

TESIS DOCTORAL

The logo of the Universidad Nacional de Educación a Distancia (UNED), consisting of the letters 'UNED' in white on a dark green square background.

2014

***Diseño y validación de un instrumento de
evaluación de la Competencia Matemática.***

Rendimiento matemático de los alumnos más capaces

Ramón García Perales

Licenciado en Psicopedagogía

**Departamento de Métodos de Investigación y
Diagnóstico en Educación I -MIDE I-
(Facultad de Educación)**

Directora: Dra. Dña. Carmen Jiménez Fernández

**Departamento de Métodos de Investigación y
Diagnóstico en Educación I -MIDE I-
(Facultad de Educación)**

***Diseño y validación de un instrumento de
evaluación de la Competencia Matemática.***

Rendimiento matemático de los alumnos más capaces

**Ramón García Perales
Licenciado en Psicopedagogía**

Directora: Dra. Dña. Carmen Jiménez Fernández

Agradecimientos

En primer lugar quisiera agradecer esta tesis a mi mujer, por su paciencia, su comprensión, su apoyo, su cariño,..., y otras muchas cosas más, por todos aquellos empujones de ánimo dados a lo largo de esta labor larga y exigente.

Estas líneas no hubieran sido posibles sin los valores que mis padres me han inculcado y los sacrificios que han hecho para que haya llegado hasta este ilusionante momento. Nunca tendré palabras suficientes para agradecer todo lo que me han dado y lo que me siguen transmitiendo con el paso de los años.

Para mis hermanos solo tengo palabras de reconocimiento por ser una piedra angular en mi camino facilitándome muchas cosas que en tan pocas palabras me resulta casi imposible describir y enumerar.

No quisiera olvidarme de mis amigos, por todos aquellos momentos que he dejado de estar a su lado y que me han privado de haber compartido con ellos más momentos de aventuras, viajes y alegrías.

Mi más sentido reconocimiento a los centros participantes, sus directores, orientadores, tutores, alumnos y familias. En este sentido, agradecer especialmente al CEIP “Nuestra Señora del Rosario” de Hellín y al CRA “Peñas” por lo que han facilitado mi tarea investigadora.

Me gustaría también mostrar mi enorme gratitud a todos aquellos expertos del campo de las matemáticas que me han ayudado a confeccionar la batería de evaluación. A ellos quisiera dedicarle estas palabras de cariño por su dedicación a la formación matemática de las generaciones futuras.

Mi agradecimiento a la Facultad de Educación de la UNED, por aquellos cursos con los que cuenta en relación al aprendizaje y la enseñanza de competencias básicas y que me sirvieron como semilla de inicio de este proceso investigador.

A los miembros del departamento MIDE I, por permitirme realizar esta tesis doctoral y dejarme contar con sus conocimientos desde el mismo momento en el que comencé mi andadura en el doctorado a través de sus cursos de formación.

Y sobre todo, quisiera reconocer a la Doctora Doña Carmen Jiménez su trabajo por alimentar mis inquietudes, por continuar mi formación, por acercarme al campo de estudio de la alta capacidad y por transmitirme su saber y sabiduría en tantos y tantos campos del ámbito académico, científico y metodológico.

Índice

Índice general.....	IX
Relación de cuadros, tablas y figuras.....	XV

PARTE I

Fundamentación teórica

Presentación.....	29
Capítulo 1. Origen del concepto de competencia y su incidencia en nuestro sistema educativo.....	35
1. Introducción.....	35
2. Panorama internacional de la educación: líneas prioritarias de actuación.....	36
2.1. Estrategia de Lisboa.....	36
2.2. Informe <i>Panorama de la Educación. Indicadores de la OCDE de 2013</i>	40
2.3. Proyecto DeSeCo.....	42
2.4. Evaluaciones PISA.....	46
2.4.1. Evaluaciones PISA en España.....	51
2.5. Evaluaciones Generales de Diagnóstico en España.....	56
3. Aspectos definitorios del término competencia en educación.....	66
3.1. Conceptualización.....	68
3.2. Características.....	74
4. Tipos de competencias.....	79
4.1. Competencia en comunicación lingüística.....	80

4.2. Competencia en el conocimiento e interacción con el mundo físico.....	82
4.3. Tratamiento de la información y competencia digital.....	83
4.4. Competencia social y ciudadana.....	85
4.5. Competencia cultural y artística.....	86
4.6. Competencia para aprender a aprender.....	87
4.7. Competencia en autonomía e iniciativa personal.....	89
Capítulo 2. Competencia Matemática.....	93
1. Introducción.....	93
2. Resolución de problemas.....	94
3. Tareas de aprendizaje.....	101
4. Marcos reguladores de referencia.....	107
4.1. Planteamiento teórico.....	107
4.1.1. Evaluación de competencias.....	108
4.1.2. Establecimiento de niveles de dominio o desempeño.....	115
4.1.3. Evaluación de la Competencia Matemática.....	117
4.2. Principales referencias a nivel internacional.....	120
4.3. Principales referencias a nivel nacional.....	128
4.4. Ejemplo de marco a nivel regional: Castilla La Mancha.....	136
5. Rendimiento Académico y Competencia Matemática.....	139
5.1. Conceptualización teórica.....	139
5.2. Rendimiento en evaluaciones de competencias.....	143
Capítulo 3. Conceptualización de los alumnos más capaces.....	153
1. Introducción.....	153
2. Marco teórico.....	155
2.1. Enfoques cognitivos en la conceptualización de la inteligencia.....	155
2.2. Teoría de las Inteligencias Múltiples de Gardner.....	165
2.2.1. Tipos de inteligencia.....	166
2.2.2. Aplicación educativa.....	170
3. Aproximación teórica a la alta capacidad.....	176
3.1. Alta capacidad e inteligencia.....	179

3.2. Alta capacidad y talento.....	183
4. Talento matemático.....	186
4.1. Definición y detección.....	186
4.2. Trabajos de Stanley.....	191
4.3. Sexo y talento matemático.....	196
4.4. Experiencias educativas.....	204

PARTE II

Diseño, desarrollo y resultados de la investigación empírica

Capítulo 4. Diseño de la Batería de Evaluación de la Competencia

Matemática: metodología.....	211
1. Introducción.....	211
2. Propósito general y objetivos específicos.....	213
3. Población y muestra y su contextualización en Castilla La Mancha.....	214
3.1. Selección y funciones de los centros participantes.....	215
3.2. Participación del alumnado.....	217
4. Definición del constructo a medir.....	221
5. Diseño de la batería inicial.....	225
5.1. Estructura.....	226
5.2. Características de los ítems.....	238
6. Proceso de validación.....	243
6.1. Juicio de expertos.....	244
6.1.1. Características de la muestra y procedimiento.....	247
6.2. Administración de la primera versión de la batería.....	249
6.2.1. Características de la muestra y procedimiento.....	249
6.3. Administración de la segunda versión de la batería.....	251
6.3.1. Características de la muestra y procedimiento.....	251
7. Administración de la versión definitiva de la batería.....	252
7.1. Características de la muestra final.....	253
7.2. Variables seleccionadas.....	256
7.2.1. Variables relacionadas con la matemática.....	256

7.2.2. Variables sociodemográficas.....	257
7.3. Instrumentos.....	261
7.4. Procedimiento.....	262
Capítulo 5. Resultados.....	265
1. Introducción.....	265
2. Diseño y construcción de la batería.....	266
2.1. Estudio de la validez de contenido.....	266
2.2. Comprobación del índice de dificultad de los ítems.....	269
2.3. Análisis de la fiabilidad.....	273
2.4. Especificación de otros aspectos importantes en la construcción del instrumento final.....	275
3. Exploración de la validez de constructo.....	283
3.1. Indagación de la coherencia conceptual de la estructura subyacente por medio del análisis factorial exploratorio.....	283
3.2. Observación de los resultados alcanzados para analizar si hay superioridad significativa de un sexo respecto al otro.....	295
3.3. Estudio de las puntuaciones para comprobar si son similares a las obtenidas en dos subpruebas del BADyG-E3 que miden el “mismo” constructo.....	298
4. Análisis de la validez de criterio o concurrente.....	306
4.1. Verificación de la validez concurrente.....	306
5. Incidencia de otras variables en el estudio.....	319
5.1. Titularidad del centro.....	319
5.2. Entorno rural o urbano.....	322
5.3. Repetición de curso.....	324
6. Observación de cómo discrimina al alumnado de diferente nivel de desempeño.....	326
6.1. Análisis de los estadísticos descriptivos de los ítems de la batería.....	326
6.2. Establecimiento de distintos niveles de rendimiento de acuerdo a las puntuaciones totales alcanzadas.....	328

7. Análisis del rendimiento matemático de los alumnos más capaces.....	330
7.1. Nivel de rendimiento 6.....	332
7.2. Nivel de rendimiento 7.....	334
Capítulo 6. Conclusiones e implicaciones.....	343
1. Introducción.....	343
2. Sobre el origen del concepto de competencia y su incidencia en nuestro sistema educativo.....	344
3. Sobre el concepto de Competencia Matemática.....	346
4. Sobre la conceptualización de los más capaces.....	349
5. Sobre el diseño y la construcción de la batería de evaluación.....	350
6. Sobre la exploración de la validez de constructo.....	352
7. Sobre el análisis de la validez de criterio.....	356
8. Sobre la incidencia de otras variables en el estudio.....	359
9. Sobre la discriminación de distintos niveles de desempeño.....	361
10. Sobre el análisis del rendimiento matemático de los alumnos más capaces.....	364
11. Implicaciones para la práctica educativa.....	367
12. Limitaciones.....	372
13. Recomendaciones para futuras investigaciones.....	373
Referencias bibliográficas.....	377
Índice de anexos.....	411

Índice de cuadros

• Cuadro 1.1. Competencias clave en el proyecto DeSeCo.....	43
• Cuadro 1.2. Relación según la categoría <i>Usar herramientas interactivamente</i>	45
• Cuadro 1.3. Relación según la categoría <i>Interactuar en grupos heterogéneos</i>	45
• Cuadro 1.4. Relación según la categoría <i>Actuar de forma autónoma</i>	46
• Cuadro 1.5. Relación entre las competencias de la UE y las planteadas por el Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.....	58
• Cuadro 1.6. Conceptualización del término competencia.....	71
• Cuadro 1.7. Relación entre Competencias Básicas y Áreas Curriculares.....	77
• Cuadro 2.1. Elementos de las tareas y aplicación a la competencia matemática.....	101
• Cuadro 2.2. Conocimientos, destrezas y actitudes de la competencia matemática.....	104
• Cuadro 2.3. Posibles utilidades de la evaluación de la competencia matemática.....	120
• Cuadro 2.4. Dominios de conocimiento de la competencia matemática según PISA 2006.....	123
• Cuadro 2.5. Definición operativa de los tipos de capacidades para cada grupo de competencia.....	125
• Cuadro 2.6. Conocimientos, destrezas y actitudes de la competencia matemática según la UE (2004).....	128
• Cuadro 2.7. Destrezas y procesos en la Evaluación General de Diagnóstico.....	133
• Cuadro 2.8. Bloques de contenido en la Evaluación General de Diagnóstico.....	134
• Cuadro 2.9. Ejemplo de relación entre destrezas, procesos y criterios de evaluación dentro del bloque de contenido <i>Números y operaciones</i> en 4º de Educación Primaria.....	135
• Cuadro 2.10. Niveles de rendimiento de la Evaluación General de Diagnóstico para la competencia matemática en el año 2009.....	136
• Cuadro 2.11. La competencia matemática en Castilla La Mancha.....	138
• Cuadro 2.12. Etapas de la instrucción y procesos mentales internos según Gagné.....	140
• Cuadro 2.13. Niveles de rendimiento 5 y 6 en matemáticas en PISA 2012.....	147
• Cuadro 2.14. Nivel avanzado en matemáticas en TIMSS 2007 y 2011.....	149
• Cuadro 3.1. Definiciones de términos relacionados con la alta capacidad.....	176
• Cuadro 3.2. Tipos de talentos y sus aspectos más significativos.....	185
• Cuadro 4.1. Configuración de la batería de evaluación de la competencia matemática.....	226
• Cuadro 4.2. Objetivos definidos para cada prueba.....	230
• Cuadro 4.3. Contenidos e indicadores para cada subcompetencia.....	231
• Cuadro 4.4. Número de ítems de la batería para cada proceso y situación según la terminología de PISA 2009.....	233

• Cuadro 4.5. Número de ítems de la batería para cada situación según la terminología de PISA 2009.....	233
• Cuadro 4.6. Elementos de un cuadernillo de evaluación.....	237
• Cuadro 4.7. Indicadores de los ítems según la subcompetencia a la que pertenecen.....	239
• Cuadro 4.8. Datos recogidos en la hoja de registro de tutores.....	261
• Cuadro 5.1. Aspectos de mejora obtenidos tras la administración de la segunda versión de la batería.....	280
• Cuadro 6.1. Dimensiones que configuran los niveles de dominio y su generalización a la batería.....	362
• Cuadro 6.2. Características para cada nivel de desempeño.....	363

Índice de tablas

• Tabla 1.1. Población y muestra participante en PISA 2012.....	48
• Tabla 2.1. Porcentaje de cada bloque de contenido, cada destreza y cada proceso en la Evaluación General de Diagnóstico de 4º de Educación Primaria.....	134
• Tabla 2.2. Diferencias por sexo en la competencia matemática según las Comunidades Autónomas participantes en PISA 2012.....	146
• Tabla 3.1. Alumnado matriculado en enseñanzas universitarias en el curso académico 2011/2012 en función del sexo.....	199
• Tabla 4.1. Características de la población.....	215
• Tabla 4.2. Características de los centros educativos.....	215
• Tabla 4.3. Tamaño de las muestras participantes.....	218
• Tabla 4.4. Distribución de los centros participantes.....	220
• Tabla 4.5. Distribución de los alumnos participantes según la titularidad de los centros.....	220
• Tabla 4.6. Centros y porcentaje que representan a lo largo de la investigación según su entorno.....	220
• Tabla 4.7. Porcentaje y número de ítems para cada subcompetencia.....	226
• Tabla 4.8. Tiempo de cada prueba tras el diseño inicial de la batería.....	234
• Tabla 4.9. Sesiones de la administración de la batería a los alumnos.....	236
• Tabla 4.10. Número de ítems dedicado a cada subcompetencia y porcentaje que representa.....	238
• Tabla 4.11. Centros y alumnos participantes en la administración de la primera versión de la batería.....	250

• Tabla 4.12. Centros y alumnos participantes en la administración de la segunda versión de la batería.....	251
• Tabla 4.13. Centros y alumnos participantes en la administración final.....	254
• Tabla 4.14. Muestra participante a lo largo de toda la investigación.....	255
• Tabla 4.15. Especialidades de los tutores de 5º participantes.....	259
• Tabla 5.1. Índice de validez de contenido (<i>IVC</i>) de los ítems.....	268
• Tabla 5.2. Índice de validez de contenido (<i>IVC</i>) para cada subcompetencia y para el total de la batería.....	269
• Tabla 5.3. Índice de dificultad (<i>ID</i>) por ítems para cada subcompetencia.....	270
• Tabla 5.4. Índice de dificultad (<i>ID</i>) para cada subcompetencia y para el total de la batería...	271
• Tabla 5.5. Porcentaje en el reparto de los ítems de acuerdo a su nivel de dificultad.....	271
• Tabla 5.6. Índice de dificultad (<i>ID</i>) por ítems para cada factor.....	272
• Tabla 5.7. Índice de dificultad (<i>ID</i>) para cada factor y para el total de la batería.....	272
• Tabla 5.8. Porcentaje en el reparto de los ítems de acuerdo a su nivel de dificultad.....	273
• Tabla 5.9. Alpha de Cronbach según cada subcompetencia y sus ítems.....	274
• Tabla 5.10. Fiabilidad según cada factor y sus ítems (<i>IT</i>).....	275
• Tabla 5.11. Intervalos y número de expertos ubicados en cada uno de ellos.....	277
• Tabla 5.12. Porcentaje de cada bloque de contenido o dominio de conocimiento en la Evaluación General de Diagnóstico de 4º de Educación Primaria y en PISA 2003 y 2012.....	277
• Tabla 5.13. Porcentaje adjudicado para cada subcompetencia según distintas fuentes y momentos de la investigación.....	278
• Tabla 5.14. Relación entre los ítems suprimidos y los que permanecen.....	279
• Tabla 5.15. Ítems de la batería según cada etapa de la investigación.....	282
• Tabla 5.16. Temporalización para cada momento del estudio.....	282
• Tabla 5.17. Pruebas previas al análisis factorial para la segunda versión.....	284
• Tabla 5.18. Varianza total explicada a partir de los componentes principales.....	286
• Tabla 5.19. Matriz de componentes rotados para 4 factores.....	288
• Tabla 5.20. Pruebas previas al análisis factorial para la versión final.....	290
• Tabla 5.21. Varianza total explicada a partir de los componentes principales.....	291
• Tabla 5.22. Matriz de componentes rotados para 6 factores.....	293
• Tabla 5.23. Nueva estructura factorial de la batería de evaluación de la competencia matemática.....	294
• Tabla 5.24. Diferencias entre el primer y el segundo análisis factorial.....	295
• Tabla 5.25. Distribución por sexos de la muestra participante.....	296
• Tabla 5.26. Prueba t para muestras independientes en función del sexo.....	297

• Tabla 5.27. Distribución de la muestra participante por niveles en la subprueba Series numéricas.....	299
• Tabla 5.28. ANOVA de la subprueba Series numéricas.....	300
• Tabla 5.29. Distribución de la muestra participante por niveles en la subprueba Problemas numéricos.....	301
• Tabla 5.30. ANOVA de la subprueba Problemas numéricos.....	302
• Tabla 5.31. Distribución de la muestra participante por niveles en el BADyG	303
• Tabla 5.32. ANOVA del total centil del BADyG.....	304
• Tabla 5.33. Rendimiento académico de la muestra participante.....	307
• Tabla 5.34. ANOVA del rendimiento académico.....	308
• Tabla 5.35. Reparto de la muestra participante según la variable Interés maestro.....	310
• Tabla 5.36. ANOVA del interés del alumno según el maestro.....	311
• Tabla 5.37. Reparto de la muestra participante según la variable Interés alumno.....	313
• Tabla 5.38. ANOVA del interés del alumno según su propio punto de vista.....	314
• Tabla 5.39. Distribución de la muestra participante según la posible existencia de una elevada aptitud matemática.....	316
• Tabla 5.40. Comparativa de los alumnos según los niveles de rendimiento de la batería y la existencia de una elevada aptitud matemática según el tutor.....	317
• Tabla 5.41. Análisis de los resultados contradictorios según la autocompetencia personal de los tutores para impartir el área de matemáticas.....	317
• Tabla 5.42. Prueba t para muestras independientes según la existencia de aptitud matemática.....	318
• Tabla 5.43. Distribución de la muestra según la titularidad de los centros.....	319
• Tabla 5.44. Prueba t para muestras independientes en función de la titularidad.....	321
• Tabla 5.45. Distribución de la muestra según el entorno de los centros.....	322
• Tabla 5.46. Prueba t para muestras independientes en función del entorno.....	323
• Tabla 5.47. Distribución de la muestra según la variable repetición.....	324
• Tabla 5.48. Prueba t para muestras independientes en función de la variable repetición.....	325
• Tabla 5.49. Estadísticos básicos.....	327
• Tabla 5.50. Niveles de rendimiento de la batería.....	329
• Tabla 5.51. Prueba t para muestras independientes según los niveles 6 y 7 de rendimiento.....	331
• Tabla 5.52. Características de la muestra para el nivel de rendimiento 6.....	332
• Tabla 5.53. Características de la muestra para el nivel de rendimiento 7.....	335
• Tabla 5.54. Porcentaje de alumnos en los niveles superiores de rendimiento en pruebas de evaluación de la competencia matemática.....	339

• Tabla 5.55. Errores en los ítems y factores de los alumnos con nivel de rendimiento 7.....	340
• Tabla 6.1. Niveles de rendimiento.....	362

Índice de figuras

• Figura 1.1. Frentes de la Estrategia de Lisboa.....	37
• Figura 1.2. Número de países y Comunidades y Ciudades Autónomas españolas participantes en las evaluaciones PISA.....	48
• Figura 1.3. Resultados de España en PISA en comparación con el promedio de la OCDE...	51
• Figura 1.4. Comunidades Autónomas participantes en PISA 2006.....	52
• Figura 1.5. Resultados para cada región en PISA 2006.....	52
• Figura 1.6. Comunidades y Ciudades Autónomas participantes en PISA 2009.....	53
• Figura 1.7. Resultados para cada región en PISA 2009.....	54
• Figura 1.8. Comunidades Autónomas participantes en PISA 2012.....	55
• Figura 1.9. Resultados para cada región en PISA 2012.....	55
• Figura 1.10. Evolución terminológica del concepto de competencia.....	69
• Figura 1.11. Características de las Competencias Básicas.....	70
• Figura 1.12. Referencias de los Estados Miembros de la UE al desarrollo de las competencias.	73
• Figura 1.13. Niveles de competencia y destrezas a partir del MCER.....	82
• Figura 2.1. Etapas en el proceso de resolución de problemas según Polya (1949).....	97
• Figura 2.2. Diferencias en el rendimiento de alumnos y alumnas en España en PISA 2012..	146
• Figura 2.3. Porcentaje de alumnado situado en el nivel 5 en la competencia matemática.....	150
• Figura 3.1. Porcentaje de alumnado escolarizado en todas las enseñanzas en función del sexo.....	197
• Figura 4.1. Descripción general del proceso de investigación.....	212
• Figura 4.2. Localidades consideradas <i>urbanas</i> en la provincia de Albacete.....	219
• Figura 4.3. Relación entre currículo, competencia matemática y área de matemáticas.....	223
• Figura 4.4. Ejemplos de ítems para cada una de las pruebas de la batería.....	228
• Figura 4.5. Ejemplos de instrucciones para la primera sesión de la administración de la batería y para la prueba número 2 de Cálculo Mental.....	235
• Figura 4.6. Del proceso de validación a la versión definitiva de la batería.....	243
• Figura 4.7. Valoración de la relevancia de los ítems para la subcompetencia Estadística y Probabilidad.....	245

• Figura 4.8. Valoración de la redacción de los ítems para la subcompetencia Estadística y Probabilidad.....	246
• Figura 4.9. Valoración de las instrucciones generales de la batería y de las específicas de las cuatro primeras pruebas.....	247
• Figura 4.10. Localidades de los colegios participantes en la administración de la primera versión.....	250
• Figura 4.11. Localidades de los colegios participantes en la administración de la segunda versión.....	252
• Figura 4.12. Cronograma de la administración de la batería.....	253
• Figura 4.13. Localidades de los colegios participantes en la administración de la versión definitiva.....	255
• Figura 4.14. Porcentaje de tutores participantes según su sexo.....	258
• Figura 4.15. Porcentaje de tutores según su titulación de acceso al cuerpo.....	259
• Figura 4.16. Valoración de cada tutor sobre su competencia para impartir el área de matemáticas.....	260
• Figura 5.1. Gráfico de sedimentación con 4 componentes.....	287
• Figura 5.2. Gráfico de sedimentación con 6 componentes.....	292
• Figura 5.3. Representación gráfica de los niveles de rendimiento.....	330

*“El olvido de las matemáticas perjudica a todo el conocimiento,
ya que el que las ignora no puede conocer las otras ciencias
ni las cosas de este mundo”.*

(Roger Bacon)

*“En todas las actividades es saludable, de vez en cuando,
poner un signo de interrogación sobre aquellas cosas
que por mucho tiempo se han dado como seguras”.*

(Bertrand Russell)

*“Sin duda alguna,
la comunidad que consiga encauzar el talento matemático que tiene,
podrá ir mucho más allá que la que no se preocupe por conseguirlo”.*

(Miguel de Guzmán Ozámiz)

A mi mujer...

PARTE I

**Fundamentación
teórica**

Presentación

En la actualidad existen desafíos sociales y educativos que hacen necesaria una reformulación en profundidad sobre aquellos aprendizajes imprescindibles que debería de adquirir un individuo al término de la escolarización obligatoria. Para ello es necesario favorecer la implicación y el diálogo entre los agentes educativos ya que las decisiones que se adopten pueden tener repercusiones en cualquier dimensión de la cultura escolar de un centro educativo. Además, dada la estrecha vinculación entre los ámbitos educativo y social, se atribuye a la escuela la función de formar y capacitar a los alumnos para una integración social y laboral eficaz, por lo que el trabajo por competencias cobra una especial importancia al ser en la actualidad un referente nacional e internacional de los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Si se parte de los planteamientos de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE) y la Unión Europea (UE), y de

las características de las sociedades actuales, se debe ser consciente de la necesidad de encontrar un camino firme para buscar que los alumnos alcancen un buen nivel competencial gracias a unos procesos educativos guiados por la calidad y la eficacia. La integración de las competencias en las prácticas educativas supone cambios tanto en el currículo como en la organización escolar de los centros, los roles docentes y la implicación de las familias.

El trabajo por competencias coincide con grandes retos a los que se enfrenta la educación actual. Por ejemplo, es el caso de la consolidación de una escuela equitativa y comprensiva que atienda a la diversidad existente en las aulas y la formación de sujetos con autonomía para desenvolverse y participar activamente en comunidad (Pérez, 2007). Su incorporación al currículo responde a las necesidades sociales existentes y, gracias a ellas, el alumno podrá resolver y hacer frente a las exigencias que cada situación demanda. Se trata de observar cómo los alumnos utilizan los conocimientos adquiridos cuando se enfrentan a situaciones desarrolladas en escenarios reales, considerándose la evaluación de estos aprendizajes un aspecto esencial de esta observación.

La evaluación por competencias tiene que realizarse utilizando distintos métodos e instrumentos de forma complementaria y no quedar solo definida por pruebas terminales al final de cada tema impartido a los alumnos. Por otro lado, desde la génesis del aprendizaje por competencias apenas han aparecido investigaciones ni materiales específicos que permitan la evaluación competencial de un alumno, por lo que el desarrollo de pruebas objetivas de rendimiento como la presentada en esta tesis se convierte en una necesidad cara a integrarlas en el currículo escolar y en las prácticas educativas.

La investigación desarrollada en esta tesis doctoral describe el proceso seguido en la elaboración y validación de la *Batería de Evaluación de la Competencia Matemática* (BECOMA). El proceso empieza desde el mismo momento en el que se selecciona el constructo a medir, pasando por el diseño inicial de la batería hasta llegar al análisis de los datos obtenidos en sus distintas administraciones que conducen a la construcción del instrumento final.

El análisis de la información obtenida a lo largo del proceso de investigación abre una puerta diferenciada para la evaluación por competencias, mostrando una forma distinta de identificar el grado de competencia matemática del alumno, con el objetivo de establecer procesos ajustados e individualizados de intervención educativa de acuerdo a las necesidades manifestadas por cada sujeto dentro de la competencia matemática. En las aulas no hay un conjunto de alumnos homogéneo sino que aparecen diferentes perfiles y peculiaridades con una amplia gama de rasgos definitorios. En este estudio prestaremos especial atención a los alumnos más capaces ubicados normalmente en los niveles de logro más elevados, y que vienen siendo olvidados en la práctica educativa. El *Programa para la Evaluación Internacional de los Alumnos* (PISA) muestra que en España apenas si hay alumnos con rendimiento excelente.

El estudio empírico se lleva a cabo en una provincia de la Comunidad Autónoma de Castilla La Mancha. Para la selección de los centros y los alumnos se utiliza como fuente de información la estadística oficial de la Consejería de Educación y Ciencia de la Junta de Comunidades de Castilla La Mancha, centrándonos en la provincia de Albacete. Esta estadística de Enseñanzas no Universitarias ofrece información de la región y de la provincia en relación a la actividad educativa de los centros docentes según su titularidad, sus recursos humanos, las características del alumnado, los resultados académicos y los datos del profesorado, entre otros. El motivo de elegir esta provincia se debe a que es en la que trabaja oficialmente el doctorando como orientador escolar.

En el desarrollo teórico de esta tesis se ha tomado como principal referencia la base de datos IN~RECS sobre el índice de impacto de las revistas españolas de Ciencias Sociales, supervisando los registros existentes desde 1995 hasta la actualidad y utilizando como principales descriptores la *evaluación de competencias básicas* (matemática) y el *estudio de la alta capacidad*. También se ha acudido a la supervisión de distintos portales educativos de referencia a nivel internacional (OCDE y Eurydice) y nacional (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte y Comunidades Autónomas).

La estructura general de esta tesis está dividida en dos partes, una primera teórica y otra empírica. En la parte teórica se explica la génesis del concepto de competencia a partir de programas y estudios internacionales y su generalización a nuestro sistema educativo. Posteriormente, se realiza un acercamiento al término competencia, señalando los tipos existentes en nuestro país y profundizando en la competencia matemática por ser el constructo que guía el contenido del instrumento de evaluación que se pretende construir. Por último, dentro de esta parte teórica, se hace una revisión de la conceptualización de los más capaces, ya que el análisis del rendimiento matemático de este grupo de alumnos es uno de los objetivos específicos de nuestro estudio.

La parte empírica incluye tres apartados. En el primero se explica el diseño de la batería de evaluación de la competencia matemática, señalando sus objetivos, el procedimiento seguido para la selección de la muestra participante, la definición del constructo a medir, la explicación del proceso de construcción del diseño inicial de la batería y las etapas seguidas desde la conformación del instrumento inicial hasta lograr su versión definitiva. En el segundo se especifican y comentan los resultados alcanzados en los análisis de datos obtenidos utilizando el programa SPSS en su versión 17.0, partiendo de los objetivos específicos definidos para esta parte empírica. Por último, se exponen las conclusiones de la investigación, implicaciones educativas, limitaciones y recomendaciones para futuras investigaciones sobre el tema.

Finalmente se especifica la bibliografía utilizada y los anexos de la tesis doctoral. El contenido de los anexos se presenta en formato DVD, apareciendo su índice al final de la presente tesis doctoral (pp. 411-412).

Capítulo 1

Origen del concepto de competencia y su incidencia en nuestro sistema educativo

1. Introducción

La educación busca la consecución de la mayor igualdad de oportunidades posible para favorecer el desarrollo pleno e integral de todos los alumnos a través de una educación de calidad. Para apoyar la consecución de esta finalidad, nace la educación por competencias como una apuesta decidida de diversos organismos internacionales y nacionales, marcando las líneas prioritarias de actuación en materia educativa.

2. Panorama internacional de la educación: líneas prioritarias de actuación

La formación de los ciudadanos en la sociedad del conocimiento es un pilar básico sobre el que se asienta un modelo social y económico que favorezca el desarrollo personal y profesional de todas las personas. Este supuesto conforma líneas prioritarias de actuación en materia educativa de organismos como la OCDE y la UE que a través de diferentes declaraciones, directivas y recomendaciones, persiguen un desarrollo sostenible, el fomento de la cohesión social, el aprendizaje permanente a lo largo de toda la vida y el desarrollo del talento allí donde exista.

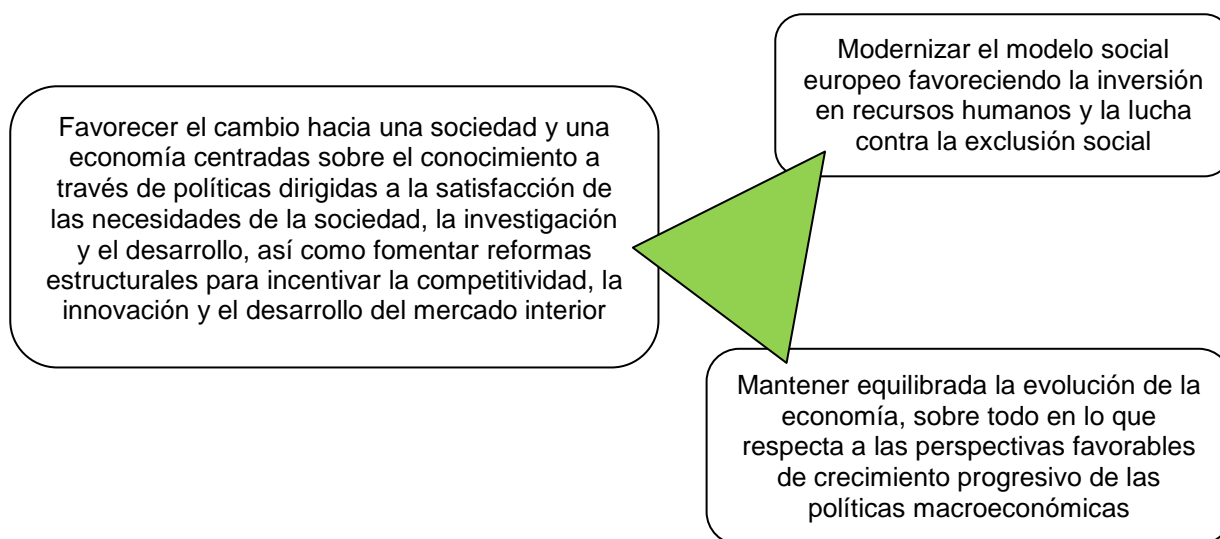
2.1. Estrategia de Lisboa

En el Consejo Europeo de Lisboa celebrado en marzo del año 2000 se definió el marco político integrado *Educación y Formación 2010*. En él se reconoció que tanto la adaptación a la globalización como el desplazamiento hacia economías centradas en el conocimiento para favorecer el crecimiento y el empleo constituyen un reto para todos los países de Europa. Además, establece que todo ciudadano debería poseer una base de conocimientos imprescindibles para adaptarse a una sociedad que evoluciona de forma constante y, por ello, desde el marco europeo se tendrán que definir una serie de cualificaciones básicas que los individuos deberán de adquirir de forma permanente.

En marzo de 2005 se produce una reactivación de la Estrategia de Lisboa que, a través del Consejo Europeo, insta a una mayor inversión en educación y señala la importancia de las cualificaciones. De esta forma, el aprendizaje permanente se convierte en un marco común de los programas europeos en materia educativa, desarrollándose de manera simultánea y complementaria al de las competencias clave en educación (Valle y Manso, 2013).

La Estrategia de Lisboa es el resultado de la conjunción de las políticas entre los países miembros de la UE. Su objetivo es convertir el espacio europeo en la economía del conocimiento más competitiva y dinámica del mundo antes del 2010, acompañada de una mejora cualitativa y cuantitativa del empleo y la cohesión social. La estrategia debe su nombre a la capital europea donde fue adoptada y se centra en tres frentes (UE, 2004):

Figura 1.1. *Frentes de la Estrategia de Lisboa*



En el ámbito de la educación, la Estrategia de Lisboa fijó cinco objetivos clave comunes (UE, 2004):

- Mejorar la calidad del aprendizaje.
- Facilitar y ampliar el acceso al aprendizaje en cualquier edad.
- Actualizar la definición de capacidades básicas de acuerdo con la sociedad del conocimiento.
- Abrir la educación y la formación al entorno local, europeo y mundial.
- Aprovechar al máximo los recursos.

Para el desarrollo de estos objetivos, la UE ha ido elaborando informes de progreso para valorar los avances logrados por cada país de acuerdo a

dieciocho indicadores básicos. Además, estableció cinco metas clave a alcanzar para 2010 (UE, 2004):

- Reducir el abandono escolar al 10%.
- Disminuir como mínimo en un 20% el porcentaje de jóvenes con resultados pobres en lectura.
- Conseguir como mínimo que el 85% de los jóvenes completen la Educación Secundaria Post-obligatoria.
- Incrementar como mínimo en un 15% el número de graduados superiores en Matemáticas, Ciencias y Tecnología y, al mismo tiempo, reducir los desequilibrios de género.
- Lograr que el 12.5% de la población adulta tome parte en actividades de educación permanente.

Los últimos informes realizados sobre el seguimiento de la consecución de estas metas muestran datos que inducen a la preocupación. Esto es debido a que a pesar de que en la UE los resultados parecen mejorar de manera general en materia de educación y formación, sin embargo el progreso es demasiado lento, apareciendo objetivos que no se habían alcanzado en 2010. Solo una de las metas fijadas se había logrado, la de conseguir incrementar el número de graduados en Matemáticas, Ciencias y Tecnología.

Por otro lado, existen indicadores cuyos resultados son bastante positivos en las evaluaciones realizadas en 2010. Por ejemplo, se puede destacar el incremento de niños de corta edad escolarizados, la participación global en la educación inicial, la enseñanza de idiomas, la movilidad de los estudiantes en la educación terciaria y los niveles educativos de los ciudadanos de la UE en general.

Para 2020 se han propuesto nuevas metas a conseguir (UE, 2010):

- Escolarizar, por lo menos, al 95% de los alumnos con edades comprendidas entre los 4 años y el inicio de la escolaridad obligatoria.

- Reducir la tasa de abandono escolar a menos del 10%.
- Lograr que el porcentaje de alumnos de 15 años con resultados pobres en lectura, matemáticas y ciencias sea inferior al 15%.
- Conseguir que un mínimo de un 40% de la población entre 30 y 34 años cuente con estudios superiores.
- Llegar a un 15% de la población adulta que participa en actividades de educación permanente.

En lo que a España se refiere son tres los aspectos más preocupantes. En primer lugar el volumen de jóvenes de 15 años con resultados pobres en lectura de acuerdo a PISA, cuyo porcentaje no ha dejado de crecer desde el año 2000, pasando de retroceder en un 20% como se aconsejaba en la Estrategia de Lisboa a aumentar cerca de un 60%. En segundo lugar la tasa de abandono escolar y, por consiguiente, los jóvenes que no completan la escolaridad obligatoria, ya que la meta era reducir su volumen hasta el 10% pero en nuestro país su valor sigue siendo superior al 30%, acrecentándose desde el año 2000. En tercer lugar la consecución de la meta de lograr que el 85% de los jóvenes completen sus estudios secundarios post-obligatorios, ya sean de Bachillerato o Formación Profesional, también dista de ser alcanzada porque el porcentaje ha ido disminuyendo desde el año 2000 y alcanza apenas el 60% (UE, 2004).

En definitiva, la UE mantiene una postura pesimista respecto a la consecución de las metas que se han ido proponiendo. Esto se debe fundamentalmente al momento de transformación en el que nos encontramos ya que la crisis actual se ha llevado por delante avances recientes, existen carencias estructurales en Europa que han quedado patentes y los retos mundiales crecen y se intensifican. Pese a este panorama, se ha avanzado mucho tomando como guía el conocimiento y la innovación y el camino a seguir deberá de tomar estos ámbitos como referentes. En este sentido los progresos de España de acuerdo a algunas metas e indicadores son reducidos, por lo que será fundamental la adopción de cambios y mejoras importantes tomando el conocimiento y la innovación como referentes fundamentales.

2.2. Informe *Panorama de la Educación. Indicadores de la OCDE de 2013*

El proyecto *Indicadores de Sistemas Nacionales de Educación (INES)* de la OCDE se inició a finales de los años ochenta del pasado siglo. Su objetivo era facilitar indicadores cuantitativos que permitieran la comparación de los sistemas educativos de los países miembros, conociéndose así la eficacia, evolución, financiación e impacto de la formación que ofrece en el mercado de trabajo y en la economía. Los primeros indicadores se publicaron en 1992 con el nombre *Education at a Glance* (Panorama de la Educación) y desde entonces se publican anualmente.

La información del informe más reciente se refiere al curso académico 2010/2011. El análisis de sus datos permite conocer mejor el sistema educativo español y facilita su comparación con otros de nuestro entorno. También, para cada uno de los indicadores, ofrece la comparación con la media de la OCDE y la UE.

Los resultados más interesantes son los siguientes (Instituto Nacional de Evaluación Educativa, INEE, 2013b):

- El nivel de formación de la población adulta en España (25-64 años) es de un 46% con estudios de Preprimaria, Educación Primaria y primera etapa de Educación Secundaria (la media de la OCDE es de un 25% y la de la UE de un 24%); un 22% con estudios de segunda etapa de Educación Secundaria y post-secundaria no Terciaria (la media de la OCDE es de un 44% y la de la UE de un 48%); un 32% con estudios de Educación Terciaria (la media de la OCDE es de un 32% y la de la UE de un 29%).
- La tasa de escolarización infantil en España es bastante superior a la media de la OCDE y a la de la UE, sobre todo si se atiende a la población por debajo de 2 años (29% en España, 3% en la OCDE y 4% en la UE). Por otra parte, si se toma como referencia la franja de edad

entre 3 y 4 años, la escolarización en España es casi universal (99%), mientras que en la OCDE de un 75% y en la UE de un 82%.

- La tasa de graduación en la segunda etapa de Educación Secundaria de España (88%) está próxima a la media de la OCDE y la UE (83% en ambas).
- La tasa de acceso a la Educación Terciaria de tipo A (Universitaria) alcanza en España un 53%, un 60% en la OCDE y un 59% en la UE. En cuanto a la de tipo B (Formación Profesional Superior), España cuenta con un porcentaje superior (28%) a la media de la OCDE (19%) y la UE (15%).
- La tasa española de graduación universitaria es del 32%, mientras que la media de la OCDE es del 39% y la UE del 41%. Por otro lado, las tasas de graduación en Formación Profesional Superior en España son superiores (18%) a las de la media de la OCDE (11%) y la UE (9%).
- El gasto en educación por alumno en España supone un 15% más que en la OCDE y la UE (en el informe de 2012 era de un 21%), siendo éste superior en todos los niveles y etapas educativas.
- El número total de horas lectivas obligatorias de enseñanza en España es de 875 en Educación Primaria y 1.050 en Educación Secundaria, cifras superiores a las medias de la OCDE (791 y 907 respectivamente) y la UE (768 y 881).
- La ratio de alumnos por profesor en España es inferior a la cifra de la OCDE y la UE. Mientras que en nuestro país es de 11.6 alumnos por profesor según la media de todas las enseñanzas, en la OCDE es de 14.5 y en la UE de 13.3. La media de alumnos por clase es similar en España y la OCDE (21.9 y 22 respectivamente) y algo menor en la UE (21).

Los resultados obtenidos a través de este estudio vuelven a presentar un panorama general de la educación en España que, con ligeras mejoras, varía poco de los presentados en años anteriores, apareciendo resultados por debajo de la media de la OCDE en la mayoría de los indicadores evaluados. A nivel general, esta organización aconseja a sus Estados miembros no reducir los

gastos en educación e incrementar los esfuerzos para mejorar su eficacia y eficiencia. Además el informe muestra que cuanto más alto es el nivel formativo de la población, mayores son las posibilidades de conseguir y mantener un puesto de trabajo y más elevadas las rentas derivadas del mismo.

2.3. Proyecto DeSeCo

La apuesta por el aprendizaje por competencias no tiene su origen en el campo propiamente educativo. A juicio de De La Orden (2011), los antecedentes del actual modelo de educación basada en competencias se pueden situar en los siguientes movimientos pedagógicos:

- La búsqueda en Estados Unidos, en la década de los 70 del pasado siglo, de una renovación en la formación inicial de los maestros de Educación Primaria.
- El cambio en la orientación profesional de los alumnos en diversos países europeos, en América del Norte y Australia a lo largo de los años 90 del siglo XX.

En esta labor de conjugar el ámbito profesional con el educativo, aparece el proyecto de la OCDE denominado *Diseño y Selección de Competencias* (DeSeCo, 2005). Tiene su génesis en 1997 y con él la OCDE busca generalizar su conocimiento sobre competencias desde el ámbito empresarial al educativo (Valle y Manso, 2013). Además, cuenta con una enorme importancia dentro del marco regulador de las competencias en educación, definiendo que para que una competencia pueda ser considerada clave o básica, debería de resultar valiosa para la totalidad de la población, independientemente de las características personales, sociales y culturales manifestadas. Por otro lado, sirve de base teórica para el desarrollo de las pruebas PISA.

Se estructura en cuatro apartados:

- Un extenso análisis de los estudios existentes sobre competencias, observando la necesidad de definir un marco general.
- La clarificación del concepto de competencia para construir una definición aceptada de manera general.
- La selección inicial de una serie de competencias clave tras la activa implicación de expertos de varias disciplinas que trabajaron de forma conjunta para definir las competencias clave con relevancia educativa.
- La consulta a los países de la OCDE para revisar cómo cada uno ha definido y seleccionado las competencias, con el objetivo de articular la perspectiva de los expertos con las necesidades y prioridades de los sistemas educativos nacionales.

En el desarrollo del proyecto se especifican una serie de competencias clave:

Cuadro 1.1. *Competencias clave en el proyecto DeSeCo*

Categoría 1: Usar herramientas interactivamente <ul style="list-style-type: none">• Capacidad para usar el lenguaje, los símbolos y el texto interactivamente.• Capacidad para usar conocimiento e información interactivamente.• Capacidad para usar tecnología interactivamente.
Categoría 2: Interactuar en grupos heterogéneos <ul style="list-style-type: none">• Capacidad para relacionarse bien con los otros.• Capacidad para cooperar.• Capacidad para gestionar y resolver conflictos.
Categoría 3: Actuar de forma autónoma <ul style="list-style-type: none">• Capacidad para actuar dentro de un amplio panorama o una situación compleja.• Capacidad para elaborar, conducir y gestionar los propios planes de vida y proyectos personales.• Capacidad para manifestar y defender derechos, intereses, límites y necesidades.

Seguendo a la OCDE (2005, p. 3), cada competencia deberá “contribuir a resultados valiosos para sociedades e individuos, ayudar a los individuos a afrontar importantes demandas en una amplia variedad de contextos y ser relevante tanto para los especialistas como para todos los individuos”.

