinado puede ser un buen punto de partida para mejorar el sistema educativo. Como ejemplo, vemos como se recomienda a los países la universalización de la Ed. Infantil porque está relacionada con mejores resultados en la competencia matemática; sin embargo, países en los que está muy extendida, como Francia y España obtienen resultados más bajos que países donde el porcentaje de escolarización en la Ed. Infantil es mucho más bajo, como Alemania. Lo mismo ocurre con la segregación de alumnos. Países con mayor segregación como Austria o Alemania obtienen mejores resultados que España donde la segregación es menor. Por ello hay que profundizar en el estudio de las recomendaciones y los factores locales.

Hay que recordar que las diferencias de género en el rendimiento en la competencia en matemáticas y lectora no son innatas, por lo que son necesarias las políticas que equilibren lo más posible los resultados. Hay que seguir profundizando en este problema. Puede que la manifestación de estas capacidades esté relacionadas

con la edad; es posible que con una serie histórica más larga, TIMMS demuestre buena capacidad matemática de las chicas en cuarto curso y que PIIAC demuestre buena capacidad lectora de los chicos cuando sean adultos.

Los resultados PISA son el primer escalón para que las sociedades sean capaces de mejorar la vida de sus ciudadanos a través de la investigación y el desarrollo, sin embargo, hemos visto que en los países estudiados, el número de titulados MST (Matemáticas, Ciencias y Tecnología) ha descendido, poniendo, en parte, en peligro esos beneficios si no mejora el número de graduados.

En resumen, el Gobierno debería actuar sobre el currículo y la formación y acceso del profesorado, y las CCAA en completar currículo, en la organización de las enseñanzas y sobre todo de los apoyos a los alumnos con problemas, en los planes de motivación, en implicar a las familias, en disminuir las diferencias de género en los resultados, en la organización de la formación continua del profesorado, y en la mejora de las competencias de las personas adultas (16-65 años). Ambas administraciones deberían establecer algún tipo de control sobre los materiales y mejorar los materiales multimedia existentes.

Para implementar alguno de los cambios pueden tomar nota de la estructura escolar de las Escuelas Europeas en la que profesores de todos los países europeos trabajan con un programa común y una organización común.

6.22.-Recomendaciones generales para la mejora del sistema educativo.

Las sociedades y los países deben tener claro cómo quieren que sea y qué quieren conseguir con sus sistemas educativos y con esa perspectiva tomar en consideración los resultados de las evaluaciones nacionales e internacionales. Si existe controversia sobre los principios educativos es difícil diseñar planes de mejora, pero

aun así, supongamos que todos buscan que sus ciudadanos tengan unos conocimientos básicos en lecto-escritura, cálculo, y tecnología, además de consolidar los principios de una ciudadanía responsable y activa, y que las pruebas de la OCDE son capaces de medir, al menos parcialmente, su consecución.

Aunque existan dudas sobre la capacidad de PISA para evaluar los progresos de los sistemas educativos de forma tan efectiva como sus promotores pretenden, podemos admitir que ha sido capaz de poner el acento en cosas que no funcionan tan bien como se creía en los sistemas educativos.

Uno de los debates recurrentes en educación suele centrarse en el modelo de escuela. Hay una parte de la sociedad que cree que el objetivo principal de la educación debe ser trascender barreras y apostar por un concepto fuerte de justicia social a través de la implantación de estructuras comprensivas de institución escolar; dichas escuelas comprensivas no han demostrado ser, en general, menos efectivas que otras en los resultados de las pruebas PISA, y desde este punto de vista se sigue que la elección de un tipo de organización escolar u otra deben basarse en adecuarse lo mejor posible a las necesidades de los escolares.

Para lograr una mejora en el rendimiento de los sistemas educativos en su conjunto, todos los implicados deben comprometerse en el proceso de mejora, la administración, los centros educativos, los directores, los docentes, los alumnos, los padres, y quienes diseñan y elaboran los materiales y dispositivos didácticos y eso nos lleva a cierto consenso en temas educativos, que en estos momentos, no parece fácil en España.