A partir del año 2004, la UE se plantea la necesidad de establecer una serie de competencias clave para el aprendizaje que servirán de guía para los sistemas educativos de los países miembros. Además, establece unos objetivos educativos que giran en torno a tres finalidades estratégicas:

- a) Mejorar la calidad y la eficacia de los sistemas educativos en la UE por medio de la mejora de la formación de los profesores, el desarrollo de las capacidades necesarias para convivir en sociedad, la garantía del acceso de todos a las tecnologías de la información y la comunicación, el aumento de la matriculación del alumnado en estudios científicos y técnicos y el aprovechamiento máximo de los recursos disponibles para la educación.
- b) Facilitar el acceso de todas las personas a los sistemas de formación a través de la creación de entornos de aprendizaje abiertos, el fomento de aprendizajes más atractivos y la promoción de la ciudadanía activa, la cohesión social y la igualdad de oportunidades.
- c) Abrir los sistemas de educación y formación al mundo exterior mediante el refuerzo de los lazos con la vida laboral y la investigación, el desarrollo del espíritu empresarial, la mejora del aprendizaje de idiomas, el aumento de la movilidad y los intercambios y el fomento de la cooperación europea.

Para desarrollar estas estrategias, la UE considera que las competencias básicas se pueden programar como un conjunto multifuncional de conocimientos, destrezas y actitudes que todos los individuos necesitan para su realización y desarrollo personal e inclusión social y laboral.

Las competencias propuestas por la UE difieren de las establecidas por la OCDE en el proyecto DeSeCo ya que se aproximan más en su formulación a las áreas y materias tradicionales de los currículos escolares. En los siguientes cuadros, se señala cada categoría del proyecto DeSeCo junto a las competencias clave que incluye cada una de ellas, relacionándolas con las señaladas por la UE.

Cuadro 1.2. *Relación según la categoría Usar herramientas interactivamente*

Competencias Clave Informe DeSeCo (OCDE)	Competencias Clave Educación y Formación 2010 (UE)
Capacidad para usar el lenguaje, los símbolos y los textos de manera interactiva	Comunicación en la lengua materna Comunicación en lenguas extranjeras Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología Competencia digital Conciencia y expresión cultural
Capacidad para usar el conocimiento y la información de manera interactiva	Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología Comunicación en la lengua materna Comunicación en lenguas extranjeras Competencia digital Aprender a aprender
Capacidad para utilizar las tecnologías de manera interactiva	Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología Comunicación en la lengua materna Comunicación en lenguas extranjeras Competencia digital Sentido de la iniciativa y espíritu de empresa

Cuadro 1.3. *Relación según la categoría Interactuar en grupos heterogéneos*

Competencias Clave Informe DeSeCo (OCDE)	Competencias Clave Educación y Formación 2010 (UE)
Capacidad para relacionarse bien con los otros	Comunicación en la lengua materna Comunicación en lenguas extranjeras Competencia sociales y cívicas Competencia digital Conciencia y expresión cultural Sentido de la iniciativa y espíritu de empresa
Capacidad para cooperar	Comunicación en la lengua materna Comunicación en lenguas extranjeras Competencias sociales y cívicas Competencia digital Sentido de la iniciativa y espíritu de empresa
Capacidad para gestionar y resolver los conflictos	Comunicación en la lengua materna Comunicación en lenguas extranjeras Competencias sociales y cívicas Conciencia y expresión cultural Sentido de la iniciativa y espíritu de empresa

Cuadro 1.4. Relación según la categoría Actuar de forma autónoma

Competencias Clave Informe DeSeCo (OCDE)	Competencias Clave Educación y Formación 2010 (UE)
Capacidad para actuar en situaciones complejas	Comunicación en la lengua materna Comunicación en lenguas extranjeras Conciencia y expresión cultural Competencia sociales y cívicas Sentido de la iniciativa y espíritu de empresa
Capacidad para elaborar, conducir y gestionar los propios planes de vida y proyectos personales	Comunicación en la lengua materna Comunicación en lenguas extranjeras Aprender a aprender Sentido de la iniciativa y espíritu de empresa
Capacidad para manifestar y defender derechos, intereses, límites y necesidades	Comunicación en la lengua materna Comunicación en lenguas extranjeras Aprender a aprender Conciencia y expresión cultural Competencias sociales y cívicas Sentido de la iniciativa y espíritu de empresa

2.4. Evaluaciones PISA

La OCDE inició en 1997 el proyecto PISA (*Program for International Student Assessment*) para analizar el rendimiento educativo de los alumnos de 15 años, edad en la que están a punto de acabar la Educación Secundaria Obligatoria y algunos de ellos preparan la transición a la vida activa.

Con la puesta en marcha de las evaluaciones PISA los gobiernos adquieren el compromiso de dar a conocer el funcionamiento de sus respectivos sistemas educativos con la finalidad de, mediante un marco internacional común, conocer los resultados de sus prácticas educativas tras ofrecer información sobre el desempeño alcanzado por alumnos, centros y sistemas educativos. De esta forma, están consideradas como una forma de rendición de cuentas basada en los resultados alcanzados (*benchmarking*) que ofrece posibles principios guías para la promulgación de políticas y reformas educativas (Duru-Bellat, 2013; Morgan, 2013).

Tanto por el elevado número de países participantes, miembros o no de la OCDE, como por la solidez de los marcos teóricos propuestos y el rigor de los análisis efectuados, el proyecto PISA se ha convertido en un instrumento de extraordinaria importancia para comparar los resultados obtenidos en los diferentes países y así orientar sus políticas educativas. Se ofrecen referencias nacionales e internacionales de gran valor sobre el rendimiento de los alumnos, la adquisición de competencias básicas y, en consecuencia, sobre la eficacia de los sistemas educativos y la calidad de sus respuestas desde los planteamientos impulsados por PISA.

Los países participantes en las evaluaciones representan más de dos tercios de la población mundial y casi el 90% del *Producto Internacional Bruto* (PIB). En la primera prueba, en el año 2000, participaron 32 países, 28 de ellos miembros de la OCDE, entre ellos España. En la segunda, en 2003, 41 de los que 30 eran miembros de la OCDE y, dentro de España, se analizaron por separado las competencias de Castilla y León, País Vasco y Cataluña. En la tercera, 57 países de los que 30 eran miembros de la OCDE y, en España, se analizaron las regiones anteriores más Galicia, Asturias, Cantabria, La Rioja, Aragón, Andalucía y Navarra. En 2009 se analizaron 65 países, 33 miembros de la OCDE y 32 estados asociados y, dentro de España, las comunidades evaluadas fueron todas las anteriores más Baleares, Canarias, Madrid, Murcia y las ciudades autónomas de Ceuta y Melilla. Por último, en la evaluación del año 2012 participaron de nuevo 65 países, de los que 34 eran miembros de la OCDE. En España fueron evaluadas todas las regiones anteriores (a excepción de Canarias, Ceuta y Melilla) más Extremadura.

Figura 1.2. Número de países y Comunidades y Ciudades Autónomas españolas participantes en las evaluaciones PISA

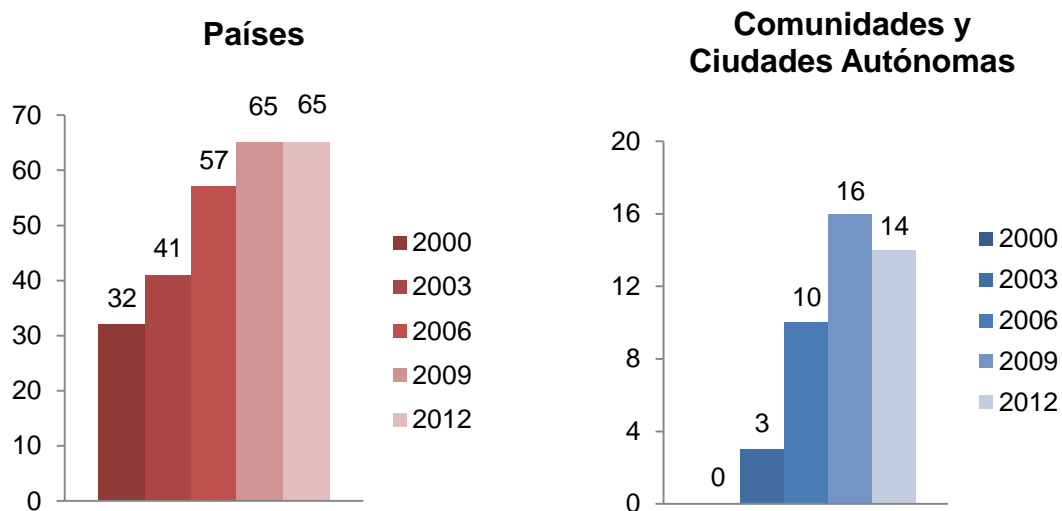


Tabla 1.1. Población y muestra participante en PISA 2012

	N	n
España	373.691	25.313
OCDE	13.142.800	295.416

Siguiendo a la OCDE (2005), los elementos principales que justifican la existencia de las evaluaciones PISA son su orientación hacia la génesis de políticas educativas cada vez más ajustadas, su concepto novedoso de competencia encaminado a la resolución e interpretación de situaciones y problemas en una amplia variedad de contextos y de áreas, su importancia para un aprendizaje para la vida que incluye la evaluación de competencias curriculares transversales, y su regularidad que permite la comparación de los progresos alcanzados y el fomento de innovaciones y propuestas de mejora.

Por otro lado, como objetivos fundamentales aparecen los siguientes: extraer de los resultados conclusiones de las que se deriven políticas educativas, centrarse en la valoración de competencias, identificar otros factores vinculados al estudiante como motivaciones, sentimientos y estrategias de aprendizaje y, por último, considerar el rendimiento de los

alumnos en relación a las características socioeconómicas de sus familias y los centros. Por ejemplo, entorno geográfico y titularidad.

Entre sus características básicas se pueden señalar las siguientes:

- Se trata de una evaluación estandarizada desarrollada a nivel internacional de manera conjunta por los países participantes y aplicada a alumnos de 15 años escolarizados en centros educativos.
- El año anterior a cada edición, se realiza un estudio piloto en todos los países participantes para, a partir de los resultados obtenidos, establecer la selección de unidades y preguntas en formato impreso y soporte electrónico.
- La evaluación tiene lugar cada tres años de acuerdo con el plan estratégico vigente que se extiende hasta el año 2015. De esta forma, se concibe como un programa permanente que ofrece información no solo puntual sino también longitudinal, a medio y largo plazo.
- Pretende definir cada campo no solo en cuanto al dominio del currículo sino en relación a los conocimientos relevantes y las destrezas necesarias para la vida adulta. La evaluación de las competencias transversales es una parte integral del proyecto.
- Se presta especial atención al dominio de los procedimientos, a la comprensión de los conceptos y a la capacidad para responder a situaciones diferentes dentro de cada campo.
- Se emplean pruebas de lápiz y papel con una duración total de 2 horas por alumno.
- Las pruebas están formadas por una combinación de preguntas de elección múltiple y otras que requieren la construcción de la respuesta por parte del alumno.
- La evaluación incluye un total de 7 horas de preguntas distribuidas en diversos grupos respondiendo los alumnos a diferentes combinaciones de las mismas.
- Además, los alumnos contestan a un cuestionario sobre su entorno que se tarda en responder de 20 a 30 minutos, aportando también

información sobre ellos mismos. Los directores de los centros educativos reciben otro cuestionario de 30 minutos de duración con preguntas sobre sus centros.

- Con los resultados se pretende obtener un perfil básico de los conocimientos y destrezas de los alumnos al término del período de escolarización obligatoria, observar los indicadores contextuales que relacionan los resultados con las características de los alumnos y los centros educativos, analizar las tendencias que muestran los cambios en los resultados a lo largo del tiempo y ofrecer una base para el análisis político y la investigación.

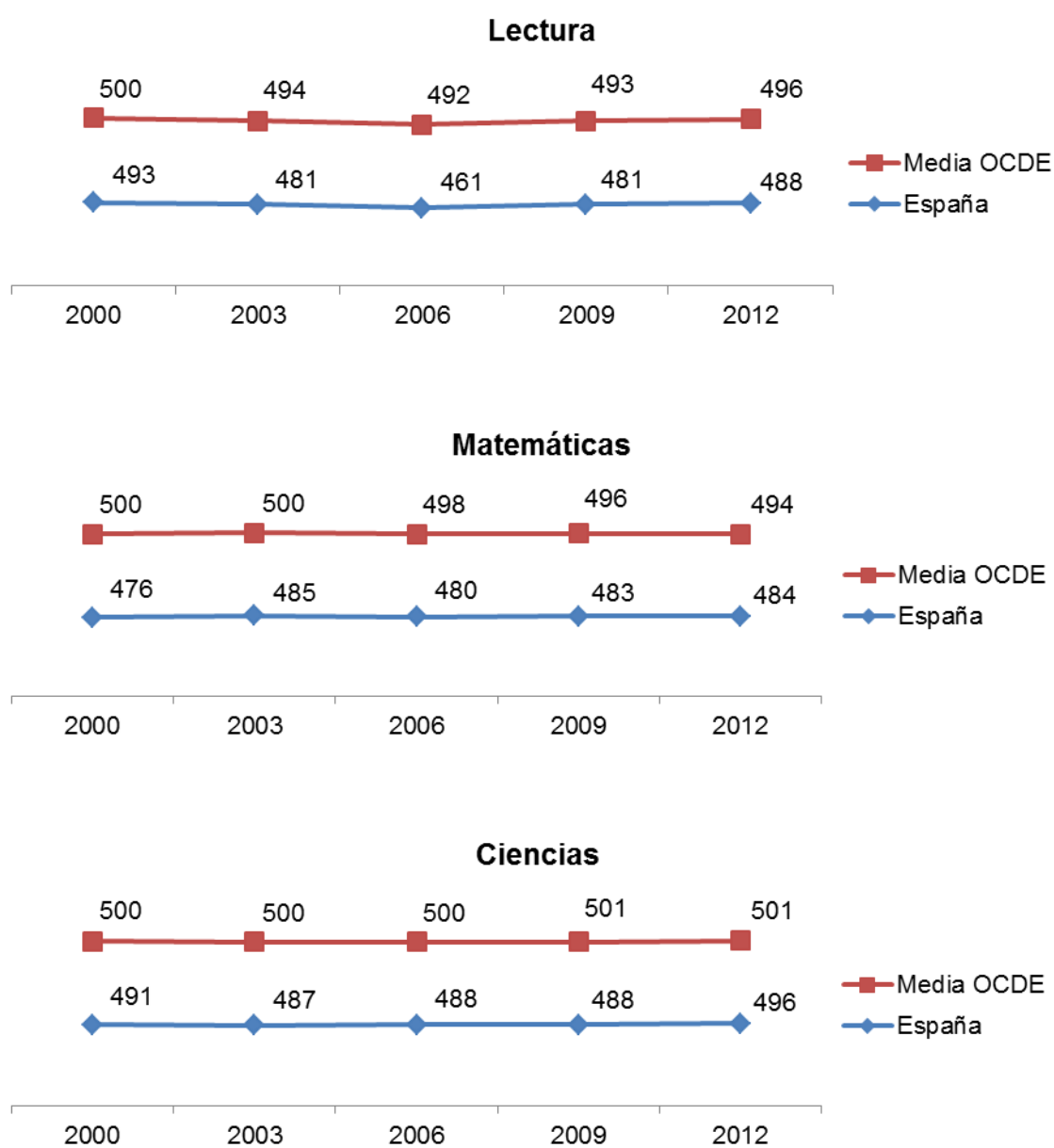
Las áreas evaluadas son lengua, matemáticas y ciencias. PISA 2000 tuvo como área principal la evaluación de la lectura, PISA 2003 las matemáticas y PISA 2006 las ciencias. En la evaluación de 2009 se puso de nuevo el énfasis en la lectura introduciendo la novedad de seleccionar una submuestra de alumnos para que hicieran la prueba de lectura electrónica denominada *Electronic Reading Assessment* (ERA). En PISA 2012 se ha evaluado de nuevo la competencia matemática y se han incluido pruebas digitales de matemáticas y resolución de problemas. Además, en esta edición se ha evaluado la competencia financiera a nivel internacional cuyos resultados serán publicados en junio de 2014. En la competencia científica todavía no se ha cerrado un ciclo completo, siendo en 2006 la primera vez que se tomó como área principal de estudio y cerrará el ciclo PISA en 2015.

La preparación o formación en las tres áreas se mide como un valor continuo y no cerrado ni dicotómico, es decir, no es algo que se tenga o que no se tenga. Se define en términos de la capacidad de un alumno para llevar a cabo una diversidad de tareas en un contexto determinado de la vida cotidiana apoyadas en una amplia comprensión de conceptos clave. De esta forma se mide la preparación o la formación de un modo distinto a como se mide el rendimiento en las escuelas.

2.4.1. Evaluaciones PISA en España

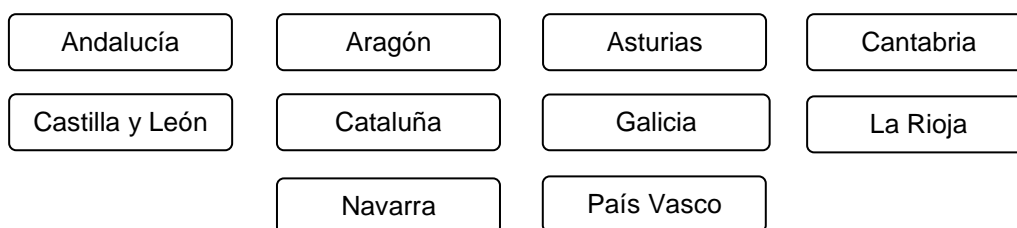
Tras el acercamiento al marco teórico de PISA, se esbozan a continuación los resultados alcanzados por nuestro país y por cada Comunidad Autónoma. En primer lugar, se señalan los resultados de España en cada una de las cinco evaluaciones PISA realizadas y para cada una de las áreas evaluadas:

Figura 1.3. Resultados de España en PISA en comparación con el promedio de la OCDE



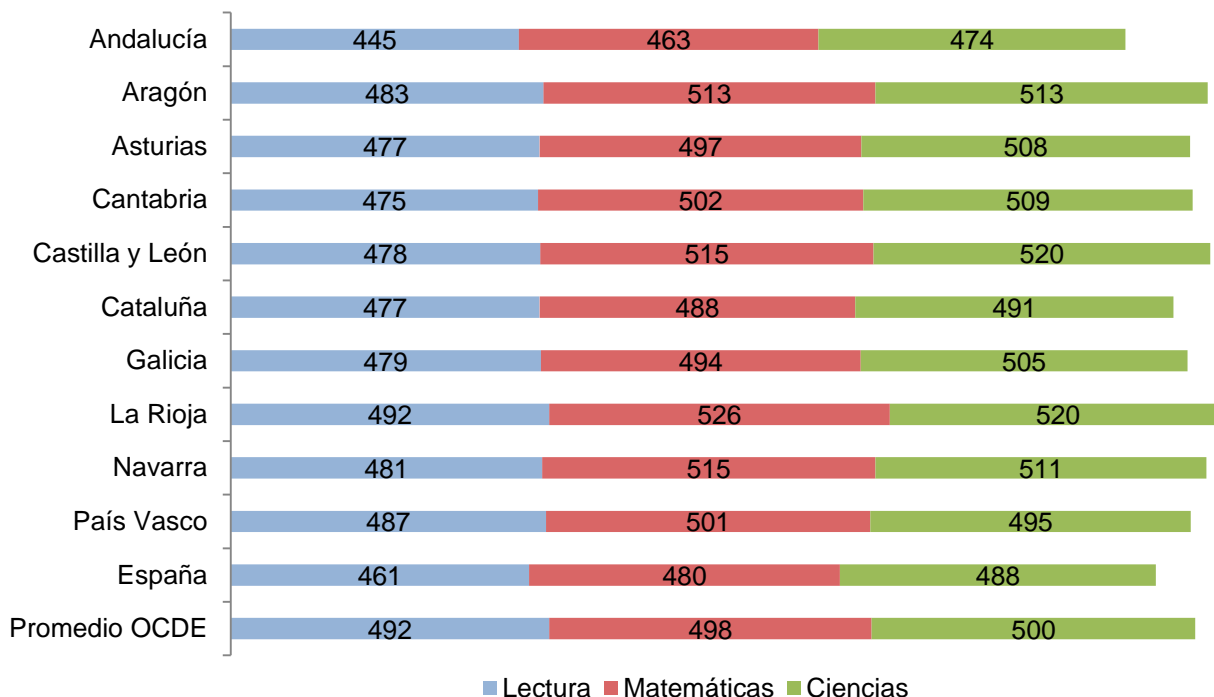
Por otro lado, resulta interesante señalar cómo ha sido la participación de las Comunidades Autónomas en las ediciones de 2006, 2009 y 2012 por ser las tres evaluaciones que han contado con una mayor participación (en la edición del 2000 no participo ninguna y en la del 2003 tan solo Castilla y León, País Vasco y Cataluña). En PISA 2006, las regiones participantes fueron las siguientes:

Figura 1.4. Comunidades Autónomas participantes en PISA 2006



Los resultados alcanzados por cada región según cada área evaluada fueron:

Figura 1.5. Resultados para cada región en PISA 2006



Si se observan los resultados aparecen grandes discrepancias entre Comunidades Autónomas. Algunas aparecen por encima del promedio de la OCDE, por ejemplo La Rioja, y otras por debajo, caso de Andalucía y Cataluña. Los resultados de cada región son más o menos homogéneos para cada una de las áreas evaluadas.

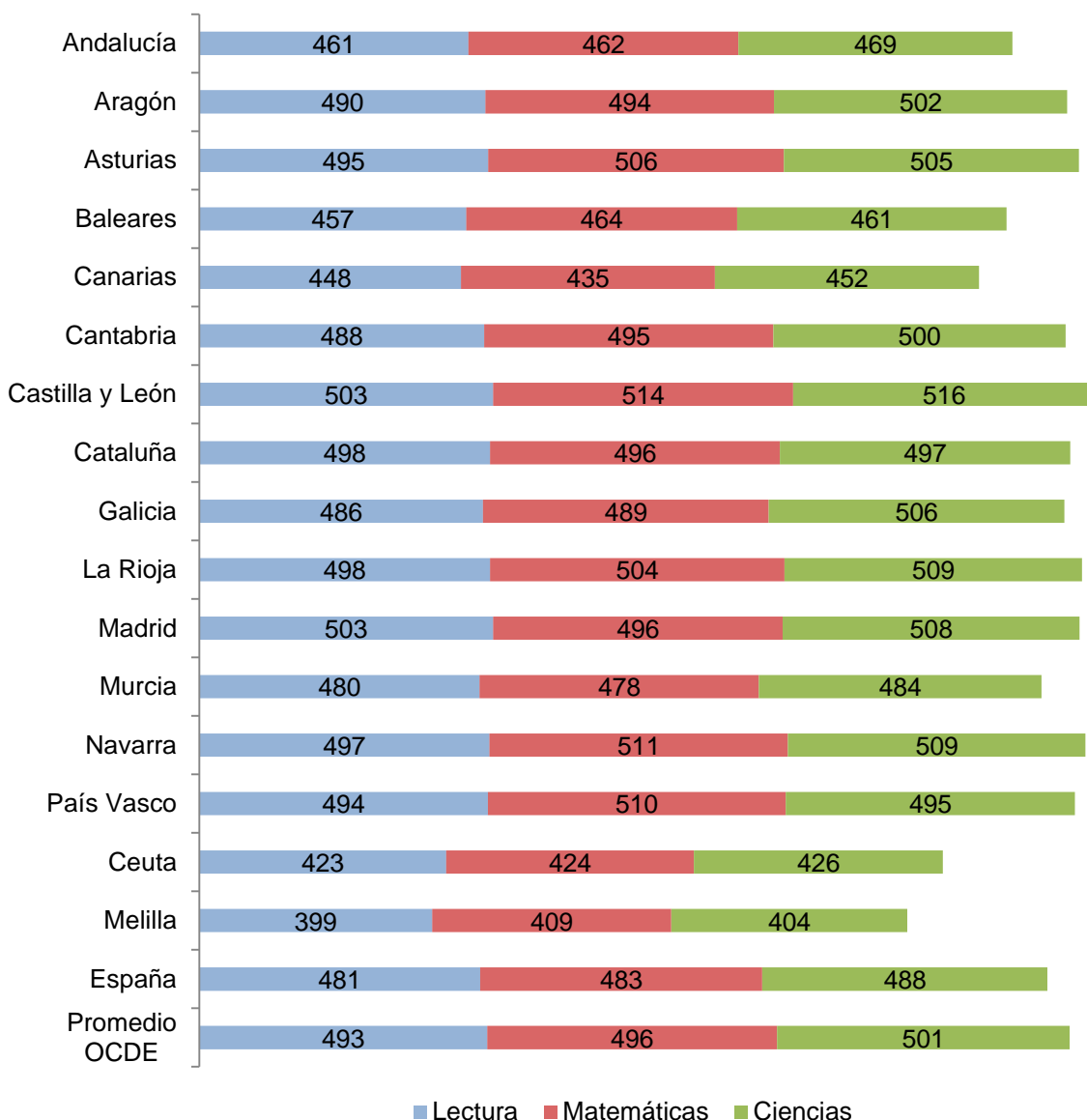
En la edición de 2009 las Comunidades y Ciudades Autónomas participantes fueron:

Figura 1.6. *Comunidades y Ciudades Autónomas participantes en PISA 2009*

Andalucía	Aragón	Asturias	Baleares
Canarias	Cantabria	Castilla y León	Cataluña
Galicia	La Rioja	Madrid	Murcia
Navarra	País Vasco	Ceuta	Melilla

Para cada una de las áreas evaluadas, los resultados fueron:

Figura 1.7. Resultados para cada región en PISA 2009



Los resultados de PISA 2009 vuelven a mostrar que aparecen diferencias de nuevo entre Comunidades Autónomas ya que hay unas con puntuaciones superiores al promedio de la OCDE, caso de Castilla y León y Navarra, y otras con resultados inferiores, por ejemplo Andalucía, Canarias y Baleares. Los resultados de cada región vuelven a ser más o menos homogéneos para cada una de las áreas evaluadas.

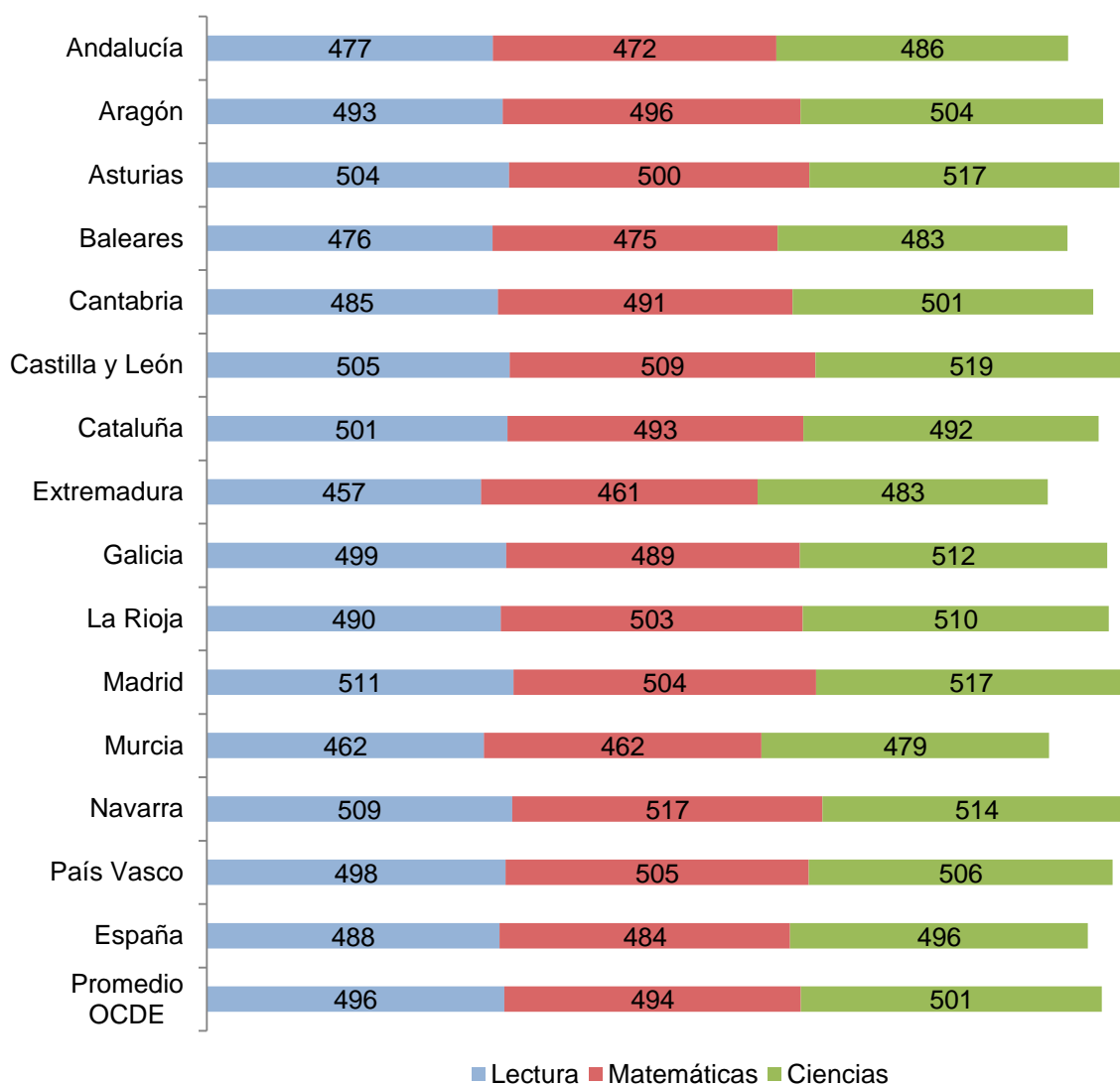
En la edición de 2012, último período de evaluación del que se tienen datos, las Comunidades Autónomas participantes han sido:

Figura 1.8. Comunidades Autónomas participantes en PISA 2012



Para cada una de las áreas evaluadas los resultados han sido los siguientes:

Figura 1.9. Resultados para cada región en PISA 2012



Estos resultados vuelven a mostrar las amplias diferencias entre Comunidades Autónomas al aparecer algunas con puntuaciones por encima del promedio de la OCDE, por ejemplo Castilla y León, Madrid y Navarra, y otras por debajo como es el caso de Andalucía, Extremadura y Murcia. Además se observa una diferencia norte-sur bastante llamativa atribuible a diferencias socioeconómicas y mucho más significativa que en cualquier otro país de la OCDE (INEE, 2013c).

En líneas generales si se analizan los resultados para la competencia matemática por ser el constructo a medir en esta tesis, se observa que España obtiene siempre resultados por debajo de la media en cada uno de los períodos evaluados y solo en el caso excepcional de alguna Comunidad Autónoma, los resultados no son tan alarmantes, caso de La Rioja en PISA 2006, Castilla y León en 2009 y Navarra en 2012.

Por último indicar que el próximo informe de resultados de PISA se publicará en 2016 y hará referencia a las conclusiones alcanzadas de la evaluación realizada en 2015. En esta edición se evaluará la competencia matemática de nuevo y la científica tendrá un lugar privilegiado al ser el principal objetivo de la evaluación.

2.5. Evaluaciones Generales de Diagnóstico en España

El Ministerio de Educación, Cultura y Deporte incluye las competencias básicas en el currículo escolar definiéndolas como aquellas que un alumno debería haber desarrollado al finalizar la enseñanza obligatoria para lograr su realización personal, su integración social y laboral, su participación efectiva como ciudadano y su progreso permanente en el aprendizaje. La evaluación de estas competencias a nivel regional y nacional conforman la génesis de las evaluaciones de diagnóstico.

El marco normativo que desarrolla la *Ley Orgánica de Educación* (LOE, 2006) para las distintas etapas educativas define las competencias básicas

como un conjunto de conocimientos, destrezas y actitudes que son necesarias para la realización y desarrollo personal, escolar y social. En la actualidad los currículos establecidos por las administraciones educativas y su concreción en los proyectos educativos de los centros se encaminan a facilitar su desarrollo. En los preámbulos de los *Reales Decretos* (RD) de enseñanzas mínimas publicados en 2007 para las distintas etapas educativas, se incorporan por primera vez a dichas enseñanzas, permitiendo identificar aquellos aprendizajes que se consideran imprescindibles desde un planteamiento integrador, orientado a la aplicación de los saberes adquiridos y considerados como referentes para la evaluación.

A pesar de que se toma como referente teórico el *Proyecto DeSeCo*, en la práctica sirve de guía el documento de la UE *Educación y Formación 2010. Competencias Clave*, destacando el carácter de recomendación para los países miembros. En nuestro país, para definir las competencias básicas del currículo español, se ha partido de esta propuesta de la UE adaptándola a las circunstancias específicas de nuestro sistema educativo. El resultado de esta adaptación son ocho competencias básicas que configuran el marco educativo legal español.

Cuadro 1.5. *Relación entre las competencias de la UE y las planteadas por el Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (MECD)*

UE	MECD
	<i>Marco legal</i>
Recomendación del Parlamento Europeo y del Consejo, de 18 de diciembre de 2006, sobre las competencias clave para el aprendizaje permanente (DOUE, 30 de diciembre de 2006).	RD 1630/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas del segundo ciclo de Educación Infantil (BOE, 4 de enero de 2007). RD 1513/2006 por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Primaria (BOE, 8 de diciembre de 2007). RD 1631/2006 por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria (BOE, 5 de enero de 2007). RD 1467/2007, de 2 de noviembre, por el que se establece la estructura del Bachillerato y se fijan sus enseñanzas mínimas (BOE, 6 de noviembre de 2007).
<i>Competencias Clave</i>	<i>Competencias Básicas</i>
Comunicación en la lengua materna Comunicación en lenguas extranjeras	Competencia en comunicación lingüística
Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología	Competencia matemática Competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico
Competencia digital	Tratamiento de la información y competencia digital
Aprender a aprender	Competencia para aprender a aprender
Competencias sociales y cívicas	Competencia social y ciudadana
Sentido de la iniciativa y espíritu de empresa	Autonomía e iniciativa personal
Conciencia y expresión culturales	Competencia cultural y artística

Para su evaluación, la LOE establece las evaluaciones de diagnóstico. Los referentes normativos de este marco de evaluación son:

- Los artículos 21, 29 y 144 de la LOE.
- El artículo 7 del *Real Decreto 806/2006*, de 30 de junio, por el que se fija el calendario de implantación de la nueva ordenación del sistema educativo, estableciendo la obligatoriedad de esta evaluación a partir del curso 2008/2009.
- Los artículos 15 y 16, en cada caso, de los *Reales Decretos 1513/2006* y *1631/2006*, de 8 de diciembre y 5 de enero respectivamente, por los que

se regulan las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Primaria y a la Educación Secundaria Obligatoria.

Este marco legal parte del marco conceptual de la Comisión Europea, las aportaciones teóricas entresacadas del proyecto DeSeCo y los trabajos prácticos de estudios internacionales de evaluación de competencias (caso del programa PISA de la OCDE y el *Estudio Internacional sobre Educación Cívica y Ciudadana* -ICCS- de la International Association for the Evaluation of Educational Achievement -IEA-). A modo de ejemplo, la relación entre las evaluaciones de diagnóstico españolas y PISA es la siguiente:

- Ambas evalúan las competencias que debería de lograr el alumnado en un determinado momento de su escolaridad. La primera va encaminada a los alumnos de 4º de Educación Primaria y de 2º de Educación Secundaria Obligatoria sea cual sea su edad, mientras que la segunda se dirige a los escolares de 15 años independientemente del curso en el que estén matriculados.
- Las pruebas PISA se celebran cada tres cursos y evalúan tres competencias: lectora, matemática y científica. Las evaluaciones de diagnóstico se celebran de manera anual y se centran en la evaluación de las ocho competencias básicas establecidas en la LOE. Los resultados de ambos tipos de pruebas no tienen efectos académicos para los alumnos.

La LOE establece dos procesos complementarios de evaluación de diagnóstico. Por un lado aparece la *Evaluación General de Diagnóstico* de carácter muestral (artículo 144.1.), realizada por el Instituto Nacional de Evaluación Educativa en colaboración con las distintas administraciones educativas y que permite la obtención de datos significativos sobre el rendimiento académico del alumnado de cada región y del conjunto del Estado. Esta evaluación ofrece información sobre el grado de adquisición de las competencias básicas por parte del alumnado y la medida en que la escuela los prepara para la vida y para ejercer sus derechos y responsabilidades como

ciudadanos de una sociedad democrática centrada en el conocimiento. Se busca incidir en la mejora de la calidad y la equidad de la educación, orientar las políticas educativas y aumentar la transparencia y eficacia del sistema educativo.

Por otra parte están las *Evaluaciones de Diagnóstico Censales* (artículo 144.2.) en las que participan todos los alumnos y todos los centros y donde la responsabilidad de su desarrollo es del propio profesorado y la Administración Educativa de cada región. Estas evaluaciones parten de las competencias definidas en el currículo para 4º de Educación Primaria y 2º de Educación Secundaria Obligatoria.

La Evaluación General de Diagnóstico (EGD) se inició en 2007 con la elaboración del marco de la evaluación que definía las características de la evaluación y contó con la estrecha colaboración de todas las administraciones educativas y de un destacado grupo de expertos de nivel nacional e internacional (INEE, 2009). En 2008 se realizó una prueba piloto en 4º de Educación Primaria y 2º de Educación Secundaria Obligatoria, respectivamente. En abril y mayo de 2009 se realizó la primera *Evaluación General de Diagnóstico* en Educación Primaria.

En el desarrollo de estos procesos de evaluación se han tenido en cuenta tanto los *contextos* como las *situaciones* en los que el escolar puede demostrar y utilizar la competencia aprendida, los *procesos* que pone en funcionamiento para aplicar lo aprendido a situaciones reales y los *conocimientos, destrezas y actitudes* que ha adquirido y asimilado de acuerdo con las enseñanzas mínimas establecidas en los currículos de las diferentes etapas educativas (INEE, 2009).

Además, estas pruebas de evaluación están formadas por ejercicios de lápiz y papel y audiciones de audio para la evaluación de la comprensión oral de la competencia lingüística. La formulación de las preguntas se ajusta a diferentes formatos: preguntas de respuesta cerrada y alternativa múltiple (50%

como mínimo), preguntas que exigen el desarrollo de procedimientos y la obtención de resultados y preguntas abiertas que admiten respuestas diversas. Para responder a las mismas se dispone de 50 minutos por competencia.

Para el análisis de las respuestas se utiliza la *Teoría de la Respuesta al Ítem* (TRI) que permite conocer el parámetro de dificultad y el índice de discriminación de cada ítem. Este análisis permite conocer también el ajuste de los ítems a través del método de mínimos cuadrados. Después, por medio de los resultados, se elabora una escala de rendimiento para cada una de las competencias evaluadas, asociando a cada pregunta una puntuación en una escala de acuerdo a su dificultad. La media definida es de 500 puntos y la desviación típica de 100, por lo que dos terceras partes de los alumnos participantes en el estudio obtendrían una puntuación entre 400 y 600 puntos.

Para favorecer la participación de toda la comunidad educativa, tanto el alumnado como las familias, el profesorado y los equipos directivos responden a un cuestionario sobre contextos, recursos y procesos.

Los resultados obtenidos se enmarcan dentro del *Promedio España* (índice promedio de los resultados medios). Esta forma de presentación de los resultados es la que emplean en sus estudios los organismos internacionales como la OCDE (PISA), la IEA (*Estudio Internacional de Progreso en Comprensión Lectora -PIRLS- / Estudio Internacional de Tendencias en Matemáticas y Ciencias -TIMSS-*) o la UNESCO (*Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo -SERCE-*) cuando realizan sus evaluaciones normativas. Esta forma de proceder incluye información sobre:

- *Resultados globales y medidas de dispersión.* Los primeros informan del comportamiento general en cada competencia y región y las segundas permiten una aproximación a la valoración de la equidad que dichos resultados reflejan.
- *Niveles de rendimiento.* Ofrecen tanto el porcentaje de alumnos que se encuentran en cada uno de los niveles definidos para cada competencia

como la descripción de lo que conocen y saben hacer los que se encuentran en cada nivel.

- *Rendimientos en las distintas dimensiones de cada una de las competencias.* Ofrecen una información valiosa sobre las enseñanzas impartidas y sobre la propia prueba ya que permite valorar las fortalezas y debilidades en los distintos ámbitos medidos facilitando el desarrollo de propuestas de mejora. Los resultados permiten valorar las diferencias entre el promedio de cada competencia y el obtenido para cada dimensión, calculándose para el conjunto de España y para cada una de las Comunidades Autónomas.
- *Resultados en relación con los contextos que los condicionan y los explican.* Hace referencia al estatus social, económico y cultural de las familias, siendo una de las medidas más valiosas de la equidad del sistema educativo. Esto permite determinar los componentes que tienen una mayor relación con los resultados y, en consecuencia, un mayor poder explicativo de los mismos.
- *Resultados en relación con otros factores* que el análisis evidencie y que tienen una relación significativa como es el caso del sexo, las condiciones de aprendizaje, la inmigración, los procesos instructivos, etc.

En lo que respecta a las Comunidades Autónomas se pueden destacar notas características de las evaluaciones de diagnóstico. A modo de ejemplo, se mencionan las siguientes:

- *Andalucía* es una de las pioneras en la realización de pruebas externas al alumnado de manera censal, realizándose por primera vez de forma voluntaria en el curso académico 2006/2007. En nuestro país es la prueba de evaluación que implica a mayor número de alumnos y de centros, con una media de alumnos participantes cada curso cercana a los 180.000 y unos 4.100 centros.
- *Canarias* elaboró un documento titulado *La Evaluación Educativa Institucional: Plan de Evaluación Diagnóstica de Canarias*, siguiendo las

directrices de la Dirección del Instituto Canario de Evaluación y Calidad Educativa. Este programa toma como referencia la experiencia acumulada por este organismo en evaluación educativa, la metaevaluación del *Plan de Evaluación de Centros Docentes de Canarias* (PECCAN) y el *Marco de la Evaluación General de Diagnóstico*. Dentro de las novedades de este documento con respecto a otras Comunidades Autónomas es la evaluación de forma específica de la lengua extranjera dentro de la competencia lingüística y la aplicación de pruebas de diagnóstico en 6º de Educación Primaria.

- *Cantabria* inicia sus procesos de evaluación de diagnóstico partiendo de tres premisas básicas: hacer sostenible en el tiempo la evaluación de diagnóstico, establecer un programa de evaluación que contemple la rotación entre competencias y utilizar las *Tecnologías de la Información y la Comunicación* (TIC) como herramienta natural para aplicar la evaluación. Además, en el desarrollo de la evaluación se toman como base dos competencias que se evalúan todos los años: competencia en comunicación lingüística en lengua castellana e inglés y competencia matemática, y en todos los cursos se incluye una nueva competencia que rota en un período de 5 años.
- *Cataluña* muestra un claro precedente en las evaluaciones de diagnóstico ya que en el año 2001 inició la evaluación de competencias básicas en los alumnos de 4º de Educación Primaria, y en el 2002 las de 2º de la ESO. Ambas evaluaciones desarrollaron un ciclo de aplicaciones anuales hasta el año 2007. La administración de estas pruebas desde hace varios años ha permitido a esta región contar con datos objetivos de resultados para ambas etapas educativas, facilitando establecer elementos de comparación de los resultados de cada centro con los de una muestra representativa de la región, ayudando al establecimiento por parte de los centros de planes de evaluación interna y posibilitando la mejora de la calidad educativa, entre otros.

A nivel estatal, la *Evaluación General de Diagnóstico* ofrece un adecuado marco de referencia a las evaluaciones censales de todo el

alumnado y, en consecuencia, permite la valoración de los resultados respectivos en el contexto español. Además, la forma de desarrollarla facilita poner los resultados nacionales en comparación con los estudios internacionales. Esta posibilidad enriquece el análisis de los resultados y favorece un conocimiento más preciso de la realidad educativa como paso previo e imprescindible para elaborar y aplicar las políticas de mejora adecuadas.

Los resultados alcanzados por cada centro escolar podrán constituir el punto de partida para la extracción de información pertinente y relevante para, a partir de ella, decidir qué y cómo enseñar apoyándonos en cómo ha funcionado el centro hasta ese momento. No se trata de recoger información al azar sino obtenida a partir de indicadores y criterios justificados que sirvan de guía para la toma de decisiones. De esta manera, una vez concluida la evaluación, se distribuyen en función de las audiencias a las que van dirigidos realizándose los siguientes tipos de informes:

- a) *Informe individual del alumnado dirigido a las familias* que incluye la descripción del nivel alcanzado en cada una de las competencias básicas.
- b) *Informe individual del alumnado para el profesorado* con la descripción del resultado en cada uno de los indicadores evaluados y la comparativa con el resto del grupo.
- c) *Informe del centro docente* que incluye la relación de alumnos por grupos con los niveles alcanzados en cada competencia y para cada uno de los indicadores, incluyendo las medias globales obtenidas, la comparativa con otros centros, el desarrollo alcanzado en relación a los objetivos generales de etapa, los procesos y las líneas de crecimiento y mejora, entre otros.
- d) *Informe de la Administración Educativa* en el que se hace un análisis por etapas junto a los materiales utilizados, los procedimientos, los resultados globales para cada competencia, las variables del contexto y las conclusiones.

La primera evaluación realizada en 2009 se centraba en la valoración de la adquisición de la competencia *Lingüística, Matemática, Interacción con el mundo físico y Social y ciudadana*. Para ello se seleccionó una muestra representativa del alumnado de 4º de Educación Primaria del conjunto del país y de cada Comunidad Autónoma, incluyendo a Ceuta y a Melilla. El tamaño muestral se estableció en 50 centros por región, número suficiente para garantizar una confianza superior al 95%. La participación total fue de 28.708 alumnos, 887 centros educativos, 1.341 profesores, 25.741 familias y 874 equipos directivos. En 2010 esta evaluación se puso en marcha para 2º de ESO.

Como resultados más destacados de estos procesos de evaluación, está la homogeneidad del sistema educativo en todo el país con escasas diferencias entre Comunidades Autónomas aunque, a pesar de ello, se debería de analizar qué aspectos tienen que mejorar unas y otras. Otro aspecto observado es la ineficacia de las repeticiones de curso que se conforman como una solución insatisfactoria ya que en la mayoría de los casos el rendimiento continúa siendo inferior con respecto a sus compañeros (INEE, 2010a).

Además, existen resultados a nivel general que dejan entrever algunas debilidades importantes de nuestro sistema educativo (INEE, 2010a): necesidad de flexibilizar el sistema, atender de manera más individualizada a los alumnos de acuerdo con sus necesidades e intereses, valorar la importancia de las áreas instrumentales, incidir sobre el abandono escolar de los alumnos con una motivación menor, establecer evaluaciones de resultados al final de las distintas etapas educativas, reforzar la autonomía de los centros educativos y combatir el fracaso escolar existente en las aulas. El análisis de estos resultados permitirá la generalización de líneas de actuación y mejora consensuadas por todos los integrantes de la Comunidad Educativa y tenidas en cuenta en las políticas de las Administraciones Local, Regional y Nacional.

Por último mencionar que en la nueva *Ley Orgánica de Mejora de la Calidad de la Educación* (LOMCE, 2013), que entrará en vigor en el curso

académico 2014/2015, aparecen reguladas pruebas externas de evaluación dirigidas al alumnado de 3º de Educación Primaria y a los que finalizan etapa educativa, ya sea Educación Primaria, Secundaria o Bachillerato. Las dos primeras tendrán un carácter orientativo mientras que la superación de las otras dos será un requisito indispensable para el cambio de una etapa educativa a la siguiente. La evaluación de 3º de Educación Primaria se centrará en el grado de adquisición de las competencias en comunicación lingüística y matemática. La de 6º en las dos anteriores junto a las competencias básicas en ciencia y tecnología, incluyendo el logro de los objetivos de la etapa. La evaluación de 4º de ESO y la de 2º de Bachillerato se estructurará en función de las *asignaturas troncales y específicas* cursadas por el alumno y servirá para comprobar el logro de los objetivos de la etapa y el grado de adquisición de las competencias correspondientes.

3. Aspectos definitorios del término competencia en educación

El término “competencia” comenzó a utilizarse en los inicios de los años 70 del pasado siglo como resultado de las investigaciones de McClelland (1973) sobre la identificación de los aspectos necesarios para ser eficiente en el ámbito laboral. En la década de los 80 en Inglaterra se valoró la aplicación del enfoque centrado en la competencia como una herramienta útil para mejorar las condiciones de calidad y eficacia de la formación de los individuos, observándose la inadecuación entre la formación académica y la exigida en el mundo laboral. En consecuencia era necesario plantear un sistema de formación centrado en el desempeño eficaz de un trabajo y no solo en la adquisición de conceptos teóricos.

A partir de la década de los 90, la UE, la OCDE y otros organismos internacionales han venido desarrollando proyectos y estudios sobre el aprendizaje centrado en competencias. En la actualidad el debate sobre las competencias básicas y su desarrollo en las aulas centra el diálogo de los agentes sociales con protagonismo en la educación. Coll (2006, pp. 4-5) afirma que:

“En el nuevo escenario social, económico, político y cultural que están contribuyendo a dibujar los movimientos migratorios, los procesos de globalización, las tecnologías digitales de la información y la comunicación, la economía basada en el conocimiento, etc., parece cada vez más evidente la necesidad de incorporar nuevos contenidos al currículo de la educación básica. La convicción de que algunas competencias y contenidos de aprendizaje esenciales para el ejercicio de la ciudadanía en este nuevo escenario se encuentran escasamente representadas en el currículo escolar está ampliamente extendida y se encuentra en la base de una demanda generalizada para subsanar con urgencia esta carencia”.

Como consecuencia de los nuevos desafíos existentes en la nueva sociedad del conocimiento y la estabilidad de las políticas neoliberales y mercantilistas, hace imprescindible la reforma de los sistemas educativos de los países de tal forma que les permita dar una respuesta eficaz a las cambiantes necesidades existentes. Así, se empiezan a observar nuevas reformulaciones de los currículos alrededor del concepto de competencia como eje vertebrador de todos los elementos constitutivos de la dinámica escolar. Debido a ello, se deberán de fomentar diferentes planteamientos encaminados a la reflexión conjunta hacia ciertos dilemas educativos pero siempre desde concepciones realistas de la situación educativa actual. Coll y Martín (2006, p. 12) manifiestan que:

“El riesgo principal del concepto de competencia reside en que la novedad del constructo, asumido en ocasiones con excesivo entusiasmo por gobiernos y agencias y organismos internacionales, haya hecho pensar que permitía resolver de un plumazo, o al menos soslayar sin grandes perjuicios ni pérdidas, una serie de cuestiones y temas curriculares de gran complejidad. Lo cierto, sin embargo, es que estas cuestiones, especialmente las relacionadas con las decisiones sobre los aprendizajes básicos en la educación escolar, no desaparecen mágicamente por dejar de hablar de capacidades y pasar a expresarnos en términos de competencias”.

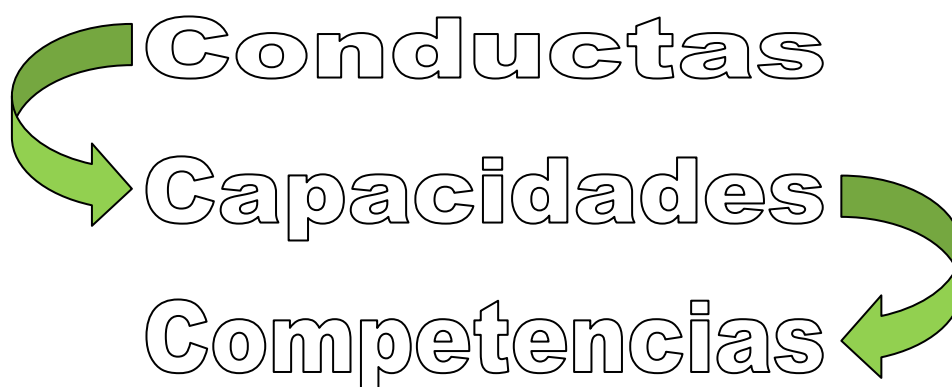
Las competencias, tanto desde el punto de vista teórico como práctico, nacen de las necesidades educativas y sociales existentes y tienen mucho que ver con los recursos que las personas precisan para afrontar las distintas situaciones de la vida cotidiana de la manera más eficaz posible. Éstas no pueden desligarse de los contextos de actividad y práctica en los que se aprenden y se utilizan, lo que deriva en importantes cambios en los distintos elementos del currículo.

El abordaje de las competencias básicas exige el descubrimiento sobre cuál es su funcionalidad, de dónde surge este nuevo modelo de enfocar los procesos de enseñanza y aprendizaje, a qué cambios sociales, culturales y educativos responden, cómo pueden transformar los sistemas educativos, en qué pueden afectar a la preparación para el acceso al mundo laboral, etc. Dar respuesta a estos y otros interrogantes permitirá “reinventar” la escuela y adaptarla a los nuevos tiempos.

3.1. Conceptualización

El concepto de competencia nació en el contexto del mundo laboral desde donde se generalizó a otros campos como el educativo. En este sentido, habrá que diferenciar las competencias profesionales que sirven para determinar los objetivos que han de guiar la formación universitaria de las básicas o claves que abarcan aquello que cabe esperar de la escolarización obligatoria.

Por otra parte también resulta necesario diferenciar el concepto de capacidad del de competencia. El proceso de cambio del primer término por el segundo no supone un cambio radical, sino una evolución caracterizada por la búsqueda de la funcionalidad y la relevancia de los aprendizajes escolares.

Figura 1.10. *Evolución terminológica del concepto de competencia*

Los términos de capacidad (potencialidad) y competencia (dominio) se utilizan en muchas ocasiones como sinónimos insertos en los procesos educativos. Los objetivos vienen formulados en términos de capacidades y las competencias son el resultado de comprobar el nivel de consecución alcanzado en el uso de la capacidad en un momento concreto (evaluación).

En esta relación entre competencia y capacidad, Coll y Martín (2006) plantean que, al igual que sucedía con la evaluación de las capacidades, no es fácil el tránsito de la definición de unas competencias generales y abstractas hasta el planteamiento de unas tareas específicas de evaluación que permitan la observación y el análisis del nivel de rendimiento del alumno para las capacidades implicadas. Además, inciden en el papel referente de las competencias en educación, incluyendo el desarrollo de la evaluación para “comprobar que todos los alumnos y alumnas han adquirido al término de la educación básica el nivel de logro que se haya establecido” (2006, p. 12).

Las competencias incluyen un saber aplicable susceptible de adecuarse a la diversidad de contextos en los que el sujeto se desenvuelve, no considerándose como la simple acumulación de conocimientos. De esta forma, se podría afirmar que tienen un carácter integrador porque abarcan conocimientos, procedimientos y actitudes y, además, se construyen con la interrelación de saberes de diferentes ámbitos educativos donde prima el

conjunto integrado de todos ellos más que cada recurso particular. Goñi (2008) define competencia como la capacidad de un individuo para hacer uso de los recursos de los que dispone de forma integral, eficiente y responsable con la finalidad de hacer frente a distintas situaciones relevantes en cada ámbito de la vida cotidiana. Se trata de poner en práctica, en diferentes contextos y situaciones, los conocimientos (saber teórico), las habilidades (conocimientos prácticos) y las actitudes personales adquiridas (personalidad individual).

El período de escolarización obligatoria es un momento importante para el desarrollo de las competencias básicas al poder acercarlas a la práctica totalidad del alumnado. Esto viene justificado porque a estas edades la educación se concreta casi en la totalidad de los niños, es una oportunidad única para el desarrollo equilibrado de todas y cada una de ellas, favorece la formación de una base que después ayudará en la inserción laboral o la continuidad académica, contribuye con un papel destacado en la formación integral del individuo e incide en el éxito personal y escolar de los alumnos.

Figura 1.11. *Características de las Competencias Básicas*



En el terreno educativo constituyen la base para el aprendizaje que se desarrollará de forma permanente, es decir, aquel que se adquiere en cualquier etapa evolutiva y que facilitará optar por los recursos que cada situación requiere en cada momento. Este modelo se construye sobre los pilares del aprender a hacer, aprender a aprender, aprender a ser y aprender a convivir. Según Monereo (2007) este concepto implica saber, saber hacer, saber pensar y saber coordinar:

Cuadro 1.6. *Conceptualización del término competencia*

Saber	Saber hacer	Saber pensar	Saber coordinar
Concepto	Técnica o procedimiento	Estrategia	Competencia
Hechos, datos, definiciones	Hacer esquemas, usar instrumentos y aplicar métodos	Planificar, autorregular y autoevaluar	Resolver problemas habituales y emergentes

Fuente: Monereo (2007)

Pérez (2007) presta una especial atención al *saber hacer*, donde la motivación, las habilidades y las destrezas cumplen un papel fundamental para promover aprendizajes por competencias. Éstas últimas no deberían confundirse con dichas habilidades y destrezas que, por simples y mecánicas, son incapaces de afrontar el cambio, la incertidumbre y la complejidad de la sociedad actual. Por ello su incorporación al currículo ha implicado un debate alrededor del propio concepto ya que se trata de un concepto polisémico y asociado a determinadas corrientes sociales, económicas y pedagógicas, siendo tema de estudio por parte de organismos internacionales.

La OCDE (2005) establece que las competencias son necesarias para afrontar con éxito los múltiples desafíos globales existentes y considera que una competencia: “es más que conocimientos y destrezas. Involucra la habilidad de enfrentar demandas complejas, apoyándose en y movilizando recursos psicosociales (incluyendo destrezas y actitudes) en un contexto en particular” (2005, p. 3). Además, completa este concepto definiéndolo como la capacidad del alumno para aplicar conocimientos y habilidades y para analizar, razonar y comunicarse con eficacia ante problemas relacionados con distintas situaciones (OCDE, 2005).

Con el objetivo de desarrollar políticas educativas y prácticas escolares que den respuesta a las exigencias de la sociedad, la OCDE hace una apuesta decidida por acercar el aprendizaje escolar a los problemas y exigencias de la vida cotidiana. De esta forma entiende y defiende el conocimiento interdisciplinar escolar no como un fin en sí mismo sino como un instrumento privilegiado al servicio de las competencias fundamentales que requiere la

ciudadanía. Esto permitirá al sujeto entender las características complejas de la sociedad para desarrollar un autoconocimiento que le permita conocerse y gobernarse a sí mismo, relacionarse con los demás en contextos heterogéneos y elaborar los propios proyectos de vida personal, social y profesional.

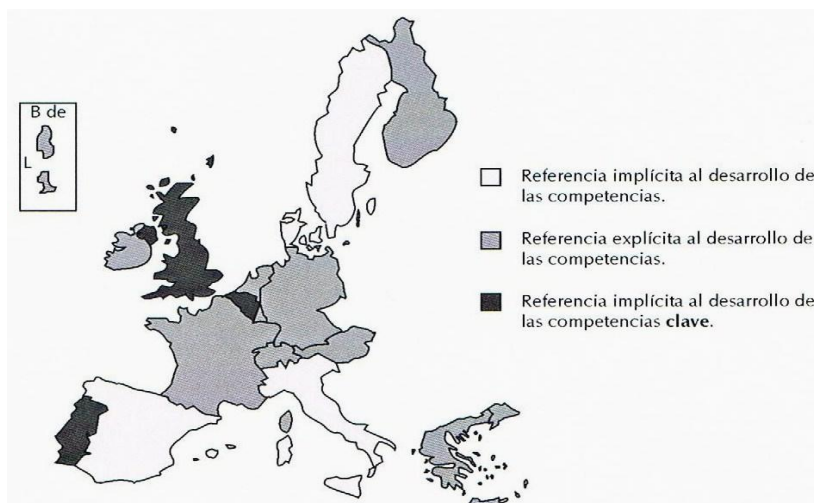
Por otro lado, en el año 1985, la UE trató por primera vez este concepto en su *Libro blanco sobre la educación y la formación*, siendo desde ese momento un tema de debate de la política educativa europea, lo que se ha visto favorecido por actuaciones y directrices continuas como las recogidas en la agenda del Consejo Europeo de Lisboa del año 2000 y en el de Estocolmo de 2001. Tras éste último, la Comisión Europea constituyó un grupo de expertos designados por los estados miembros con la finalidad de concretar cuáles tenían que ser estas competencias básicas. Por el momento, aunque con diferente grado de materialización, forman parte de la política educativa de muchos países europeos, entre los que se encuentra España.

La UE señala que las competencias clave constituyen un “paquete multifuncional y transferible de conocimientos, destrezas y actitudes que todos los individuos necesitan para su realización y desarrollo personal, inclusión y empleo” (2005, p. 7). Además manifiesta que deberán ser adquiridas al final de la escolarización obligatoria y que se conformarán como la base para aprender de manera permanente a lo largo de la vida.

En el año 2002 la Red Eurydice realizó un estudio para ofrecer a los países de la UE información sobre la definición y la identificación de las competencias clave en los Estados Miembros de la UE. La finalidad de esta investigación fue conocer la interpretación que cada país hacía de este concepto, mostrando sus características y la terminología utilizada. Siguiendo este documento y como recomendación a tener en cuenta por los participantes, definió el concepto de *competencia clave* como “un conjunto de conocimientos, destrezas y actitudes esenciales para que todos los individuos puedan tener una vida plena como miembros activos de la sociedad” (2002, p. 31).

Aunque hay países que no utilizan este término o bien usan otro diferente, no significa que la esencia del concepto de *competencia clave* no esté presente, a pesar de que este estudio se centra exclusivamente en los países cuyas competencias identificadas son consideradas como clave. A la hora de analizar los objetivos didácticos de los currículos de los países participantes comprobaron que todos incluían referencias al desarrollo de las competencias tanto explícitas (cuando el currículo especifica la naturaleza de los conocimientos, destrezas y actitudes que hay que enseñar haciendo uso del término *competencia* como tal) como implícitas (cuando el currículo no especifica dicho término).

Figura 1.12. Referencias de los Estados Miembros de la UE al desarrollo de las competencias



Fuente: Eurydice (2002)

Siguiendo con este estudio, en su proceso de integración existen países que han incluido de manera plena el desarrollo de las competencias clave en sus currículos (Bélgica Comunidad Francesa, Portugal, Inglaterra, Gales y Escocia), otros que prestan una especial atención a este concepto y que debaten de forma pública la posible integración de las competencias clave en sus currículos (Bélgica Comunidad Germanoparlante, Bélgica Comunidad Flamenca, Alemania, Luxemburgo, Austria e Irlanda del Norte) y el resto de países que hacen referencia a las competencias en general en vez de a las competencias clave (entre los que se encuentra España, Dinamarca e Italia).

Como se observa, la mayoría de los países de la UE se refieren de manera explícita al desarrollo de las competencias más que al de las competencias clave. Además, dentro de ellas, distinguen entre *generales* (se logran con la ayuda de varias materias) y *específicas* (se desarrollan mejor en el marco de una materia en particular).

3.2. Características

La concreción de los currículos junto a la organización y funcionamiento de los centros, las actividades docentes y las formas de relación y participación que se establezcan, facilitan el desarrollo de las competencias básicas. Siguiendo el *Real Decreto 1513/2006 por el que se establecen las enseñanzas mínimas para la etapa de Educación Primaria* (2006, p. 43058), se afirma que:

“La incorporación de competencias básicas al currículo permite poner el acento en aquellos aprendizajes que se consideran imprescindibles desde un planteamiento integrador y orientado a la aplicación de los saberes adquiridos. De ahí su carácter básico. Son aquellas competencias que debe haber desarrollado un joven o una joven al finalizar la enseñanza obligatoria para poder lograr su realización personal, ejercer la ciudadanía activa, incorporarse a la vida adulta de manera satisfactoria y ser capaz de desarrollar un aprendizaje permanente a lo largo de la vida”.

El aprendizaje basado en competencias consiste en lograr para toda la población, a través de la educación, una serie de estrategias mínimas que le permita un desenvolvimiento adecuado ante el aumento del nivel de exigencia y la necesidad de un mayor nivel de formación, derivando en la obligación de repensar el currículo. Se trata de una nueva mirada sobre las prácticas educativas (complementaria a las formas tradicionales de enseñar y aprender), un ejercicio de actualización profesional de acuerdo a los nuevos retos y desafíos de la sociedad actual y teniendo en cuenta la formación y la experiencia de los docentes y los centros educativos. Según Sarramona (2004), tener adquiridas las competencias no significa tener un nivel básico,

sino más bien contar con una preparación que permita la resolución de problemas específicos de la vida cotidiana.

Por todo ello los rasgos fundamentales del concepto de competencia son la integración de saberes ya que abarca conocimientos, habilidades y actitudes, su propósito movilizador al orientar a la actuación ante situaciones nuevas y su contextualización tras permitir responder a situaciones diferentes adecuándose a las características de cada contexto.

A partir de estos rasgos y tomando en consideración el marco propuesto por la OCDE, se pueden señalar una serie de características que conforman este concepto. Éstas son (OCDE, 2005):

- Tienen un carácter holístico, integrado y contextual.
- Incluyen una dimensión ética.
- Conforman un proceso creativo de transferencia a cada contexto.
- Poseen un carácter reflexivo.
- Se encuadran dentro del desarrollo evolutivo a lo largo de la vida.
- Promueven el desarrollo de capacidades.
- Tienen en cuenta el carácter aplicativo de los aprendizajes.
- Poseen un carácter dinámico.
- Se muestran interdisciplinarias y transversales.
- Se consideran un punto de encuentro entre la calidad y la equidad.
- Tienen carácter universal.

Por estos motivos la adquisición de las competencias dentro del desarrollo académico de los alumnos constituye un objetivo básico de la LOMCE, considerándolas como un elemento más de los que integran el currículo. Así establece que se incluyen dentro de cada enseñanza y etapa educativa “con el fin de lograr la realización adecuada de actividades y la resolución eficaz de problemas complejos” (2013, p. 97868).

En España las competencias básicas constituyen el eje de la configuración del currículo escolar consolidado de forma definitiva en el documento DeSeCo de la OCDE (2005). Para su consideración como básicas tendrán que cumplir cuatro condiciones:

- a) Contribuir a obtener resultados de alto valor personal y social. Es decir, ser beneficiosas y estar al alcance de la totalidad de la población independientemente del sexo y condición social, cultural y familiar.
- b) Poder aplicarse a un amplio abanico de contextos y ámbitos relevantes de la vida, respetando los valores de la sociedad en la que se inscriben.
- c) Permitir a las personas que las adquieren superar con éxito exigencias complejas, facilitando una convivencia pacífica y crítica.
- d) Ser útiles para seguir aprendiendo. No adquirirlas puede llegar a tener repercusiones negativas en el desarrollo personal, social y laboral.

Para su inclusión en las prácticas educativas y en el currículo se han de tener presentes varias finalidades: integrar los diferentes aprendizajes, permitir a todos los alumnos asimilar sus aprendizajes y generalizarlos a distintos tipos de contenidos y en diferentes situaciones y contextos y orientar la enseñanza al permitir identificar los contenidos y los criterios de evaluación que tienen carácter imprescindible.

La consecución de estos fines estarán presentes en cada una de las áreas de aprendizaje, resaltando el modo en que la secuenciación de los objetivos, contenidos y criterios de evaluación contribuyen al desarrollo de cada competencia. Éstas últimas son consideradas un nuevo elemento del currículo que tiene que conexionarse y relacionarse con el resto. Esto exige que sean consideradas como un marco de referencia para la selección de contenidos, lo que implica un gran cambio de mentalidad que facilite el poner las áreas al servicio de las competencias en el desarrollo de las programaciones didácticas. En la LOMCE, se señala que el Ministerio de Educación, Cultura y Deporte promoverá, en cooperación con las Comunidades Autónomas, la definición de

las relaciones entre los diferentes elementos curriculares y, entre ellos, están las competencias.

Sin embargo no existe una relación unívoca entre la enseñanza de determinadas áreas o materias y el desarrollo de las competencias. De esta forma se podría afirmar que cada una de las áreas contribuye a la consecución de diferentes competencias y, a su vez, cada una de ellas se alcanzará como consecuencia del trabajo en varias áreas o materias. La relación principal entre las áreas curriculares de Educación Primaria y las competencias básicas podría quedar definida de la siguiente manera:

Cuadro 1.7. *Relación entre Competencias Básicas y Áreas Curriculares*

Competencias Básicas	Áreas Curriculares
Comunicación Lingüística	Todas las áreas aunque principalmente Lengua Castellana y Extranjera
Matemática	Matemáticas y Conocimiento del Medio Natural, Social y Cultural
Conocimiento e interacción con el mundo físico	Conocimiento del Medio Natural, Social y Cultural y Educación Física
Tratamiento de la información y competencia digital	Todas las áreas
Social y ciudadana	Todas las áreas
Cultural y artística	Educación Artística, Conocimiento del Medio Natural, Social y Cultural y Lengua Castellana
Aprender a aprender	Todas las áreas
Autonomía e iniciativa personal	Todas las áreas

La integración de las competencias en las áreas curriculares acarreará decisiones tales como:

- Definir las competencias concretas que adquirirá cada uno de los alumnos dentro de cada uno de los ámbitos establecidos.
- Favorecer, a través de su enseñanza y aprendizaje, la capacidad de aprender a aprender por parte del alumnado de la manera más autónoma posible.
- Trabajar las mismas competencias por parte de todo el profesorado generando una cultura de colaboración conjunta.

- Integrar en todas las áreas curriculares, contenidos que contribuyan al logro de distintas competencias.
- Optar por metodologías variadas para su adquisición y afianzamiento.
- Evaluar las competencias desde todas las áreas utilizando procedimientos e instrumentos que permitan valorar los logros alcanzados.

Además, para la adquisición de dichas competencias a partir de las áreas curriculares, los alumnos deberán de realizar tareas en todos los contextos en los que se desenvuelven con el objetivo último de favorecer un desarrollo equilibrado. Dichas tareas se definen por la combinación de procesos cognitivos y tipos de contenidos y donde la metodología es de vital importancia.

Una de las metodologías más importantes para el trabajo por competencias es el desarrollo de *proyectos de trabajo intercompetenciales*. Se trata de una manera de plantear el análisis y el conocimiento de la realidad de forma globalizada e interdisciplinar, proponiendo a los alumnos situaciones de trabajo en las que aprendan procedimientos que les ayuden a organizar, comprender y asimilar los contenidos. En ellos los temas programados se trabajan en toda su complejidad, integrando diversas perspectivas, intenciones, finalidades y contenidos, ya que no se configuran solo sobre una única competencia sino que engloban el mayor número posible de ellas.

En definitiva, este trabajo por competencias no es una tarea fácil pero ofrece una oportunidad única para cohesionar el currículo y los distintos elementos organizativos y funcionales. Esta conceptualización se aleja de ser considerada como simplista y exige un cambio profundo en el quehacer educativo habitual que repercuta en la formación integral de todos los alumnos.

4. Tipos de competencias

La UE fija en ocho las competencias *clave* al concluir la enseñanza obligatoria. En nuestro país se extrapolan estas competencias que quedan plasmadas en la LOE, señalando las siguientes:

1. Competencia en comunicación lingüística.
2. Competencia matemática.
3. Competencia en el conocimiento e interacción con el mundo físico.
4. Tratamiento de la información y competencia digital.
5. Competencia social y ciudadana.
6. Competencia cultural y artística.
7. Competencia para aprender a aprender.
8. Competencia en autonomía e iniciativa personal.

En algunas regiones como por ejemplo en Castilla La Mancha, se amplían a nueve tras incluir la *competencia emocional*. Ésta abarca las habilidades para conocer y controlar las emociones, leer los estados de ánimo y sentimientos ajenos, establecer relaciones positivas con los demás y ser una persona feliz que responde de forma adecuada a las exigencias personales, escolares y sociales. En otras comunidades también aparecen novedades tales como:

- *Andalucía*. Cambios en la denominación de algunas de ellas. Por ejemplo: “Matemática” por “Razonamiento matemático”, “Conocimiento e interacción en el mundo físico” por “Conocimiento e interacción en el mundo físico y natural”, “Tratamiento de la información y competencia digital” por “Digital y tratamiento de la información” y “Aprender a aprender” por “Aprender de forma autónoma a lo largo de la vida”.
- *País Vasco*. También cambia la denominación de algunas de ellas. Así, aparece “Conocimiento e interacción con el mundo físico” por “Cultura científica, tecnológica y de la salud” y “Cultural y artística” por “Cultura humanística y artística”.

- *Cataluña*. Aparecen algunos cambios en la denominación y agrupamiento de las mismas, distinguiendo entre:
 1. *Competencias transversales*. Pueden ser: comunicativas (“Comunicativa lingüística y audiovisual” y “Artística y cultural”), metodológicas (“Tratamiento de la información y competencia digital”, “Matemática” y “Aprender a aprender”) y personales (“Autonomía e iniciativa personal”).
 2. *Competencias específicas centradas en convivir y habitar el mundo*. Incluye dos: “Conocimiento e interacción con el mundo físico” y “Social y ciudadana”.

Trujillo (2007) distingue tres tipos de competencias: *básicas* (habilidades para la lectura, escritura, comunicación oral y matemáticas), *genéricas* (encaminadas al desempeño en diferentes sectores o actividades) y *específicas* (destinadas a ocupaciones concretas y no transferibles fácilmente).

López (2008) clasifica las competencias básicas en tres ámbitos: *de la expresión y la comunicación* (“Comunicación lingüística”, “Matemática”, “Cultural y artística” y “Tratamiento de la información y competencia digital”), *de la relación y la interacción* (“Conocimiento y la interacción con el mundo físico” y “Social y ciudadana”) y *del desarrollo personal* (“Aprender a aprender” y “Autonomía e iniciativa personal”).

A continuación se delimita el marco conceptual de cada competencia excepto de la matemática porque el capítulo siguiente está dedicado a ella de manera exclusiva.

4.1. Competencia en comunicación lingüística

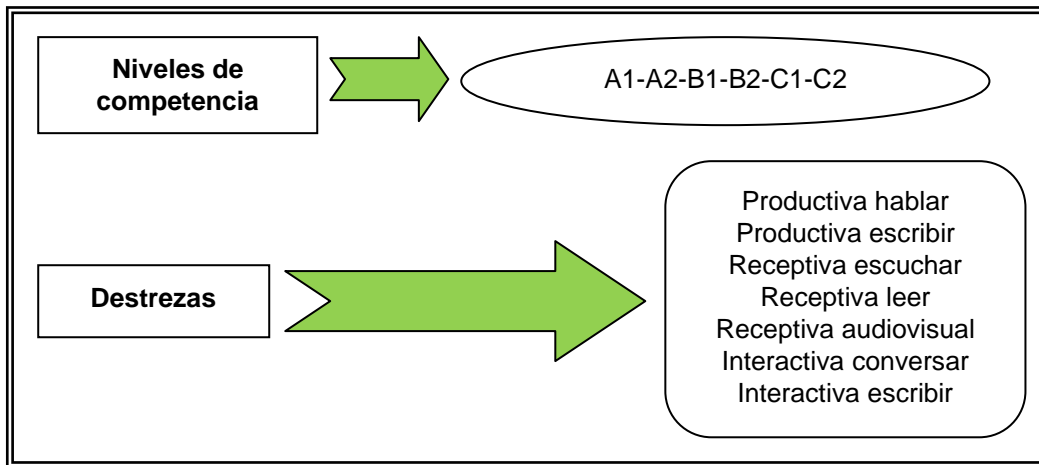
La competencia en comunicación lingüística deriva de la integración de dos competencias clave que fueron formuladas por el Consejo Europeo como *Comunicación en la lengua materna* y *Comunicación en lengua extranjera*.

Hace referencia al uso del lenguaje como herramienta de comunicación oral y escrita, incluyendo la representación, interpretación y comprensión de la realidad y, al menos, el uso funcional de una lengua extranjera. Además abarca la construcción y comunicación del conocimiento y la autorregulación del pensamiento, las emociones y la conducta.

El trabajo de profundización sobre esta competencia resulta fundamental debido a las carencias halladas en las últimas investigaciones realizadas, caso de PISA. Su trabajo y afianzamiento en todas las áreas curriculares es un elemento importante para el éxito escolar de los alumnos lo que deberá de ser tenido en cuenta por los integrantes de la comunidad educativa. Los conocimientos, destrezas y actitudes propios de esta competencia facilitan la expresión de pensamientos, emociones, vivencias y opiniones, así como dialogar, formar un juicio crítico y ético propio, generar ideas, estructurar el conocimiento, dar coherencia y cohesión al discurso y a las propias acciones y tareas, adoptar decisiones y disfrutar escuchando, leyendo o expresándose de forma oral y escrita. Para ello, el aula se configura como un espacio discursivo con características peculiares de enorme relevancia.

La llamada *Estrategia de Lisboa* (2000) se diseñó con el *Marco Común Europeo de Referencia de las Lenguas* como referente principal (MCER, Consejo de Europa, 2001), convirtiéndose en la base comunitaria para la elaboración de programas lingüísticos y realizando aportaciones importantes como el establecimiento de los niveles de dominio de la lengua (usuario básico A1-A2, independiente B1-B2 y competente C1-C2), el apoyo a los esfuerzos del profesorado y el facilitar la cooperación entre instituciones, entre otras. Además, crea un cuadro de destrezas lingüísticas que ofrecen a la comunicación lingüística mayores posibilidades de consecución y de éxito si se planifican y ponen en práctica de forma adecuada. Otra de las propuestas que resalta es la división de las destrezas en productivas, receptivas e interactivas, obteniendo a partir de ellas un total de siete diferenciadas: hablar, escribir, escuchar, leer, recepción audiovisual, interacción oral y escrita.

Figura 1.13. Niveles de competencia y destrezas a partir del MCER



Otro aspecto importante a tener en cuenta dentro de esta competencia es la lectura. En el Marco de Lectura de PISA 2009 (INEE, 2010b), se recogieron datos sobre la motivación por la lectura en cinco áreas: leer por placer, tiempo dedicado, variedad de materiales, actividades digitales y deberes de lectura en clase. Por otro lado, desde la International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA) se lleva a cabo, en países de todo el mundo, un ciclo regular de estudios sobre la competencia lectora de los niños y los factores asociados a su adquisición. De esta manera el *Estudio Internacional de Progreso en Comprensión Lectora* (PIRLS) de la IEA (INEE, 2006) va dirigido al análisis del rendimiento de los alumnos de cuarto curso, incluyendo sus experiencias familiares y escolares en relación al aprendizaje de la lectura.

4.2. Competencia en el conocimiento e interacción con el mundo físico

Se trata de la habilidad para interactuar con el mundo físico tanto en sus aspectos naturales como en los culturales y sociales derivados de la acción del hombre. Facilita la comprensión de sucesos, la predicción de consecuencias y la actividad dirigida a la mejora y preservación de las condiciones de vida propia, de los demás y del resto de los seres vivos. Su puesta en acción permite:

- El análisis del entorno para comprender y ayudar a tomar decisiones sobre el mundo natural y los cambios que la actividad humana produce en el mismo.
- La adecuada percepción del espacio físico en el que se desarrolla la vida y la actividad humana, sea en el contexto que sea.

Esta competencia abarca ámbitos del conocimiento diversos: ciencia, salud, actividad física, consumo, procesos tecnológicos, etc. Los avances científicos y tecnológicos y su influencia sobre el medio ambiente, la salud y la calidad de vida de los individuos derivan en la importancia creciente del desarrollo del pensamiento científico-técnico para interpretar la información que se recibe del entorno, para predecir y tomar decisiones de manera autónoma y para comprender y resolver problemas en el mundo actual.

4.3. Tratamiento de la información y competencia digital

La aparición a finales del siglo pasado de las llamadas *Nuevas Tecnologías de la Información y la Comunicación* ha derivado en una revolución digital que ha provocado grandes cambios y transformaciones. Las Tecnologías de la Información y la Comunicación, en especial Internet, se están incorporando a la vida de los ciudadanos a una velocidad cada vez mayor y sus efectos en la vida de los ciudadanos y en las instituciones educativas han sido significativos en los últimos años.

Bajo esta competencia se incluyen aquellas estrategias utilizadas para buscar, obtener, procesar y comunicar la información y transformarla en conocimiento, incluyendo su transmisión en distintos soportes. Estas estrategias tienen que ser utilizadas por el alumno de forma autónoma y crítica, con el objetivo de acceder y transformar la información y permitir comunicarnos de forma síncrona (chats y videoconferencias) y asíncrona (correo electrónico y blogs).

Cuando se habla del aprendizaje a través de las TIC, aparecen dos modelos de enseñanza y aprendizaje, el *e-learning* o enseñanza virtual u on-line y el *B-learning* o enseñanza bimodal que engloba tanto actividades presenciales como clases en formato e-learning. Su aprendizaje ofrece múltiples ventajas: aumentan la motivación y el interés, permiten gran versatilidad, fomentan el trabajo interactivo y la actividad intelectual, facilitan el acceso a un gran volumen de contenidos, desarrollan habilidades de búsqueda y selección de la información, favorecen el fomento de actitudes críticas por parte de los alumnos y promueven el trabajo participativo y en grupo.

Badia y colaboradores (2013) delimitan cinco factores a tener presentes para su utilización: uso y ajuste pedagógico, apoyo al profesor, disponibilidad y trabajo en el aula, competencia tecnológica y acceso fuera del contexto escolar. Area (2007) plantea que el modelo educativo en el que las TIC están integradas de forma coherente en la dinámica curricular, se caracterizará por integrar dentro de las finalidades educativas la capacidad del alumnado para reconstruir y dar significado a la información que recibe, utilizar una metodología de enseñanza que cuestione el monopolio del libro de texto, partir de un enfoque constructivista del proceso de enseñanza y aprendizaje, favorecer el aprendizaje cooperativo y considerar la formación del docente como fundamental.

Respecto a esta formación del profesorado, la LOMCE señala que el Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, con la colaboración de las Comunidades Autónomas, elaborará un marco común de referencia para la formación permanente en el campo digital que facilite el desarrollo de una cultura digital en las aulas.

Por último mencionar que un ejemplo de la integración de las TIC en la evaluación de los alumnos, es el caso de PISA. En la edición de 2009 se incluyó por primera vez una prueba de lectura por ordenador (*Electronic Reading Assessment -ERA-*) y en la de 2012, junto a la realización de nuevo de esta prueba, se han incluido pruebas digitales de matemáticas.

4.4. Competencia social y ciudadana

El trabajo por competencias se encuadra dentro de una concepción social del aprendizaje en la que el alumno aprende activamente en contextos sociales. Debido a ello se tendrá que situar al alumnado en condiciones para que construya los conocimientos a partir de lo que ya sabe, prestando una especial atención a la organización de las interacciones sociales y favoreciendo sus relaciones con el medio físico y social, aspectos esenciales para desarrollar una vida personal, escolar y profesional satisfactoria.

La competencia social y ciudadana es la denominación que la LOE adopta a partir del término de *competencias interpersonales, interculturales y sociales y competencia cívica* establecido por el Consejo Europeo. Esta competencia aglutina buena parte de los aprendizajes para los que la *Ley Orgánica General del Sistema Educativo* (LOGSE, 1990) ideó los denominados *temas transversales*.

La adquisición de esta competencia facilita la vida en sociedad favoreciendo la participación activa y democrática. También incluye el comportamiento individual para relacionarse y convivir en una sociedad cada vez más plural, aceptando, respetando y tolerando los valores, creencias y culturas de los otros. Ello ayuda a la comprensión de la realidad histórica y social del mundo que nos rodea, su evolución, logros, metas y problemas.

Dentro de ella se puede resaltar la importancia del trabajo de la inteligencia emocional. Este término fue utilizado por primera vez por los psicólogos Mayer y Salovey (1997), definiéndola como el conocimiento de los sentimientos y emociones propios y de los demás, discriminándolos y utilizándolos en la regulación de los propios pensamientos y acciones. Según Goleman (1997), la inteligencia emocional es una habilidad que determina el grado de destreza que puede lograrse en el dominio de nuestras “otras facultades” y resalta cinco elementos determinantes en su desarrollo: autoconciencia, autocontrol-autorregulación, automotivación, conciencia social

y habilidad social. Las tres primeras dimensiones dependen fundamentalmente de la propia persona y las otras dos hacen referencia a la relación con las personas y el entorno.

En el terreno educativo, Álvarez (2001) justifica el tratamiento educativo de la competencia emocional a partir del análisis de las necesidades sociales, las propias finalidades de la educación, los postulados psicopedagógicos presentes en la labor educadora, el reconocimiento de la existencia de aspectos afectivos y emocionales en las prácticas escolares, la importancia creciente de las TIC en los aprendizajes y los resultados de los procesos educativos.

4.5. Competencia cultural y artística

La UE denominó originalmente a la competencia cultural y artística como *expresión cultural*. Esta competencia engloba la apreciación, comprensión y valoración de forma crítica de diferentes manifestaciones culturales y artísticas, considerándolas una forma de enriquecimiento personal que forma parte del patrimonio cultural de la sociedad. Además, incluye la expresión creativa de ideas, experiencias o sentimientos a través de diferentes medios y códigos artísticos, la puesta en funcionamiento de la iniciativa, la imaginación y la creatividad y el desarrollo de actitudes de valoración de la libertad de expresión y el derecho a la diversidad cultural.

En la observación de estas manifestaciones culturales y artísticas resulta necesario poseer herramientas y habilidades perceptivas que faciliten su valoración y su disfrute y permitan la adquisición de una sensibilidad y un sentido estético.

En definitiva, se trata de una competencia que facilita la expresión, la comunicación, la percepción, la comprensión y el enriquecimiento con diferentes realidades y producciones del mundo artístico y cultural. Para ello, se pone en funcionamiento la iniciativa, la imaginación y la creatividad para

expresarse y crear mediante códigos artísticos, disponer de habilidades de cooperación para el logro de metas finales comunes y apoyar y apreciar las iniciativas y contribuciones ajenas.

4.6. Competencia para aprender a aprender

El estudio de los procesos de enseñar y aprender adquiere una importancia trascendental en la actualidad ya que la sociedad sufre cambios constantes que derivan en la necesidad de un aprendizaje permanente.

Arreaza y colaboradores (2007) definen esta competencia como las habilidades que permiten una planificación, un desarrollo y una evaluación autónoma por parte del sujeto, aplicando dichas habilidades con motivación en distintos escenarios y contextos. La estructuran en dos dimensiones y cuatro subdimensiones o habilidades:

1. *Conocimiento de las capacidades de aprendizaje*: conocimiento de las propias capacidades y motivación.
2. *Uso de habilidades de aprendizaje*: planificación y hábitos de estudio y técnicas de aprendizaje y autorregulación.

En consecuencia, el alumno deberá de ser consciente de lo que sabe y lo que le queda por aprender, de cómo se aprende y cómo se gestionan y controlan eficazmente los propios procesos de aprendizaje. Éstos últimos permiten la progresiva transformación del conocimiento propio a partir de la interiorización personal de distintas situaciones de aprendizaje apoyadas en experiencias vitales. Estos procesos se fortalecen cuando el alumno obtiene resultados positivos, incrementándose su madurez personal.

Por sus aplicaciones educativas, es especialmente interesante la propuesta de Sternberg y Spear-Swerling (1999) de *enseñar a pensar*. Se incluye dentro de cada área de aprendizaje y se centra en el desarrollo equilibrado de tres tipos de pensamiento: *analítico* (incluye actividades como

comparar, contrastar, analizar, evaluar y criticar), *creativo* (se trata de elaborar, imaginar, inventar y diseñar) y *práctico* (engloba acciones como aplicar, utilizar, poner en marcha, demostrar y hacer). Además, proponen un modelo instruccional para aprender a pensar a partir de cuatro etapas: familiarización, resolución de los problemas dentro del grupo, entre los diferentes grupos e individualmente.

También destacables son las aportaciones de Martín y colaboradores (2013) pertenecientes al grupo *EDUCOMPET* de la Universidad Pontificia de Comillas (Madrid). Plantean que la competencia de aprender a aprender está conformada por cuatro dimensiones denominadas *contexto* (variables del entorno que benefician o perjudican el estudio e incluye la capacidad de controlarlas y/o modificarlas), *cognición* (grado de autoconocimiento y control sobre cómo se aprende), *conducta* (toma de conciencia sobre cómo se estudia y las posibilidades de cambio y mejora) y *emoción* (identificación de sentimientos y autocontrol de las propias emociones), otorgando a cada una de ellas dos indicadores, uno relativo al conocimiento y otro al control del mismo.

En el enseñar a pensar el alumno cumple un papel muy activo. Martín y Moreno (2007) señalan la importancia de las “autointerrogaciones” del alumno para fomentar aprendizajes reflexivos y estratégicos, así como la importancia del seguimiento y las preguntas que formula el profesor. Este modelo engloba tres momentos: preparación y planificación de la tarea, control de lo que se está haciendo y supervisión de los resultados.

En definitiva, esta competencia implica tres ámbitos inseparables: la *conciencia de uno mismo* definida a partir de la reflexión sobre nuestras propias capacidades y motivaciones, el *conocimiento estratégico* delimitado por la manera de proceder más conveniente para cada momento concreto y la *autorregulación del comportamiento* que permite el control sobre nuestra forma de actuar con la mayor eficacia posible.

4.7. Competencia en autonomía e iniciativa personal

Esta competencia era denominada inicialmente por el Consejo Europeo como *espíritu emprendedor*. Se relaciona con los aspectos motivacionales de la autorregulación del aprendizaje y guarda una estrecha relación con la competencia de aprender a aprender. Se trata de aquellos conocimientos, habilidades y actitudes implicados tanto en la planificación de proyectos personales realistas como en su puesta en acción de forma responsable, con creatividad y perseverancia.

Incluye la posibilidad de elegir con criterio propio, desarrollar proyectos personales y hacerse responsable de las decisiones tomadas sean en el ámbito que sean. Para ello resulta imprescindible contar con unas cualidades personales determinadas en función de la autoestima, autoconcepto, liderazgo, habilidades sociales, creatividad, cooperación y respeto por los demás, unas habilidades organizativas que permitan delimitar y desarrollar un programa de acción para alcanzar unas metas previstas y, por último, unas capacidades de adaptación a los continuos cambios de diversa índole que se suceden de manera continua en cualquier contexto.