Sin un compromiso común, parte de las recomendaciones anteriores no podrán llevarse a cabo, pero también hay algunos aspectos importantes que pueden y deben mejorarse aunque no lleven a cambios muy significativos en los resultados de futuras evaluaciones, entre ellos pueden destacarse:

La atención prioritaria a los alumnos que se encuentren en dificultades. Las acciones que se lleven a cabo han de evaluarse con seriedad para ver si están consiguiendo los objetivos previstos.

El contexto escolar. Los alumnos españoles han dicho sentirse muy felices en la escuela, por encima de la media de la OCDE y de los países estudiados, pero también faltan con frecuencia a clase. Hay que conseguir que esa actitud positiva hacia la escuela se mantenga, pero reduciendo el absentismo.

A pesar de esa actitud positiva, los alumnos españoles sufren gran estrés ante las matemáticas. Otros países como el Reino Unido han conseguido rebajar la tensión hacia la materia, y España debe trabajar en ese sentido.

El problema es mayor en el caso de las chicas que unen falta de confianza al enfrentarse a las matemáticas y menor motivación para seguir estudios relacionados con la materia, además del estrés ya señalado. Han de impulsarse acciones para mejorar la situación, al igual que para mejorar el menor nivel en comprensión lectora de los chicos.

La planificación de las enseñanzas. En algunos países como el Reino Unido, los profesores planifican sus clases semanalmente, supervisados por la dirección del centro, pues antes del inicio de la semana deben enviar su planificación semanal al director. En Francia el detalle de las actividades diarias llevadas a cabo en el aula han de registrarse en un cuaderno, el *CMV (Cahier de Matières Vue)*, que debe estar permanentemente a disposición de la dirección del centro. En España la dirección pedagógica de las enseñanzas depende del Director del centro según la LOE (Ley Orgánica de Educación, 2006). Muchos directores hacen un seguimiento “diferido” de las enseñanzas impartidas a través de las Actas de las reuniones de los Departamentos Didácticos, que recogen los aspectos generales pero no los detalles de la práctica diaria. Con un control semanal de todas las clases sería más fácil reconducir las prácticas educativas si no son adecuadas y también equilibrar el trabajo sobre todas las partes del currículo.

Por último, tiene que aumentar en la sociedad la convicción de que no saber leer con corrección, tener dificultades en la aplicación de conceptos matemáticos básicos, confusión sobre los principios de la ciencia, o dificultades con la tecnología, dificultara enormemente el futuro y el ejercicio de sus derechos y deberes a unos ciudadanos sometidos a una sociedad de libre mercado donde su primera y fundamental defensa será su formación y en la que la mejora o el mantenimiento de sus condiciones de vida

va a depender en parte de que ellos o sus compañeros sigan avanzando en las ramas del conocimiento, y no olvidar que aunque haya otras vías para formarse, la escuela es el lugar común y más seguro para adquirir los conocimientos necesarios.

BIBLIOGRAFÍA

Artigue, M. (2011). *La Educación Matemática como un campo de investigación y como un campo de práctica: Resultados, Desafíos*. Disponible en http://www.gente.eti.br/lematec/CDS/XIIICIAEM/?info_type=home&lang_user=br (fecha de consulta: 13/02/15).

Baumert, J.; Klieme, E.; Neubrand, M.; Prenzel, M.; Schiefele, U.; Schneider, W.; Stanat, P.; Tillmann, K.J. y Weis, M. (Coords.) (2001). *PISA 2000: Basiskompetenzen von Schülerinnen und Schülern im internationalen Vergleich*. Opladen: Leske & Budrich.

BENNER, D. (2009): 'La estructura de la formación general en el currículum básico de los sistemas educativos modernos. Una propuesta de encuadramiento teórico-educativo de PISA', *Profesorado*, Vol. 13, Nº 2.

Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la Teoría de las Situaciones Didácticas*. Buenos Aires: Librerías Del Zorzal.

CAI (Centro Alemán de Información) (2013). *Estudio PISA: mejores resultados para Alemania*. Disponible en <http://www.mexiko.diplo.de/Vertretung/mexiko-dz/es/01-Estudios/SistemaEducativo/Pisa.html> (fecha de consulta: 20/08/15).