Por tanto, se trata de la capacidad de tomar decisiones con criterio propio, de planificar proyectos y ejecutarlos ya sea de forma individual o colectiva, asumiendo responsabilidades sobre su desarrollo. Así, la educación fomentará en los alumnos la capacidad de trabajar autónomamente para reducir de manera progresiva la dependencia que pueda existir del profesor y/o de sus iguales. Siguiendo a la OCDE (2005), en la habilidad de formar y conducir planes de vida y proyectos personales, los individuos deberán de tomar decisiones en relación a definir un proyecto con sus metas correspondientes, analizar tanto los recursos existentes como los que es necesario adquirir, jerarquizar y ajustar las metas planteadas, valorar los recursos necesarios para lograr metas diversas, aprender de acciones realizadas anteriormente y realizar un seguimiento del proceso para ir haciendo los ajustes necesarios.

En la práctica, es importante compaginar esta competencia con el trabajo en equipo porque cuando un alumno trabaja autónomamente no significa que sea incapaz de colaborar y cooperar con los demás. El logro de metas comunes requiere de aptitudes de desenvolvimiento autónomo junto a otras como la capacidad de mantener la visión de conjunto respecto a la actividad, la asunción de otros roles en la tarea, incluido el de líder, o la habilidad de ponerse en el lugar de los otros.

Capítulo 2

Competencia Matemática

1. Introducción

La competencia clave denominada por el Consejo Europeo como *Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología*, se ha concretado en nuestro sistema educativo en dos competencias básicas: la *Matemática* y la de *Conocimiento e interacción con el mundo físico*.

La generalización de esta competencia al ámbito educativo se observa principalmente en el desarrollo del área de matemáticas. Así se definen tres significados para el término competencia desde este área (González, 2007): como dominio de estudio y finalidad principal y prioritaria de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, como agrupación de procesos generales y

como conjunto de competencias aglutinadas en forma de grupos o niveles de complejidad cognitiva expresables mediante una escala.

La competencia matemática, además, adquiere sentido educativo en la medida en que los elementos o razonamientos matemáticos se utilizan para enfrentarse a situaciones cotidianas diversas. Ello requiere la detección y análisis de tales situaciones, la selección de las técnicas adecuadas para calcular, representar e interpretar a partir de la información disponible y la aplicación de estrategias de resolución de problemas. Además, el énfasis tendrá que estar en los elementos matemáticos básicos y en los procesos de razonamiento que llevan a los alumnos a la solución de los problemas o a la obtención de la información en una amplia variedad de situaciones.

A lo largo de este capítulo se realiza una conceptualización de la competencia matemática, desde aspectos más generales aplicables a cualquier competencia (generalización a la vida cotidiana y la utilización de tareas de aprendizaje) hasta otros más específicos relacionados con la resolución de problemas, su propio marco regulador y su incidencia en el rendimiento escolar.

2. Resolución de problemas

La resolución de problemas es una parte fundamental del razonamiento matemático y, por ello, tendrá que considerarse como un eje vertebrador del mismo. Su importancia radica en la orientación hacia la reflexión, el análisis, la toma de conciencia y el mantenimiento de una actitud crítica ante la realidad. La adquisición por parte de los alumnos de estrategias para resolver problemas favorece el desarrollo de la autonomía y la iniciativa personal, la capacidad de tomar decisiones con fundamento, el desarrollo de la lectura comprensiva, la flexibilidad en el pensamiento y la perseverancia hacia el trabajo escolar, entre otros. Su interés no se centra solo en el campo de la competencia matemática sino que va más allá y se extiende también a otras competencias.

Una situación es considerada como problemática cuando inicialmente no está claro el modo de llegar desde una situación inicial a la meta. Esta falta de claridad es la que diferencia la capacidad de resolver problemas de otras actividades educativas. Para resolver problemas se ha de ser capaz de detectar aquellos aspectos que son relevantes y buscar los pasos a seguir para su resolución. Echenique define problema como (2006, p. 20):

“Una situación que un individuo o grupo quiere o necesita resolver y para la cual no dispone, en principio, de un camino rápido y directo que le lleve a la solución; consecuentemente eso produce un bloqueo. Conlleva siempre un grado de dificultad apreciable, es un reto que debe ser adecuado al nivel de formación de la persona o personas que se enfrentan a él”.

Desde las pruebas de evaluación internacionales también se observa un acercamiento a la conceptualización de este término. Un ejemplo es PISA 2003 que evalúa la capacidad de los alumnos de solucionar problemas de forma específica. En el marco teórico de PISA 2003 se señala que la solución de problemas es un objetivo central en los currículos de todos los sistemas educativos, mostrando una especial preocupación por su resolución en contextos reales e incluyendo que el alumno sea capaz de “comprender la información dada, identificar las características más importantes y sus interrelaciones, elaborar o aplicar una representación externa, resolver el problema y evaluar, justificar y comunicar sus soluciones” (INEE, 2003, p.145).

Más adelante define este concepto como (2003, p.147):

“Capacidad que tiene una persona de emplear los procesos cognitivos para enfrentarse a y resolver situaciones interdisciplinarias reales en las que la vía de solución no resulta obvia de modo inmediato y en las que las áreas de conocimiento o curriculares aplicables no se enmarcan dentro de una única área de matemáticas, ciencias o lectura”.

PISA 2009 señala que la competencia matemática “se relaciona con un uso amplio y funcional de esa ciencia; el interés incluye la capacidad de reconocer y formular problemas matemáticos en situaciones diversas” (INEE, 2010b, p. 23). En PISA 2012 también se incluye la evaluación de la capacidad de los alumnos de resolver problemas con distinto nivel de dificultad. Según su marco teórico, éstos están formulados de manera matemática con la finalidad de obtener conclusiones propiamente matemáticas (INEE, 2013c).

Además de los estudios PISA, diversos estudios ha mostrado que los individuos que muestran una buena habilidad para resolver problemas se caracterizan por disponer de un conjunto de estrategias generales o heurísticas que guían su acción y que les facilita superar aquellas dificultades que se van encontrando. Entre estos estudios se pueden destacar los siguientes:

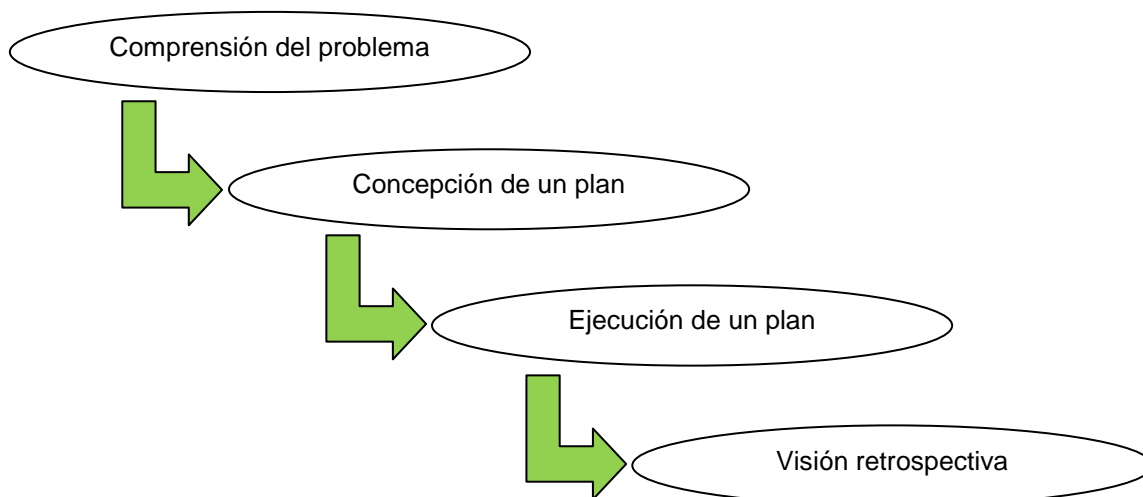
- El modelo *ideal* de Bransford y Stein (1986) y el de Krulik y Rudnik (1989) como modelos instruccionales que han seguido de manera fiel el propuesto por Polya (1945).
- Los modelos de Schoenfeld (1985) y Lester (1985) que toman como punto de partida las estrategias heurísticas de Polya pero incorporan la enseñanza y aprendizaje de estrategias metacognitivas de planificación, regulación y control del proceso de resolución.

Siguiendo a Bransford y Stein (1993), la habilidad de resolver problemas depende de:

- La representación del problema (análisis y síntesis).
- El establecimiento y la comprensión de a dónde se quiere llegar (meta perseguida).
- El manejo de las operaciones que pueden aplicarse.
- La búsqueda de un método o procedimiento que permita llegar a la consecución de dicha meta.
- La ejecución de la estrategia y la verificación de los resultados.

Tradicionalmente se han distinguido distintas fases en el proceso de resolución de problemas. Polya, en 1949, estableció cuatro etapas que con el paso de los años han sido utilizadas como referencia en teorías y modelos posteriores. Éstas son:

Figura 2.1. *Etapas en el proceso de resolución de problemas según Polya (1949)*



En esta secuencia intervienen distintos procesos cognitivos. Cuando se resuelve una situación problemática, ésta exige al sujeto poner en marcha una serie de mecanismos que sirven de vía para hallar la solución a la situación planteada. Entre estos procesos están los siguientes (Vaca, 2012): traducción y/o codificación del enunciado, representación del problema, búsqueda y selección de las estrategias a utilizar e *insight* en la resolución de problemas.

Otro proceso cognitivo que interviene es el denominado *función ejecutiva*. Se puede definir como aquellas capacidades que permiten a un sujeto actuar con autonomía hacia un objetivo determinado, tales como control, planificación, memoria de trabajo o evaluación de la actividad (Alarcón-Rubio et al., 2014). Entre los enfoques actuales que estudian este concepto y su papel en la solución de problemas se puede mencionar la *Teoría de la Complejidad Cognitiva y Control*. Según Zelazo y Muller (2002) bajo este concepto se engloba un constructo comportamental definido a partir de los objetivos

perseguidos y los resultados alcanzados, es decir, a partir de un plan se emite una conducta determinada. En este sentido resulta imprescindible definir la estructura jerárquica que lleva a la solución de un problema, estableciendo una serie de fases organizadas alrededor de un objetivo común y combinando distintos elementos relacionados con la anticipación, el establecimiento de metas, la planificación, la monitorización y la evaluación de los resultados.

Con estos procesos cognitivos se busca que el alumno sea capaz de aplicar estrategias generales que contribuyan a resolver con éxito las situaciones planteadas, elegir la operación que resuelve el problema, descubrir la falta de datos, su exceso o la carencia de coherencia entre ellos, identificar los elementos esenciales que componen el problema separando los datos de la pregunta, inventar problemas variados cuya resolución requiera plantear una o más operaciones aritméticas, representar de forma gráfica los cálculos que tendrán que hacerse para su resolución, aplicar los pasos de la estrategia general que se seguirá al intentar resolverlo, averiguar problemas de distinto tipo y aprender a trabajar de forma individual, en gran y pequeño grupo.

Como contrapartida De la Rosa (2007) cree que las actitudes y sentimientos que muestran los alumnos frente a la resolución de problemas son: ir directamente a conseguir la solución sin establecer de manera previa un plan de trabajo, no realizar una lectura comprensiva del enunciado, resolver rápidamente a modo de ensayo/error sin lectura previa, dispersar su atención, no razonar ante los datos aportados, sentir miedo ante situaciones novedosas o que no dominan (bloqueos), pedir ayuda del maestro para la resolución antes de haber terminado de leerlo, carecer de motivación para resolverlos y existir una separación entre la realidad en la que vive el alumno y la traducción al lenguaje matemático.

En la tarea de evitar la aparición de estas actitudes en los alumnos, el docente cumple un importante papel. Pifarré y Sanuy manifiestan que existen diferentes variables que influyen a la hora de resolver problemas por parte de los alumnos, siendo éstas en relación al aprendizaje o la enseñanza. Respecto

a las segundas, señalan las siguientes (2001, p. 207): “el tipo y las características de los problemas, los métodos de enseñanza utilizados y los conocimientos, las creencias y las actitudes del profesor sobre las matemáticas y su enseñanza-aprendizaje”.

El docente deberá de tener presentes algunas creencias existentes en el alumnado en relación a la resolución de problemas. Algunas de ellas son: todos los problemas planteados tienen solución, solo hay una respuesta numérica que sea la correcta, es imprescindible hacer cálculos en todos los problemas y todos los números presentados en el enunciado del problema deben de ser utilizados para el alcanzar la solución (Jiménez y Verschaffel, 2014).

Por todo ello, De la Rosa remarca que existen razones que justifican la necesidad de la enseñanza de la resolución de problemas y menciona las siguientes (2007): supone un mayor énfasis a la comprensión del aprendizaje que a su memorización, es un medio de aprendizaje y refuerzo de contenidos, facilita el desarrollo de hábitos de organización, trabajo y autoevaluación, ayuda a generalizar estrategias para solucionar otros problemas y situaciones de la vida cotidiana, favorece la participación de los alumnos y la confianza en sí mismos, fomenta el conocimiento y el descubrimiento personal. Echenique afirma que (2006, p. 25):

“En la etapa de Educación Primaria deben asentarse las bases que contribuirán a que los alumnos sean capaces de enfrentarse con un mayor porcentaje de éxito a este tipo de actividades. Un buen resolutor de problemas se va formando poco a poco y se identifica porque dispone de un buen bagaje de conocimientos matemáticos claros, estructurados e interconectados que le permiten enfrentarse a las diferentes situaciones, un método de resolución acompañado de una serie de estrategias heurísticas para poder hacer uso de ellas durante el proceso y una actitud positiva al aceptar el reto que se le propone”.

Canals (2010) plantea una serie de criterios metodológicos a tener presentes por el profesorado para trabajar los problemas con los alumnos:

- Analizar el punto de partida.
- Profundizar en aquello que los docentes deberán de priorizar.
- Valorar el lenguaje que se emplea.
- Contar con los medios suficientes para resolver los problemas.
- Encontrar recursos en estrategias o métodos conocidos.
- Conocer el método del “tanteo” o de “ensayo y error” como estrategia privilegiada de trabajo.
- Organizar la dinámica de la clase y el tiempo de dedicación de manera ajustada.
- Mostrar a los alumnos unas actitudes idóneas para incitar su reflexión y pensamiento personal.
- Prestar especial atención tanto a los conceptos como a los procedimientos y las actitudes.

La resolución de problemas se centra en el planteamiento metodológico de situaciones problemáticas no resueltas a fin de promover en el alumnado hábitos de aprendizaje consistentes en la búsqueda de su solución. El enfoque instructivo centrado en la solución de problemas contribuye de forma decisiva a la generalización de los aprendizajes a nuevas condiciones o contextos. Este es otro de los aspectos importantes en su desarrollo ya que los problemas tendrán que ayudar en la introducción de contenidos lo más contextualizados posibles, conectándolos tanto con la vida cotidiana de los alumnos como con los núcleos temáticos del resto de áreas de aprendizaje, ofreciendo un enfoque práctico y funcional. Gilat y Amit (2013) manifiestan que implicar a los alumnos en situaciones matemáticas de su vida cotidiana podría favorecer el desarrollo de su pensamiento matemático creativo.

En definitiva, la actividad de resolver problemas es esencial si se quiere lograr con los alumnos auténticos aprendizajes significativos en el campo de las matemáticas escolares. Este contenido de aprendizaje es uno de los principales vehículos para aprender de un alumno, sea el área que sea. Mediante su uso se puede contextualizar y personalizar los aprendizajes dotando de significado a las actividades programadas según las capacidades

de los alumnos ya que según diversos estudios los sujetos con mayores potencialidades resuelven mejor los problemas que aquellos otros con capacidades más bajas (Davidson y Sternberg, 1984; Kurtz y Weinert, 1989; Swanson, 1990).

3. Tareas de aprendizaje

El grado de competencia matemática de una persona se observa en el modo en que utiliza sus destrezas y conocimientos matemáticos al resolver tareas de aprendizaje. Éstas pueden presentarse en una gran variedad de situaciones y contextos dentro de la experiencia del alumno. Se tendrá en cuenta el contenido matemático al que el individuo recurre a la hora de resolverlas y los procesos que aplica en su resolución. También cada una de ellas podrá incluir distintos niveles de profundidad, distintas metodologías y materiales variados y diversificados.

Los principales elementos de las tareas de aprendizaje son:

Cuadro 2.1. *Elementos de las tareas y aplicación a la competencia matemática*

Elementos	Aplicación a la competencia matemática
<i>Situaciones o contextos</i>	En los textos escolares de matemáticas, con frecuencia se busca más practicar las matemáticas que resolver problemas reales, siendo imprescindible hacer hincapié en estos últimos.
<i>Contenidos matemáticos</i>	Los conceptos matemáticos ayudan a la organización de los fenómenos del mundo natural y social. El currículo de matemáticas está organizado de manera lógica alrededor de distintos campos: aritmética, geometría, álgebra y estadística y probabilidad. PISA establece los siguientes dominios de conocimiento: cantidad, espacio y forma, cambio y relaciones e incertidumbre. En PISA 2012 el último dominio se denomina incertidumbre y datos.
<i>Competencias</i>	Se trata de lo que el alumno es capaz de hacer con sus conocimientos y destrezas matemáticas poniendo el acento en las capacidades, las habilidades y la ejecución de procedimientos tales como pensar y razonar, argumentar, comunicar, modelar, plantear y resolver problemas, representar, utilizar el lenguaje simbólico, formal y técnico y las operaciones, emplear soportes y herramientas.
<i>Nivel de complejidad</i>	Las tareas plantearán diferentes tipos y niveles de demandas cognitivas. PISA considera tres niveles de complejidad a la hora de seleccionar los ítems con los que evaluar las competencias: reproducción (primer nivel), conexiones (segundo nivel) y reflexión (tercer nivel).
<i>Recursos materiales y organización</i>	Según el método pedagógico a emplear, se organizarán los recursos materiales y las tareas a realizar. Desde el Consejo de Europa (2001) se aconseja el <i>aprendizaje en acción</i> como referente metodológico para que el alumno adquiera un aprendizaje significativo y las competencias básicas.

El desarrollo de tareas favorece la consecución de múltiples finalidades. En este sentido, Godino y colaboradores proponen lo siguiente al respecto (2004, p. 79):

“Proporcionan el estímulo para que los estudiantes piensen sobre conceptos y procedimientos particulares, sus conexiones con otras ideas matemáticas y sus aplicaciones a contextos del mundo real; pueden ayudar a los estudiantes a desarrollar destrezas en el contexto de su utilidad; expresan lo que son las matemáticas y lo que implica la actividad matemática; pueden dar una visión de las matemáticas como un dominio de indagación valioso y atractivo; requieren que los estudiantes razonen y comuniquen matemáticamente y promueven su capacidad para resolver problemas y para hacer conexiones”.

Una de las finalidades del desarrollo de estas tareas y sus elementos es la formación de conceptos de tipo lógico-formal. Estos conceptos matemáticos están formados por agrupaciones de componentes definidos por características objetivas y cuya generalización de relaciones permite la abstracción total de los objetos y fenómenos particulares en los que se presentan. Para su adquisición se partirá de su secuencia didáctica avanzando de lo más simple hacia lo más complejo. Su base teórica parte de las teorías psicogenéticas, teniendo como uno de sus principales representantes a Piaget. Estas teorías plantean que las operaciones lógico-formales, sobre todo las de clasificación y seriación, están en la base de la adquisición de la noción de número y del sistema de numeración. Por ello los aprendizajes matemáticos elementales se centran en la construcción de dicho pensamiento lógico a partir de formas “prelógicas” del pensamiento intuitivo tales como: conservación del objeto y de la sustancia, reversibilidad del pensamiento, clasificación, inclusión, seriación, correspondencia y transitividad.

En esta misma línea Canals (2009) establece que algunas de las principales capacidades incluidas en el pensamiento lógico son: establecer relaciones tanto con elementos numéricos como geométricos, deducir según la ley de causa y efecto permitiendo ampliar la mirada más allá de las apariencias

perceptibles, comprender las relaciones existentes sean del tipo que sean, presentar reversibilidad del pensamiento reconociendo acciones y operaciones en un sentido y en su contrario, captar las leyes de la lógica también en la combinatoria a través del análisis de todas las posibilidades posibles de un hecho, aplicar dicho pensamiento a situaciones de la vida cotidiana para el logro de verdaderos aprendizajes y generalizar tanto estrategias como resultados, propiedades y comportamientos, extrayendo leyes generales.

Al ajustar el razonamiento matemático y este tipo de tareas a los procesos de enseñanza y aprendizaje, es decir, a las características y conocimientos de los alumnos, se habla del concepto de transposición didáctica. Se trata de simplificarlo, buscar ejemplos asequibles para los alumnos que les permita avanzar en su aprendizaje y usar un lenguaje y unos símbolos acordes, entre otros. Este proceso evitará el mostrar significados sesgados e incorrectos ya que estaremos alejándonos de la verdadera esencia del mundo del razonamiento matemático.

De esta manera, teniendo en cuenta la necesidad de planificar las tareas de aprendizaje a partir de la conceptualización del razonamiento matemático, los conocimientos, destrezas y actitudes que engloba esta competencia son:

Cuadro 2.2. *Conocimientos, destrezas y actitudes de la competencia matemática*

Competencia Matemática	
<i>Conocimientos</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Conocimiento de los elementos matemáticos: tipos de números, medidas, símbolos, elementos geométricos, etc. • Comprensión de las operaciones y relaciones básicas entre dichos elementos matemáticos. • Identificación de las situaciones en las que las matemáticas pueden ser útiles.
<i>Destrezas</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Destrezas necesarias para aplicar los principios y los procesos matemáticos básicos en situaciones cotidianas. • Procedimientos relativos al análisis y producción de información con contenido matemático relacionado con cualquier ámbito. • Desarrollo de estrategias básicas de resolución de problemas y de razonamiento matemático en general. • Manejo de técnicas de demostración matemática. • Fomento de la comunicación a través del lenguaje matemático.
<i>Actitudes</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Actitud que favorezca la utilización de los números, los símbolos y otros elementos matemáticos. • Fomento del uso del razonamiento para justificar los resultados. • Actitud hacia la búsqueda de la verdad y la certeza a través del razonamiento.

De forma general las tareas de matemáticas en Educación Primaria abarcan los *sistemas numéricos* (números naturales y enteros, adición, sustracción, multiplicación, división, fracciones y números y expresiones decimales), la *proporcionalidad* (porcentajes, doble, triple, mitad, tercio, cuarto, quinto, planos y mapas, relaciones entre magnitudes y regla de tres), la *geometría* (figuras geométricas, traslaciones, simetría axial, semejanza, sistema de coordenadas cartesianas, giros, ángulos, distancias, paralelismo, perpendicularidad, planos y mapas, formas planas y espaciales y orientación espacial), *magnitudes y medidas* (masa, capacidad, longitud, superficie, tiempo, dinero, unidades no convencionales y estimaciones), *estadística* (representación gráfica, tipos de gráficos y tablas de datos y media aritmética) y *probabilidad* (sucesos probables e improbables y predicciones a través de la experimentación).

El National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) en *Principios y Estándares para la Matemática Escolar* (2000), propone una serie de principios y estándares que proporcionan una guía para la enseñanza de esta área a lo largo de las diferentes etapas educativas. Éstos son: *equidad* (ajuste a las

características de los alumnos), *currículo* (coherente, centrado en esta área y articulado a lo largo de las diferentes etapas educativas), *enseñanza* (ayudar a comprender el área a los escolares apoyándoles en todo momento y utilizando distintas metodologías para este fin), *aprendizaje* (construcción activa del aprendizaje por parte del propio alumno a partir de su experiencia y sus conocimientos previos), *evaluación* (individualizada y que persiga la obtención de información útil para todos) y *tecnología* (tiene un importante papel en la estimulación del aprendizaje de los alumnos). Además propone que la evaluación de las matemáticas reflejará lo que los alumnos tendrán que aprender y ser capaces de hacer dentro de esta área, estimular su progresivo aprendizaje, promover la igualdad de oportunidades, ser un proceso abierto, promover inferencias válidas y constituir un proceso coherente.

Junto a estos principios y estándares que guían la organización de tareas matemáticas, resulta imprescindible señalar un modelo teórico importante para este campo, el de Van Hiele (1986). Este modelo se sintetiza en dos partes: una *descriptiva* que remarca una serie de tipos de razonamiento a través de los que progresa el razonamiento matemático del estudiante (*niveles de razonamiento*: Nivel 1 o de reconocimiento, Nivel 2 o de análisis, Nivel 3 o de clasificación, Nivel 4 o de deducción formal y Nivel 5 o de rigor) y otra *instructiva o prescriptiva* que ofrece al docente una serie de orientaciones pensadas para facilitar el aprendizaje del alumno de acuerdo al nivel de razonamiento en el que el alumno se encuentra (*fases del aprendizaje*: Fase I o de información, Fase II o de orientación dirigida, Fase III o de explicitación, Fase IV o de orientación libre y Fase V o de integración). En el desarrollo y generalización de este modelo a tareas de aprendizaje, el docente deberá de tener en cuenta lo siguiente: la progresión secuencial del razonamiento, la especificidad del lenguaje, la continuidad del aprendizaje, la recursividad del modelo y la ubicación de cada nivel.

Se concluye este apartado poniendo en relación las tareas de aprendizaje con su aplicación a la vida cotidiana. Las matemáticas cuentan con una importancia destacada porque permiten interpretar la información existente

en diferentes contextos. En la enseñanza de las matemáticas se partirá de la reflexión sobre dos fines importantes de su didáctica: intentar que los alumnos lleguen a apreciar el papel de las matemáticas en la sociedad, sus campos de aplicación y su contribución al desarrollo social y cultural y, por otro lado, hacerles comprender el funcionamiento del método matemático usándolo de manera ajustada a cada situación. La competencia matemática puede ser considerada como la capacidad de traducir una situación problema de la vida cotidiana al lenguaje matemático y poder darle solución a partir de la aplicación de los algoritmos adecuados. El proyecto PISA 2012 la define como (INEE, 2013c, pp. 12-13):

“Capacidad del individuo para formular, emplear e interpretar las matemáticas en distintos contextos. Incluye el razonamiento matemático y la utilización de conceptos, procedimientos, datos y herramientas matemáticas para describir, explicar y predecir fenómenos. Ayuda a los individuos a reconocer el papel que las matemáticas desempeñan en el mundo y a emitir los juicios y las decisiones bien fundadas que los ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos necesitan”.

El marco conceptual de la competencia matemática del proyecto PISA 2003 y 2012 proporciona la base para el desarrollo en los alumnos de estrategias matemáticas que facilitarán el hacer frente a problemas del mundo real. Desde estas ediciones, se propone un concepto similar de *matematización* definido como la capacidad del alumnado para analizar, razonar y transmitir ideas de manera eficiente con el objetivo de resolver problemas matemáticos en diferentes situaciones. Este proceso de *matematización* se divide en cinco pasos: inicio del problema enmarcado en la realidad, organización de acuerdo a conceptos matemáticos, reducción de la realidad a través de distintos procedimientos, resolución del problema y establecimiento de un sentido a la solución matemática. Además, distingue entre *matematización horizontal* o traducción de los problemas desde el mundo real al matemático y *vertical* o aplicación de conceptos y destrezas matemáticas ante el problema “traducido”.

4. Marcos reguladores de referencia

En el terreno educativo existen una serie de marcos reguladores de referencia tanto a nivel nacional como internacional. Con ellos se pretende que el alumno aprenda y llegue a dominar los conocimientos matemáticos para su aplicación de forma espontánea a una amplia variedad de situaciones, razonando de manera matemática, interpretando y produciendo información, expresándose a través del lenguaje matemático, resolviendo los problemas que se le planteen, tomando decisiones al respecto y generalizando dicho razonamiento a una gran variedad de conocimientos y situaciones.

4.1 Planteamiento teórico

Un aspecto esencial de la evaluación por competencias es la coherencia que existirá entre el objeto a evaluar y el procedimiento seleccionado para llevarla a la práctica. En el análisis de esta relación, en los últimos años se están desarrollando estudios empíricos comparados del rendimiento escolar para la competencia matemática de gran envergadura tales como el *Estudio Internacional de Tendencias en Matemáticas y Ciencias* (TIMSS) y PISA. Este tipo de investigaciones es la tónica dominante de la evaluación educativa en la actualidad y pretenden, por medio de mediciones de rendimiento, ejercer influencia en las prácticas y políticas educativas más allá de las que se desarrollan en los propios centros.

De esta manera, en la definición de la evaluación por competencias en los centros educativos resulta imprescindible tomar como referencia los marcos reguladores existentes a nivel internacional, nacional y regional, con la finalidad de ampliar el campo de la evaluación y obtener propuestas y experiencias que faciliten la consecución de los propósitos establecidos.

4.1.1. Evaluación de competencias

La American Educational Research Association y colaboradores (1999) proponen que para construir un instrumento centrado en la medida de las competencias se precisa de la determinación de un propósito de evaluación, un constructo bien definido que sea significativo dentro del dominio a evaluar, una selección adecuada de las tareas, el establecimiento de los criterios para fijar puntuaciones y la generalización de inferencias y la detección de la posible varianza irrelevante.

La *Ley Orgánica de Educación* (LOE) propone que el diagnóstico educativo se centrará en evaluar el nivel del alumno en competencias básicas antes que en áreas curriculares. Éste tiene que centrarse en la evaluación del mayor número de competencias posible aunque también existen diseños que evalúan una única competencia. Esto puede observarse tanto en evaluaciones nacionales como internacionales donde ambas opciones aparecen representadas: la evaluación de diagnóstico norteamericana (NAEP) valora competencias utilizando ambos tipos de diseño, PIRLS evalúa solo comprensión lectora y PISA y TIMSS, dentro de un único juego de cuadernillos, evalúan comprensión lectora, matemáticas y ciencias en el caso de PISA y matemáticas y ciencias en el de TIMSS.

Sea el que sea el diseño elegido, la concepción de las competencias básicas como resultado del aprendizaje alcanzado por los alumnos conlleva una serie de implicaciones para la evaluación. Ésta evaluará conocimientos, habilidades y actitudes y, además, un alumno competente tendrá que ser capaz de movilizar estos elementos de manera activa ante una situación real o simulada determinada. También se tendrá que centrar en tareas prácticas y auténticas, implicando desafíos complejos y poco estructurados y mostrando la existencia de aprendizajes evaluados mediante criterios adecuados.

Esta evaluación se diferencia bastante de la que tradicionalmente se ha realizado en los contextos escolares. Según Martínez y Echeverría (2009), uno

de los aspectos que la diferencian es el carácter formativo de la evaluación por competencias y estar concebida como un proceso que se ajusta al ritmo personal de cada alumno, realizada durante las actividades cotidianas del sujeto, interesada fundamentalmente en los resultados reflejados en el desempeño más que en los conocimientos, basada en las evidencias establecidas donde los sujetos conocen los resultados a alcanzar, contrastada con lo que el alumno hace y no en comparación a lo realizado por sus semejantes, dictaminada en términos sobre si un alumno es competente o no y sin establecer notas ni porcentajes, acordada entre quienes realizan la evaluación y los que son evaluados y delimitada mediante guías de evaluación para evitar criterios distintos ante la misma evaluación.

En la actualidad la evaluación por competencias se encuentra en un proceso de “encrucijada” didáctica ya que es efecto y a la vez causa de los aprendizajes desarrollados (Cano, 2008). La evaluación es una de las bases del currículo y su puesta en práctica ayuda en los cambios de los procesos de enseñanza y aprendizaje. Estos procesos evaluativos no se limitarán a la obtención final de una calificación numérica, ni al manejo de manera exclusiva de técnicas de recuerdo y repetición ni tampoco al empleo solo de pruebas de lápiz y papel. Por tanto, será a su vez una oportunidad para el desarrollo de aprendizajes, utilizando diversos instrumentos y agentes de evaluación, siendo coherente con la dinámica curricular cotidiana y haciendo conscientes a los alumnos de su nivel competencial alcanzado. Además, estas competencias evaluables tendrán que integrar distintos tipos de conocimientos y ejecuciones, abarcando diferentes contextos y favoreciendo aprendizajes de manera constante y autónoma (Cano, 2008).

Siguiendo a De La Orden (2011, p. 51), “la educación basada en competencias, EBC, acentúa el saber cómo, situándose más en la línea del entrenamiento, mientras que la educación general tradicional se sitúa claramente en la línea del saber qué”. En consecuencia, resulta necesaria una nueva conceptualización del currículo, siendo uno de los elementos

fundamentales de esta reformulación la evaluación de las propias competencias básicas.

La revisión de la literatura científica sobre procesos de evaluación demuestra que existen múltiples estudios en los que se analizan diferentes ámbitos y dimensiones de este complejo y amplio campo de investigación. Sin embargo, bajo el paradigma educativo actual marcado por la implantación e integración de las competencias básicas en los centros educativos (Valle y Manso, 2013), no existen muchos estudios sobre este campo de trabajo, lo que justifica la necesidad de realizar investigaciones como la presente. Mulder y colaboradores identifican múltiples problemas en la relación entre competencia y evaluación (2008, p. 17):

- “El énfasis en la evaluación de competencias está desequilibrado.
- La evaluación de la competencia frustra más que apoya su desarrollo y aprendizaje.
- Es difícil determinar si se ha logrado o no una competencia: el desarrollo de la competencia lleva su tiempo, algunas competencias solo se pueden aplicar después de haber conseguido una graduación, lo que dificulta su evaluación durante el programa de formación.
- Las competencias están formuladas en términos demasiados generales, lo que significa que no tienen ningún poder discriminador en las evaluaciones.
- El desempeño de las personas es, a menudo, evaluado en contextos profesionales simulados que no dan garantía de que esa persona sea competente también en un contexto profesional real.
- Los analistas de los perfiles de competencias no siempre tienen la suficiente habilidad y credibilidad para evaluar qué personas son competentes”.

Los problemas que puedan surgir relacionados con la evaluación competencial deberán de ser solventados a través de estudios teóricos e investigaciones que ahonden en la temática de las competencias y su integración en las prácticas escolares. En esta línea Jornet (2007), define los

siguientes criterios a tener presentes para la configuración de la evaluación por competencias:

- *Respecto al sistema de evaluación a utilizar*, incluyendo las competencias como constructos complejos que integran diferentes componentes (cognitivos y no cognitivos), la necesidad de complementariedad metodológica y la búsqueda de la calidad en los métodos o técnicas de evaluación.
- *Respecto a la situación evaluativa*, abarcando la consideración de todas las opciones de evaluación, seleccionando aquellas que mejor se adaptan a las características de cada momento concreto, aplicándolas en situaciones reales y favoreciendo un desarrollo procesual de la misma.
- *Respecto a las tareas que se plantean al estudiante para observar su desempeño*, ajustándolas al proceso de evaluación y con una planificación minuciosa.
- *Respecto a la calidad de los instrumentos*, siendo objetivos (fiabilidad y validez), operativos (funcional, factible, eficaz y eficiente) y éticos (equidad).

Siguiendo a Mateo y Vlachopoulos (2010, p. 54-58), el aprendizaje y la evaluación del desarrollo competencial alcanzado se concreta a partir de los siguientes elementos:

- *Identificación de las competencias, fijación del nivel de desarrollo competencial y establecimiento de los niveles de logro*. Se trata de fijar cuál es el objeto a evaluar, qué se pretende alcanzar y cuál es el nivel de desarrollo competencial deseable según cada dominio. En la descripción de la competencia se incluirá tanto los contenidos implicados como el nivel de complejidad establecido mediante distintos tipos de ítems.
- *Descripción de las actividades donde se manifestará la competencia*. Se trata de indicar las actividades en las que se va a manifestar la

competencia y los objetivos que se persiguen a través de su desarrollo. Para ello, se tendrán que definir los conocimientos y habilidades implícitas, el contexto en el que se aplicarán, los ítems con distintos niveles de dificultad, los criterios de corrección y los resultados esperados.

- *Instrumentos o medios para evaluar el nivel de desarrollo.* Dependen de los resultados de aprendizaje que se quieren obtener y se desarrollan una vez definidos de forma previa los conocimientos, habilidades y actitudes a conseguir. Estos instrumentos evalúan tanto el conocer como también el hecho de saber explicar lo que se hace, lo que requiere el manejo de los aprendizajes adquiridos por los alumnos. En este sentido, esta evaluación estará basada en realizaciones y ejecuciones que permitan abarcar un abanico amplio de competencias e indicadores conectados con situaciones y contextos de la vida cotidiana.
- *Estándares o criterios por los que se juzga si alguien es o no competente.* Se trata de aquellos criterios o estándares de ejecución que permiten emitir los juicios de valor respecto a los resultados alcanzados. Dentro de ellos, se expresará tanto lo que el alumno tiene que hacer como los niveles de ejecución que permitirán establecer las valoraciones sobre el aprendizaje conseguido. Con ello se podrá determinar si se ha logrado y con qué grado de suficiencia las competencias evaluadas.

Villardón (2006) realiza una propuesta metodológica para la evaluación de competencias planteando las siguientes fases: determinación de los logros a alcanzar por los alumnos, definición de los criterios de evaluación y las evidencias en las que centrar los juicios, establecimiento de niveles de logro, organización de la recogida de información y retroalimentación al alumno y, por último, valoración y reflexión sobre el proceso de evaluación desarrollado.

El rendimiento competencial de un alumno será explicado a partir de la utilización de instrumentos tanto de corte cuantitativo o resultados en pruebas objetivas y formales, como cualitativo o recogida de información mediante fuentes naturales, subjetivas e informales. Aunque la forma de desarrollar

ambos tipos de instrumentos sea diferente, si se atiende a su finalidad, son complementarios ya que persiguen un mismo objetivo, la evaluación global y lo más completa posible de la competencia alcanzada por un alumno en un momento concreto.

Según Jornet y colaboradores (2011) para el desarrollo de la evaluación de competencias buscando una utilidad formativa se pueden utilizar tanto métodos informales (entrevista, informes orales, exámenes y portafolios, entre otros) como formales (informes individualizados, institucionales o de sistema). A continuación se detallan algunos ejemplos de métodos *informales*:

- La *observación directa e indirecta* mientras que los alumnos realizan una tarea, pudiendo recoger datos mediante hojas de anotación y registros anecdóticos.
- El desarrollo de *proyectos intercompetenciales* centrados en la interrelación entre competencias y áreas curriculares. Las competencias no se desarrollan solo en una sola área curricular o en un nivel educativo específico. Se requiere de un enfoque multidimensional de evaluación con variedad de instrumentos y técnicas de medida.
- Planteamiento de *situaciones problema*, es decir, tareas y simulaciones a partir de las que va a quedar patente el aprendizaje logrado por los alumnos, utilizando principios metodológicos como el descubrimiento guiado, el trabajo en equipo y el planteamiento de situaciones de la vida cotidiana.
- La valoración de las producciones diarias de los alumnos a través de *portafolios*, donde se puede analizar de primera mano cómo desarrolla el alumno sus tareas cada día. Siguiendo a Shoes y Grace (2000) pueden ser de tres tipos: privados (elaborados por el docente e incluyen información de carácter privado de los alumnos), de aprendizaje (ofrecen una visión más en profundidad del alumno permitiendo la comunicación entre familias, docentes y alumnos) y acumulativos (creados por un maestro para que luego sean utilizados por otros docentes a lo largo de la escolaridad del alumno).

- Los *exámenes, pruebas orales y/o entrevistas* que a lo largo del curso realiza cada maestro y que tradicionalmente han sido utilizadas como calificación principal del alumno.
- El fomento del *aprendizaje cooperativo* para favorecer el trabajo en equipo, la interrelación y la colaboración conjunta entre el alumnado.

La batería de evaluación que se presenta en esta tesis se incluye dentro de los métodos *formales*, es decir, como prueba objetiva de rendimiento. La búsqueda de la calidad educativa mediante estas pruebas de rendimiento permite una mejora permanente de los métodos y procedimientos de evaluación a utilizar en cada momento, lo que favorece una retroalimentación positiva y continua a lo largo de todo el proceso.

La génesis desde los propios centros escolares de este tipo de pruebas ofrecerá ventajas significativas respecto a otros instrumentos de evaluación de competencias, es el caso de las pruebas internacionales de evaluación tipo PISA. Así, los contenidos de las asignaturas no son homogéneos en todos los países evaluados y sus procesos de enseñanza y aprendizaje pueden llegar a ser diferentes ya que los propios aspectos culturales de cada una de sus regiones pueden llegar a ser distintos. La adaptación a las características particulares de cada país en cuestión supondrá un verdadero desafío para la educación comparada al ir más allá de la mera comparación entre países (Klieme y Stanat, 2009).

En el proceso de diseño y construcción de estos instrumentos, de acuerdo a Martínez (2010), los rasgos psicométricos más importantes a tener en cuenta en la evaluación de competencias educativas son: la *relevancia del constructo a medir* o importancia de las teorías y prácticas educativas actuales, la *fiabilidad de las mediciones* pues se deberá de prestar una especial atención ya que las posibilidades de error que afectan a la consistencia de las puntuaciones es mayor en las evaluaciones por competencias que en las pruebas tradicionales, la *capacidad de discriminación entre los alumnos* de acuerdo al constructo de medición utilizado ya que a partir de las respuestas

dadas se obtienen una serie de valores numéricos en relación a la competencia que se está midiendo lo que permite la comparación entre sujetos, la *estandarización de las medidas* para la comparación de los individuos porque se realizan inferencias comparables sobre el desempeño logrado, y la *validez de todo el estudio desarrollado* que consiste en el establecimiento de la relevancia de las mediciones para apoyar las inferencias referidas a la competencia matemática, es decir, el grado en el que la evidencia y el marco teórico sobre esta competencia apoyan las interpretaciones que se hagan de los resultados obtenidos.

En definitiva, las modalidades o prácticas evaluativas para valorar competencias básicas pueden ser múltiples. Se trata de complementar e integrar diferentes métodos de tal forma que tanto el alumnado como el docente y sus familias cuenten con información constante y valiosa en cada momento concreto.

4.1.2. Establecimiento de niveles de dominio o desempeño

Tradicionalmente los resultados del rendimiento de los alumnos se han fijado en función del número de respuestas correctas. En la actualidad para facilitar la interpretación de los resultados se fijan niveles de dominio o desempeño. En una prueba de evaluación, al existir ítems con distinto nivel de dificultad, el porcentaje medio de aciertos no indica qué es lo que un alumno sabe o ignora. En consecuencia, se hace imprescindible un análisis más detallado de los resultados que permita fijar niveles en los que ubicar a los alumnos siendo una evidencia clara que cuanto mayor puntuación obtiene un sujeto más tareas puede resolver dentro del campo evaluado.

La necesidad de este tipo de evaluaciones a través de la utilización de las competencias básicas está justificada por el intento de mejora del logro académico unido a la relevancia actual del desarrollo de evaluaciones nacionales e internacionales. En ellas se demanda que el alumno realice tareas similares a las de la vida real que simulen el desempeño a conseguir de

acuerdo a unos propósitos y en un período de tiempo determinado, y se evalúan sus procesos y productos con relación a unos criterios de rendimiento que dan lugar a distintos niveles de competencia (Castro, 2011).

Mateo y Vlachopoulos definen los niveles de dominio, logro o desempeño como (2010, p. 55):

“La fijación de los niveles de logro implica operativizar los de desarrollo de la competencia y con ello nos obligamos a establecer el nivel de contenido a aprender en relación a un contexto de realidad concreto. Con ello hemos de ser conscientes que estamos sustituyendo el término contenido por el de logro (enfaticando con ello la conversión de contenidos en aprendizajes). Este cambio conceptual pone en crisis los procedimientos tradicionales de evaluación incapaces de capturar este nuevo tipo de información evaluativa”.

Cada nivel es definido en términos de lo que el individuo es capaz de hacer, de tal forma que al hablar del porcentaje de alumnos que se encuentra en cada nivel se refiere a aquello que sabe hacer y aquello otro que no, permitiendo comprender con claridad su nivel para esa competencia.

Los niveles de dominio describen qué clase de desempeño representa el logro alcanzado por un alumno. Se fijan mediante evidencias empíricas a partir de análisis estadísticos y describen el aprendizaje como una progresión, es decir, como un proceso de desarrollo de capacidades, conocimientos y destrezas de ejecución que se van profundizando y ampliando desde niveles más simples a otros más complejos.

Siguiendo a Jornet y colaboradores (2011, p. 133), para la evaluación de competencias “es conveniente que, en la medida de lo posible, se intente desarrollar un sistema cuantitativo o cuasi-cuantitativo que permita objetivar la distinción entre las graduaciones de desempeño”. El establecimiento de estos niveles de rendimiento facilita los procesos formativos y su naturaleza está orientada al aumento de la calidad educativa. Se podrán considerar como

mecanismos de control tanto internos como externos al entorno escolar. La definición de estos estándares de rendimiento permitirá el análisis de aquello que se espera que alcancen los alumnos en una competencia.

Continuando con la importancia del establecimiento de estos niveles, De La Orden (2011, p. 57) afirma que “el único criterio válido para confirmar la existencia de una competencia es la evidencia empírica del desempeño con éxito por un sujeto o, en su caso, por un grupo, de la función o papel asociados a dicha competencia”. De estas palabras se desprende la necesidad de impregnar en la evaluación de competencias a todos los elementos integrados en las mismas (sean conocimientos, habilidades, destrezas o actitudes) a través de la utilización de evidencias empíricas e indicadores estándares que permitan el contraste y la diferenciación entre los desempeños manifestados por los sujetos.

Como conclusión, la operativización de indicadores, subcompetencias y niveles de rendimiento, sus modelos de explicación y las posibles propuestas de mejora e intervención que puedan extraerse sobre los resultados alcanzados por los alumnos, constituyen una información valiosa para las ciencias de la educación, para el establecimiento de determinadas políticas educativas y para la actualización y mejora de las prácticas docentes.