Calero Martínez, J.; Escardíbul Ferrá, J.O.; Choi de Mendizabal, A. (2012). "El fracaso escolar en la Europa Mediterránea a través de PISA 2009". REEC. Madrid. UNED

<http://revistas.uned.es/index.php/REEC/issue/view/540>

(consultado el 10/6/2015)

Carney, S. (2010). *Reading the Global. Comparative Education at the End of an Era*. En M. Larsen: "New Thinking in Comparative Education. Honouring Robert Cowen", pp. 125-142. Rotterdam, Sense Publishers.

Chevallard, Y. (1997). *La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado*. Buenos Aires: Aique.

CINE. Clasificación Internacional Normalizada de la Educación. UNESCO. 2011.

<http://unesdoc.unesco.org/images/0021/002116/211619s.pdf>

(consulta 10/10/2014)

Cobo Lozano, Pedro y Molina Hernández, María Antonia (2014). *¿Pueden nuestros estudiantes construir conocimientos matemáticos?* En *Números*, Revista de Didáctica de las Matemáticas, Volumen 85, marzo de 2014, páginas 49-73.

CORD (2003). *Enseñanza contextual de Matemática. Piedra angular del cambio de paradigmas*. Disponible en:

<http://www.cord.org/uploadedfiles/Ensenanza%20Contextual%20de%20Matematica.pdf> (fecha de consulta: 13/02/15).

Dale, R. (2007). *Specifying Globalization Effects on National Policy. A focus on the Mechanisms*. In B. Lingard & J. Ozga (Eds.): "The Routledge Reader in Education Policy and Politics". London, Routledge.

De Guzmán, M. (1993): *Tendencias innovadoras en Educación Matemática*. Buenos Aires: Edipubli S.A.

<http://www.mat.ucm.es/catedramdeguzman/drupal/actividad/programyactividades> (consulta: 03/01/15)

Del Canto, Ana Carmen y Llaquet, Purificación (2007). *Programa de apoyo y refuerzo en Secundaria*. Disponible en <http://www.ugr.es/~fjjrios/pce/media/4-4-c-ProgramaApoyoSecundaria.pdf> (fecha de consulta: 03/01/15).

Demos (2011). *Otros modelos educativos; Alemania*. Disponible en <http://asociacionculturalsansecastellana.blogspot.com.ar/2011/09/otros-modelos-educativos-alemania.html> (fecha de consulta: 12/08/15).

Department of Education (2014). *National curriculum in England: mathematics programmes of study*.

Disponible en <https://www.gov.uk/government/publications/national-curriculum-in-england-mathematics-programmes-of-study/national-curriculum-in-england-mathematics-programmes-of-study> (fecha de consulta: 16/01/14).

Deutsches PISA-Konsortium (2001). Untersuchungsgegenstand und Durchführung von PISA.

Disponible en <http://deutschesprachwelt.de/archiv/PISAergebnisse.pdf> (fecha de consulta: 18/08/15).

Döbert, H. (2007). *Germany*. En W. Hörner *et al.* (Eds.), *The Education Systems of Europe* (pp. 299-325). Dordrech: Springer.

Donato, L.; Ferrer Esteban, G. (2012). "Desigualdades territoriales en España e Italia. Nuevas evidencias a partir de la evaluación PISA 2009". REEC. Madrid, UNED

<http://revistas.uned.es/index.php/REEC/issue/view/540> (consulta 10/08/2015)

Escuelas Europeas. Base jurídica.

<http://www.eursec.eu/index.php?id=96> (consulta: 1/09/2012)

Escuela Europea de Luxemburgo. Información general:

<http://www.euroschool.lu/esluxone/Home/home.html> (consulta: 1/09/2013)

Resultados PISA: <http://www.euroschool.lu/luxschool/pisa.php> (consulta, 10/1/2015)

ET2020. Comisión Europea. 2012. Comunicación final sobre la ET2020.