4.1.3. Evaluación de la Competencia Matemática

La evaluación de competencias es un tema complejo y que precisa de una adecuada estructuración técnica-metodológica. Según la National Research Council (2001), un modelo teórico definido, unas tareas que permitan la evaluación y unas adecuadas pautas de interpretación, constituyen el “triángulo de la evaluación” en el proceso de construcción de una regla de medida en una competencia.

La evaluación de la competencia matemática permitirá la obtención de una serie de estándares que facilitarán la graduación del desempeño

alcanzado por el alumno dentro de la competencia matemática, lo que derivará en una retroalimentación constante y en la definición de posibilidades de mejora. Esta diferenciación objetiva entre niveles permitirá conocer el desempeño del alumno dentro de la competencia matemática y para cada subcompetencia. Para ello se torna fundamental la construcción de instrumentos válidos, fiables y rigurosos en los que se compruebe realmente que lo que se evalúa representa aquello que se enseña en las clases escolares.

Estos instrumentos seguirán un modelo de evaluación criterial que busque determinar el nivel de desempeño de los sujetos para conocer su nivel de competencia dentro del área de matemáticas, no siendo el referente de evaluación la comparación de la ejecución de un alumno con respecto a la de los demás. Estas pruebas están referidas a criterios de manera que el porcentaje de respuestas correctas indica el grado de cercanía que logra cada alumno (o grupo de alumnos) al “criterio” de dominio de la destreza o constructo evaluado, en este caso la competencia matemática.

Los conceptos y destrezas básicas evaluados dentro de la competencia matemática utilizan situaciones y tareas próximas a la realidad de los alumnos. Estos instrumentos, en conjunción con otras formas y modalidades de evaluación, intentan una visión integradora de la evaluación de los aprendizajes de los alumnos que posibiliten el diagnóstico de necesidades educativas para el establecimiento posterior de iniciativas tendentes a satisfacerlas.

Estas pruebas de evaluación se considerarán como tests de rendimiento ya que determinan la medida en la que un sujeto ejecuta una variedad de destrezas y tiene adquiridos unos determinados conocimientos. Este tipo de pruebas son utilizadas de forma frecuente en los procesos de diagnóstico y evaluación psicopedagógica como es el caso del *Test de Habilidades Básicas de Iowa* (ITBS) o la *Batería de Aptitudes Para el Aprendizaje Escolar* (BAPAE).

Estas formas y modelos que se quieren integrar para la evaluación de la competencia matemática no contradicen ni sustituyen a las formas y métodos habituales establecidos para las evaluaciones parciales o finales de la materia de matemáticas. Por otro lado, mientras que con un test específico de razonamiento matemático se ofrece una imagen parcial de lo que los alumnos han aprendido o no (Benner, 2009), con el desarrollo de instrumentos de evaluación de la competencia matemática se pretende ir más allá y hacer un análisis exhaustivo de lo que los alumnos han aprendido y formular juicios sobre la propia calidad del aprendizaje y la enseñanza, generando postulados de acción. En definitiva, se trata de aunar las perspectivas teórica y empírica en pos de la mejora de las prácticas escolares.

Además de la evaluación del desempeño alcanzado por los alumnos de una clase concreta a través de estos instrumentos diagnósticos, los resultados obtenidos también podrán servir para hacer una retroalimentación de cómo se están llevando a cabo las prácticas escolares en un centro concreto en relación a la competencia matemática e, incluso, se irá más allá para alcanzar mejoras que repercutan en la política educativa del sistema educativo en su conjunto (integración de evaluaciones internas y externas con un sentido pedagógico común). En el siguiente cuadro se presenta la utilidad de los instrumentos de evaluación de la competencia matemática con respecto a las propias aulas y a la política educativa a nivel general.

Cuadro 2.3. Posibles utilidades de la evaluación de la competencia matemática

Utilidades a nivel de aula	Utilidades a nivel de política educativa (sistema educativo)
<ul style="list-style-type: none"> • Determinar el nivel alcanzado por cada alumno. • Mostrar a cada alumno sus puntos fuertes y débiles en relación a la competencia matemática. • Motivar a los alumnos con otras formas de llevar a la práctica los procesos evaluativos. • Tomar decisiones sobre nuevos materiales didácticos. • Ver la necesidad de utilizar otro tipo de metodologías de aula. • Mejorar la actitud de los alumnos hacia los aprendizajes escolares. • Facilitar los procesos de detección de los diferentes niveles de rendimiento. • Favorecer respuestas educativas adaptadas a cada alumno. • Informar a los padres sobre el nivel de desempeño de su hijo en esta competencia. • Mostrar a los alumnos qué es lo que se espera de ellos para su nivel académico. 	<ul style="list-style-type: none"> • Comparar el nivel alcanzado por un grupo de alumnos, un centro educativo concreto o bien por una zona educativa específica. • Mostrar los puntos fuertes y débiles de grupos de alumnos o centros educativos en relación a la competencia matemática. • Motivar a los centros sobre las posibilidades evaluativas posibles que las competencias ofrecen. • Tomar decisiones sobre nuevos materiales didácticos que precise el centro. • Ver la necesidad de utilizar otro tipo de metodologías de aula y/o de centro. • Informar a toda la comunidad educativa sobre el nivel de desempeño alcanzado en el centro. • Mostrar a los centros educativos qué es lo que se espera que enseñen y que sus alumnos aprendan para este nivel académico. • Determinar si se cumplen los objetivos educativos establecidos, valorando la eficacia del currículo existente. • Fijar formas de agrupar a los alumnos. • Intercambiar experiencias entre docentes y centros educativos.

4.2. Principales referencias a nivel internacional

En el proyecto DeSeCo de la OCDE se establece la definición y selección de competencias fundamentando sus bases teóricas y conceptuales. A través de este proyecto se busca desarrollar un marco conceptual que permita comprender las destrezas y competencias necesarias para llevar una vida personal y social valiosa en un Estado democrático moderno. Para llevar esto a la práctica se realizan pruebas a nivel internacional para medir de forma directa el nivel de conocimientos que poseen los jóvenes y las destrezas que necesitan para hacer frente a los desafíos de la vida. Uno de estos estudios son las evaluaciones PISA que cuentan entre sus aspectos de análisis la evaluación de la competencia en matemáticas. En ellas, el término utilizado para describir este dominio es el de *alfabetización matemática*, definiéndose como (OCDE, 2013, p.4):

“Capacidad de un individuo para formular, emplear e interpretar las matemáticas en una variedad de contextos. Incluye el razonar matemáticamente y el usar conceptos, procedimientos, hechos y herramientas matemáticas para describir, explicar, y predecir fenómenos. Ayuda a los individuos a reconocer el papel que juegan las matemáticas en el mundo y a realizar los juicios bien fundados y las decisiones que necesitan los ciudadanos reflexivos, constructivos y comprometidos”.

Respecto a esta definición, Caraballo y colaboradores (2013) afirman que define de forma clara y explicativa el proceso de resolución de problemas, mostrando una caracterización comprensiva del mismo pues facilita la descripción de cómo el alumno conecta el contexto de un problema con el razonamiento matemático requerido y realiza un mayor énfasis en “los procesos involucrados en la resolución de problemas en contextos diversos, la atención a los fenómenos y el uso de herramientas matemáticas” (2013, p.230).

Para la concreción de este concepto en las prácticas evaluativas, la OCDE fija los criterios que definen el nivel de dificultad de los reactivos utilizados en las pruebas de evaluación de la competencia matemática. Éstos son (OCDE, 2002): el número y complejidad de los procesos y cálculos implicados, la necesidad de utilizar e integrar materiales y la importancia de representar, interpretar y reflexionar sobre el proceso desarrollado, sus situaciones y sus métodos.

A lo largo de las cinco evaluaciones PISA realizadas, son las de 2003 y 2012 las que toman como principal área de evaluación a las matemáticas. Siguiendo el marco teórico de PISA 2003 (INEE, 2003, p. 55), “el énfasis que hacen las evaluaciones de matemáticas OCDE/PISA en la utilización del conocimiento matemático para resolver los problemas del día a día representa la plasmación de un ideal que ya ha sido puesto en marcha, en grados diversos, en diferentes sistemas educativos a lo largo del mundo”.

En PISA, la competencia matemática es evaluada en función de siete niveles jerarquizados, siendo el primero el que supone un nivel de competencia

de menor complejidad situado por debajo del nivel uno y el seis el que más (en PISA 2000 se establecieron cinco niveles y en las evaluaciones de diagnóstico españolas otros cinco). Estos niveles se establecen en función de los siguientes aspectos:

- *El contenido matemático.* Incluye cuatro ideas clave o dominios de conocimiento: cantidad, espacio y forma, cambio y relaciones e incertidumbre. Según PISA 2006 (INEE, 2007), estas cuatro ideas cubren el currículo en su conjunto pero de forma reducida y conectándolo con situaciones reales.

Cuadro 2.4. *Dominios de conocimiento de la competencia matemática según PISA 2006*

Dominios de conocimiento	Aspectos a evaluar
<i>Cantidad</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Sentido numérico (tamaño relativo, representaciones de cantidades bajo distintas formas, relaciones, elección entre alternativas, formas equivalentes, regularidades,...) y su aplicación al mundo exterior. • Magnitudes numéricas y su razonamiento cuantitativo (comparación, determinación de proporciones y porcentajes). • Cálculos elegantes (creatividad asociada a la comprensión conceptual). • Cálculo mental. • Estimaciones y aproximaciones. • Características cuantificables de los objetos del mundo real (cálculos y medidas) y comprensión del significado de las operaciones.
<i>Espacio y forma</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Reconocer formas y patrones en el entorno. • Describir, codificar y decodificar información visual. • Comprender los cambios dinámicos de las formas. • Posiciones relativas. • Representaciones bidimensionales y tridimensionales y relaciones entre ambas. • Orientación en el espacio. • Formación e interpretación de sombras. • Concepto y funcionamiento de la perspectiva. • Semejanzas y diferencias entre objetos y figuras.
<i>Cambio y relaciones</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Relaciones temporales o permanentes entre fenómenos: ecuaciones, desigualdades, equivalencia, divisibilidad, etc. • Representación, reconocimiento y comprensión de los cambios que se producen. • Tipos de cambio y crecimiento: lineal (aditivo), exponencial (multiplicativo), periódico y logístico. • Paso de un tipo de representación a otra distinta. • Relaciones de dependencia entre las propiedades y cambios de determinados objetos matemáticos. • Pensamiento funcional centrado en pensar sobre y en términos de relaciones.
<i>Incertidumbre</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Razonamiento a partir de datos empíricos inciertos (estadística). • Producción y recogida de información. • Análisis de datos y presentación y visualización. • Omnipresencia de la variación, su cuantificación, su explicación y la elaboración de datos. • Diseño de estudios de muestreo. • Cálculo de probabilidades y azar. • Inferencia.

En PISA 2012, los dominios de conocimiento se denominan cantidad, espacio y forma, cambio y relaciones e incertidumbre y datos. En esta edición, la conceptualización de su contenido es más detallado, integral y coherente, prestando una mayor atención a los aspectos procedimentales que a los conceptuales, incluyendo el proceso de

modelización para cada categoría, incorporando implícitamente la definición de alfabetización matemática y derivando en una mayor precisión conceptual y terminológica (Caraballo et al., 2013).

- *Los procesos matemáticos.* Abarcan aquellas competencias generales de las matemáticas como son el empleo del lenguaje matemático, la creación de modelos y las habilidades relacionadas con la solución de problemas. A lo largo de PISA 2003 se señala que existen ocho competencias matemáticas (2003):
 1. *Pensar y razonar:* plantear preguntas típicas de las matemáticas y sus tipos de respuestas, distinguir entre diferentes tipos de enunciados y comprender y manejar la amplitud y los límites de los conceptos matemáticos.
 2. *Argumentación:* saber lo que son las comprobaciones matemáticas, seguir y evaluar cadenas de argumentos matemáticos de distintos tipos, tener una percepción de la heurística y construir argumentos matemáticos.
 3. *Comunicación:* expresar los contenidos matemáticos de forma oral y escrita y comprender los enunciados sobre dichos contenidos.
 4. *Construcción de modelos:* estructurar la situación o el campo que va a ser modelado, traducir la “realidad” a estructuras matemáticas, trabajar con modelos matemáticos, validarlos, reflexionar sobre un modelo y sus resultados.
 5. *Formulación y resolución de problemas:* trabajar con distintos tipos de problemas matemáticos y su resolución, si es posible, de diversas formas.
 6. *Representación:* utilizar distintas formas de representación para decodificar y codificar objetos y situaciones matemáticas y elegir el tipo más acorde de acuerdo con la situación y el propósito perseguido.
 7. *Empleo de operaciones y de un lenguaje simbólico, formal y técnico:* entre otros, interpretar y comprender su relación con el lenguaje

natural, manejar enunciados y expresiones que contengan símbolos y fórmulas, emplear variables y resolver ecuaciones.

8. *Empleo de soportes y herramientas*: hacer uso de ellas en una amplia variedad de situaciones, conociendo su utilidad y funcionalidad y valorando sus potencialidades y limitaciones en cada momento.

Además se describen estas ocho acciones cognitivas englobadas en tres grupos de competencia: *reproducción* (aplicación del conocimiento estudiado), *conexión* (se apoya en las anteriores y son situaciones de resolución de problemas alejadas de la pura rutina aunque incluyen situaciones familiares para el alumnado) y *reflexión* (análisis de los procesos necesarios y/o empleados para resolver un problema).

Cuadro 2.5. *Definición operativa de los tipos de capacidades para cada grupo de competencia*

Reproducción	Conexión	Reflexión
Representaciones y definiciones estándar. Cálculos rutinarios. Procedimientos habituales. Solución rutinaria de los problemas.	Construcción de modelos. Solución, traducción e interpretación estándar de problemas. Métodos múltiples definidos claramente.	Planteamiento y solución de problemas de nivel complejo. Reflexión e intuición. Enfoque matemático original. Métodos múltiples complejos. Generalización.

PISA 2012 cambia estas ocho acciones cognitivas y las condensa en siete denominadas: razonar y argumentar, matematizar, elaborar estrategias para resolver problemas, representar, comunicar, usar lenguaje formal, técnico, simbólico y las operaciones y, por último, usar herramientas matemáticas.

- *Las situaciones*. Son aquellos ámbitos en los que se utilizan las matemáticas y que muestran cierta proximidad con respecto al mundo real en el que el alumno se desenvuelve. También pueden aparecer contextos menos estructurados que requieren la toma de decisiones sobre cuál es el conocimiento más adecuado y útil en cada momento. Estas situaciones pueden ser: *personales* (contexto inmediato del

alumno: el yo, la familia y el grupo de compañeros), *educativas o laborales* (escuela o entorno laboral), *públicas* (relacionadas con el contexto social) y *científicas* (análisis de procesos relacionados con la tecnología y las propias matemáticas). En PISA 2012, las categorías cambian pasando a denominarse personal, laboral, social y científica.

En PISA 2012, las características de las capacidades matemáticas van orientadas a los procesos fundamentales de formular situaciones matemáticas, utilizar conceptos y procedimientos de razonamiento matemático e interpretar, generalizar y evaluar situaciones y contenidos de este dominio, aspectos interrelacionados e incluidos en la definición de alfabetización matemática. Todo el marco definido en esta edición da continuidad a lo establecido en la evaluación de 2003 aunque con mayor precisión conceptual y terminológica (Caraballo et al., 2013).

Junto a PISA, un estudio que cuenta con una especial relevancia es el desarrollado por la IEA denominado TIMSS. Se trata de un estudio periódico y longitudinal a nivel internacional que empezó en 1995 y que desde entonces se hace cada cuatro años. En la evaluación de 1995 participaron 45 países, en 2003 fueron 51, en 2007 tomaron parte 67 y en 2011, 60. Las áreas que conforman esta evaluación son el conocimiento y las destrezas en matemáticas y ciencias y están encaminadas a evaluar el rendimiento del alumnado de 4^o de Educación Primaria y 2^o de ESO.

TIMSS 2007 va encaminado a alumnos de 2^o de ESO. En él, el currículo toma tres formas: *pretendido* o lo que la administración establece a través del currículo oficial, *aplicado* o lo que se imparte en los centros y *alcanzado* o lo que los alumnos aprenden en los procesos de enseñanza y aprendizaje. Dentro de la competencia matemática se evalúan los siguientes contenidos y dominios cognitivos (INEE, 2011):

- *Áreas de contenidos:* números (números enteros, fracciones y decimales y razón, proporción y porcentaje), álgebra (patrones, expresiones

algebraicas y ecuaciones-fórmulas y funciones), geometría (formas y medidas geométricas y posición y movimiento) y datos y probabilidad (organización, representación e interpretación de datos y probabilidad).

- *Dominios cognitivos:* conocimiento (hechos, procedimientos y conceptos), razonamiento (forma de enfrentamiento a situaciones nuevas, contextos y problemas complejos) y aplicación (resolver problemas o responder a cuestiones).

Por otro lado, TIMSS 2011 va dirigido a alumnos de 4º de Educación Primaria. Para evaluar la competencia matemática se valoran los siguientes contenidos y dominios cognitivos (INEE, 2012b):

- *Áreas de contenidos:* números (números naturales, fracciones y decimales, expresiones numéricas con números naturales y modelos y relaciones), formas y mediciones geométricas (puntos, líneas y ángulos y formas bidimensionales y tridimensionales) y representación de datos (números naturales, organización y representación).
- *Dominios cognitivos:* conocer (recordar, reconocer/identificar, recuperar, medir y clasificar/ordenar), razonar (analizar, generalizar/especializar la resolución de un problema, integrar/sintetizar, justificar con pruebas de validez matemática y resolver problemas no rutinarios en contextos no conocidos) y aplicar (seleccionar un método o estrategia para solucionar un problema, representar, modelizar, poner en práctica y resolver problemas rutinarios).

A nivel europeo la UE ha puesto en marcha un programa de trabajo denominado *Educación y Formación 2010*. Uno de los temas tratados es el relativo a las competencias clave para un aprendizaje a lo largo de la vida. En este programa se define la *competencia matemática* o *alfabetización numérica* como “la habilidad para usar la suma, resta, multiplicación, división y ratio en cálculo mental y escrito para resolver una serie de problemas en situaciones cotidianas” (2004, p. 8), prestando mayor importancia a los procesos más que a los resultados y a la actividad más que al conocimiento. Dentro de la

competencia matemática se incluyen una serie de conocimientos, destrezas y actitudes (2004):

Cuadro 2.6. *Conocimientos, destrezas y actitudes de la competencia matemática según la UE (2004)*

Conocimientos	<ul style="list-style-type: none"> • Conocimiento y comprensión de números y medidas y habilidad para usarlos en una variedad de contextos cotidianos. Incluye la comprensión de los métodos básicos de cálculo y el conocimiento de formas elementales matemáticas como son los gráficos, las fórmulas y las estadísticas. • Conocimiento de conceptos matemáticos, incluyendo los teoremas más relevantes de geometría y álgebra. • Conocimiento y comprensión de los tipos de preguntas a las que las matemáticas pueden dar una respuesta.
Destrezas	<ul style="list-style-type: none"> • Habilidad para aplicar los elementos básicos de la alfabetización matemática: suma y resta, multiplicación y división, porcentajes y ratios y pesos y medidas. • Habilidad para enfrentar y solucionar problemas de la vida cotidiana: economía casera, compras, viajes y ocio,... • Habilidad para seguir y evaluar una serie de argumentos y para revelar las ideas básicas de una determinada línea de argumentación. • Capacidad para utilizar símbolos y fórmulas matemáticas con el fin de descodificar e interpretar el lenguaje matemático y para comprender su relación con el lenguaje natural, comunicando en, con y acerca de las matemáticas. • Habilidad para pensar y razonar matemáticamente utilizando y aplicando modelos existentes a cuestiones propuestas. • Capacidad para entender y utilizar diferentes tipos de representaciones de objetos matemáticos, casos y situaciones, eligiendo y variando entre diversas situaciones. • Disposición para el pensamiento crítico, habilidad para distinguir entre diferentes tipos de enunciados matemáticos, comprensión de pruebas matemáticas y el alcance y limitaciones de un concepto dado. • Habilidad para usar ayudas y herramientas.
Actitudes	<ul style="list-style-type: none"> • Disposición para superar el “miedo a los números”. • Voluntad para usar el cálculo numérico con el fin de resolver problemas en el día a día. • Respeto a la verdad como base del pensamiento matemático. • Disposición para buscar las razones en las que se basan los argumentos propios. • Disposición para aceptar y rechazar opiniones de otros basándose en evidencias válidas o inválidas.

4.3. Principales referencias a nivel nacional

La *Ley Orgánica de Educación (LOE)*, en su artículo 6.2, establece que corresponde al Gobierno fijar las enseñanzas mínimas a las que se refiere la disposición adicional primera de la *Ley Orgánica del Derecho a la Educación (LODE)*. Entre sus objetivos generales para la etapa de Educación Primaria remarca el “desarrollar las competencias matemáticas básicas e iniciarse en la

resolución de problemas que requieran la realización de operaciones elementales de cálculo, conocimientos geométricos y estimaciones, así como ser capaces de aplicarlos a las situaciones de su vida cotidiana” (2006, p. 17168). En nuestro país, las enseñanzas mínimas para la etapa de Educación Primaria están reguladas por el *Real Decreto 1513/2006*, ya que la nueva *Ley Orgánica de Mejora de la Calidad de la Educación* (LOMCE, 2013) no las ha definido por medio de nuevos reales decretos.

Una vez establecidas estas enseñanzas mínimas por parte del Estado, corresponde a las Comunidades Autónomas establecer su propio currículo correspondiente a las enseñanzas de Educación Primaria partiendo de esos mínimos fijados en el marco normativo nacional. En última instancia, en el ejercicio de su autonomía pedagógica, los centros educativos juegan un importante papel en la determinación y adaptación del currículo a su escuela.

Las enseñanzas mínimas incluyen los aspectos básicos del currículo en relación con los objetivos, las competencias básicas, los contenidos y los criterios de evaluación. Su principal finalidad es asegurar una formación común a todo el alumnado dentro del sistema educativo español y garantizar la validez de los títulos correspondientes. Se pretende facilitar la continuidad, la progresión y la coherencia del aprendizaje en el caso de movilidad geográfica.

En la regulación de las enseñanzas mínimas cobra una especial relevancia la definición de las competencias básicas que los alumnos deberán desarrollar a lo largo de la Educación Primaria. Éstas se incorporan por primera vez a las enseñanzas mínimas indicando que permiten (2006, p. 43053):

“Identificar aquellos aprendizajes que se consideran imprescindibles desde un planteamiento integrador y orientado a la aplicación de los saberes adquiridos. Su logro deberá capacitar a los alumnos y alumnas para su realización personal, el ejercicio de la ciudadanía activa, la incorporación a la vida adulta de manera satisfactoria y el desarrollo de un aprendizaje permanente a lo largo de la vida”.

La concreción del currículo que cada uno de los centros educativos realiza en sus correspondientes proyectos educativos va encaminada al desarrollo de dichas competencias. Además, en el artículo 6 de dicho Real Decreto (2006, p. 43056) se dice que “la organización y funcionamiento de los centros, las actividades docentes, las formas de relación que se establezcan entre los integrantes de la comunidad educativa y las actividades complementarias y extraescolares pueden facilitar también el desarrollo de las competencias básicas”.

A lo largo de este Real Decreto se desarrollan las finalidades derivadas de la inclusión de las competencias básicas en el currículo (2006, p. 43058):

- “Integrar los diferentes aprendizajes, tanto los formales incorporados a las diferentes áreas o materias, como los informales y no formales”.
- “Permitir a todos los estudiantes integrar sus aprendizajes, ponerlos en relación con distintos tipos de contenidos y utilizarlos de manera efectiva cuando les resulten necesarios en diferentes situaciones y contextos”.
- “Orientar la enseñanza al permitir identificar los contenidos y los criterios de evaluación que tienen carácter imprescindible y, en general, inspirar las distintas decisiones relativas al proceso de enseñanza y de aprendizaje”.

Tomando como referencia este Real Decreto, los aspectos definitorios de la competencia matemática para la etapa de Educación Primaria son los siguientes:

- a) Utilización y relación entre los números, sus operaciones básicas y sus símbolos.
- b) Generalización de diferentes formas de expresión y razonamiento matemático para producir e interpretar información, ampliar el conocimiento de la realidad y la resolución de problemas relacionados con la vida cotidiana y el mundo laboral.

- c) Interpretación y expresión con claridad y precisión información, datos y argumentaciones.
- d) Participación efectiva en la vida social, toma de decisiones y aprendizaje a lo largo de la vida.
- e) Conocimiento y manejo de los elementos matemáticos básicos en situaciones reales o simuladas de la vida cotidiana con distintos niveles de complejidad.
- f) Aplicación de lo aprendido de forma espontánea a una mayor variedad de situaciones y contextos cotidianos.
- g) Seguimiento de cadenas argumentales identificando las ideas fundamentales.
- h) Estimación y enjuiciamiento de la lógica y la validez de las argumentaciones e informaciones a través de la puesta en práctica de determinados procesos de pensamiento (como por ejemplo, la inducción y la deducción), la aplicación de algoritmos de cálculo y los elementos de la lógica.
- i) Análisis del grado de certeza de los resultados derivados de razonamientos válidos.
- j) Disposición favorable y de progresiva seguridad y confianza hacia la información y las situaciones que contienen elementos o soportes matemáticos.
- k) Respeto y gusto por la certeza y la búsqueda de información a través del razonamiento matemático.
- l) Cálculo, representación e interpretación del entorno a partir de la información existente.
- m) Generalización de los aprendizajes matemáticos a otros campos de conocimiento.
- n) Expresión y comunicación a través del lenguaje matemático utilizando las herramientas de apoyo adecuadas.

Por otra parte define que para la enseñanza de las matemáticas en esta etapa se tendrá como objetivo el desarrollo de las siguientes capacidades (2006, p. 43097):

- “Utilizar el conocimiento matemático para comprender, valorar y producir informaciones y mensajes sobre hechos y situaciones de la vida cotidiana y reconocer su carácter instrumental para otros campos de conocimiento”.
- “Reconocer situaciones de su medio habitual para cuya comprensión o tratamiento se requieran operaciones elementales de cálculo, formularlas mediante formas sencillas de expresión matemática o resolverlas utilizando los algoritmos correspondientes, valorar el sentido de los resultados y explicar oralmente y por escrito los procesos seguidos”.
- “Apreciar el papel de las matemáticas en la vida cotidiana, disfrutar con su uso y reconocer el valor de actitudes como la exploración de distintas alternativas, la conveniencia de la precisión o la perseverancia en la búsqueda de soluciones”.
- “Conocer, valorar y adquirir seguridad en las propias habilidades matemáticas para afrontar situaciones diversas que permitan disfrutar de los aspectos creativos, estéticos o utilitarios y confiar en sus posibilidades de uso”.
- “Elaborar y utilizar instrumentos y estrategias personales de cálculo mental y medida, así como procedimientos de orientación espacial, en contextos de resolución de problemas, decidiendo, en cada caso, las ventajas de su uso y valorando la coherencia de los resultados”.
- “Utilizar de forma adecuada los medios tecnológicos tanto en el cálculo como en la búsqueda, tratamiento y representación de informaciones diversas”.
- “Identificar formas geométricas del entorno natural y cultural, utilizando el conocimiento de sus elementos y propiedades para describir la realidad y desarrollar nuevas posibilidades de acción”.
- “Utilizar técnicas elementales de recogida de datos para obtener información sobre fenómenos y situaciones de su entorno, representarla de forma gráfica y numérica y formarse un juicio sobre la misma”.

A partir de este Real Decreto de enseñanzas mínimas, cada Comunidad Autónoma ha regulado sus propios currículos estableciendo los aspectos

concretos para la competencia matemática. Más adelante se menciona el caso de Castilla La Mancha por ser la región en la que se centra la evaluación de la competencia matemática presentada a lo largo de esta tesis.

Siguiendo el marco de evaluación de la *Evaluación General de Diagnóstico 2009*, la competencia matemática implica (INEE, 2009, p. 101):

- “El conocimiento y manejo de los elementos matemáticos básicos en situaciones reales o simuladas de la vida cotidiana y la puesta en práctica de procesos de razonamiento que llevan a la solución de los problemas o a la obtención de información.
- Una disposición favorable y de progresiva seguridad y confianza hacia la información y las situaciones que contiene elementos o soportes matemáticos, así como hacia su utilización cuando la situación lo aconseja, basadas en el respeto y el gusto por la certeza y en su búsqueda a través del razonamiento”.

Plantea seis procesos de índole cognitiva englobados dentro de tres agrupamientos de destrezas siguiendo el marco teórico de PISA (INEE, 2009):

Cuadro 2.7. *Destrezas y procesos en la Evaluación General de Diagnóstico*

Destrezas	Procesos	Descripción
<i>Reproducción</i>	Acceso e identificación	Recuerdo y reconocimiento de los términos y conceptos elementales y reproducción de las fórmulas establecidas.
	Comprensión	Captación del sentido y la intencionalidad de los textos e interpretación para resolver problemas.
<i>Conexión</i>	Aplicación	Selección y transferencia de información para resolver problemas con cierto grado de abstracción e intervención ante situaciones nuevas.
	Análisis y valoración	Análisis y fragmentación de la información en partes, encontrando causas y motivos, realizando inferencias y generalizaciones.
<i>Reflexión</i>	Síntesis y creación	Acumulación de información y su relación de manera diferente, estableciendo nuevos patrones y descubriendo soluciones alternativas.
	Juicio y valoración	Formulación de juicios con criterio propio, fundamentando opiniones. También incluye la planificación compleja, la reglamentación y la negociación.

Además, fija como bloques de contenidos para el marco de la evaluación los siguientes (INEE, 2009):

Cuadro 2.8. *Bloques de contenido en la Evaluación General de Diagnóstico*

4º Educación Primaria	2º Educación Secundaria Obligatoria
Números y operaciones	Contenidos comunes
La medida: estimación y cálculo de magnitudes	Números
Geometría	Álgebra
Tratamiento de la información, azar y probabilidad	Geometría
	Funciones y gráficas
	Estadística y probabilidad

En cuanto al peso de cada bloque de contenido, cada destreza y cada proceso según la *Evaluación General de Diagnóstico*, aparece lo siguiente para 4º de Educación Primaria (INEE, 2009):

Tabla 2.1. *Porcentaje de cada bloque de contenido, cada destreza y cada proceso en la Evaluación General de Diagnóstico de 4º de Educación Primaria*

Bloques de contenido	Total
Números y operaciones	35
La medida	20
Geometría	25
Tratamiento de la información, azar y probabilidad	20
<i>Total</i>	100

Destrezas	Procesos	Total
<i>Reproducción</i>	Acceso e identificación	10
	Comprensión	15
<i>Conexión</i>	Aplicación	25
	Análisis y valoración	20
<i>Reflexión</i>	Síntesis y creación	20
	Juicio y regulación	10
	<i>Total</i>	100

Los criterios de evaluación permiten relacionar estos bloques de contenido con las destrezas y los procesos puestos en marcha. A continuación se señala un ejemplo para el bloque de contenido *Números y operaciones* (INEE, 2009, p. 106):

Cuadro 2.9. *Ejemplo de relación entre destrezas, procesos y criterios de evaluación dentro del bloque de contenido Números y operaciones en 4º de Educación Primaria*

Destrezas	Procesos	Criterio de evaluación
<i>Reproducción</i>	Acceso e identificación	“Localizar y recuperar información explícita”.
	Comprensión	“Interpretar el valor posicional de cada una de las cifras de un número”.
<i>Conexión</i>	Aplicación	“Utilizar en contextos cotidianos, la lectura y escritura de números naturales hasta 6 cifras”.
	Análisis y valoración	“Comparar y ordenar números por el valor posicional y en la recta numérica”.
<i>Reflexión</i>	Síntesis y creación	“Utilizar estrategias personales para la resolución de problemas”.
	Juicio y valoración	“Apreciar si llegan a resultados válidos, exactos o estimados en función de los números que intervienen y de la situación de cálculo en que se produce”.

Siguiendo el Informe de resultados de la *Evaluación General de Diagnóstico del año 2009* (INEE, 2010a, p. 79), cada uno de los niveles fijados para la competencia matemática comprende lo siguiente:

Cuadro 2.10. Niveles de rendimiento de la Evaluación General de Diagnóstico para la competencia matemática en el año 2009

Niveles	Características
Nivel 5	Además de los conocimientos y destrezas de los niveles anteriores, los alumnos son capaces de “resolver problemas relacionados con el entorno que exijan cierta planificación, aplicando dos operaciones con números naturales como máximo”.
Nivel 4	Junto a lo anterior, los alumnos pueden “convertir unas unidades de medida en otras; emplear fracciones usuales, como partes de la unidad, con denominador igual o menor de diez; interpretar diferentes representaciones espaciales de objetos”.
Nivel 3	Además de los conocimientos y destrezas de los niveles anteriores, los alumnos son capaces de “aplicar los conocimientos adquiridos sobre la medida; apreciar si llegan a resultados válidos, exactos o estimados en función de los números que intervienen y de la situación de cálculo en que se produce; utilizar estrategias personales para la resolución de problemas y expresar de forma escrita y ordenada el proceso; resolver problemas relacionados con el entorno que exijan cierta planificación, aplicando los contenidos básicos de geometría; comunicar de forma escrita los resultados acompañados de una tabla; utilizar las nociones básicas de los movimientos geométricos”.
Nivel 2	Además de lo anterior, los alumnos pueden “realizar cálculos con números naturales, usarlos en la resolución de problemas y dominar los algoritmos escritos; utilizar técnicas sencillas de recuento; recoger datos sobre hechos y objetos de la vida cotidiana; utilizar las nociones básicas de los elementos geométricos (perímetro); conocer las propiedades básicas de cuerpos y figuras planas; utilizar los movimientos en el plano para emitir y recibir informaciones sobre situaciones cotidianas”.
Nivel 1	Los alumnos son capaces de “localizar y recuperar información sobre números; interpretar el valor posicional de las cifras de un número; utilizar las unidades de medida en situaciones cotidianas; utilizar estrategias personales de cálculo mental; realizar cálculos con números naturales y usarlos en la resolución de problemas; expresar el resultado del recuento de datos en forma de tabla o gráfica; interpretar un gráfico sencillo en una situación familiar; reconocer y clasificar figuras y cuerpos geométricos”.

4.4. Ejemplo de marco a nivel regional: Castilla La Mancha

Establecidas las enseñanzas mínimas por parte del Estado, corresponde a las Comunidades Autónomas establecer el currículo correspondiente a las enseñanzas de Educación Primaria partiendo de dichos mínimos. De esta manera, corresponde a la Administración Educativa de Castilla La Mancha la determinación de un currículo que dé respuesta a los intereses, necesidades y rasgos específicos del contexto social y cultural de esta región.

El Decreto 68/2007 de 29 de mayo de 2007 por el que se establece y ordena el currículo de Educación Primaria en la Comunidad Autónoma de Castilla La Mancha, define las competencias básicas como “un conjunto de

conocimientos, destrezas y actitudes que son necesarias para la realización y desarrollo personal, escolar y social y que se han de desarrollar a través del currículo” (2007, p. 14761). Este decreto de currículo define que la competencia matemática del alumno de esta etapa se demuestra a dos niveles (2007, p. 14765):

“En un primer nivel, cuando el alumno utiliza y relaciona los números, las operaciones básicas, los símbolos y las formas de expresión y razonamiento matemático; y, en un segundo nivel, cuando es capaz de utilizar el razonamiento para interpretar la realidad desde los parámetros matemáticos y justificar su interpretación”.

Por otro parte, el alumno al terminar la Educación Primaria deberá ser competente en lo siguiente (2007, p. 14765):

“En el manejo de los números naturales; en establecer relaciones entre números; para utilizar de forma comprensiva y automatizada las operaciones básicas con esos números; para realizar estimaciones, medidas, cálculos, transformaciones y equivalencias entre las distintas unidades de medida; para interpretar la realidad desde parámetros geométricos; y, sobre todo, para utilizar estos conocimientos y destrezas en la resolución de problemas supuestos y reales. Estas habilidades incluyen el disfrute con el trabajo bien hecho, la precisión en el resultado y el uso de procedimientos de revisión del trabajo”.

Para establecer la secuencia de esta competencia a lo largo de las etapas educativas, se señala a continuación el sistema de indicadores establecido por esta región para las etapas educativas de Educación Infantil, Primaria y Secundaria Obligatoria (adaptado en parte de Arreaza et al., 2007, p.45):

Cuadro 2.11. *La competencia matemática en Castilla La Mancha*

Etapa educativa	Indicadores
<i>Educación Infantil</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Contar y establecer secuencias de objetos. • Asociar cantidad y número. • Realizar estimaciones de medidas. • Situarse en el espacio y el tiempo. • Ubicar en el tiempo las actividades cotidianas. • Situarse y seguir itinerarios en la acción y en el plano. • Clasificar objetos y formas de acuerdo a distintos criterios. • Identificar las formas planas y objetos que las representan. • Explorar cuerpos geométricos y formas tridimensionales del entorno. • Resolver problemas sencillos de la vida cotidiana. • Desarrollar las tareas con iniciativa, constancia y rigor.
<i>Educación Primaria</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Usar operaciones con números naturales. • Utilizar estrategias de estimación y de medida. • Revisar y corregir los cálculos realizados. • Utilizar el vocabulario específico. • Usar técnicas de registro y representación gráfica y numérica. • Representar las relaciones temporales. • Comparar la media de dos o más fenómenos. • Formular y resolver problemas. • Describir e interpretar los resultados. • Medir, comparar y clasificar ángulos. • Localizar y trazar puntos, líneas, traslaciones y simetrías. • Interpretar relaciones de proporcionalidad directa. • Calcular la probabilidad de un suceso. • Establecer relaciones causales. • Comparar y medir figuras geométricas.
<i>Educación Secundaria Obligatoria</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Usar estrategias de estimación y medida. • Realizar operaciones con números enteros. • Establecer relaciones de proporcionalidad directa e inversa. • Comparar y medir figuras geométricas. • Comprobar relaciones entre figuras. • Aplicar relaciones de semejanzas. • Representar relaciones temporales. • Formular y resolver problemas. • Usar vocabulario específico. • Establecer relaciones causales. • Identificar y diferenciar fenómenos aleatorios. • Calcular la probabilidad de un suceso. • Calcular e interpretar estadísticas. • Usar técnicas de registro y de representación gráfica y numérica. • Utilizar escalas y sistemas de representación. • Usar técnicas de orientación en mapas y planos. • Comparar y clasificar materiales. • Buscar alternativas. • Revisar y corregir los cálculos. • Describir e interpretar los resultados alcanzados.

5. Rendimiento Académico y Competencia Matemática

El estudio del rendimiento académico ha sido siempre un tema importante de análisis dentro de las investigaciones científicas en psicología y educación. De esta forma, existen constructos psicológicos que muestran asociaciones significativas con el rendimiento y, además, existen otros que están siendo analizados como factores importantes del mismo, es el caso del aprendizaje por competencias.

5.1. Conceptualización teórica

Se puede tener una buena capacidad intelectual y buenas aptitudes y sin embargo no estar obteniendo un rendimiento adecuado. Ello podría ser debido a causas como baja motivación, falta de interés, escasos hábitos de estudio, baja autoestima y autoconcepto, dificultades de integración y socialización, nivel socioeconómico y familiar, entre otras. También existen otras causas derivadas de las propias características de los sistemas educativos en relación a sus recursos personales, materiales y financieros, organización de los centros y formación docente.

El rendimiento es considerado una de las dimensiones más importantes en el proceso de enseñanza y aprendizaje de un alumno. Cuando desde las escuelas se trata de evaluarlo y conocer cómo mejorarlo, se presta atención a todos los factores influyentes en su desarrollo.

Edel (2004) investigó los factores asociados al rendimiento escolar. Entre las principales conclusiones obtenidas, aparecen tres factores con una incidencia significativa: la autopercepción del propio alumno, el papel del profesor en relación a dicho autoconocimiento y la importancia de la habilidad social en el rendimiento. Además, considera que existen otros tres factores estrechamente vinculados con el rendimiento académico: la *motivación escolar* (proceso que facilita y guía a una conducta hacia el logro de una meta), el *autocontrol del alumno* (relaciona el “locus de control” o lugar de control donde

el individuo ubica el origen de los resultados obtenidos con el éxito escolar) y las *habilidades sociales* (forma de interactuar con compañeros, familia y ambiente social).

Las expectativas de la familia, el profesorado y los propios alumnos respecto a los logros del aprendizaje son bastante importantes porque ponen al descubierto el efecto de una serie de actitudes, prejuicios y conductas que pueden favorecer o perjudicar la tarea escolar y sus resultados. Según Vélez y colaboradores (1994) es imprescindible identificar todas las variables asociadas con el logro cognitivo y académico. Las clasifican en *indicadores alterables* que están sujetos a intervenciones de políticas educativas (por ejemplo, características de la escuela y los maestros, materiales educativos y prácticas pedagógicas) e *indicadores no alterables* que apenas están afectados por las políticas educativas (por ejemplo, nivel socioeconómico).

En el logro de un buen rendimiento académico por parte de los alumnos, el docente cumple un rol fundamental ya que es importante tener en cuenta cómo es su forma de enseñar y cómo influye la misma en los alumnos. Gagné (1985) defiende que en el proceso instructivo existen una serie de etapas que acarrearán unos procesos internos asociados:

Cuadro 2.12. *Etapas de la instrucción y procesos mentales internos según Gagné*

Etapas de la instrucción	Proceso mental interno
1ª Captar la atención.	Los estímulos activan los receptores.
2ª Informar a los estudiantes de los objetivos.	Crea niveles de expectativa respecto al aprendizaje.
3ª Estimular el recuerdo de aprendizajes previos.	Recuperación y activación de la memoria a corto plazo.
4ª Presentar el contenido.	Percepción selectiva del contenido.
5ª Ofrecer una "guía para el aprendizaje".	Codificación semántica para el almacenamiento en la memoria a largo plazo.
6ª Mostrar el rendimiento (práctica).	Responder a preguntas para aumentar la codificación y verificación.
7ª Ofrecer feedback.	Refuerzo y evaluación del rendimiento correcto.
8ª Evaluar el rendimiento.	Recuperación y refuerzo del contenido como evaluación final.
9ª Favorecer la retención y aplicación al trabajo.	Recuperación y generalización de las destrezas adquiridas a situaciones nuevas.

Respecto a la formación docente, señalar el estudio *Teacher Education Study in Mathematics* (TEDS-M) realizado por la IEA. Se centra en tres temas principales: políticas de formación, selección y empleo, conocimiento matemático y didáctico exigido y las oportunidades de aprendizaje para el futuro docente y nivel alcanzado al acabar su formación académica (INEE, 2013e). Se trata de un estudio comparativo a nivel internacional sobre la formación de los futuros profesores de matemáticas de las etapas de Educación Primaria y Secundaria. Su primera edición ha sido desarrollada entre los años 2006 y 2010 y en ella han participado 17 países, entre ellos España aunque solo en lo referente a Educación Primaria.

Este estudio remarca el papel fundamental de la calidad docente en los resultados de los alumnos centrada en su preparación previa, su motivación intrínseca y sus creencias sobre la naturaleza y enseñanza de las matemáticas. Señala la poca calidad de la formación universitaria en matemáticas de los alumnos de Magisterio, pudiendo contribuir a la desigualdad educativa y laboral posterior y siendo necesario un mayor rigor en el acceso a estos estudios. También establece que se deberían de tener en cuenta las características personales de los futuros docentes, la contribución de las propias facultades donde se desarrollan dichos estudios universitarios y la planificación y el desarrollo riguroso de los *Prácticum* de carácter progresivo en centros educativos para conectar la teoría y la práctica (INEE, 2013e). En el estudio de Nortes y Nortes (2013), también se observa esta falta de conocimientos y competencias matemáticas en los alumnos del Grado de Maestro de Educación Primaria.

Siguiendo con la importancia de la labor docente para llevar a cabo un análisis continuado del rendimiento de los alumnos, resulta recomendable que el docente vaya guardando sus trabajos y exámenes para conocer su evolución y la calidad de los mismos. Para ello en el aula se tienen que proponer actividades variadas de razonamiento matemático para ir señalando aquellas en las que el alumno más destaca para ir acoplando las actividades a los intereses del escolar.

Esta variedad de actividades facilitará la evaluación del rendimiento del alumnado en matemáticas, constituyéndose como un instrumento que podrá proporcionar la información necesaria para conducir y orientar los procesos de revisión y actualización del currículo y, a través de ella, mejorar la eficacia y la calidad de la educación escolar. Coll y Martín (2006) señalan que existen diversos factores que influyen en la vinculación entre el rendimiento académico y la planificación de los cambios a nivel curricular, señalando tres cuyo papel ha sido determinante: la función reguladora de la evaluación, la rendición de cuentas y el establecimiento de estándares de calidad en la educación.

Otro aspecto importante en el rendimiento del alumno en esta competencia es tener presente la influencia de las actitudes de los alumnos hacia las matemáticas. Muñoz y Mato (2008) señalan que desde los sistemas educativos deberían de generarse métodos de enseñanza que tengan en cuenta aspectos de las actitudes durante el aprendizaje y donde el docente cumpla un papel fundamental como conocedor de dichos procesos internos de sus alumnos. Señalan que “los puntos débiles de las actitudes frente al estudio de las matemáticas no solo afectan a los grupos de alumnos o a los centros de enseñanza de rendimiento más bajo; muchos alumnos con un rendimiento relativamente bueno, se ven frenados por su actitud negativa hacia las matemáticas” (2008, p. 224).