<http://eur-lex.europa.eu/legal-content/EN/TXT/?qid=1389778594543&uri=CELEX:52012DC0669>

(consulta: 06/01/2015)

ET2020 España :

<http://www.mecd.gob.es/educacion-mecd/mc/redie-eurydice/prioridades-europeas/e2020.html> (consulta: 06/01/2015)

ET2020. Marco estratégico Educación y Formación 2020. Consejo Europeo. 2009.

http://ec.europa.eu/education/policy/strategic-framework/index_es.htm
(consulta: 06/01/2015)

Eurydice, (2011). La enseñanza de las matemáticas en Europa. Comisión Europea. Bruselas.

http://eacea.ec.europa.eu/education/eurydice/documents/thematic_reports/132ES.pdf (consulta: 2/01/2015)

Ferrer, F.J. (2012). "PISA: aportaciones e incidencia sobre las políticas educativas nacionales". REEC. Madrid, UNED.

<http://revistas.uned.es/index.php/REEC/issue/view/540> (consultado el 5/6/2015)

Ferrer, F.J, Valiente, O., Castel J. L. (2010). "Los resultados de PISA-2006 desde la perspectiva de las desigualdades educativas: la comparación entre Comunidades Autónomas en España". REP. Año LXVIII, n. 245, p. 23-48.

<http://revistadepedagogia.org/vol.-lxviii-2010/> (consulta: 20/08/2015)

Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education: China lectures*, Dordrecht: Kluwer Academic Publ.

<http://www.icmihistory.unito.it/portrait/freudenthal.php> (consulta: 01/02/2015)

García Garrido, J.L. (1996). *Fundamentos de Educación Comparada*. Madrid, Dykinson.

García Ruiz, M. J. (2011): 'Fundamentos de Educación Comparada', en LÓPEZ-JURADO, M. (Coord.), *Educación para el siglo XXI*. Bilbao, Desclée.

García Ruíz, M. J. (2011): 'El éxito de la tradición educativa en tiempos postmodernos', en VERGARA CIORDIA, J., SÁNCHEZ BAREA, F. y COMELLA GUTIÉRREZ, B. (Coord.), *Ideales de Formación en la Historia de la Educación*, Madrid, Dykinson.

García Ruíz, M. J. (2011): 'La Educación Comparada, una disciplina entre la Modernidad y el Postmodernismo', *Revista Latinoamericana de Educación Comparada*, 2, pp. 40-59.

García Ruíz, M. J. (2012): 'La Universidad Postmoderna y la Nueva Creación del Conocimiento', *Educación XX1*, Nº 1 (2012), pp. 179-194.

García Ruíz, M. J. (2012): 'Pedagogical and Epistemological Paradigms in the University in the Era of Globalisation', in Gustafsson, C., Riis, U. and Wikander, L. (eds): *Enlightenment, Creativity and Education. Politics, Politics, Performances*. Rotterdam, Sense Publishers. Pp. 79-100.

García Ruíz, M. J. (2012): 'Impacto de la globalización y el postmodernismo en la epistemología de la Educación Comparada', *Revista Española de Educación Comparada*, nº 20, pp. 41-80.

<http://revistas.uned.es/index.php/REEC/issue/view/541> (consulta 03/09/2014)

García Ruíz, M. J. (2012): *La Educación Comparada en tiempos de Globalización*. (En colaboración). Madrid, UNED.

García Ruíz, M. J. (2012): '¿Por qué la escuela comprensiva finlandesa se revela tan exitosa?', en AA.VV., *El Valor de la Educación (Liber Amicorum)*. Estudio Interdisciplinar en Homenaje al Prof. Dr. D. Emilio Lopez-Barajas Zayas. Catedrático Emérito de Universidad. Madrid, UNED.

García Ruíz, M. J. (2012): 'La metodología de la Educación Comparada e Internacional en tiempos de globalización y postmodernismo'. En P. Aullón de Haro (Ed.), *Metodologías comparatistas y Literatura comparada*. Madrid, Clásicos Dykinson. pp. 129-141.

García Ruíz, M. J. (2013): 'Creatividad en Educación Comparada en tiempos moderno-tardíos'. En L. M. Lázaro (Ed.), *Lecturas de Educación Comparada e Internacional*. Valencia, Universitat de València.

<http://e-spacio.uned.es/fez/view.php?pid=bibliuned:reec-2012-20-5020>

(Consultado: 4 de septiembre del 2014)

Gobierno de España – Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (2014). *Organización de la ESO*. Disponible en <http://www.ugr.es/~fjjrios/pce/media/4-2-s-OrganizacionESO.pdf> (fecha de consulta: 03/01/15).