Por último, señalar el sexo de los alumnos como factor que influye en el rendimiento escolar. Dentro del campo de la investigación educativa, existen muchos estudios que consideran el sexo como una variable moduladora fundamental. Entre ellos, está el estudio de Elices y colaboradores (1990) por el análisis exhaustivo de esta variable que realiza en relación con otras con destacada incidencia en las prácticas escolares, es el caso del rendimiento en matemáticas. En el mismo, constatan que existen diferencias en cuanto a rendimiento general entre ambos sexos a favor de las chicas. Estas diferencias se observan más atenuadas cuando se relaciona sexo, rendimiento escolar y medio socio-cultural ya que se observa que a finales de Educación Primaria el rendimiento de las niñas de zona rural disminuye hasta situarse al mismo nivel

que el de los niños, mientras que en las zonas urbanas se acentúan más las diferencias a favor de las niñas.

Esta investigación resalta que el rendimiento de las niñas en el área de Lenguaje es superior mientras que en las matemáticas existe una igualdad casi total. También se observa en las chicas una mayor rapidez y constancia en la realización de las tareas escolares, lo que deriva en una valoración más positiva por parte del profesorado. En cuanto a las variables de tipo cognitivo resaltan la igualdad existente entre chicos y chicas. Solo en vocabulario gráfico y en discriminación de simetrías se han encontrado diferencias estadísticamente significativas a favor de los chicos. Además, conforme avanza la escolaridad obligatoria se observa en los chicos un índice de conflictividad e inadaptación escolar superior al de las chicas, lo que se traduce en muchas ocasiones en un menor rendimiento académico y en un abandono temprano del sistema educativo.

5.2. Rendimiento en evaluaciones de competencias

En las evaluaciones PISA se fijan distintos niveles de rendimiento en cada una de las tres competencias evaluadas: lectura, matemáticas y ciencias. El establecimiento de estos niveles se configura de acuerdo con los ítems que aparecen para cada uno de ellos y son utilizados para organizar las puntuaciones de los alumnos.

La definición y valoración de estos niveles de rendimiento tienen una doble utilidad. Por una parte, facilitan la cuantificación del porcentaje de escolares que se encuentran en cada nivel para cada uno de los países y comunidades participantes. Por otro lado, permiten la descripción del grado de adquisición de las competencias por parte de los alumnos, es decir, qué saben hacer, cómo aplican sus conocimientos y con qué grado de complejidad.

Una de las interrelaciones más destacadas señaladas en PISA es la que protagonizan *equidad y rendimiento*. La equidad es un elemento esencial de los

sistemas educativos que permite el análisis entre las diferencias en las puntuaciones y los comportamientos y las circunstancias específicas del alumnado, sus familias, el propio centro y su entorno. Desde PISA se argumenta y estudia la equidad en la educación desde tres perspectivas de análisis: las diferencias de los resultados entre los alumnos y los centros educativos, la distribución de los recursos de aprendizaje y el impacto del entorno social, económico y cultural en los resultados de los alumnos y los centros escolares (*Índice Social, Económico y Cultural, ISEC*). Un sistema educativo es considerado equitativo cuando el impacto de las circunstancias socioeconómicas y culturales es mínimo en los logros alcanzados por los escolares. En PISA 2012 se establece que “para tener una visión global acerca de un sistema educativo es imprescindible valorar otro aspecto esencial asociado a su funcionamiento óptimo, es el grado de equidad del que se benefician sus principales usuarios, los alumnos” (INEE, 2013c, p. 86).

En PISA 2009 se observa que el país con una variabilidad de resultados menor entre centros educativos es Finlandia, siguiéndole de cerca España, Suecia y Canadá. Esto quiere decir que en estos países existe una mayor equidad y que las diferencias entre centros son menores reduciendo mucho el peso de los condicionantes ambientales. De esta manera, una de las conclusiones que se puede entresacar de PISA 2009 es que el sistema educativo español es, después del finlandés, el que presenta mayor equidad entre los países seleccionados (INEE, 2010b). Ya en PISA 2012, se observa de nuevo una notable equidad del sistema educativo español, aunque inferior a evaluaciones PISA anteriores, existiendo resultados próximos a los obtenidos por países del Norte de Europa y otros como Italia, Turquía, Canadá y México y resaltando que la variabilidad en los resultados son debidas a aspectos individuales y no a características institucionales de los centros (INEE, 2013c).

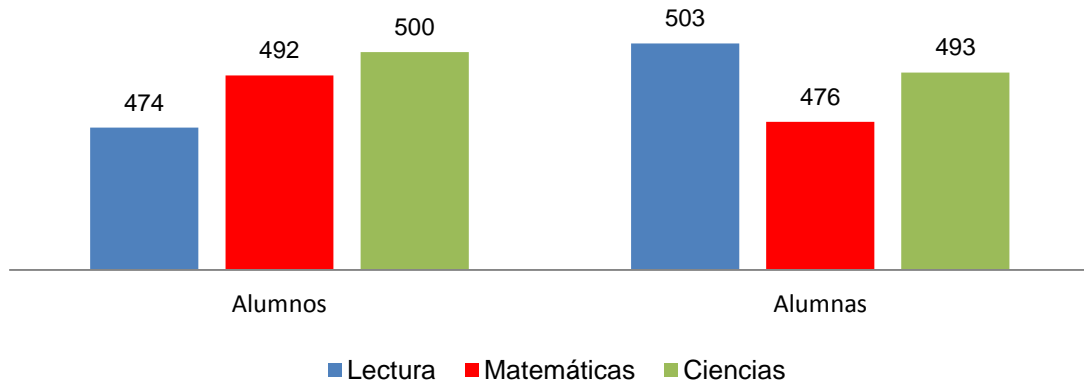
Estos datos van en la línea de los resultados obtenidos en la Evaluación General de Diagnóstico española (INEE, 2009 y 2010a), donde se observa una notable equidad y homogeneidad de nuestro sistema educativo, no confirmándose en los primeros años de escolaridad obligatoria sino al término

de la educación secundaria obligatoria. También, TIMSS 2011 (INEE, 2012b) confirma conclusiones previas de PISA en el sentido de que afirma que España es uno de los países donde las diferencias de rendimiento entre centros son más bajas, no apareciendo una concentración de alumnos *excelentes* en determinados centros y existiendo en los mismos alumnos de diversa tipología, *excelentes* (“muy pocos”), *intermedios* y rezagados, algo que no ocurre en la misma medida en otros países de la OCDE. Siguiendo PISA 2012 (INEE, 2013c, p. 70) “se puede lograr una mejor atención, tanto a los alumnos excelentes como a los rezagados, sin que vaya en detrimento de la equidad”.

Junto a la equidad, otro de los aspectos que permiten una “medición” eficaz de los sistemas educativos es el análisis de los resultados a partir de la variable *sexo*. A lo largo de las diferentes evaluaciones PISA se viene constatando las diferencias de rendimiento asociadas a esta variable. Su inclusión se justifica porque permite la constatación de los posibles efectos producidos por las diferentes políticas de igualdad desarrolladas desde las administraciones.

En PISA 2012 (INEE, 2013c), en la competencia matemática, los alumnos obtienen una puntuación promedio estadísticamente significativa 11 puntos mayor que la de las alumnas (en España la diferencia es de 16 puntos a favor también de los alumnos, oscilando por regiones entre los 2 puntos de Galicia y los 22 de Cataluña). En lectura, ocurre lo contrario, obteniendo las alumnas en el conjunto de la OCDE una puntuación significativa superior de 38 puntos y existiendo una mayor discrepancia entre sexos que en la matemática (en España es de 29 puntos a favor de las alumnas también, variando entre los 15 puntos de Castilla y León y los 46 de Asturias). Ya en la competencia científica, también las diferencias aparecen a favor de los alumnos aunque tan solo de 1 punto en el conjunto de la OCDE (en nuestro país, la diferencia a favor de los alumnos es de 7 puntos, siendo los resultados estadísticamente significativos, oscilando por regiones entre los 12 puntos de Cataluña hasta otras como Asturias, Galicia, Navarra y Murcia en las que apenas se observan diferencias por sexos).

Figura 2.2. Diferencias en el rendimiento de alumnos y alumnas en España en PISA 2012



Si nos centramos en la competencia matemática, los resultados para cada Comunidad Autónoma de acuerdo a la variable sexo son los siguientes (INEE, 2013c):

Tabla 2.2. Diferencias por sexo en la competencia matemática según las Comunidades Autónomas participantes en PISA 2012

CCAA	Matemáticas		
	Chicos	Chicas	Diferencia
Andalucía	480	464	16
Aragón	505	488	17
Asturias	504	495	9
Baleares	479	471	8
Cantabria	499	484	15
Castilla y León	518	500	18
Cataluña	503	481	22
Extremadura	466	456	10
Galicia	490	488	2
La Rioja	513	494	19
Madrid	511	496	15
Murcia	469	456	13
Navarra	520	514	6
País Vasco	512	498	14
España	492	476	16
Promedio OCDE	499	488	11

Definido el rendimiento en PISA 2012 según la variable sexo, resulta interesante analizar los resultados para los *niveles de logro superiores* (5 y 6),

por ser el análisis del rendimiento matemático excelente uno de los objetivos específicos de esta tesis doctoral. En el informe de evaluación de esta edición de PISA se especifican los resultados y las características de los alumnos ubicados en ellos (INEE, 2013c, p. 42):

Cuadro 2.13. Niveles de rendimiento 5 y 6 en matemáticas en PISA 2012

Nivel 5	<i>Promedio de la OCDE</i> 9.3%	“Los alumnos saben desarrollar modelos y trabajar con ellos en situaciones complejas, identificando los condicionantes y especificando los supuestos. Pueden seleccionar, comparar y evaluar estrategias adecuadas de solución de problemas para abordar problemas complejos relativos a estos modelos. Los alumnos pertenecientes a este nivel pueden trabajar estratégicamente utilizando habilidades de pensamiento y razonamiento bien desarrolladas, así como representaciones adecuadamente relacionadas, caracterizaciones simbólicas y formales, e intuiciones relativas a estas situaciones. Pueden reflexionar sobre sus acciones y formular y comunicar sus interpretaciones y razonamientos”.
	<i>España</i> 6.7%	
Nivel 6	<i>Promedio de la OCDE</i> 3.3%	“Los alumnos saben formar conceptos, generalizar y utilizar información basada en investigaciones y modelos de situaciones de problemas complejos. Pueden relacionar diferentes fuentes de información y representaciones y traducirlas entre ellas de manera flexible. Los estudiantes de este nivel poseen un pensamiento y razonamiento matemático avanzado. Estos alumnos pueden aplicar su entendimiento y comprensión, así como su dominio de las operaciones y relaciones matemáticas simbólicas y formales y desarrollar nuevos enfoques y estrategias para abordar situaciones nuevas. Los alumnos pertenecientes a este nivel pueden formular y comunicar con exactitud sus acciones y reflexiones relativas a sus descubrimientos, interpretaciones, argumentos y su adecuación a las situaciones originales”.
	<i>España</i> 1.3%	

En cuanto a los resultados obtenidos por nuestro país en relación a los niveles 5 y 6, aparece para la competencia matemática lo siguiente:

- a) *PISA 2000*: no aparecen estudios de rendimiento tal y como vienen presentados en lectura.
- b) *PISA 2003*: el porcentaje de alumnos en los niveles 5 y 6 es en España del 8% (6.5% y 1.4% respectivamente) frente al 15% del promedio OCDE (10.6% y 4% respectivamente). Por Comunidades Autónomas, el porcentaje es de un 11% en Castilla y León (8.9% y 1.9%) y un 10% en País Vasco (8.2% y 1.5%) y Cataluña (8% y 2.2%).

- c) *PISA 2006*: el porcentaje de alumnos en los niveles 5 y 6 es en España del 7% (6.1% y 1.2% respectivamente) frente al 13% del promedio OCDE (10% y 3.3% respectivamente). Por regiones, el porcentaje es de un 18% en La Rioja (13.8% y 4.5%); 17% en Aragón (12.1% y 4.7%); 16% en Navarra (13.3% y 3.2%); 14% para Castilla y León (11% y 2.8%); 10% para País Vasco (8.5% y 1.6%) y Cantabria (8.6% y 1.8%); 9% en Galicia (7% y 1.6%); 8% para Asturias (7.2% y 1.3%) y Cataluña (6.8% y 1.3%); 4% en Andalucía (3.6% y 0.5%).
- d) *PISA 2009*: el porcentaje de alumnos en los niveles 5 y 6 es en España del 8% (6.7% y 1.3% respectivamente) frente al 13% del promedio OCDE (9.6% y 3.1% respectivamente). Por Comunidades Autónomas, Castilla León (11.9% y 3.5%) y La Rioja (11% y 4%) se sitúan en el 15%; Aragón en el 14% (10.9% y 3.4%); País Vasco (10.5% y 2.2%) y Navarra (11.3% y 2.1%) tienen el 13%; en el 12% Cantabria (9.4% y 2.5%); en el 10% tenemos a Cataluña (8.6% y 1.8%), Madrid (8.5% y 1.9%) y Asturias (8.5% y 1.6%); en el 7% Galicia (6.2% y 0.7%); en el 6% se sitúa Murcia (5.2% y 0.4%); en el 5% Baleares (4.4% y 0.5%); en el 4% Andalucía (3.9% y 0.3%); en el 3% Melilla (2.1% y 0.5); en el 2% Ceuta (1.6% y 0.2%); en el 1% Canarias (1.3% y 0.1%).
- e) *PISA 2012*: el porcentaje de alumnos en estos niveles es en España del 8% (6.7% y 1.3% respectivamente) frente al 13% del promedio OCDE (9.3% y 3.3% respectivamente). Por Comunidades Autónomas, La Rioja (11.5% y 3.7%) y Navarra (11.9% y 2.7%) se sitúan en el 15%; Asturias en el 13% (10.4% y 2.4%); en el 12% Castilla León (10.3% y 1.7%); en el 11% Aragón (9.5% y 2%), Cantabria (8.8% y 1.8%) y Madrid (9.7% y 1.7%); en el 10% País Vasco (8.6% y 1.9%); Cataluña en el 9% (7.2% y 1.5%); Galicia en el 8% (6.8% y 1.2%); Andalucía (4.7% y 1%), Baleares (5.1% y 0.6%), Extremadura (4.7% y 1%) y Murcia (4.8% y 0.8%) en el 6%.

La OCDE (2009) elaboró un informe denominado *Top of the class* sobre las características que concurren en los mejores de la clase, informe que es

reanalizado junto a otros estudios por Jiménez y Baeza (2012) tratando de identificar las características de los alumnos y de los centros donde se han formado los sujetos más capaces o con rendimiento excelente.

Por otra parte, en las evaluaciones internacionales TIMSS aparecen cuatro niveles de rendimiento: avanzado, alto, intermedio y bajo. Para el nivel avanzado se requiere de los alumnos de 4º de Educación Primaria (INEE, 2011, p. 35) y 2º de la ESO (INEE, 2012b, pp. 24-59) lo siguiente:

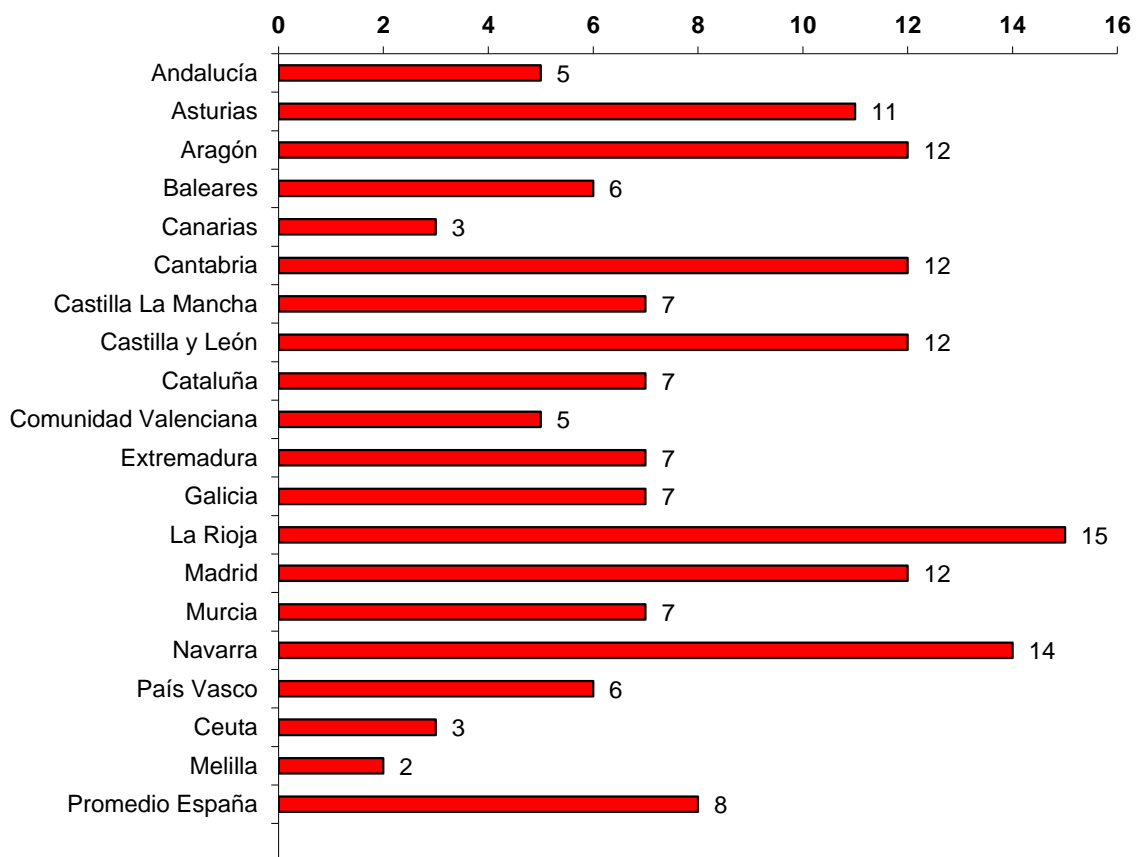
Cuadro 2.14. Nivel avanzado en matemáticas en TIMSS 2007 y 2011

Nivel	Características
TIMSS 2007	“Los alumnos son capaces de organizar y extraer conclusiones a partir de la información, pueden generalizar y resolver problemas no rutinarios. Pueden resolver distintos problemas de ratios, proporciones y porcentajes. Aplican sus conocimientos sobre relaciones y conceptos numéricos y algebraicos. Expresan generalizaciones de forma algebraica y modelan situaciones. Aplican sus conocimientos de geometría a problemas complejos y logran extraer y utilizar datos de diversas fuentes para resolver problemas de varias operaciones”.
TIMSS 2011	“Los alumnos son capaces de utilizar sus conocimientos y comprensión en una variedad de situaciones relativamente complejas y de explicar su razonamiento”.

Entre los resultados más llamativos del estudio TIMSS 2007 en matemáticas, China cuenta con un 45% de alumnos situados en este nivel avanzado, Corea un 40%, Japón un 26% e Inglaterra un 8%. La media internacional se sitúa en el 2% y España se ubica en esa cifra. En TIMSS 2011, Hong Kong-China cuenta con un 37% de alumnos, Irlanda del Norte un 24% e Inglaterra un 18%. La media internacional se sitúa en el 5% y España solo cuenta con un 1% de alumnos en este nivel avanzado.

Por último, dentro de la *Evaluación General de Diagnóstico de 2009* (INEE, 2010a), aparecen una serie de niveles de rendimiento que ofrecen el porcentaje de alumnos que se encuentran en cada uno de los cinco niveles definidos dentro de cada competencia, siendo el 5 el superior. Los resultados obtenidos en el nivel 5 para 4º de Educación Primaria son los siguientes:

Figura 2.3. Porcentaje de alumnado situado en el nivel 5 en la competencia matemática



Capítulo 3

Conceptualización de los alumnos más capaces

1. Introducción

Como los alumnos con necesidades educativas especiales, los alumnos más capaces presentan unas necesidades educativas específicas que les hace singulares en algunos aspectos. Se trata de un grupo heterogéneo y diverso dentro de la población escolar definido generalmente por su alto nivel intelectual, creatividad, implicación hacia las tareas, originalidad y rendimiento elevado, entre otras, siendo la combinación e interacción entre tales características las que posibilitan el logro de su potencial en los contextos escolares y sociales sensibles a las diferencias humanas.

En continuidad con la *Ley Orgánica de Educación* (LOE), en la *Ley Orgánica de Mejora de la Calidad de la Educación* (LOMCE) se presta especial

atención al desarrollo de la alta capacidad, señalando que entre los retos de una sociedad democrática está el crear las condiciones para que todo alumno pueda desarrollar y poner en juego sus talentos a través de una educación de calidad centrada en la igualdad, la atención a la diversidad y la justicia social.

La detección, el análisis y la comprensión previa de estas necesidades es fundamental si se quieren articular intervenciones coherentes, integrales y de calidad para estos alumnos. Por tanto, para el diagnóstico resultará preciso utilizar procedimientos de evaluación adaptados, válidos y fiables, previniendo dificultades derivadas de la falta de clarificación de conceptos, la formación docente o la carencia de recursos personales y materiales.

Para ello se tendrán que utilizar de forma complementaria tanto procedimientos de identificación estandarizados como no estandarizados. Ambos son complementarios y básicos para el objetivo de determinar las necesidades educativas de los alumnos. Los procedimientos estandarizados se centran en la aplicación de instrumentos objetivos normalizados y los no estandarizados se basan en las valoraciones que, ya sea de forma cualitativa o cuantitativa, se recogen sobre un alumno provenientes de aquellas personas que le rodean o bien por parte del mismo sujeto evaluado.

El desarrollo de este capítulo está estructurado en tres partes. En primer lugar se hace una aproximación a los enfoques cognitivos en la conceptualización de la inteligencia, prestando especial atención a la Teoría de las Inteligencias Múltiples de Gardner por su “similitud teórica” al paradigma de las competencias básicas y por su interés para el estudio y el desarrollo del talento. En segundo lugar se hace una aproximación teórica al concepto de alta capacidad, poniéndolo en relación con la inteligencia y el desarrollo del talento. Por último, al centrarse esta tesis en el diseño y construcción de un instrumento de evaluación de la competencia matemática, se analizan los aspectos principales del talento matemático y su relación con los más capaces.

2. Marco teórico

La conceptualización de la inteligencia y en su seno el estudio de los más capaces, ha evolucionado atendiendo a cambios científicos, sociales y culturales de diversa índole, derivando en distintas concepciones, significados y matices. Los estudios han sido numerosos a lo largo de las últimas décadas. Una exposición sistemática del tema la encontramos en la obra *Diagnóstico y educación de los más capaces* (Jiménez, 2010) y la seguiremos de cerca en este capítulo.

2.1. Enfoques cognitivos en la conceptualización de la inteligencia

Como antecedentes principales en la medición de la inteligencia están Binet y su colaborador Simon que a comienzos del siglo XX diseñaron el primer test de inteligencia con el propósito de predecir el rendimiento escolar de aquellos alumnos con riesgo de fracaso escolar. Otro de estos antecedentes es Stern que planteó medir lo que él denominó *Cociente de Inteligencia* (CI), es decir, el cociente entre la edad mental y la edad cronológica, posteriormente multiplicado por 100 para evitar decimales y facilitar la comprensión de su significado.

Siguiendo con esta visión monolítica de la inteligencia (Jiménez, 2010), Terman realizó con una muestra inicial de 1.528 alumnos con alto CI un estudio longitudinal pionero que duraría 50 años (1920-1970). El objetivo del mismo era analizar las características definitorias, evolución personal, escolar, social y profesional del grupo y el grado de estabilidad de la inteligencia, fundamentalmente.

Spearman (1927) formuló el modelo de *inteligencia general* o *factor g*. Definía la inteligencia como la capacidad mental subyacente y ligada al aprendizaje escolar y a sus contenidos, considerándola como capacidad de aprendizaje. A esta teoría le dio el nombre de *Teoría Bifactorial* ya que, junto al *factor general g*, estaba el *factor específico s* que representa aquellas

habilidades específicas que muestra un sujeto cuando se enfrenta a una determinada tarea.

Continuando con los modelos psicométricos de la inteligencia surgen los modelos de inteligencia factorial. En primer lugar mencionar el modelo de *aptitudes mentales primarias* de Thurstone (1938). Este modelo considera la inteligencia compuesta por una serie de aptitudes que equivaldrían a la división del factor g en aptitudes más elementales: comprensión y fluidez verbal, cálculo o capacidad matemática, memoria, razonamiento inductivo y deductivo, rapidez perceptiva, relaciones espaciales y coordinación motora. Estos componentes básicos serían esencialmente independientes entre ellos y su combinación equivaldría al rendimiento intelectual.

Dentro de los modelos de inteligencia factorial aparece la *estructura del intelecto* de Guilford. Este modelo parte de la concepción del funcionamiento intelectual como el resultado de tres componentes: contenidos, operaciones y productos. Cada uno de estos factores está formado por diversos elementos y, de la combinación de ellos, se pueden definir hasta 150 componentes o factores de la inteligencia. Dentro del comportamiento inteligente, Guilford (1959) incluye factores como la creatividad, definida como un proceso mental que exige utilizar las siguientes habilidades:

- Sensibilidad para detectar dificultades o deficiencias de un producto o situación.
- Fluidez mental: verbal, de asociación, de expresión y de ideas.
- Flexibilidad de pensamiento.
- Flexibilidad espontánea.
- Flexibilidad de adaptación.
- Originalidad.
- Asociaciones remotas.
- Redefinición del problema.
- Elaboración.
- Tolerancia a la ambigüedad.

- Interés por el pensamiento convergente.
- Interés por el pensamiento divergente.

Dentro de los modelos de inteligencia factorial tenemos los modelos jerárquicos y, entre ellos, el modelo de Vernon (1971) y el modelo de inteligencia fluida y cristalizada de Catell (1963).

El modelo de Vernon está formado por cuatro niveles que denomina factor g, factores de grupo, factores menores de grupo y factores específicos. Estos niveles aparecen de mayor a menor generalidad y la estructura jerárquica de los factores considera Vernon que varía con la edad. Solo los factores generales de grupo que denomina *factor v:ed o verbal-educativo* y *factor k-m o kinestésico-mecánico* consideraba que eran bastante estables.

En cuanto al modelo de Catell, partiendo de los factores mentales primarios obtuvo otros dos factores de segundo orden a los que denominó *inteligencia fluida y cristalizada*, variando ambos a lo largo del desarrollo evolutivo. La primera estaría formada por relaciones, inducción y memoria y aparecería libre de la influencia del ambiente del sujeto, por lo que reflejaría más la capacidad innata del sujeto. La segunda estaría formada por las capacidades cognitivas desarrolladas por medio del aprendizaje previo, por lo que estaría más vinculada a los estímulos ambientales y al aprendizaje escolar.

Una vez esbozados los primeros modelos de la inteligencia más representativos, pasamos a desarrollar otros más contemporáneos que han servido para enriquecer el concepto de inteligencia desde distintas perspectivas teóricas y que son especialmente adecuados para comprender la alta capacidad (Jiménez, 2010).

a) Modelo de los tres anillos y del triple enriquecimiento.

Renzulli (1986) considera la alta capacidad como resultado de la combinación de tres factores complejos e interdependientes: capacidad

intelectual superior a la media, creatividad y motivación de logro o compromiso con la tarea. El modelo se representa mediante un diagrama con tres anillos y los alumnos superdotados serían los sujetos que ocupan la intersección de los tres anillos. En su programa del triple enriquecimiento, denominado *Schoolwide Enrichment Model* (SEM), la detección se realiza otorgando un peso similar a los tests colectivos de inteligencia y a las estimaciones realizadas por los docentes. La intervención educativa parte del enriquecimiento del currículo en una aula especial dentro del centro ordinario, con tres niveles de complejidad centrados en el contenido, el proceso y el producto. Mönks amplía este modelo e incorpora los factores contextuales, evolutivos y relacionales ya que considera que influyen en el desarrollo de la superdotación.

b) Los más capaces desde la perspectiva de la psicología social.

Tannebaum está considerado como uno de los máximos representantes de los modelos socioculturales, que manifiestan que la cultura se asienta en una serie de aspectos que van conformando la personalidad del individuo desde la infancia a través del proceso de socialización, siendo las normas y valores sociales una importante vía de acceso al conocimiento y a la identificación cultural. De esta forma, su modelo incorpora el papel que juegan, junto a la inteligencia, los factores de la personalidad y los sociales y culturales en el desarrollo de la propia capacidad intelectual. En consecuencia, considera que la sociedad y la cultura de un sujeto determinan parcialmente sus logros, facilitando o dificultando su manifestación. Tannebaum (1986) distingue entre talentos escasos, excedentes, de cuota y anómalos, y considera cinco dimensiones definitorias de la superdotación: inteligencia general superior, aptitud o aptitudes notables, rasgos no intelectivos como la motivación y el autoconcepto, las condiciones ambientales y la buena suerte en momentos cruciales de la vida.

c) *Teoría de las Inteligencias Múltiples.*

Se desarrolla más adelante de manera más amplia por su “similitud teórica” con el paradigma de las competencias básicas. Gardner añade complejidad al concepto de inteligencia. Agrupa diversas capacidades específicas, distintas e independientes aunque no funcionan de manera aislada, con una marcada funcionalidad y manifestándose de diferentes maneras en distintos contextos. De esta forma, defiende la pluralidad de la mente, reconociendo la existencia de distintas potencialidades y estilos cognitivos en los sujetos.

d) *Teoría Triárquica.*

Esta teoría de Sternberg se centra en los recursos y capacidades del sujeto para procesar la información y la experiencia, apareciendo el concepto básico de componente. Señala que el funcionamiento cognitivo y la autorregulación del comportamiento ocurren en el ambiente en el que se desenvuelve el sujeto, siendo tres los ámbitos en los que tienen lugar estas interacciones: componencial (relaciones en el mundo interno del sujeto), experiencial (experiencias vitales del individuo) y práctico o social (incluye los procesos de socialización del individuo que permiten su adaptación al medio en el que vive). Cada uno de estos ámbitos se divide en diversos componentes y dimensiones jerárquicas y, en su conjunto, delimitan el concepto de alta capacidad intelectual.

Además, Sternberg (1985) considera la creatividad un constructo complejo que no se puede definir sin tener presentes diferentes componentes ya sean de tipo cognitivo, motivacional, ambiental y de personalidad que aparecen en la vida diaria del individuo. Junto a Lubart (1995) proponen el concepto de superdotación creativa, definiéndola a partir de seis recursos: procesos intelectuales (aspectos cognitivos que permiten plantear, resolver y redefinir problemas), conocimiento base (a partir de los conocimientos previos, ver qué es lo nuevo de una situación), estilos intelectuales (forma de utilizar los

recursos intelectuales que el sujeto posee), rasgos de personalidad (son los que contribuyen a la expresión de la creatividad tales como perseverancia, apertura mental, tolerancia a la ambigüedad y deseo de avanzar y arriesgarse intelectualmente), motivación (fuerzas y/o impulsos internos que incitan al sujeto a ser creativo) y contexto (importancia de los ambientes en los que se ubica el sujeto).

e) Teoría de la superdotación y el talento.

Gagné (1985, 1993) señala que el primero de los términos se asocia con el desarrollo natural y no sistemático de las capacidades personales del sujeto ubicadas claramente por encima de la media, incluyendo aptitudes dominantes de tipo intelectual, creativo, socioafectivo y sensoriomotor. El concepto de talento se sitúa en un campo particular más relacionado con la actividad humana y la cultura de cada contexto, mostrando unas aptitudes y habilidades superiores a la media en dicho campo de actividad y distinguiendo como áreas del talento la académica, técnica, artística, interpersonal y atlética.

f) Teoría de la Mente.

Uno de sus investigadores pioneros es Bateson. El eje central de esta teoría es la habilidad para atribuir estados mentales a uno mismo y a los demás, pudiendo comprender, explicar, reflexionar y predecir la conducta humana en función de los mismos (Hughes et al., 2007). Entre los estudios principales con esta teoría destacar los realizados con niños pequeños para comprender los estados internos de otras personas, caso del alumnado con autismo (Galende et al., 2013).

g) Teoría de la Inteligencia Emocional.

Desarrollada a principios de los noventa por Mayer y Salovey (1993, 1997), toman como centro de reflexión la capacidad de controlar y regular los sentimientos de uno mismo y de los demás y de utilizarlos como referente del

pensamiento y la acción. Plantean un modelo de inteligencia emocional que abarca cinco componentes o dimensiones:

1. El conocimiento de las propias emociones, reconociendo un sentimiento en el momento en que aparece.
2. La capacidad de controlar las emociones, adecuándose al momento.
3. La capacidad de motivarse uno mismo, el autocontrol emocional, la capacidad de demorar la gratificación y sofocar la impulsividad.
4. El reconocimiento de las emociones ajenas (empatía).
5. El control de las relaciones, la habilidad para relacionarse con las emociones ajenas y la eficacia interpersonal.

h) Teoría Dual del Razonamiento.

Esta teoría se caracteriza fundamentalmente por la existencia de dos unidades cognitivas en el cerebro humano denominadas genéricamente como Sistema 1 y Sistema 2 (Stanovich y West, 2000). El primero de los sistemas engloba el ámbito intuitivo más o menos irracional que se aprende de la experiencia y que es utilizado con gran rapidez y de forma inconsciente, mientras que el segundo queda definido por aquellos procesos mentales analíticos que demandan cierto tiempo de reflexión por parte del sujeto (López y Lagos, 2013).

i) Teoría de la Desintegración Positiva.

Esta teoría se debe a Dabrowski (1964) y está centrada en el análisis y la observación del desarrollo humano hacia estadios psicológicos más avanzados. Señala que en la evolución interna del sujeto existen cinco fases interconectadas dentro de su crecimiento personal. Cada una de ellas presenta unas características cognitivo-emocionales distintivas que denomina *dinamismos* que determinarán las elecciones y logros del individuo a lo largo de su desarrollo personal. Estas etapas son: integración primaria, desintegración

uninivel, desintegración multinivel espontánea, desintegración multinivel organizada e integración secundaria.

j) Teoría de la Resonancia Adaptativa.

Carpenter y Grossberg (2003) elaboran un modelo de red neuronal artificial centrado en la forma en la que el cerebro realiza el procesamiento de la información ante patrones de entrada. De esta forma definen una serie de redes neuronales que, por medio de métodos de aprendizaje con y sin supervisión, analizan cómo es el reconocimiento y la predicción ante tales patrones. En consecuencia, una de sus premisas centrales es la estabilidad y plasticidad del aprendizaje mediante mecanismos de retroalimentación de neuronas.

Una vez especificados los modelos más importantes en la evolución del concepto de inteligencia, se puede observar que al describir qué es o qué se entiende por este término aparecen distintas explicaciones cuyos planteamientos se pueden reducir a tres (Vernon, 1982): *biológica* (potencial consecuencia de una complejidad neuronal), *psicológica* (capacidad cognitiva superior) y *operativa* (conjunto de conductas observables y medibles).

Además como se ha esbozado, aparecen diversos modelos teóricos para su análisis y definición, enfoques que Gomis (2007) reduce a:

- *Evolutivo*. Análisis de la inteligencia a partir del estudio de la teoría de Piaget.
- *Biológico*. Análisis bajo la consideración de que puede reflejar una propiedad biológica de los seres humanos, contribuyendo el sistema nervioso y el cerebro a las potencialidades o limitaciones intelectuales de las personas.
- *Cognitivo*. Estudio a través de la metáfora computacional, es decir, se origina en la teoría de la inteligencia artificial.

- *Otros enfoques.* Nacidos de los avances y descubrimientos de disciplinas como la biología, la neurología, la psicología evolutiva, la antropología, la sociología y la educación.

La importancia que se concede a la inteligencia como factor importante en múltiples niveles de capacidades y habilidades del ser humano explica que se haya estudiado y se siga investigando para comprender su naturaleza, su origen, sus estructuras, sus procesos y su posibilidad de cambio y mejora.

En 1976 Carroll afirmaba que a partir de una serie de procesos sería posible explicar el funcionamiento de la mente y como el organismo es responsable de la producción de respuestas inteligentes. Así, definía los siguientes componentes cognitivos para describir el procesamiento inteligente:

- *Control:* proceso que impulsa y determina las operaciones mentales a seguir en el curso de la ejecución de una tarea.
- *Atención:* proceso que controla el tipo y número de estímulos que han de ser presentados durante la ejecución de la tarea.
- *Aprehensión:* captación de un estímulo a través de los sentidos.
- *Integración perceptiva:* emparejamiento de una percepción con una representación de la memoria previamente formada.
- *Codificación:* proceso de formación de la representación mental de un estímulo y su integración de acuerdo con sus atributos.
- *Comparación:* proceso que determina si dos estímulos son iguales o al menos pertenecientes a la misma clase.
- *Formación de nuevas representaciones:* proceso de elaboración de una nueva representación en la memoria y su asociación con otra ya existente.
- *Transformación:* proceso de adaptación o cambio de una representación mental de acuerdo con algún fundamento preestablecido.
- *Ejecución de la respuesta:* proceso que se utiliza para operar sobre alguna representación mental de manera que produzca una respuesta.

- *Componente de control*: jerárquicamente organiza y controla el resto de procesos.

Nickerson y colaboradores (1987) ofrecen seis capacidades con el objetivo de sentar las bases ante la complejidad de los estudios existentes sobre el tema. Consideran que para aceptar que una persona es inteligente tiene que tener al menos la capacidad de clasificar patrones, modificar de forma adaptativa la propia conducta para aprender, razonar de forma deductiva para ir más allá de la información que se tiene delante, razonar inductivamente para generalizar, desarrollar y utilizar modelos conceptuales y entender el cómo, el por qué y las relaciones complejas.

Castelló (2001) propone que el análisis de la actividad intelectual puede realizarse en tres niveles distintos: *físico* o bases físicas y operaciones mecánicas del sistema, *funcional* o funciones realizadas, es decir, los efectos sobre la información manipulativa siendo el que mejor describe la inteligencia de un sistema y *conductual* o las consecuencias sobre la conducta del sistema de operaciones realizadas.

Otro aspecto a tener en cuenta para comprender la inteligencia humana son los estudios transculturales sobre los valores y contextos. Ello se debe a que los sistemas inteligentes presentan propiedades tales como recibir información del entorno externo e interno, poseer memoria de acciones y experiencias, acceder a esa base de conocimientos y recuperarlos y hacer inferencias e interrelaciones entre conceptos y sucesos. Norman (1987) dice que nuestra inteligencia no funciona de forma aislada sino más bien en interacción con otros individuos y en contacto con una cultura determinada. De esta forma, la inteligencia se desarrolla con la interacción social mediante el uso y adecuación del entorno derivando en modificaciones contextuales.

Por ello dentro de los distintos contextos en los que se desenvuelve el sujeto, es importante contar con planes y controlar su funcionamiento, lo que implica no solo poseer conocimientos y experiencias y acceso eficaz a ellos

sino preguntarnos sobre cómo y cuándo utilizarlos. Esta información sobre la forma de utilizar los conocimientos que poseemos y sobre la forma de hallar nuevos a partir de los que ya tenemos se denomina metacognición o procesos metacognitivos y en ellos destacan los más capaces y los individuos más expertos.

2.2. Teoría de las Inteligencias Múltiples de Gardner

Gardner (1997) es el autor de la *Teoría de las Inteligencias Múltiples*. En sus postulados define la inteligencia como “la capacidad de resolver problemas y/o productos habituales que son importantes en un ámbito cultural o en una comunidad” (1997, p. 117) y como un “potencial biopsicológico para procesar información que se puede activar en un marco cultural para resolver problemas o crear productos que tienen valor en una cultura” (2000, p. 67).

No concibe la inteligencia como algo unitario, cuantificable e inmodificable, sino que aporta una visión más amplia sobre la estructura de la mente y sus potencialidades. Plantea la existencia de “siete inteligencias” independientes que ayudan a explicar el comportamiento inteligente de los individuos.

En esta teoría la alta capacidad queda definida como un concepto multidimensional y evolutivo que se manifiesta a través de diferentes formas y maneras según las características propias de los individuos, las circunstancias y los momentos de su manifestación.

En su obra *Mentes Creativas* (1995) plantea un razonamiento apoyado en dos aspectos fundamentales: por una parte su *Teoría de las Inteligencias Múltiples* y, por otra, una aproximación al concepto de *creatividad* que denomina perspectiva interactiva. Considera la creatividad como un fenómeno polisémico, multifuncional y multidisciplinar que requiere de un conjunto de talentos de diverso tipo.

Desde esta perspectiva interactiva sostiene que la creatividad es la capacidad de resolver problemas nuevos, inusuales y poco convencionales, y que su estudio y análisis debería de tener en cuenta tres aspectos: la trayectoria evolutiva del individuo (talento individual), el campo o área de conocimiento donde se manifiesta la creatividad y el reconocimiento de los expertos en el área que valoren las producciones novedosas del sujeto. En relación a las *Inteligencias Múltiples*, la creatividad puede expresarse a través de todas y cada una de ellas, aunque considera que las personas son creativas dentro de un determinado ámbito y que la mayor parte de los sujetos destaca en una o dos inteligencias combinadas.

En definitiva, propone un concepto de inteligencia de gran amplitud a partir del análisis de los conocimientos e investigaciones realizadas históricamente desde diversas disciplinas teóricas, tomando como temáticas de referencia el cerebro, las distintas culturas de los sujetos y el contexto natural donde se desenvuelve, entre otras. Así, la evaluación de las inteligencias tendrá que partir del diseño de instrumentos que tomen en consideración el desarrollo evolutivo del sujeto, la evolución integral de la inteligencia humana y las situaciones de la vida diaria donde la observación de sus entornos naturales toma una riqueza extraordinaria.

2.2.1. Tipos de inteligencia

Para Gardner hay muchas maneras de ser inteligente porque la inteligencia, lejos de ser una facultad unitaria de la mente, consiste en un conjunto de habilidades mentales que se manifiestan de forma independiente y no se pueden medir a partir de un único factor. El potencial humano va más allá de los límites del CI.

Según él, el ser humano cuenta con siete tipos de inteligencia que funcionan juntas de manera compleja y diferente. En cada una de ellas el individuo tiene diversos potenciales y debilidades, resultando fundamental aprovechar en las que se destaca para compensar en las que se es menos

fuerte. Estas inteligencias evolucionan según un ritmo propio y alcanzan su punto culminante en las distintas etapas de la vida. Además, son independientes aunque interactúan entre sí, pueden ser desarrolladas a través de ayudas externas e instrucción adecuada y son consideradas todas ellas igual de importantes.

Gardner piensa que todos los sujetos poseen todas las inteligencias pero se diferencian entre sí por su *perfil de inteligencia específico* definido a partir de la combinación de los tipos de inteligencia en la resolución de problemas contextualizados. A través del análisis de las fortalezas y debilidades de los individuos se pretende el conocimiento de su desarrollo cognitivo, existiendo una gran diversidad de tareas en la demostración de las mismas. En este sentido, la estimulación y unos adecuados procesos de enseñanza y aprendizaje resultarán fundamentales.

Estas inteligencias permiten al individuo acceder a formas de pensamiento según determinados tipos de contenidos específicos. Así, se consideran como potencialidades y capacidades de tipo biopsicológico que muestran los sujetos y que se manifiestan dependiendo de aspectos como la experiencia, la cultura y el interés y la motivación. Éstas son:

1. *Lingüística-Verbal*. Se trata de la capacidad de utilizar de manera eficaz el lenguaje, manejando sus estructuras ya sean de manera simple o compleja: sintaxis, fonética, semántica y pragmática.
2. *Lógico-Matemática*. Consiste en la capacidad de manejar números y sus relaciones lógicas con grado importante de abstracción. Los sujetos que la han desarrollado realizan análisis de diferentes planteamientos matemáticos con sorprendente facilidad, ya sean cálculos, mediciones, representación de abstracciones, etc.
3. *Viso-Espacial*. Se trata de la habilidad específica de apreciar las dimensiones y formas visuales y espaciales, de establecer nexos temporales y espaciales entre secuencias y nociones, de representar de

forma gráfica las ideas, el color, la línea, la figura, las formas, las distancias, el volumen, el espacio y sus interrelaciones.

4. *Corporal-Kinestésica*. Se define como la habilidad específica de emplear el propio cuerpo para expresar ideas y sentimientos complejos, manipular objetos, realizar movimientos equilibrados y coordinados con un grado específico de dificultad, capacidades especiales en relación a la fuerza, velocidad, resistencia y flexibilidad, habilidad para interactuar con el medio utilizando el cuerpo tanto a nivel global como segmentario y buena capacidad de percepción de formas, medidas y volúmenes.
5. *Musical*. Se considera como la habilidad de percibir, distinguir, transformar y expresar el ritmo, el tono y el timbre de los sonidos musicales. Los sujetos se sienten atraídos por todo tipo de melodías y secuencias musicales, discriminándolas y expresándolas de distintas formas.
6. *Interpersonal*. Consiste en la capacidad de distinguir y percibir los estados emocionales y reacciones de los demás, respondiendo de manera efectiva y comprensiva a las mismas tras entender los incentivos que rigen sus actuaciones. El sujeto gestiona sus impresiones y sensaciones en el ámbito de las relaciones sociales.
7. *Intrapersonal*. Se trata de la habilidad de conocerse a sí mismo en profundidad, actuando de manera consecuente a partir de dicho autoconocimiento de su identidad y su singularidad. Además, incluye el tener una autoimagen ajustada, capacidad de autodisciplina, autorreflexión y comprensión propia, sabiendo quién es y qué posición ocupa en el mundo.