Gil, D. et al. (1991). *La enseñanza de las Ciencias en la Educación Secundaria*. Barcelona: Editorial Horsori.

Godino, J.D.; Recio, A.M.; Roa, R.; Ruiz, F. y Pareja, J.L. (2006). *Criterios de diseño y evaluación de situaciones didácticas basadas en el uso de medios informáticos para el estudio de las matemáticas*. Disponible en http://www.sinewton.org/numeros/numeros/64/investigacion_01.pdf (fecha de consulta: 1/04/15).

González Oliveros, Laura (2003). *Diferencias entre los sistemas educativos británico y español: una experiencia en Reino Unido*. Disponible en <http://intercambiwinton.wikispaces.com/file/view/Sistema+Educativo+en+Inglaterra.pdf> (fecha de consulta: 16/01/15).

Guerrero Ojeda, J. (1989). *Ámbitos y funciones del currículum matemático*. En *Epsilon*, SAEM. Thales N°14, pp. 57-62.

Hodgen, J.; Pepper, D.; Sturman, L. & Ruddock, G. (2010). *Is the UK an Outlier? An international comparison of upper secondary mathematics education*. London: Nuffield Foundation.

Disponible:

http://www.nuffieldfoundation.org/sites/default/files/files/Is%20the%20UK%20an%20Outlier_Nuffield%20Foundation_v_FINAL.pdf (fecha de consulta: 06/01/14).

INEE (2013). Estímulos PISA de Matemáticas liberados. (2013). Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.

<http://educalab.es/documents/10180/414804/RE1.pdf/b838f33b-ca10-44a9-a03d-7803ba34ba70> (consulta: 5/6/2015)

INEE (2013): *Marcos y pruebas de evaluación de PISA 2012: Matemáticas, Lectura y Ciencias.* Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.

INEE (2015). Últimos Informes y publicaciones PISA. Madrid. Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.

<http://www.mecd.gob.es/inee/estudios/pisa.html> (consulta 03/09/2014)

Keitel, C. y Gellert, U. (1997). *La enseñanza matemática en Alemania.* Suma 24, pp. 47-58.

Kilpatrick, J.; Gómez, P. y Rico, L. (1998). *Educación Matemática.* Bogotá, Universidad de Los Andes.

King, K. (2007). *Multilateral agencies in the construction of the global agenda on education.* In *Comparative Education*, 43, 3, pp. 377-391.

Klieme, E.; Avenarius, H.; Blum, W.; Döbrich, P.; Gruber, H.; Prenzel, M. et al. (2003). *Zur Entwicklung nationaler Bildungsstandards.* Berlin: Bundesministerium für Bildung und Forschung.

Klieme, Eckhard y Stanat, Petra (2009). *El valor informativo de los estudios internacionales comparados de rendimiento escolar. Datos y primeros intentos de interpretación sobre la base del estudio PISA.* En *Revista de Currículum y Formación del Profesorado*, Vol. 13, N°2, pp. 25-44.

KOTTHOFF, H-G y PEREYRA, M.A. (2009): 'La experiencia del PISA en Alemania: Recepción, reformas recientes y reflexiones sobre un sistema educativo en cambio', *Profesorado*, Vol. 13, N° 2.

Kotthoff, Hans-Georg & Pereyra, Miguel A. (2009). *La experiencia del PISA en Alemania: recepción, reformas recientes y reflexiones sobre un sistema educativo en cambio*. Disponible en <http://www.ugr.es/~recfpro/rev132ed.pdf> (fecha de consulta: 12/08/15).

Lagrange, J.B.; Artigue, M.; Laborde, C. y Trouche, L. (2001). *A meta study on IC Technology in education. Towards a multidimensional framework to tackle their integration*. In *Proceedings of the 25 PME Conference*. Freudenthal Institute, Utrecht.

[http://www.academia.edu/2744181/Lagrange_J.-](http://www.academia.edu/2744181/Lagrange_J.-B._Artigue_M._Laborde_C._and_Trouche_L._2001_A_meta_study_on_IC_technologies_in_education._Towards_a_multidimensional_framework_to_tackle_their_integration)

[B._Artigue_M._Laborde_C._and_Trouche_L._2001_A_meta_study_on_IC_technologies_in_education._Towards_a_multidimensional_framework_to_tackle_their_integration](http://www.academia.edu/2744181/Lagrange_J.-B._Artigue_M._Laborde_C._and_Trouche_L._2001_A_meta_study_on_IC_technologies_in_education._Towards_a_multidimensional_framework_to_tackle_their_integration) (consultado: 5/04/2015)

<http://ens-lyon.academia.edu/LucTrouche>. (consultado: 5/04/2015).

Lingard, B. y Rawolle, S. (2010): *Globalization and the Rescaling of Education Politics and Policy. Implications for Comparative Education*. En M. Larsen: "New Thinking in Comparative Education. Honouring Robert Cowen", pp. 125-142. Rotterdam, Sense Publishers.

LOE. Ley Orgánica de Educación. MECD. España (2006). Disponible: <http://www.mepsyd.es/mecd/gabipren/documentos/A17158-17207.pdf> (fecha de consulta: 20/11/14).

LOMCE. Ley Orgánica para la Mejora de la Calidad Educativa. MECD. España. (2013). En <http://www.boe.es/boe/dias/2013/12/10/pdfs/BOE-A-2013-12886.pdf> (fecha de consulta: 20/11/14)

MECD (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte de España) (2014). *Organización de la ESO*. Disponible en <http://www.ugr.es/~fjjrios/pce/media/4-2-s-OrganizacionESO.pdf> (fecha de consulta: 03/01/15).

Maier, H. y Schweiger, F. (1999). *Mathematik und Sprache. Zum Verstehen und Verwenden von Fachsprache im Unterricht*. Mathematik für Schule und Praxis Band 4. öbv & hpt, Wien.

Ministère de l'Éducation Nationale. France (2012). *La educación primaria y secundaria en Francia*.

http://cache.media.eduscol.education.fr/file/dossiers/06/9/2013_EnscoEspagnol_244069.pdf

<http://www.education.gouv.fr/cid4845/l-evaluation-internationale-pisa-2003.html&xtmc=pisa2003&xtnp=1&xtr=15>

<http://www.education.gouv.fr/cid54175/pisa-2012-baisse-des-performances-des-eleves-de-15-ans-en-culture-mathematique-et-augmentation-des-inegalites-scolaires-en-france.html&xtmc=pisa2003&xtnp=1&xtr=1>

(consultados: 15/01/15).

MEP (Ministerio de Educación Pública de Costa Rica) (2012). *Programas de Estudio Matemáticas. Educación General Básica y Ciclo Diversificado*. San José (Costa Rica): MEP.

MESSNER, R. (2009): 'PISA y la Formación General', *Profesorado*, Vol. 13, Nº 2.

National council of Teachers of Mathematics

<http://www.nctm.org/>

National Library of Virtual Manipulatives

<http://nlvm.usu.edu/es/nav/siteinfo.html>

Niss, M.; Blum, W.; Galbraith, P. y Henn, H.W (Eds.) (2007). *Modelling and Applications in Mathematics Education (Estudio ICMI Nº14)*. New York: Springer.

OCDE (2003). *The PISA 2003 Assessment Framework: Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills*. PISA, OECD Publishing

OCDE (2004). *Marcos teóricos de PISA 2003. Conocimientos y destrezas en Matemáticas, Lectura, Ciencias y Solución de problemas*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia, INECSE.

OCDE (2012). *PISA 2012 Assessment and Analytical Framework. Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy*. Disponible en http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/PISA%202012%20framework%20e-book_final.pdf (fecha de consulta: 08/12/14).

OCDE (2014a). *PISA en español*.

Disponible en <http://www.oecd.org/pisa/pisaenespaol.htm> (fecha de consulta: 05/12/14).

OCDE (2014b). *El programa PISA de la OCDE. ¿Qué es y para qué sirve?* Disponible en <http://www.oecd.org/pisa/39730818.pdf> (fecha de consulta: 08/12/14).

OCDE (2014c). *Resultados de PISA 2012 en Foco. Lo que los alumnos saben a los 15 años de edad y lo que pueden hacer con lo que saben*. Disponible en http://www.oecd.org/pisa/keyfindings/PISA2012_Overview_ESP-FINAL.pdf (fecha de consulta: 12/12/14).