Además de estas siete inteligencias, Gardner, en su libro *La inteligencia reformulada. Las inteligencias múltiples en el siglo XXI* (2001), señala la posible existencia de otras tres más. Las dos últimas las considera como “media” inteligencia ya que no cumplen todos los requisitos para ser consideradas de manera integral como inteligencias. Son:

- a) *Naturalista*. Se trata de la habilidad para distinguir, clasificar y utilizar elementos del medio ambiente, ya sean objetos, animales o plantas. Dentro del concepto de medio ambiente quedan englobados el medio urbano y rural y los sistemas tanto naturales como artificiales.
- b) *Espiritual*. Engloba a aquellas personas que muestran una cierta inquietud por las cuestiones religiosas o cósmicas, el logro de un estado del ser y el efecto de sus acciones en los demás.
- c) *Experiencial*. Se define como el aspecto cognitivo de lo espiritual, la preocupación por las cuestiones “esenciales” y la capacidad de situarse el propio individuo en relación con determinadas características existenciales de la condición humana.

Según Gardner (2001), las inteligencias múltiples se pueden agrupar en tres categorías: *formas más objetivas dependientes de los objetos a los que representan* (lógico-matemática, viso-espacial, corporal-kinestésica y naturalista), *formas más abstractas que no dependen del mundo físico* (lingüística, espiritual y musical) y aquellas otras relacionadas con el *sujeto como agente socializador y generador de sentimientos y emociones* (intrapersonal, experiencial e interpersonal).

Gardner habla de inteligencias, no de aptitudes o talentos, porque cada una de ellas cumple los siguientes requisitos: estar localizadas en un lugar específico del cerebro, funcionar a distintos niveles, tener un patrón evolutivo propio y un correlato filogenético y ontogenético, ser evaluadas de manera psicométrica por varios tests, poseer evidencia experiencial, tener un conjunto de operaciones esenciales y contar con sus propios sistemas simbólicos.

Además conforman una parte esencial de las capacidades superiores aunque no son los únicos factores que aparecen en el fenómeno de la alta capacidad. Se consideran una condición importante pero no suficiente ya que aparecen otro tipo de variables con un papel importante en la complejidad de este concepto, es el caso de la motivación hacia la tarea, la creatividad y los factores socioculturales, educativos y familiares. La interrelación de estos

aspectos favorecerá la manifestación del potencial de un sujeto particular. Esto significa que los sujetos más capaces no pueden incluirse en un grupo homogéneo con similares características y potenciales, existiendo distintos períodos de evolución, diferentes desajustes y disincronías y diversas formas de manifestación.

2.2.2. Aplicación educativa

La *Teoría de las Inteligencias Múltiples* aporta importantes cambios en la forma de poner en práctica los procesos de enseñanza y aprendizaje ya que establece modelos de colaboración más eficaces, considera al alumno en toda su integridad valorando su éxito académico a partir de aprendizajes significativos y funcionales, plantea recursos y actividades para cada una de las inteligencias, otorga un protagonismo esencial a las interacciones personales y sociales, cambia la forma de concebir los elementos del currículo y concede una mayor importancia a cada uno de los individuos que constituyen la comunidad educativa de un centro escolar.

Su aplicación educativa simboliza una nueva actitud para afrontar los procesos de enseñanza y aprendizaje. Parte de las ideas de distintos teóricos y perspectivas educativas tales como Dewey, Montessori, Décroly, Kilpatrick, principios de la Escuela Nueva, psicología piagetiana y la teoría del procesamiento de la información, entre otros. En su puesta en marcha en las aulas se tendrán presentes los factores contextuales tanto de índole familiar como escolar y social, ya que todos ellos inciden en el desarrollo y evaluación de la aplicación de esta teoría. Esto permite su integración en la dinámica del centro para poder comprender mejor cómo son los alumnos y cuáles son los medios y recursos que precisan en función de sus características.

En esta integración Gardner, Feldman y Krechevsky (2000) señalan una serie de fases que podrían servir de referencia a los docentes para la implementación de esta teoría en el campo educativo. Éstas son:

1. Ampliación de las experiencias educativas de los alumnos, abarcando distintas estrategias y áreas de estimulación y enriquecimiento y favoreciendo el fomento de todas sus potencialidades.
2. Evaluación, identificación y refuerzo de las fortalezas de los alumnos en cada una de las áreas. Esto exige significatividad, apertura y flexibilidad curricular, ya que todos cuentan con determinados puntos fuertes.
3. Fomento y desarrollo de los puntos fuertes del alumno atendiendo a la diversidad, favoreciendo una educación individualizada mediante las adaptaciones pertinentes y utilizando distintas organizaciones del aula según los diversos fines propuestos.
4. Generalización de esos puntos fuertes a otros contextos, ámbitos o áreas curriculares que los alumnos dominan en menor medida a través de distintas estrategias.

Entre estos contextos y ámbitos es imprescindible la apertura a la comunidad a través de la resolución de problemas ya que el contexto social no puede permanecer al margen de los procesos educativos. Otro de los contextos que inciden de manera fundamental es el ambiente familiar. Su participación en la dinámica escolar puede ser de varias formas en relación a la gestión y organización del centro, el desarrollo curricular, la comunicación con el profesorado, los procesos formativos, el asesoramiento y la orientación, etc.

En cuanto a la evaluación, Gardner propone una reestructuración de la forma en la que los docentes evalúan los progresos de aprendizaje de los alumnos. Este modelo parte de mediciones dinámicas y contextualizadas referidas a criterios distanciados de las posiciones psicométricas tradicionales (no las sustituye por completo, ofrecen una visión complementaria), evaluándose los avances del alumno a lo largo de todo el proceso educativo. Desde esta teoría, la evaluación conlleva dos objetivos fundamentales: valorar la capacidad cognitiva del alumno y ampliar su repertorio de estrategias aplicables a diferentes ámbitos de aprendizaje. Tendrá que ser sistemática y continua, contar con una amplia variedad de técnicas e instrumentos, ser contextualizada y natural, integrarse en la dinámica del aula aplicándose en

distintos momentos, utilizar instrumentos “neutros” en relación a la inteligencia, usar múltiples procedimientos de evaluación, tener en cuenta las diferencias individuales, incluir materiales y actividades que incentiven su interés y su motivación, ayudar al propio alumno al proporcionarle un feedback continuo de sus progresos en el aprendizaje y valorar habilidades y estrategias en relación a las múltiples inteligencias.

Para el desarrollo de este proceso de evaluación un procedimiento complementario a las pruebas objetivas es la utilización del *portafolio*. Su puesta en acción favorecerá la comparación de los distintos trabajos realizados por los alumnos a lo largo del tiempo, lo que permitirá observar y analizar la evolución y progresos de cada uno de ellos dentro de su propio contexto de aprendizaje. La contribución de estos portafolios al desarrollo educativo de los alumnos se fundamenta en la concreción de su desarrollo físico, intelectual, afectivo, social y emocional, facilitando una educación individualizada.

En la implementación educativa del modelo de las inteligencias múltiples se pueden resaltar distintos proyectos y experiencias. Cada una de ellas es aplicada en contextos diferentes aunque con un objetivo similar, intentar dar respuesta a las necesidades educativas manifestadas por los alumnos.

El principal ejemplo de la integración de esta teoría en el contexto escolar es el *Proyecto Spectrum* (Gardner, Feldman y Krechevsky, 2000). Parte de un programa de investigación desarrollado a lo largo del período temporal que va desde 1984 a 1992 y estuvo encaminado a ofrecer un enfoque alternativo del currículo partiendo de esta teoría, facilitando a los docentes otro instrumento de evaluación para enriquecer la acción curricular aplicada en distintos contextos (adaptabilidad). El proyecto surge como reacción a las prácticas escolares uniformes y rígidas y a la evaluación de las capacidades cognitivas centradas de forma casi exclusiva en los resultados de los tests psicométricos. Sus referentes fundamentales son la *Teoría del Desarrollo No Universal* de Feldman (1994) y la *Teoría de las Inteligencias Múltiples* de Gardner (1997, 2000 y 2001), es decir, teorías con una visión plural de la

inteligencia y donde la interacción entre herencia y ambiente tiene una gran importancia.

Desde este proyecto se pretende la elaboración de un perfil de las inteligencias y los estilos de trabajo de los niños de las etapas de Educación Infantil y Primaria con la finalidad de que una vez descubiertas sus destrezas de manera temprana, se refuercen y trabajen dentro de la dinámica escolar habitual. Se parte de la convicción de que cada alumno es único y que su perfil es variable intentando favorecer el avance en una o varias áreas de competencia y su generalización a otras en las que el alumno no muestra un nivel de dominio suficiente. Este trabajo se lleva a cabo desde tareas tanto de grupo como individuales en las que el alumno aprende de forma autónoma y donde toma una especial importancia la observación directa y sistemática tanto del profesor como de las propias familias.

Las actividades propuestas por este modelo son variadas, flexibles y significativas y pueden ser aplicadas en distintos contextos, incidiendo en el desarrollo de la imaginación y la creatividad de los alumnos. Además permiten la identificación y valoración de las habilidades, actitudes y estilos de trabajo de los niños. En total aparece un conjunto aproximado de 150 actividades referidas a 8 áreas de aprendizaje (entre 15 y 20 actividades en cada una de ellas): lenguaje, matemáticas, música, movimiento, ciencias naturales, mecanismos de construcción, comprensión del mundo social y artes visuales. Estas tareas están diseñadas para el apoyo de los procesos de enseñanza, incluida la evaluación, y parten de distintos tipos de agrupamientos. También aparecen actividades para las familias dirigidas al desarrollo y la evaluación de las inteligencias.

Para su trabajo se utiliza como metodología los proyectos de trabajo que son realizados por los alumnos de forma grupal y con diversas temáticas según sus intereses y necesidades, estimulando el aprendizaje por descubrimiento de situaciones de la vida cotidiana. En el caso de la evaluación se utilizan instrumentos *neutros* (se observa de forma directa la inteligencia que se está

trabajando), *activos* (la implicación de los alumnos es constante), *útiles* (obtención de implicaciones educativas inmediatas), *valiosos* (permiten un conocimiento integral de las características de los sujetos) y *globales* (acceden a todos los potenciales y limitaciones de los sujetos). Al final de la aplicación del programa, el equipo docente recopila toda la información de cada alumno en el denominado *Informe Spectrum*, en el que se describe su perfil mostrando sus potencialidades y debilidades y se ofrecen una serie de recomendaciones específicas.

Otro ejemplo es el modelo de la *Key School* de Indianápolis dirigida por Patricia Bolaños. Este modelo, surgido en 1984, pretende garantizar que sus alumnos de Primaria estimulen todos los días cada una de las inteligencias. Con este objetivo plantea un currículo enriquecido con diversidad de contenidos, actividades y metodologías, lo que ha derivado en su reestructuración para dar cabida a las *Inteligencias Múltiples*. Además, incorpora una *sala de flujo* donde los alumnos pueden trabajar durante un tiempo diario en base a sus intereses y a su propio ritmo bajo la orientación de un experto y unos *pods* o vainas que son clases internivelares donde se agrupan según intereses y ritmos de aprendizaje comunes. A nivel general, organizan proyectos con la participación de todos los alumnos y la propia comunidad escolar y planifican actividades regulares de informática, música y cinestésico-corporales. Así, se ofrece a los escolares una educación individualizada y personalizada con una amplia variedad metodológica y con un papel destacado del contexto que rodea al alumno.

Otro ejemplo es el de las escuelas *Regio Emilia* de Italia. Aunque su modelo no surge de la propia teoría de Gardner, estos centros son considerados de los mejores en la enseñanza de Educación Infantil y un claro ejemplo de la aplicación y desarrollo de las *Inteligencias Múltiples*. Su enfoque educativo es conocido como *Regio Approach* y entre sus principales características están las siguientes: organización y gestión de los centros como elemento clave de calidad educativa, alta participación de las familias y gran apertura a la comunidad, consideración de la *Teoría de los cien lenguajes* que

parte de las características y necesidades de los propios niños sin existir un currículo prescriptivo, gran riqueza de materiales y recursos humanos, trabajo articulado alrededor de proyectos sin duración definida, ambientes de aprendizaje centrados en una observación minuciosa y metódica, consideración de la creatividad como una manifestación presente en todas las personas, fomento del trabajo en equipo y la cooperación entre niños y adultos, práctica de la escucha activa y el respeto como formas de valorar las manifestaciones realizadas por los alumnos, importancia destacada de la documentación como base para valorar los procesos de aprendizaje, papel primordial del profesorado como investigador de la propia acción e importancia de su formación y consideración de la diversidad como algo enriquecedor.

Otras experiencias educativas de este modelo son las siguientes:

- El *Programa Arts Propel* cuya finalidad es la elaboración de un conjunto de instrumentos de evaluación para la valoración del aprendizaje artístico de alumnos de los últimos cursos de primaria y secundaria de Pittsburgh, centrándose en la música, el arte visual y la escritura creativa.
- El *Proyecto School Using Multiple Intelligence Theory* (SUMIT) impulsado en Estados Unidos por Kornhaber y sus colaboradores del Proyecto Zero de la Universidad de Harvard y que busca el estudio y puesta en práctica de escuelas eficaces basadas en esta teoría.
- El *Programa de Inteligencia Práctica* (PIFS) centrado en la Teoría de las Inteligencias Múltiples y en la Teoría Triárquica de Sternberg y encaminado a la atención de los escolares con problemas de adaptación escolar, considerándose como posible causa de la misma la carencia de inteligencia práctica.
- Aplicación en otros campos como la estimulación temprana, la orientación vocacional, la educación especial, la educación de adultos, el estudio de la creatividad y el talento y el tratamiento de alumnos en situación de riesgo social.

3. Aproximación teórica a la alta capacidad

La alta capacidad es considerada por algunos investigadores como algo que va más allá del funcionamiento intelectual normal. Los alumnos que la poseen se caracterizan por su heterogeneidad y diversidad y como grupo muestran características particulares que necesitan ser desarrolladas tras ser reconocidas y evaluadas. Aunque no es fácil establecer puntos de corte exactos dados la complejidad y diferenciación de este grupo, quizá mayor que la de otros grupos, puede decirse que estos alumnos tienen desde un CI de 130 hasta más de 200. Esta superioridad se observa en la inteligencia y también en la personalidad, la creatividad, las capacidades físicas, las actitudes, el rendimiento académico, etc.

Para clarificar el concepto de alta capacidad se exponen a continuación una serie de definiciones de términos relacionados siguiendo el *Diccionario de la Real Academia Española* (DRAE):

Cuadro 3.1. *Definiciones de términos relacionados con la alta capacidad*

Término	Definición
<i>Superdotado</i>	“Dicho de una persona que posee cualidades que exceden de lo normal. Se usa especialmente refiriéndose a las condiciones intelectuales”.
<i>Talento</i>	“Persona inteligente o apta para determinada ocupación”.
<i>Inteligente</i>	“Dicho de una persona dotada de un grado elevado de inteligencia”.
<i>Aptitud</i>	“Capacidad para operar competentemente en una determinada actividad”.
<i>Genio</i>	“Capacidad mental extraordinaria para crear o inventar cosas nuevas y admirables”.
<i>Precoz</i>	“Dicho de una persona que en corta edad muestra cualidades morales o físicas que de ordinario son más tardías”.
<i>Prodigio</i>	“Persona que posee una cualidad en grado extraordinario”.
<i>Sobresaliente</i>	“Persona que sobresale”.
<i>Eminencia</i>	“Excelencia o sublimidad de ingenio, virtud u otra dote del alma”.
<i>Superior</i>	“Excelente, muy bueno”.
<i>Capacidad</i>	“Aptitud, talento, cualidad que dispone a alguien para el buen ejercicio de algo”.
<i>Ingenio</i>	“Facultad del hombre para discurrir o inventar con prontitud y facilidad”.
<i>Creativo</i>	“Que posee o estimula la capacidad de creación, invención, etc.”.
<i>Agudeza</i>	“Perspicacia o viveza de ingenio”.
<i>Clarividencia</i>	“Facultad de comprender y discernir claramente las cosas”.
<i>Inventivo</i>	“Capacidad y disposición para inventar”.
<i>Potencial</i>	“Fuerza o poder disponibles de determinado orden”.
<i>Portento</i>	“Persona admirable por alguna condición”.
<i>Competencia</i>	“Pericia, aptitud, idoneidad para hacer algo o intervenir en un asunto determinado”.

La alta capacidad es un estado y un proceso que va evolucionando hasta su consolidación en la adolescencia y la edad adulta. Si un sujeto nace con unas capacidades determinadas y éstas son debidamente desarrolladas se podrán convertir en habilidades superiores.

Almeida y Oliveira afirman que este término puede ser definido “en base a habilidades cognitivas generales (por ejemplo, raciocinio, fluidez, memoria, comprensión verbal o relaciones espaciales), a habilidades más específicas, siendo éstas más a nivel académico (matemáticas, ciencias, historia, etc.), o a dominios extracurriculares tradicionales (música, danza o deporte)” (2010, p 86). Además, dentro de este concepto, incluyen como fundamental el papel de la motivación intrínseca o la implicación en la tarea y el de la creatividad, la originalidad, la flexibilidad y la fluidez del alumno.

Karnes (1987) resalta como típicas de los alumnos con alta capacidades las siguientes características:

- a) Comprenden con facilidad y recuerdan lo que aprenden.
- b) Recuerdan detalles.
- c) Poseen un vocabulario amplio, avanzado y rico.
- d) Comprenden con rapidez las relaciones y las ideas abstractas.
- e) Disfrutan resolviendo problemas.
- f) Se concentran en la tarea.
- g) Suelen trabajar de forma independiente.
- h) Leen mucho.
- i) Se aburren con facilidad por la repetición o la rutina.
- j) Se arriesgan intelectualmente.
- k) Tienen grandes expectativas para sí mismos y para los demás.
- l) Muestran un fuerte sentido de la justicia.
- m) Dirigen a los demás constituyéndose en líderes del grupo.
- n) Poseen una alta conciencia de sí mismos.

Según Sternberg (1993), lo que se percibe como superdotación está basado en una serie de valores dominantes en un momento o lugar determinado en la vida ordinaria. Así, propone cinco criterios que los “técnicos” suelen utilizar en la vida diaria para que una persona sea considerada con alta capacidad:

- *Excelencia*: en una dimensión o conjunto de dimensiones en relación con sus iguales.
- *Rareza*: complementario al anterior, es aplicado a una persona cuando muestra un nivel excelente en relación a sus iguales (importa tanto la ejecución como su frecuencia).
- *Productividad*: hace referencia a la mera puntuación alta en un test determinado.
- *Demostrabilidad*: la superioridad debe de ser demostrada a través de determinadas tareas.
- *Valor*: el individuo demuestra su rendimiento superior en aquellos aspectos valorados socialmente por su relevancia.

Junto a estos criterios, también resulta preciso indicar las características más importantes de estos alumnos. Éstas podrían agruparse en los siguientes ámbitos:

- a) *Cognitivo*: entre otras, elevada capacidad de pensamiento convergente (pensamiento de tipo lógico, relaciones causa-efecto, etc.), facilidad para memorizar, gran capacidad de abstracción, razonamiento y generalización, interés y curiosidad por las cosas, originalidad en sus preguntas y buena fundamentación en sus respuestas, alta habilidad de observación y relación entre elementos, preferencia por tareas complejas, gran motivación intrínseca, elevada predisposición hacia el aprendizaje, nivel alto de rendimiento académico y capacidad de concentración en la actividad.
- b) *Social*: por ejemplo, aceptación por parte de los demás y prestigio social, independencia y autonomía, preocupación por temas sociales,

capacidad superior de autocrítica, liderazgo, buen manejo de las habilidades sociales y capacidad de relación con personas mayores en edad, establecimiento de múltiples soluciones innovadoras ante los problemas, gran capacidad de resolución de conflictos y maduración más precoz que sus iguales.

- c) *Emocional*: fundamentalmente, nivel elevado de autoestima, autoconcepto positivo, sensibilidad y empatía hacia los demás, confianza en sus capacidades y menor necesidad del refuerzo social para desarrollar tareas.
- d) *Comunicativo*: entre otras, amplio y complejo manejo del vocabulario, rápido aprendizaje de la lectura, se expresan con claridad, fluidez en su diálogo, excelente comprensión, preferencia por el lenguaje oral sobre el escrito como medio de expresión y gran interés por todo lo que se trasmite.
- e) *Físico-motriz*: por ejemplo, altura y peso algo superiores a su edad, suelen aprender a andar antes que otros niños, desarrollan tareas de forma rápida, se aburren fácilmente con ejercicios rutinarios, capacidad de concentración, excesiva actividad motora y suelen dormir menos de lo normal.
- f) *Creativo*: fundamentalmente, originalidad, buena habilidad pictórica, sensibilidad por la música, capacidad de generalización constante de alternativas, habilidad para manipular y transferir ideas u objetos para obtener nuevas combinaciones, preferencia por tareas complejas y búsqueda de diferentes alternativas a un mismo problema.

3.1. Alta capacidad e inteligencia

Como se ha indicado, el concepto de inteligencia ha estado y está asociado al de superdotación. En la visión tradicional, la inteligencia estaba definida como la capacidad de responder a los tests de CI. En los últimos decenios han aparecido concepciones que consideran la inteligencia desde una perspectiva más amplia, considerando la alta capacidad como un proceso

diverso y alejándose de posiciones tradicionales centradas en valoraciones psicométricas (Gardner 1995, Renzulli 1986, Sternberg 1991).

Con el paso de posiciones de carácter unidimensional a otras multidimensionales, aparecen concepciones que parten de la existencia de muchos tipos de inteligencia y se empieza a tomar en consideración variables como la creatividad, la personalidad, el liderazgo y el ambiente sociocultural. En esta línea, y sin cuestionar la eficacia de los tests de CI, Gardner (1995) señala la necesidad de considerar las características contextuales y otorga una notable importancia tanto a la evaluación de la inteligencia innata como a la de los conocimientos adquiridos.

Esta nueva visión multidimensional ha posibilitado la búsqueda de una definición más amplia de inteligencia y una revisión en las formas tradicionales de detección de la alta capacidad. El proceso de evolución de unas posiciones a otras aparece cada vez más elaborado en la medida en que evolucionan el conocimiento científico y los conceptos dentro de este campo (Alencar y Fleith, 2001).

A la hora de delimitar esta evolución se ha de tener en cuenta el papel de las teorías explicativas de la inteligencia para enmarcar el concepto. Éstas se caracterizan por ser:

- *Diferenciales*: pretenden abarcar las distintas manifestaciones de la capacidad intelectual como por ejemplo el talento y la superdotación.
- *Funcionales*: toman en consideración las diferencias funcionales intelectuales, caso del procesamiento de la información.
- *Adaptativas*: consideran aquellos aspectos relacionados con el éxito en las distintas esferas de la conducta humana como los aspectos emocionales y pragmáticos.
- *Situacionales*: tienen presentes el papel que juega el contexto en la configuración, cristalización o modificación de estos estados intelectuales.

Gomis (2007) agrupa las perspectivas de pensamiento sobre la inteligencia en tres concepciones según la importancia de cada una de ellas en cada momento histórico: *factorial* (definida por un conjunto de aptitudes intelectuales jerarquizadas y variadas), *cognitiva* (centrada en el modo en que se procesa la información y el estudio de los procesos cognitivos aplicados en una tarea determinada) y *genética* (conformada a partir de un estricto y complejo proceso de maduración neurológica, por lo que las actuaciones inteligentes se producen por conexiones y descargas eléctricas de determinados sistemas neuronales). García (2007) las agrupa en cuatro modelos distintos basados en: *capacidades* (caso de Renzulli, 1986), *rendimiento* (por ejemplo, Feldhusen, 1995), *componentes cognitivos* (Sternberg, 1985) y *socioculturales* (caso de Tannebaum, 1986).

A partir de estas teorías y modelos, se llega a unas notas distintivas sobre los conceptos de inteligencia y alta capacidad centradas en un enfoque multidimensional, la diferenciación entre alta capacidad y talento, la definición de la inteligencia más allá del cociente intelectual, la influencia de factores ambientales y de personalidad y la complejidad en el procesamiento y las estrategias metacognitivas.

Por otro lado, en la relación entre estos conceptos, se ha de tener en cuenta también las discrepancias de los resultados en función de características como el sexo. Las investigaciones que Terman y sus colaboradores iniciaron en 1921 en la Universidad de Stanford y que continuaron después de su fallecimiento en 1959, tuvieron como finalidad fundamental analizar las características de los sujetos con alto CI (más de 140), la evolución de sus logros académicos y profesionales y el grado de estabilidad de su inteligencia. Este estudio ha resultado fundamental ya que ha contribuido, sin buscarlo de manera directa, a dar a conocer la menor incidencia de mujeres con alta capacidad en la población y la necesidad de profundizar en esta cuestión.

Si se pone en relación esta diferenciación entre sexos con la inteligencia, se pueden distinguir dos posiciones teóricas iniciales:

- *Evolucionista*: se establece la complementariedad de las funciones psicológicas mujer/hombre a partir del morfismo. La diferencia se ve necesaria para la evolución y se defiende la selección natural.
- *Funcionalista*: afirma que existen diferencias entre el cerebro de la mujer y el del varón, inferior el de la mujer por término medio. A esto se une la idea del instinto maternal, su influencia en las mujeres y lo inadecuado de fomentar la educación de las mujeres.

Además de estas posiciones teóricas, también debe tenerse presente el estudio y el análisis de los roles y estereotipos de género, desligados de los modelos de femineidad desde las primeras etapas educativas (Sabuco et al., 2013), observándose incluso en los propios libros de texto (López-Navajas, 2014). Olivares y Olivares (2013) manifiestan que estos roles y estereotipos conducen a trayectorias profesionales distintas, acentuando la discriminación hacia la población femenina. En este sentido, según el estudio de Maccoby y Jacklin en 1974 sobre las diferencias entre sexos, observaron que muchas de las diferencias empíricas observadas carecían de significatividad estadística y que parecían debidas a creencias y estereotipos aunque existía alguna con cierto apoyo científico como una mejor habilidad verbal de las mujeres mientras que los hombres mostraban mayor capacidad visoespacial y matemática.

Siguiendo con la cuestión del género Sternberg (1998) manifiesta que existe una relación destacada entre aptitudes y estilos de pensamiento, encajando las opciones vitales con ambos aspectos. Así, las mujeres superdotadas suelen o pueden encontrar mayores dificultades para esos “encajes”. Las personas tienen perfiles de estilo y no un solo estilo, cambiando en función de las tareas y las situaciones ya que se socializan y pueden variar mediante su enseñanza y su aprendizaje. En consecuencia, los investigadores deben seguir trabajando en estas diferencias y discrepancias desde diversas

ciencias del comportamiento humano y a través de distintos procedimientos de identificación y de socialización.

3.2. Alta capacidad y talento

Uno de los investigadores que más esfuerzos ha realizado para diferenciar los conceptos de superdotación y talento ha sido Gagné (1985, 1993). En su *Modelo Diferenciado de Superdotación y Talento* (DMGT) propone una distinción clara entre ambos conceptos. Bajo el primero, establece la posesión de habilidades naturales de alto nivel, siendo éstas espontáneas e innatas y manifestándose en al menos un campo amplio de habilidad. Con el segundo remarca la alta posesión de habilidades y conocimientos desarrollados de forma sistemática en al menos un ámbito específico de la actividad humana.

El *Modelo de Identificación y Desarrollo del Talento en la Educación* (TIDE) propuesto por Feldhusen (1995) se inclina por el estudio e identificación del talento frente a los enfoques centrados en la superdotación. Así, la posible representación de la “población especial” sería mayor y los efectos estigmatizadores de la etiqueta de superdotado serían menores. De esta forma, el término talento sugiere una visión más analítica, dinámica y diversa en sus manifestaciones de las capacidades (talentos) de un alumno pudiendo ser educables y susceptibles de ser desarrolladas.

En la relación entre alta capacidad y talento existen múltiples notas que sirven para clarificar ambos conceptos: la evolución de las teorías de la inteligencia permiten un conocimiento progresivo y cada vez más exhaustivo de ambos términos, entre los alumnos con alta capacidad y los que presentan algún talento existen diferencias individuales significativas ya que no son grupos homogéneos, en su desarrollo el ambiente cobra una especial trascendencia, a diferencia de la precocidad ambos son considerados como fenómenos cognitivos estables y, por último, cuando un sujeto es identificado con talento o superdotado mediante un test de aptitud general, resulta

imprescindible avanzar en dicho proceso de detección utilizando pruebas específicas de evaluación.

En el caso del talento, se puede distinguir entre talentos *simples* que ocurre cuando aparece una elevada aptitud en un ámbito específico pudiendo presentar niveles normalizados e incluso deficientes en otros, y *complejos*, derivados de la combinación de varias aptitudes específicas. Siguiendo la *Orden de 22 de julio de 2005 por la que se regula la atención educativa al alumnado con altas capacidades intelectuales en la Comunidad Autónoma de Canarias* (2005, p. 14341), se afirma respecto al talento que:

“Un estudiante talentoso simple muestra una elevada aptitud o competencia en un ámbito específico, como el verbal, matemático, lógico o creativo, entre otros. Para ello es necesario que se encuentre por encima del centil 95 en razonamiento matemático, razonamiento verbal, razonamiento lógico o creatividad, respectivamente, pudiéndose señalar otros talentos simples como el social, el musical o el deportivo. Las combinaciones de varias aptitudes específicas dan lugar a talentos complejos, como los talentos académicos, que se presentan al combinarse la aptitud verbal con la aptitud lógica y la gestión de la memoria, todas ellas por encima del centil 85”.

Otro aspecto a tener en cuenta es que no existe un único tipo de talento, pudiendo presentar un mismo sujeto varios a la vez. Una persona puede ser talentosa en diferentes aspectos. En el cuadro 3.2. se pueden observar algunos tipos de talento y sus aspectos más significativos (parte adoptado de López et al., 2000 y Ferrándiz et al., 2010).

Cuadro 3.2. *Tipos de talentos y sus aspectos más significativos*

Talento	Aspectos significativos
<i>Académico</i>	Talento complejo al combinar habilidades de tipo verbal, numérico, espacial, lógico y de carácter memorístico (capacidades mentales primarias). Capacidad relevante para el aprendizaje formal de los contenidos de las áreas de aprendizaje. A veces se confunde con la alta capacidad por los grandes resultados escolares (aprenden bastante rápidos los contenidos curriculares).
<i>Matemático</i>	Destaca en razonamiento lógico, analítico y formas de pensamiento visual y espacial. Capacidad de establecer relaciones entre objetos no asumibles fácilmente por sus iguales. Disposición de elevados recursos de representación y manipulación de información presentada de manera cuantitativa. Habilidad especial para el aprendizaje en el área de matemáticas.
<i>Verbal</i>	Habilidad extraordinaria en aspectos del lenguaje como comprensión, vocabulario, expresión oral y escrita, etc. Si existe interés por áreas como la Literatura, la Historia y las Ciencias pueden conseguir un gran dominio de ellas.
<i>Motriz</i>	Están por encima de sus compañeros de edad en las diferentes aptitudes físicas: resistencia, velocidad, agilidad, coordinación, equilibrio, flexibilidad, etc.
<i>Social</i>	Grandes habilidades de interacción social tanto con sus compañeros como con adultos. Gran influencia sobre el grupo ejerciendo en muchas ocasiones el papel de liderazgo, incluso desde edades tempranas. Asunción de responsabilidades no esperadas para su edad. Sus compañeros se dirigen a ellos para solicitar ayuda. Capacidad de tomar decisiones
<i>Artístico-figurativo</i>	Habilidad excepcional para las artes. Elevadas aptitudes espaciales y figurativas y gran razonamiento lógico y creativo. Alto grado de dedicación y disfrute hacia las tareas que realizan. Se puede manifestar desde edades tempranas. Talento complejo al existir interacción entre distintos tipos de habilidades.
<i>Musical</i>	Extraordinaria capacidad para el aprendizaje en el área de música. Gran percepción musical. Enorme gusto y atención por la música. Pueden reproducir fielmente canciones y melodías desde edades tempranas. Capaces de tocar partituras sin previo aprendizaje.
<i>Creativo</i>	Gran número de ideas sobre un tema específico y enorme destreza para explorar las distintas alternativas. Ideas y realizaciones originales, singulares y poco frecuentes. Soluciones múltiples y variadas ante un problema aunque en ocasiones les resulta difícil seguir un proceso lógico para seleccionar la más conveniente. Pensamiento dinámico y flexible. Integración y aceptación social debido a su originalidad. Gran sentido del humor.
<i>Lógico</i>	Similitudes cognitivas al creativo aunque su funcionalidad es mayor al influir tanto aspectos culturales como escolares. Rigor a la hora de aplicar normas y reglas.
<i>Espacial</i>	Habilidades elevadas para manejar y comprender relaciones espaciales entre objetos. Gran destreza para percibir y transformar imágenes visuales. Excelente aprendizaje visual.

4. Talento matemático

Desde los primeros niveles de escolarización, los niños y niñas muestran procedimientos elementales para buscar solución a situaciones problemáticas que nos indican cómo van estructurando su pensamiento matemático. Aún cuando no han sido instruidos de manera formal en la aplicación de reglas y algoritmos convencionales, se enfrentan con estrategias personales para la resolución de problemas de la vida real. Una de las metas generales del aprendizaje de las matemáticas es lograr que el alumnado desarrolle un conocimiento flexible, ágil, competente y aplicable que se pueda revitalizar y regenerar de forma continua adaptándolo a situaciones nuevas. Lamentablemente, esta meta no es fácil de alcanzar y con frecuencia se escuchan quejas de maestros, alumnos y padres acerca de los fracasos en la educación matemática, sobre todo por el rechazo que suele inspirar esta disciplina.

4.1. Definición y detección

Se dice que un alumno tiene talento matemático cuando presenta una capacidad excepcional para las matemáticas, considerándose como un talento simple o bien múltiple si aparece asociado con otros. En toda comunidad escolar existe cierto número de estudiantes con una dotación intelectual destacada para las matemáticas. Son talentos que pueden pasar desapercibidos y desatendidos por la imposibilidad de que los profesores dediquen la atención especial que necesitan, pasando al estado de aburrimiento, frustración y desinterés, situación que conducirá en algunos casos a tener fracaso escolar.

Desde el inicio de la escolaridad, los alumnos con talento matemático se muestran activos y curiosos hacia los aprendizajes escolares, persistentes, flexibles y con una excelente rapidez en la captación de conceptos matemáticos complejos y abstractos. Krutetskii (1976) plantea para edades tempranas las siguientes características de los niños con talento matemático:

1. Examinan el contenido matemático de un problema de forma analítica y sintética.
2. Son rápidos en generalizar el contenido de un problema y su método de resolución.
3. Muestran una abreviación de los procesos al resolver problemas de tipo similar, es decir, después de una exposición corta, llegan a considerar ciertos pasos en la resolución como obvios y usan formas abstractas o abreviadas de razonamiento, omitiendo los pasos intermedios.
4. Son flexibles en su pensamiento y pueden cambiar con facilidad de un proceso cognitivo a otro, incluso si éste es cualitativamente diferente.
5. No están sujetos a técnicas de resolución que han tenido éxito en el pasado y pueden hacer reajustes cuando éstas fallan.
6. Buscan soluciones simples y directas.
7. Pueden invertir fácilmente su proceso de pensamiento.
8. Investigan aspectos del problema difíciles antes de tratar de resolverlos.
9. Tienden a recordar las estructuras generales y abreviadas de los problemas y sus soluciones.
10. Se cansan menos trabajando en matemáticas que en otras materias.

Mingus y Grassl (1999) consideran que un alumno presenta talento matemático cuando, además de las características descritas por Krutetskii, existe una combinación con otras dos como son la voluntad de trabajar duro (estar centrado en la tarea, comprometido, persistente y con confianza) y una alta creatividad (pensamiento divergente).

Reyes-Santander y Karg (2009) proponen las siguientes características con el objetivo de definir un modelo de talento matemático:

- Dominio de campos del conocimiento matemático (geométrico, algebraico y numérico).
- Persistencia y perseverancia en actividades matemáticas que le interesan y de generación metacognitiva.
- Productos o resultados originales e innovadores.

- Capacidad de generar ideas creativas, avanzadas y abstractas en esta materia.
- Conocimiento, rendimiento e implicación en temas matemáticos.
- Comprensión en profundidad de ideas complejas.
- Independencia y profundidad en los procesos cognitivos, sobre todo en cuanto a la inferencia y conexión entre conceptos.
- Capacidad de captar y manipular información.

Tourón y Tourón (2006) establecen nueve características asociadas al talento matemático: rapidez de aprendizaje, flexibilidad en los procesos mentales requeridos para la actividad matemática, generalización y transferencia, capacidad de abstracción, reducción del proceso de razonamiento matemático, pensamiento lógico, habilidad para la inversión de los procesos mentales en el razonamiento matemático, memoria matemática y posesión de una estructura mental matemática.

Miller (1990) resalta otras características para el descubrimiento de dicho talento: conciencia y curiosidad acerca de la información numérica, rapidez y comprensión en el aprendizaje y aplicación de ideas matemáticas, elevada capacidad para trabajar de manera abstracta, grandes habilidades para detectar patrones y relaciones matemáticas, aptitud para trabajar de manera flexible y creativa y capacidad de transferencia del aprendizaje a nuevas situaciones demandadas.

Siguiendo la tesis doctoral de Benavides (2008, p. 273), “hay diferentes maneras de tener talento matemático y no podemos hablar de una lista acabada de características asociadas al talento en general y al talento matemático en particular”. Como rasgos generales de los sujetos con talento propone la alta creatividad en la formulación de soluciones a los problemas, el compromiso con la tarea y un alto nivel de control en la resolución de las actividades propuestas.

Señaladas las características más destacadas del talento matemático, se pasa a analizar cómo podría ser el proceso de evaluación e identificación de dicho talento. En esta tarea se tendrá presente que no se puede centrar la identificación de forma exclusiva en la aplicación a los alumnos de tests de rendimiento basados únicamente en cálculo aritmético. Se deberán tener en cuenta otros aspectos del contenido y del razonamiento matemático que llevan al individuo a resolver una tarea de una forma determinada, es decir, cómo el sujeto demuestra su capacidad de razonar matemáticamente a partir del análisis de la calidad de sus respuestas a determinadas tareas.

Por otra parte, se tendrá presente que los instrumentos habituales utilizados en la identificación de niños con talento matemático suelen ser generales y, por tanto, no parecen los más adecuados para este proceso de detección. Investigaciones como la de Span y Overtoom-Corsmit (1986) inciden en que una alta puntuación en un test de rendimiento matemático no conlleva poseer talento matemático. Por ello se abordará su caracterización de una manera más exhaustiva proponiendo instrumentos de identificación más acordes a dichas características. Treffinger y Feldhusen (1996) piensan que todo proceso de evaluación encaminado a la detección de características relacionadas con los sujetos con talento tendrá que ser considerado como un continuo, no como un proceso único, fijo e inmutable que determina de una vez y para siempre la competencia matemática de un niño.

Ellerton (1986) realizó un estudio en el que solicitaba a estudiantes de 11 a 13 años de edad que inventaran problemas que fueran complicados de solucionar por sus compañeros para después darles solución. A partir de la comparación entre los problemas planteados por unos y otros, llegó a la conclusión de que los más capaces crearon problemas más complejos que los del resto de alumnos y que el planteamiento de problemas es una tarea bastante útil para el estudio del talento matemático.

Greenes (1997) establece que un alumno presenta talento matemático cuando presenta las siguientes características: formulación espontánea de

problemas, flexibilidad en el manejo de datos, habilidad para organizarlos, fluidez de ideas, capacidad de generalización, habilidad para la transferencia de ideas y originalidad de interpretación. Además remarca la importancia de ofrecer a los alumnos situaciones en las que puedan demostrar su talento. Para ello plantea que las actividades deberán de integrar distintas disciplinas (entre otras, diferentes ramas de las matemáticas, áreas del currículo, disciplinas no académicas y distintos temas específicos), estar abiertas a la interpretación y la solución, demandar la formación de generalizaciones, plantear la necesidad de utilizar distintos métodos de razonamiento, fomentar la formulación de preguntas de extensión, facilitar la investigación durante la acción (individual y/o en pequeños grupos), contar con un impacto social e impulsar la interacción con los demás.

Niederer e Irwin (2001) resaltan que existen seis formas de identificar el talento matemático: tests, nominación de los profesores, padres e iguales, la propia nominación por parte del alumno y la habilidad de los alumnos para resolver problemas. Realizaron una investigación sobre la identificación del talento matemático centrada en la comparación de la detección por medio de actividades de resolución de problemas, como la desarrollada a través del test estandarizado de elección múltiple de matemáticas (*Progressive Achievement Test*, PAT). Como conclusión aconsejan el uso de la resolución de problemas en dicha identificación y desaconsejan el empleo de tests de matemáticas de elección múltiple.

Pasarín y colaboradores (2004) realizaron un estudio sobre la evaluación del talento matemático en Educación Secundaria utilizando las subpruebas *Series numéricas* (Rn) y *Problemas numéricos* (Sn), subtests de la *Batería de Aptitudes Diferenciales y Generales* (BADyG-E3) que guardan mayor relación con la capacidad matemática. Por medio de ellos analizaron los resultados en función de las características del talento matemático señaladas por Greenes y de variables como el sexo, tipo de centro y hábitat.

Las principales conclusiones obtenidas de dicho estudio son: corroboran los resultados obtenidos en otras investigaciones a favor de los hombres en lo que a razonamiento numérico se refiere, aparecen diferencias significativas a favor de los centros privados y el medio urbano y demuestran que los alumnos que presentan alguna característica de las mencionadas por Greenes, se corresponden con puntuaciones elevadas en CI y en las subpruebas *Series numéricas* y *Problemas numéricos*, aunque ningún sujeto presenta las siete características, siendo tres las más comunes (originalidad de interpretación, fluidez de ideas y formulación espontánea). Además señalan que las condiciones que un sujeto deberá de reunir para considerar que existen indicios de talento matemático son un percentil mayor o igual a 75 en ambas subpruebas del BADyG-E3 y presentar al menos dos características del modelo de Greenes y, por último, indican que es importante centrar la enseñanza de las matemáticas no tanto en resolver algoritmos aritméticos y sí incluir aspectos como la organización de datos, la transferencia de ideas y la enseñanza específica de estrategias de resolución de problemas integrados en la vida cotidiana.

En definitiva, por diversas razones, actualmente en muchos países emerge el interés por los alumnos más capaces abarcando sobre todo el área de matemáticas. En primer lugar se trata de estructurar nuevos programas para el alumno en función de sus características y necesidades. Por otra parte, la resolución de problemas, uno de los ejes centrales de la educación matemática, atrae la atención sobre la forma de proceder de los más capaces en matemáticas. Además, las necesidades tecnológicas de la sociedad reclaman que se dedique atención especial a aquellos sujetos que, sin duda, en el futuro han de constituir la punta de lanza en el progreso técnico de la sociedad.

4.2. Trabajos de Stanley

A la hora de hablar de talento matemático es inevitable hablar del estudio de Stanley y colaboradores (1974). Su modelo resultó novedoso por

hacer referencia a un campo determinado, por el sistema de detección de los alumnos en que ha cristalizado y por el modelo de respuesta educativa que ha desarrollado (Jiménez, 2010).

Su programa *Study of Mathematically Precocious Youth* (SMPY) o estudio del talento matemático precoz fue iniciado en 1971 en la Universidad Johns Hopkins de Baltimore. Su principal finalidad era realizar una investigación longitudinal que favoreciera la identificación de los alumnos intelectualmente muy capaces en el campo matemático, detectando aquellos factores que contribuían a su desarrollo escolar y vocacional.

Este estudio ha ido evolucionando con el paso de los años ampliando sus objetivos e incluyendo la valoración del talento verbal. En sus inicios, el sistema de diagnóstico del talento matemático constaba de dos fases (Jiménez, 2000):

1. *Preselección*. Los centros educativos recibían los objetivos del SMPY y seleccionaban a los candidatos a participar: alumnos con una edad entre 12-13 años situados en el percentil 97 o superior en los tests estandarizados de *rendimiento* matemático.
2. *Selección*. Los alumnos preseleccionados son seleccionados a través de una prueba de *razonamiento* matemático de nivel superior denominada SAT-M, prueba concebida para alumnos de 16-17 años de edad. Se consideran como altamente capacitados para la matemática sobre el 20-30% de los preseleccionados, lo que equivale a un intervalo entre el 0.5 y el 1% de la población general.

Las puntuaciones del *Scholastic Aptitude Test* (SAT) se expresan en una escala que varía de 200 a 800 con una media de 500 y una desviación típica de 100.