Ospitaletche-Borgmann, Elisabeth y Martínez Luaces, Víctor (2012). *La matemática como idioma y su importancia en la enseñanza y aprendizaje del Cálculo*. En *Números, Revista de Didáctica de las Matemáticas*, Vol. 79, pàgs. 7-16.

Peregrino Moreno, Isabel (2010). *Estructura del sistema educativo español y el sistema educativo alemán*.

Disponible en <http://www.efdeportes.com/efd145/estructura-del-sistema-educativo-espanol-y-aleman.htm> (fecha de consulta: 12/08/15).

PISA. <http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/> (consulta: 6/3/2015)

PISA IN FOCUS (OCDE, 2011-2015) (consulta: 2/7/2015)

<http://www.mecd.gob.es/inee/PISA-in-focus.html>

Pedró i Garcia, F. (2012). "Deconstruyendo los puentes de PISA". REEC. Madrid, UNED

<http://revistas.uned.es/index.php/REEC/issue/view/540> (consulta: 05/05/2015)

Pehkonen, E.; Hannula, M. & Björkqvist, O. (2007). *Problem solving as a teaching method in mathematics education*. En Pehkonen, E., Ahtee, M. & Lavonen, J. (eds). *How Finns Learn Mathematics and Science*. Rotterdam/Taipei: Sense Publishers.

<https://www.sensepublishers.com/media/481-how-finns-learn-mathematics-and-sciencea.pdf> (consulta: 08/04/2015)

REEC (2012). Educación Comparada, Globalización y Posmodernismo.

Revista Española de Educación Comparada. Núm. 20. Madrid. UNED.

<http://revistas.uned.es/index.php/REEC/issue/view/541> (consulta: 01/09/2014).

REEC (2012). PISA: aportaciones e incidencia sobre las políticas educativas nacionales. Revista Española de Educación Comparada. Núm. 19. Madrid. UNED.

<http://revistas.uned.es/index.php/REEC/issue/view/540> (consulta: 10/11/ 2014)

Revista de Currículum y Formación del Profesorado. Universidad de Granada. Volúmen 17 (2) (2013) y volumen 13 (2) (2009).

Volúmen 13(2): <http://www.ugr.es/~recfpro/?p=1382>

Volúmen 17 (2): <http://www.ugr.es/~recfpro/?p=435>

Rico Fernández, María Cristina (2013). *La situación actual de la educación en España*.

Disponible en:

<http://www.ehu.es/ehusfera/derecho-administrativo/files/2013/06/La-situaci%C3%B3n-de-la-Educaci%C3%B3n-en-Espa%C3%B1a.pdf> (consulta: 03/01/15).

Robert, P. (2010). *La educación en Finlandia: los secretos de un éxito excepcional: “cada alumno es importante”*. Disponible en <https://aquevedo.wordpress.com/2010/07/18/la-educacin-en-finlandia-los-secretos-de-un-xito-excepcional/> (consulta: 12/03/15).

Ruiz, A. (2013). *La reforma de la Educación Matemática en Costa Rica*. Disponible en:

<http://www.centroedumatematica.com/wordpress/wp-content/uploads/2013/12/De-la-investigacio%CC%81n-a-la-praxis-final.pdf> (consulta: 13/02/15).

Rizvi, F. and Lingard, B. (2009): “The OECD and Global Shifts in Education Policy”, in COWEN, R. and KAZAMIAS, A. M. (Eds): *International Handbook of Comparative Education*. London, Springer.

Rust, V.D. (1991). *Postmodernism and its comparative education implications*, *Comparative Education Review*, 35, 4, pp. 610-626.

Sadovsky, F. (2004). *La teoría de situaciones didácticas: un marco para pensar y actuar la enseñanza de la matemática*. Disponible en http://s3.amazonaws.com/lcp/didactica24/myfiles/teoria_situaciones-1-.pdf (consulta: 03/04/15).

Schriewer, J. (2000). *Discourse Formation in Comparative Education*. Frankfurt am Main, Peter Lang.

Schulte, Barbara (2005). *El sistema educativo alemán*. Disponible en http://w2.ucab.edu.ve/tl_files/escueladeeducacion/edumun/Sistema_Educativo_Alemania.pdf (fecha de consulta: 13/08/15).

SEP (2005). *Estructura del sistema educativo en la Gran Bretaña*. Disponible en

http://www.dgb.sep.gob.mx/02-m1/05-tramites/02-revalidacion/Estruc_sist_edu/Estud-GRAN_BRETANA.pdf (fecha de consulta: 16/01/15).

Shimizu, Y. (2007). *What are the characteristics of Japanese Lessons Emerged by the International Comparisons?* En Isoda, M; Stephens, M.; Ohara, Y. & Miyakawa, T.: *Japanese Lesson Study in Mathematics*. Singapore: World Publishing Co.

http://centroedumatematica.com/ciaem/articulos/universitario/experiencias/Capturing%20the%20Structure%20of%20Japanese%20Mathematics%20Lessons%20Some%20Findings%20of%20the%20International%20Comparative%20Studies*Shimizu,%20Yoshinori.*Shimizu.pdf.

(consulta: 05/04/2015)

Shimizu, Y. (2009). *Characterizing exemplary mathematics instruction in Japanese classrooms from the learner's perspective*. In *ZDM Mathematics Education* 41: 311-318.

<https://www.sensepublishers.com/media/639-mathematical-tasks-in-classrooms-around-the-world.pdf>. (consulta: 05/04/2015)

Soh, C.K. (2008). *An Overview of Mathematics Education in Singapore*. In Z. Usiskin & E. Willmore (Eds.). *Mathematics curriculum in Pacific Rim countries – China, Japan, Korea and Singapore*. Los Angeles (USA): IAP Information Age Publishing Inc.

[https://books.google.es/books?hl=es&lr=&id=qT7mQp-271kC&oi=fnd&pg=PA23&dq=Soh,+C.K.+\(2008\).+An+Overview+of+Mathematics+Education+in+Singapore.&ots=-SuowCuJ8N&sig=t8B861JrduiywVGGbDEAGQ-gQJA#v=onepage&q&f=false](https://books.google.es/books?hl=es&lr=&id=qT7mQp-271kC&oi=fnd&pg=PA23&dq=Soh,+C.K.+(2008).+An+Overview+of+Mathematics+Education+in+Singapore.&ots=-SuowCuJ8N&sig=t8B861JrduiywVGGbDEAGQ-gQJA#v=onepage&q&f=false)

(consulta: el 6/4/2015)

Swan, M.; Lacey, P. & Mann. S. (2008). *Mathematics Matters: Final Report*. Disponible:

<https://www.ncetm.org.uk/public/files/309231/Mathematics+Matters+Final+Report.pdf> (consulta: 06/01/14).

Tröhler, D. (2013). *Conceptos, culturas y comparaciones: PISA y el doble descontento alemán*. En “Los lenguajes de la Educación”, Barcelona: Octaedro, pp. 225-238.

UGT-Fete (Gabinete Técnico) (2013). *Sistemas educativos de Alemania y Finlandia*. Disponible en <http://www.feteugt.es/Data/Upload/gabsistemas%20alemania%20finlandia.pdf> (fecha de consulta: 13/08/15).

Urteaga, Eguzki (2010). *Los resultados del estudio PISA en Francia*. Disponible en <http://www.ugr.es/~fjjrios/pce/media/4-5-c-PisaFrancia.pdf> (consulta: 03/01/15).

Valle, J. (2012). “La política supranacional: un nuevo campo para abordar las políticas educativas”. REEC. Madrid, UNED

<http://revistas.uned.es/index.php/REEC/issue/view/541> (consulta 10/08/2015)

Xu, B. y Ludwig, M. (2008). *Comparative study on mathematical modeling competences with German and Chinese students*. Disponible en <http://tsg.icme11.org/document/get/845> (fecha de consulta: 20/08/15).

Zancajo Villa, A.; Castejón Company, A.; Ferrer, F. J. (2012). “PISA 2009: una mirada sobre las desigualdades educativas en Europa”. REEC. Madrid, UNED-

<http://revistas.uned.es/index.php/REEC/issue/view/540>

(consultado el 6/6/2015)