Las características más relevantes de este modelo son las siguientes:

- Centra la identificación en áreas de dominio específicas: matemáticas y lenguaje.
- Tiene en cuenta que existen diferencias y necesidades individuales entre el alumnado y resalta la importancia de la interacción con otros sujetos con similares características.
- La identificación de los talentos es un proceso que se realiza de forma anual lo que permite disponer de una información longitudinal amplia.
- Es un proceso de evaluación “por encima del nivel” ya que aplican tests de nivel superior a los de la edad que les corresponde. Existe mucha heterogeneidad o variabilidad entre los estudiantes seleccionados por su talento matemático.
- Propugna una intervención más centrada en la aceleración de asignaturas que de curso académico buscando la flexibilidad curricular, adecuándose la misma a las capacidades demostradas por los alumnos con el objetivo de abarcar todas sus necesidades.
- Se busca realizar un trabajo con el alumnado no centrado solo en el entorno educativo, es decir, se pretende su apertura a otros contextos.
- Aumenta la motivación para el aprendizaje, fomenta los sentimientos de autoestima y realización personal y da la posibilidad de incrementar las actividades relacionadas con los intereses particulares.

El modelo de intervención del Center for Talented Youth (CTY) de Stanley basado en las ideas y principios del SMPY focaliza su atención en los alumnos que son precoces en las áreas verbal y matemática. Dentro de los principios que rigen el CTY International se encuentran los siguientes: la detección de sujetos de distintas poblaciones que demuestren una capacidad verbal y/o matemática alta, la oferta de un currículo y unos programas académicos que favorezcan el incremento de la motivación y el interés, la evaluación previa de los conocimientos y destrezas de los alumnos en las áreas concretas, la incorporación de la evaluación y la rendición de cuentas, el

fomento de un desarrollo equilibrado de los individuos participantes, la demostración de los resultados alcanzados a través del CTY, la creación de bases de datos comunes, el intercambio de experiencias a través de reuniones científicas y conferencias, la búsqueda de financiación para iniciativas comunes y el apoyo a propuestas de intervención educativa que persigan todos estos principios.

Cuando se habla de intervención educativa, Stanley propone que la aceleración individualizada según el ritmo de aprendizaje del alumno es la opción más beneficiosa para los extremadamente capaces. Esta medida presenta las siguientes formas: salto de curso, entrada precoz en la escuela preescolar o primaria, condensar el currículo (tres cursos en dos años por ejemplo), currículo de progreso continuo, ingreso precoz en bachillerato o en la universidad, realización de cursos superiores paralelos a la enseñanza reglada, cursos reglados de nivel avanzado y enseñanza dual, mentores y cursos a distancia. La puesta en marcha de estas formas de aceleración vienen justificadas por la necesidad de adaptar la enseñanza a las características y necesidades del sujeto, incluida una adecuada contextualización para dar significatividad a las tareas escolares y extraescolares.

Dichas formas de aceleración en áreas como matemáticas y ciencias son bastante apropiadas debido a que la secuencia de sus objetivos y contenidos viene determinada con facilidad. Para proceder en la práctica, se ofrecen una serie de orientaciones y propuestas prácticas de intervención en función de los resultados alcanzados por los alumnos en las pruebas SAT-M y SAT-V (Cohn, 1991; Jiménez, 2010):

- a) *Puntuaciones iguales o inferiores a 270 en el SAT-M y 230 en el SAT-V:* participación en actividades extraescolares, organización de tareas de enriquecimiento y orientación académica.
- b) *Puntuaciones entre 270 y 500 en el SAT-M y 230 y 430 en el SAT-V:* agrupación del currículo de una materia de dos cursos en uno, organización de forma temprana tareas de temas específicos de

especial relevancia y planificación de actividades intensivas de verano en la universidad y/o de clase a lo largo del curso.

- c) *Puntuaciones entre 510 y 630 en el SAT-M y 440 y 590 en el SAT-V:* junto a las anteriores propuestas, flexibilización del período de escolarización, participación en cursos universitarios y fomento de una enseñanza individualizada centrada en contenidos de elevada complejidad.
- d) *Puntuaciones entre 640 y 800 en el SAT-M y 600 y 800 en el SAT-V:* se trata de alumnos extremadamente dotados y, además de las medidas anteriores, se propone su admisión temprana a tiempo total o parcial en la Universidad, organización de cursos con una complejidad elevada y propuesta de adultos mentores en campos profesionales como por ejemplo la ingeniería.

Las principales conclusiones resultantes de la aplicación de este modelo son (Stanley y Benbow, 1983): mostrar la validez predictiva del SAT-M de nivel superior como instrumento de diagnóstico del talento matemático precoz, justificar que la alta capacidad favorece la posibilidad de adoptar medidas de aceleración del currículo, diferenciar puntuaciones más altas a favor de los chicos en el SAT-M y resultados similares en el SAT-V y reflejar la mayor participación de los chicos en el programa SMPY aunque las chicas que participan obtienen un rendimiento similar al de los chicos. Además, su aplicación permite atestiguar la existencia de diferencias y necesidades en las aulas que tendrán que ser atendidas, la necesidad de ofrecer una respuesta educativa ajustada y no única e igual para todos, la presencia de heterogeneidad entre los mismos alumnos con talento, la importancia de todos los entornos del sujeto a la hora de planificar una respuesta educativa, la necesidad de interacciones entre alumnos con características personales similares y los beneficios de la exposición de modelos y trabajos con mentores.

En el año 2001 se crea el CTY en España. En nuestro país, como instrumento de evaluación se utiliza el *School and College Ability Test* (SCAT), un test que mide razonamiento verbal y numérico y que ha sido validado de

forma específica con alumnado español. Una de las ventajas de la administración de este instrumento es que cubre un amplio abanico de edades en el caso de individuos con alta capacidad, contando con una modalidad *in level* y otra *out of level* que permiten evitar cualquier efecto techo (Tourón y Tourón, 2006). Entre las conclusiones de su aplicación en nuestro país, señalar que los alumnos ubicados en la modalidad *in level* que obtienen resultados iguales o mayores a 95, suelen alcanzar puntuaciones elevadas también en la *out of level*, modalidad en la que los alumnos son comparados con rendimientos de sujetos entre 2 y 4 años mayores que ellos (Tourón y Tourón, 2006).

4.3. Sexo y talento matemático

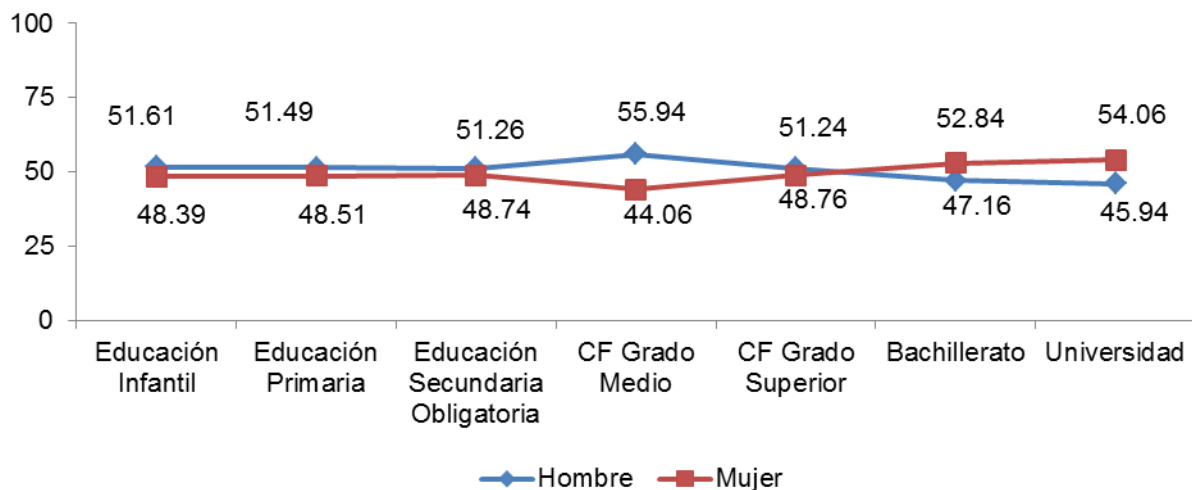
El sexo está considerado como una variable moduladora en múltiples estudios e investigaciones. En este apartado se analiza su incidencia sobre la capacidad matemática. Más adelante, en la parte empírica de la tesis, se pondrá en relación con los resultados obtenidos en la administración de la Batería de Evaluación de la Competencia Matemática (BECOMA) y servirá para el cálculo de la validez de constructo.

Antes de comenzar con la relación entre ambos conceptos, se destacan unas notas distintivas de la incidencia de las mujeres más capaces en nuestro país y en la Comunidad Autónoma de Castilla La Mancha por ser la región en la que se centra la parte empírica de esta tesis. En España, tomando como base la estadística del curso académico 2010/2011, último curso en el momento de redactar estas líneas del que se disponen de datos en la página web del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte sobre la prevalencia de la alta capacidad, el número total de alumnos con alta capacidad en las enseñanzas no universitarias fue de 6.834 escolares, un 0.08% del total de la población escolarizada en estas enseñanzas. De ellos, 2.135 eran alumnas, un 31.24%, frente al 68.76% de los alumnos.

En ese mismo curso escolar, en Castilla La Mancha, el número total de escolares con alta capacidad fue de 228, un 0.06% del total de la población. Del total de casos identificados, 81 eran alumnas, un 35.53%, frente al 64.47% de los alumnos. Como puede observarse, la tendencia de menor número de casos identificados de alumnas se mantiene tanto a nivel nacional como regional.

Esta desproporción no se corresponde con la realidad existente hoy en día en los centros educativos, donde desde los años noventa se viene constatando un avance significativo de las mujeres en todos los niveles educativos (Jiménez y García, 2013). Siguiendo la estadística del curso académico 2011/2012, último curso del que se disponen de datos en la página web del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte sobre la escolarización de los alumnos en función de su sexo, aparece que:

Figura 3.1. *Porcentaje de alumnado escolarizado en todas las enseñanzas en función del sexo*



Como puede observarse, según se avanza hacia enseñanzas post-obligatorias, el porcentaje de alumnado escolarizado en Ciclos Formativos (CF) es mayor en el caso de los hombres y en Bachillerato y Universidad la superioridad es a favor de las mujeres. Llama especialmente la atención las diferencias en los Ciclos Formativos de Grado Medio y en la Universidad.

Por otro lado, existen estudios que evidencian que no existen diferencias significativas de capacidad entre los alumnos y alumnas más capaces. Es el caso de los que obtienen Premio Extraordinario de Bachillerato en la Comunidad de Madrid o Beca de Excelencia para estudiar en las universidades de Madrid (Jiménez y colaboradores, 2005, 2010).

Por otra parte en el informe PISA *Top of de Class* (OCDE, 2009) aparece que el 4.1% de las alumnas y el 3.9% de los alumnos son excelentes en lectura, matemáticas y ciencias al mismo tiempo, y en al menos en una de estas áreas sobresale el 18.6% de las alumnas y el 17.3% de los alumnos (Jiménez y García, 2013).

Varios estudios analizan las diferencias entre sexos tomando en consideración la aptitud matemática de los alumnos. Siguiendo un certamen matemático realizado por Fox y Denham (1974) en 1972 con un grupo de alumnos de 7º y 8º de primaria, se concluyó que dos años más tarde los chicos obtuvieron puntuaciones más altas para las ocupaciones de investigación, mientras que las chicas mostraron preferencias por las ocupaciones sociales y artísticas. Beltrán y Pérez (1994) también han señalado que existen claras diferencias en autoconcepto en matemáticas y autoconfianza en habilidades académicas a favor de los chicos, mientras que se decantan a favor de las chicas en la autopercepción en lectoescritura, organización y presentación de material académico. Ambos grupos obtienen puntuaciones semejantes en satisfacción escolar y autopercepción de capacidad general.

Jiménez y colaboradores (2010, p. 148) en su estudio sobre los alumnos que han obtenido Beca de Excelencia para estudiar en las universidades madrileñas, manifiestan que aunque no existen diferencias significativas entre sexos en la capacidad evaluada mediante tests, en los grupos de discusión “chicos y chicas consideran que las chicas son más inteligentes si bien las capacidades relativas a pensamiento abstracto, matemático y espacial se siguen asociando a los chicos. Por el contrario, se relaciona con las chicas una

mayor capacidad emocional e interpersonal”. Estas consideraciones del alumnado tienen su reflejo en múltiples estadísticas educativas, es el caso de los datos del Ministerio de Educación para enseñanzas universitarias para el curso académico 2011/2012, donde aparecen las siguientes cifras en cuanto a matriculación de alumnado:

Tabla 3.1. *Alumnado matriculado en enseñanzas universitarias en el curso académico 2011/2012 en función del sexo*

Rama de enseñanza	Sexo		Total
	Hombre	Mujer	
Ciencias Sociales y Jurídicas	273.092	428.524	701.616
Ingeniería y Arquitectura	245.010	87.237	332.247
Artes y Humanidades	53.797	86.350	140.147
Ciencias de la Salud	58.037	139.100	197.137
Ciencias	39.356	46.280	85.636
<i>Total Ramas</i>	669.292	787.491	1.456.783

Pérez y Díaz (1994, p. 110) manifiestan que los “estudios que plantean la hipótesis de un factor hereditario unido al sexo para la aptitud matemática o espacial, o una especialización lateral diferenciada del cerebro para hombres y mujeres, son muy poco consistentes”. Afirman que

“Se ha demostrado que los chicos puntúan más alto que las chicas en los tests de aptitud intelectual, especialmente en los de aptitud matemática, y que habitualmente entre los 11 y los 17 años se produce un descenso en las puntuaciones medias de los tests de inteligencia en las chicas. A medida que los chicos y chicas maduran, la distancia se hace más evidente”.

Cuando se habla de la influencia de la edad, en los primeros años de la escolarización apenas existen diferencias entre sexos aunque según se avanza hacia la adolescencia las diferencias aparecen a favor de los hombres. En esta misma línea, Pérez y Domínguez (2000) afirman que según avanzan en edad el número de chicas con alta capacidad con excelentes cualidades matemáticas decrece de forma considerable, mientras que en edades más

tempranas estas diferencias eran inexistentes. De esta forma, se podría manifestar que factores tales como la presencia de estereotipos, la carencia de modelos de referencia, el cumplimiento de expectativas, las presiones del entorno, la existencia de formas sexistas del lenguaje, la utilización de materiales didácticos inadecuados, etc., inciden en la aparición de discrepancias entre ambos sexos en detrimento del femenino (Suberviola, 2012).

Si se toma en consideración el programa SMPY de Stanley, Jiménez (2002) manifiesta que los chicos obtienen puntuaciones más altas en los tests de evaluación de la capacidad matemática, mientras que las diferencias entre sexos desaparecen en los tests de evaluación de la capacidad verbal. Afirma que (2002, p. 73):

“Las chicas muestran asimismo intereses más amplios que los chicos altamente dotados y lo materializan eligiendo cursos de matemáticas y de lenguas en la misma proporción mientras los chicos eligen seis veces más cursos del primer tipo que del segundo. Por otra parte, las que deciden entrar en el campo del número, tendencia en aumento, obtienen en él altos rendimientos”.

De acuerdo al trabajo realizado por Barbero y colaboradores (2007), existen diferencias importantes en actitudes y rendimiento entre chicos y chicas de 13 años en las tareas del área de matemáticas y éstas son inexistentes cuando se habla de hábitos de estudio. Los chicos destacan en geometría y cálculo y las chicas obtienen mejores puntuaciones en el análisis de datos y en álgebra. En la resolución de problemas, ambos sexos utilizan estrategias diferentes para solucionar problemas y la experiencia, el interés por los mismos y el entrenamiento recibido hacen inclinar la balanza hacia los chicos.

Pomar y colaboradores (2009) hicieron un estudio sobre las habilidades matemáticas y verbales en función del sexo en alumnos de 6º de Educación Primaria y 1º de la ESO. Para ello se tomó como referencia la batería de

Aptitudes Mentales Primarias (PMA) que mide cálculo numérico, concepción espacial, razonamiento, fluidez verbal y comprensión verbal. Los resultados no denotan diferencias significativas entre ambos sexos. La ejecución en el PMA es (2009, p. 23):

“Muy similar en niños y en niñas pero, todavía, lo es más cuando nos centramos en aquellos sujetos que, realmente, demuestran una buena capacidad verbal y/o matemática. Se encuentran pequeñas diferencias, lo que supone que hay que aunar la variabilidad y la semejanza entre hombres y mujeres, pero esas pequeñas diferencias se pueden transformar en grandes por influencia social (estereotipos, expectativas, modelos, patrones sociales,...). Los resultados pueden contribuir a desmontar el currículum oculto sobre las diferencias y a cambiar los patrones atribucionales de las niñas que, a pesar de los resultados, a veces se muestran como patrones internos y estables, mientras que en los niños aparecen como externos y variables, con las implicaciones educativas que esto conlleva”.

En las evaluaciones internacionales y nacionales de rendimiento, se analiza asimismo la incidencia del sexo de los alumnos en los resultados en matemáticas. Siguiendo el documento de la OCDE sobre los resultados en PISA 2000, en casi la mitad de los países participantes se observan diferencias estadísticamente significativas a favor de los hombres (OCDE, 2002). La existencia de variaciones amplias entre países respecto al sexo “sugiere que las diferencias actuales no son resultado inevitable de las diferencias en estilos de aprendizaje entre hombres y mujeres jóvenes” (OCDE, 2002, p. 135), incidiendo que hay “características subyacentes de los sistemas educativos o de las sociedades y las culturas que inciden sobre las diferencias entre géneros en el desempeño a través de la escolaridad” (OCDE, 2002, p. 137).

En PISA 2009 (INEE, 2010b, p. 106), se afirma que “es importante incluir el estudio de esta variable porque permite constatar el posible efecto de las diferentes políticas de igualdad que deben desarrollar los países y las escuelas a fin de garantizar el máximo desarrollo educativo de todas las personas”. Ya

en PISA 2012 (INEE, 2013c), se justifica la inclusión de esta variable de contexto con la finalidad de facilitar la presentación y el análisis de los resultados para esta competencia en función de dos subgrupos de alumnos fundamentales.

Para comprobar cómo varían estos resultados a lo largo del tiempo, se señalan a continuación las puntuaciones alcanzadas en las evaluaciones PISA para el área de matemáticas:

- *PISA 2000*: el promedio OCDE de los alumnos es 11 puntos superior al de las alumnas.
- *PISA 2003*: la puntuación promedio OCDE de los alumnos sigue siendo mayor, alcanzando de nuevo los 11 puntos. En solución de problemas, el promedio OCDE de las alumnas es mejor en 2 puntos.
- *PISA 2006*: la diferencia sigue siendo de 11 puntos a favor de los alumnos.
- *PISA 2009*: al igual que en las ediciones anteriores, la diferencia es a favor de los alumnos aunque en 12 puntos.
- *PISA 2012*: de manera similar a las anteriores ediciones, la diferencia sigue siendo para los hombres, en este caso de 11 puntos. En solución de problemas, el promedio OCDE de los alumnos es mejor en 7 puntos.

Todas estas puntuaciones promedio de la OCDE muestran diferencias estadísticamente significativas a favor de los alumnos, excepto en resolución de problemas cuyas diferencias no lo son.

En nuestro país, también se observa esta tendencia siendo los resultados los siguientes:

- *PISA 2000*: la diferencia llega a los 18 puntos a favor de los alumnos. En esta evaluación, no participaron las Comunidades Autónomas.
- *PISA 2003*: la diferencia es 9 puntos superior para los alumnos. Por Comunidades Autónomas, todas las diferencias son a favor de los

alumnos (18 puntos por encima en Cataluña, 11 en Castilla y León y 1 en País Vasco). En solución de problemas, la diferencia llega a los 6 puntos para las alumnas; por Comunidades Autónomas, en las tres regiones evaluadas los resultados de las alumnas son mejores que los de los alumnos (12 puntos superior en País Vasco, 6 en Castilla y León y 3 en Cataluña).

- *PISA 2006*: la diferencia llega a los 9 puntos por encima para los alumnos. Por Comunidades Autónomas, todas las diferencias son a favor de los alumnos; en el País Vasco la diferencia es de 3 puntos; 9 en Cantabria y Asturias; 10 en Navarra y Galicia; 11 en Cataluña, Andalucía y Castilla y León; 13 en La Rioja; 18 en Aragón.
- *PISA 2009*: la diferencia llega a los 19 puntos a favor de los alumnos. Por Comunidades Autónomas, todas las comparaciones muestran puntuaciones superiores para los alumnos; en Andalucía la diferencia es de 26 puntos; en Cataluña de 22; en Baleares de 21; en Aragón y La Rioja de 19; en Canarias, Cantabria y Murcia de 17; en Castilla y León y Navarra de 14; en Asturias de 12; en Galicia y Madrid de 11; en el País Vasco de 8.
- *PISA 2012*: la diferencia es de 16 puntos para los alumnos: Por regiones, todas señalan diferencias a favor de los hombres; en Cataluña aparece una diferencia de 22 puntos; en La Rioja de 19; en Castilla y León de 18; en Aragón de 17; en Andalucía de 16; en Cantabria y Madrid de 15; en País Vasco de 14; en Murcia de 13; en Extremadura de 10; en Asturias de 9; en Baleares de 8; en Navarra de 6; en Galicia de 2. En solución de problemas, la diferencia es de 1.5 puntos para los alumnos; por Comunidades Autónomas, las diferencias van desde los 4 puntos a favor de los alumnos en País Vasco y Madrid hasta los 2 puntos para las alumnas en Cataluña.

En el estudio TIMSS 2007 de la IEA (2011, p. 41) se observa que:

“En los países en los que existen diferencias significativas en las puntuaciones de chicos y chicas, se observa que éstas son

mayoritariamente a favor de los chicos en el dominio de Conocimiento y, por el contrario, mayoritariamente a favor de las chicas en los otros dos dominios, Aplicación y Razonamiento. Esto mismo ocurre en la media internacional”.

En el estudio TIMSS 2011, partiendo de sus resultados, existen diferencias a favor de los chicos respecto a las chicas, apareciendo en España diferencias más amplias que en las medias internacionales (INEE, 2012b).

En las evaluaciones de diagnóstico españolas, tomando en consideración los resultados del año 2009 señalados en el informe de 4º de Educación Primaria para la competencia matemática, el promedio de los alumnos es mejor que el de las alumnas en 11 puntos. En el caso de la evaluación de 2º de la ESO, la diferencia es de 9 puntos también a favor de los alumnos. En ambos casos, las diferencias son estadísticamente significativas (INEE, 2010a).

4.4. Experiencias educativas

En el campo de la estimulación y el trabajo del talento matemático son múltiples las experiencias educativas desarrolladas. Su conocimiento resulta fundamental para ampliar el horizonte más allá de los procesos de diagnóstico. Recogemos ejemplos de estas experiencias.

El programa de *Estímulo del Talento Matemático* (ESTALMAT) es un proyecto desarrollado por la Real Academia de Ciencias, con el patrocinio principal de la Fundación Vodafone España, y cuyo fundador fue el profesor Miguel de Guzmán Ozámiz, Catedrático de la Universidad Complutense y Académico, partiendo de experiencias llevadas a cabo en distintas universidades como Hamburgo, John Hopkins y Minnesota. Fue iniciado en 1998 en la Comunidad de Madrid y actualmente continúa desarrollándose.

Este proyecto consiste en la detección, orientación y estimulación de forma progresiva de sujetos entre 12-13 años con capacidades matemáticas excepcionales. El programa se desarrolla durante dos cursos y a lo largo de su funcionamiento el estudiante permanece en su entorno familiar, siendo ésta última una de las características fundamentales del mismo. El proyecto se lleva a cabo mediante un período de 3 horas semanales. Para la selección de los alumnos participantes se realiza una convocatoria pública a la que se le da la mayor divulgación posible. A lo largo del proyecto, no se pretende el avance en contenidos curriculares del área de matemáticas sino ofrecer a los alumnos unas orientaciones y estrategias que les permitan desarrollar su talento matemático.

Wagner y Zimmerman (1986) iniciaron en 1982 en la Universidad de Hamburgo, un programa específico para el estudio y el trabajo del talento matemático inspirado en el promovido por Stanley en la Universidad Johns Hopkins de Baltimore. Se busca la detección de alumnos de 12 años gracias a la colaboración del profesorado y sus familias. Para ello se envían folletos de información y se utilizan como instrumentos de diagnóstico tanto el SAT-M como una prueba específica de problemas de razonamiento. Como conclusión señalar el aumento considerable de casos detectados y la constatación de la necesidad de implicar a distintos agentes educativos en los procesos de identificación.

Otra experiencia educativa que se puede destacar a nivel internacional es la realizada por *Velikova y Bilchev* (Universidad de Rousse en Bulgaria) que junto a *Vlamos* (Universidad de Atenas en Grecia), hicieron un estudio en Bulgaria y Grecia a lo largo de los años 2001 y 2002 con la finalidad de estimular la creatividad matemática en alumnos de alto rendimiento con una edad entre 15 y 18 años (2002). Los resultados mostraron que el carácter creativo del alumno como generador de problemas, el desarrollo de la creatividad, la realización de tareas, los hábitos de investigación y la generalización de los conocimientos del alumno, están determinados en gran medida por los métodos de enseñanza aplicados y, en menor medida, por los

niveles de las características incluidas en el proceso de diagnóstico de la creatividad.

Por otra parte, Velikova y Bilchev han realizado en su país, Bulgaria, procesos de identificación de alumnos con alta capacidad productiva-creativa en matemáticas a través de la administración de los siguientes instrumentos diagnósticos: un test de inteligencia general, un test standard de creatividad, otro de aptitud para el área de matemáticas y una valoración de las habilidades matemáticas a través de los docentes. Mediante estos procesos, la prevalencia de casos detectados aumentó significativamente en este país.

Otro tipo de experiencias es el desarrollo de *Olimpiadas Matemáticas*. Hoy en día este tipo de actividades se realizan a nivel internacional, nacional, regional, provincial y local. Estas competiciones tienen su origen en 1894, en Hungría, con los concursos matemáticos organizados por Loránd Eötvös destinadas a alumnos de enseñanza media y cuya finalidad era desarrollar en el alumnado la capacidad para resolver problemas. Después se fueron extendiendo a lo largo del siglo XX a los países del centro y este de Europa y, en 1938, se empezaron a organizar en Estados Unidos gracias a Putnam.

El nombre de olimpiadas como tal data del año 1959 cuando Rumania invitó a Hungría, Bulgaria, Polonia, Checoslovaquia, la República Democrática de Alemania y la Unión Soviética a las primeras *Olimpiadas Matemáticas Internacionales*. Poco a poco se han ido incorporando países hasta alcanzar los 97 en la celebrada en 2013 en Santa Marta (Colombia), entre ellos, España. Organizada por la *Real Sociedad Matemática Española*, en nuestro país existe Olimpiada Matemática desde 1964 y también participa en la Olimpiada Iberoamericana junto a Portugal y los países de Iberoamérica. La convocatoria de este tipo de actividades favorece el crecimiento continuo del universo matemático y el mantenimiento de un currículo escolar actualizado para dar respuesta a las exigencias del mundo actual.

En nuestro país, en el ámbito universitario existen experiencias de investigación centradas en la mejora de los procesos de identificación e intervención educativa de alumnos con alta capacidad y talento matemático. Un ejemplo de ellas, es la *Universidad de Navarra*, donde el profesor Tourón inició en 1993 su línea de investigación sobre este tema y, además, creó el CTY-España como centro independiente en el año 2001 formando parte del CTY Internacional de la Universidad Johns Hopkins.

También aparecen asociaciones como es el caso de la *Asociación de Estadística y Matemáticas (ASEMAT)*. Esta asociación se creó en 1998 con el fin de mostrar las numerosas aplicaciones y beneficios que las matemáticas pueden aportar al mundo empresarial. Dentro de su actividad, cuenta con una serie de talleres de matemáticas organizados como una actividad lúdica e intelectual para que los niños aprendan divirtiéndose en verano con tareas de repaso y avance del próximo curso escolar y, a su vez, con juegos didácticos motivadores.

Por último, señalar publicaciones periódicas relacionadas con el campo de las matemáticas como por ejemplo la revista *SUMA*, de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, y la organización de congresos y actividades de intercambio de experiencias como es el caso de las *Jornadas para el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas (JAEM)*.

PARTE II

Diseño, desarrollo y
resultados de la
investigación empírica

Capítulo 4

Diseño de la Batería de Evaluación de la Competencia Matemática: metodología

1. Introducción

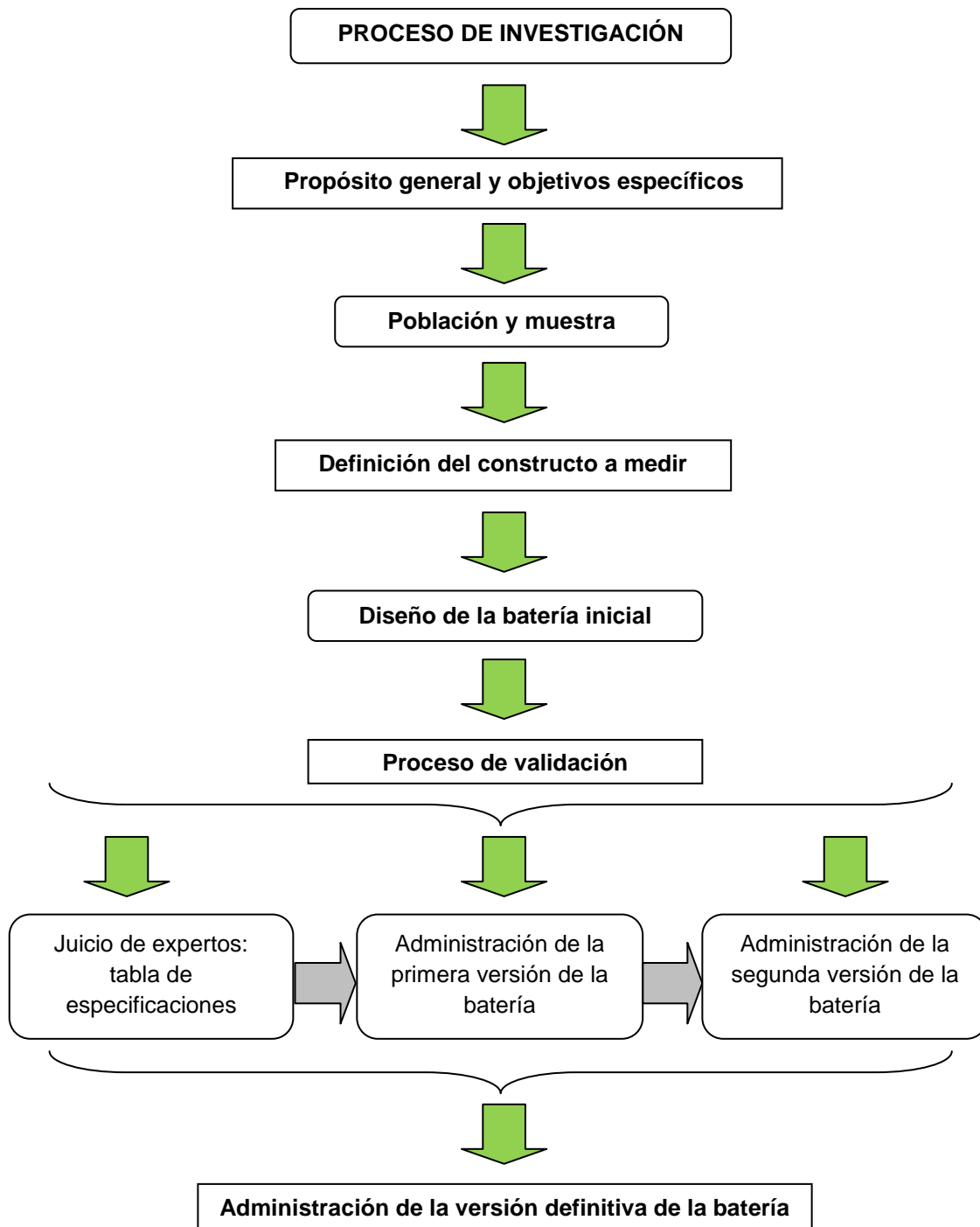
En este primer capítulo de la parte empírica de la tesis se pretende explicar el proceso de construcción de la *Batería de Evaluación de la Competencia Matemática* (BECOMA) diferenciando las siguientes fases:

- a. Propósito general y objetivos específicos.
- b. Población y muestra y su contextualización en Castilla La Mancha.
- c. Definición del constructo a medir.
- d. Diseño de la batería inicial.
- e. Proceso de validación.

f. Administración de la versión definitiva de la batería.

En la figura 4.1. se observa la descripción del proceso de investigación:

Figura 4.1. Descripción general del proceso de investigación



Esta investigación es un estudio descriptivo cuya finalidad es conocer, explorar e interpretar las relaciones existentes en un conjunto de datos de carácter cuantitativo analizados a partir de las variables definidas en el estudio sobre la competencia matemática. Para ello se han delimitado con antelación el propósito general y los objetivos específicos que han guiado el proceso de investigación.

2. Propósito general y objetivos específicos

El propósito central de esta segunda parte de la tesis ha sido *Diseñar y validar una batería de evaluación de la competencia matemática para 5º de Educación Primaria, analizando posteriormente el rendimiento matemático de los alumnos más capaces.*

Para avanzar en la consecución de este propósito general se han fijado cinco objetivos específicos:

1. *Diseñar y construir la batería de evaluación de la competencia matemática.* La consecución de este objetivo se ha perseguido por medio de:
 - a) Estudiar la validez de contenido del instrumento elaborado.
 - b) Comprobar el índice de dificultad de los ítems.
 - c) Analizar la fiabilidad de la batería.
 - d) Especificar otros aspectos imprescindibles en la construcción del instrumento final.

2. *Explorar la validez de constructo del instrumento de evaluación.* Este objetivo se ha pretendido alcanzar a través de:
 - a) Indagar la coherencia conceptual de la estructura subyacente por medio del análisis factorial exploratorio.

- b) Observar si los resultados alcanzados muestran una superioridad manifiesta de un sexo respecto al otro
 - c) Estudiar si las puntuaciones han sido similares a las obtenidas en dos subpruebas del BADyG-E3 que miden el “mismo” constructo.
3. *Analizar la validez de criterio de la batería construida.* Este objetivo se ha logrado tras:
- a) Verificar la validez concurrente relacionando las puntuaciones totales en la batería con otros indicadores de aptitud matemática.
4. *Observar cómo discrimina al alumnado de diferente nivel de desempeño.* Este objetivo se ha conseguido después de:
- a) Especificar los estadísticos descriptivos de los ítems de la versión final de la batería.
 - b) Establecer distintos niveles de rendimiento de acuerdo a las puntuaciones totales alcanzadas.
5. *Analizar el rendimiento matemático de los alumnos más capaces.* El desarrollo de este objetivo se ha buscado tras:
- a) Estudiar en profundidad los resultados alcanzados en los dos niveles de rendimiento más elevados de la batería, el 6 y el 7.

3. Población y muestra y su contextualización en Castilla La Mancha

Como se ha indicado anteriormente, la investigación se ha desarrollado en la Comunidad Autónoma de Castilla La Mancha. El método de selección de la muestra ha sido de tipo *estratificado*. Se trata de un tipo de muestreo probabilístico en la medida en que cada sujeto de la muestra ha tenido la posibilidad de ser incluido dentro de ésta, lo cual ha permitido conocer la precisión de las características que se han estimado. Los estratos han sido

subdivisiones que estaban presentes en la población y que en esta investigación han sido la ubicación geográfica y el tipo de centro.

3.1. Selección y funciones de los centros participantes

La muestra objeto de estudio se ha seleccionado de la población de centros de la Comunidad Autónoma de Castilla La Mancha y, más concretamente, de la provincia de Albacete. Siguiendo la estadística de esta región del curso 2011/2012, las características principales de la población han sido:

Tabla 4.1. *Características de la población*

			Castilla La Mancha	Albacete
Total Alumnos			373.772	82.611
	<i>Sexo</i>	Hombres	192.314	41.727
		Mujeres	181.458	40.884
	<i>Titularidad</i>	Público	307.607	70.646
		Privado-concertado	66.165	11.965
Total 5º Educación Primaria			20.683	3.968
	<i>Sexo</i>	Hombres	10.591	2.032
		Mujeres	10.092	1.936
	<i>Titularidad</i>	Público	17.008	3.263
		Privado-concertado	3.675	705

Tabla 4.2. *Características de los centros educativos*

			Castilla La Mancha	Albacete
Total Centros			1.540	308
	<i>Titularidad</i>	Público	1.218	242
		Privado-concertado	322	66
Total 5º Educación Primaria			747	135
	<i>Titularidad</i>	Público	663	112
		Privado-concertado	84	23

Para la selección de los centros participantes se han enviado, entre los días 3 y 7 de octubre de 2011, dos cartas informativas dirigidas una al director y otra al orientador de cada uno de los 135 centros educativos invitándolos a participar (véase Anexo 1). A las dos semanas de haber enviado las cartas, se mantuvo contacto por teléfono con aquellos centros que no habían comunicado por correo electrónico su interés o no de participar tal y como se les había pedido en la carta. Los centros que habían mostrado o no su disposición a

participar, han sido anotados en unas hojas de registro para así controlar a los participantes en cada una de las fases del proceso (véase Anexo 2).

A las familias de los alumnos seleccionados se les ha pedido su consentimiento y han sido informadas de la naturaleza del examen que iban a realizar sus hijos en el centro, garantizándoles la confidencialidad y el anonimato en los resultados. También se ha solicitado consentimiento escrito a los equipos directivos de los centros. Con un mes de antelación, se informó a las familias y a los equipos directivos para recoger sus autorizaciones y poder así enviarlas al Servicio de Inspección para garantizar la viabilidad de la investigación (véase Anexo 3).

Con el Servicio de Inspección se ha mantenido contacto para llegar al acuerdo de que, con un mes de antelación a cada administración de la batería a los alumnos, se difundiría la información a las familias sobre los aspectos más relevantes de la evaluación que se iba a poner en marcha con sus hijos con la finalidad de contar con su visto bueno y conseguir actitudes favorables y de cooperación hacia la investigación. Una vez recogidas las autorizaciones de los equipos directivos y de las familias, han sido enviadas al Servicio de Inspección Provincial con anterioridad al comienzo de cada etapa. Además, este servicio ha demandado la necesidad de asegurar la confidencialidad y las condiciones de acceso a los datos partiendo de lo establecido en la Disposición adicional vigésimo tercera (“Datos personales de los alumnos”) de la *Ley Orgánica de Educación* (LOE) y lo definido en el *Real Decreto 1720/2007*, que fija el Reglamento de desarrollo de la *Ley Orgánica 15/1999, de 13 de diciembre, de protección de datos de carácter personal*.

Con la suficiente antelación, se han enviado a los centros las copias de los cuadernillos de evaluación de la competencia matemática para los alumnos finalmente seleccionados por haber contado con la debida autorización familiar. Además de estos recursos materiales, de manera previa al desarrollo de la evaluación, desde los centros se ha habilitado un espacio y un tiempo horario para este fin. También el aplicador de forma previa, en este caso el orientador,

ha supervisado cómo iba a ser el procedimiento de aplicación, si contaba con los ejemplares suficientes de la batería y si estaba claro el listado de alumnos de la clase participantes (supervisión de las autorizaciones cumplimentadas por el director del centro y las familias).

En el momento de la administración de la batería, el orientador ha controlado las condiciones de aplicación tras asegurar la disponibilidad de lápiz y goma por parte de los alumnos, comprobar la asistencia de los alumnos, leer las instrucciones en voz alta, resolver las dudas planteadas y controlar que todos los alumnos hayan permanecido en el aula hasta que hayan finalizado cada una de las pruebas. También ha asegurado la confidencialidad y la guardia custodia de los documentos hasta el envío de toda la información requerida.

Por último, en el caso de los centros que lo han solicitado, se les ha enviado posteriormente los resultados del alumnado de su colegio, lo que ha podido ser de utilidad para analizarlos y extraer conclusiones sobre la práctica educativa y tomar medidas pertinentes para intentar mejorar los resultados obtenidos. Además, no solo el orientador ha cumplido una tarea fundamental en este proceso de investigación. En la línea de las funciones resaltadas, el tutor de cada uno de los grupos de 5º curso de Educación Primaria participantes ha tenido un papel primordial como responsable de los procesos de enseñanza y aprendizaje de los alumnos de su aula y por el trasvase de información realizado.

3.2. Participación del alumnado

La *Batería de Evaluación de la Competencia Matemática* (BECOMA) está destinada para los alumnos de 5º de Educación Primaria. Los motivos de seleccionar este nivel educativo han sido:

- En primer lugar, se trata de un nivel en el que los alumnos ya han recibido una formación básica en cuanto al manejo de las operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división), el manejo de los números

naturales, fraccionarios y decimales y el trabajo con todas las unidades de medida.

- En segundo lugar, partiendo de la Teoría de Piaget sobre el desarrollo evolutivo, el período de las operaciones concretas se desarrolla desde los 7 a los 12 años y da paso desde la aparición de las primeras operaciones mentales referidas a objetos concretos (por ejemplo, clasificación, seriación y conservación), hasta la evolución hacia estructuras lógicas cada vez más complejas que darán lugar al pensamiento lógico-formal del estadio del desarrollo posterior de las operaciones formales. Este último estadio se caracteriza por un pensamiento hipotético deductivo que facilita al sujeto llegar a deducciones a partir de hipótesis enunciadas de forma verbal y que favorecen la interpretación de la realidad objetiva.

La intención del investigador ha sido contar con una muestra tan representativa como fuera posible. Siguiendo a Cardona (2002), cuando el tamaño de la población es de 1.500 sujetos o unidades, resulta necesario tomar al menos el 20% de la misma; por otro lado, para una población mayor de 5.000 unidades con 400 es suficiente. Para el conjunto de la investigación (administración de la primera, segunda y versión final de la batería), se ha seleccionado un total de 1.122 alumnos de la población escolar de 5º de Educación Primaria de la provincia de Albacete, lo que ha supuesto un 28.28% del total, que es de 3.968 alumnos. Estos alumnos han estado repartidos en 36 centros escolares de los 135 existentes en la provincia. Dentro de esta muestra participante, se han incluido los *Alumnos con Necesidades Específicas de Apoyo Educativo* (ACNEAEs) escolarizados en este nivel escolar. En consecuencia, se cumple con solvencia el tamaño mínimo al seleccionar la muestra. En las distintas administraciones, el tamaño de la muestra se recoge en la tabla 4.3.

Tabla 4.3. *Tamaño de las muestras participantes*

	Primera Versión	Segunda Versión	Versión Final	Total
Total de alumnos	170	230	722	1.122
%	4.28	5.80	18.20	28.28

Como se ha dicho, la selección de la muestra ha sido estratificada y proporcional de acuerdo al número de alumnos escolarizados en este nivel y según las variables establecidas como estratos, con el propósito de asegurar que los resultados alcanzados hayan sido comparables entre localidades y centros educativos. Dichas variables han sido la *titularidad* de los centros (público-privado) y el *entorno* (rural-urbano). Dentro de esta última se ha fijado como 10.000 el número de habitantes a partir del cual un centro se ha considerado urbano o rural. Las localidades de la provincia que han superado este nivel de población han sido: Albacete, Hellín, Almansa, Villarrobledo, La Roda y Caudete.

Figura 4.2. Localidades consideradas urbanas en la provincia de Albacete



De los 135 centros que imparten 5º de Educación Primaria en la provincia de Albacete, 112 son de titularidad pública (92 colegios y 20 Colegios Rurales Agrupados -CRAs-; un 82.96% del total) y 23 privada-concertada (5 son centros que imparten solo enseñanzas de Educación Primaria, 16 imparten Educación Primaria y ESO y 2, Primaria, ESO y Bachillerato; representan en 17.04% del total). Para todo el proceso de investigación se han seleccionado 36 centros, 30 públicos y 6 privados-concertados. El reparto a lo largo del proceso ha sido el siguiente:

Tabla 4.4. *Distribución de los centros participantes*

	Primera más segunda versión		Versión Final		Total	
	n	%	n	%	n	%
Público	10	83.33	20	83.33	30	83.33
Privado-concertado	2	16.67	4	16.67	6	16.67
<i>Total</i>	12	100	24	100	36	100

Por otra parte, la distribución de los alumnos y el porcentaje que han representado para cada etapa de la investigación ha sido el siguiente:

Tabla 4.5. *Distribución de los alumnos participantes según la titularidad de los centros*

	Primera más segunda versión		Versión Final		Total	
	n	%	n	%	n	%
Público	332	83	602	83.38	934	83.24
Privado-concertado	68	17	120	16.62	188	16.76
<i>Total</i>	400	100	722	100	1.122	100

Como puede observarse, en la selección de los alumnos y los centros participantes de acuerdo a la variable titularidad del centro se ha mantenido en todo momento la proporción existente. Es decir, el porcentaje en la enseñanza pública en cuanto a los centros y los alumnos ha rondado el 83% del total y el de la privada-concertada el 17%.

Por otro lado, en relación a la variable entorno, de estos 135 centros, 82 han estado ubicados en espacios urbanos (60.74%) y 53 en zonas rurales (39.26%). De acuerdo a esta variable los centros participantes se han repartido de la siguiente manera:

Tabla 4.6. *Centros y porcentaje que representan a lo largo de la investigación según su entorno*

	Primera más segunda versión		Versión Final		Total	
	n	%	n	%	n	%
Urbano	7	58.34	14	58.34	21	58.34
Rural	5	41.66	10	41.66	15	41.66
<i>Total</i>	12	100	24	100	36	100

Como puede contemplarse se ha mantenido una proporción cercana a los porcentajes existentes en el total de la provincia, es decir, los urbanos han supuesto un 60% del total de centros mientras que los rurales un 40%. En cuanto al número de alumnos participantes de acuerdo a esta variable, no se ha tenido presente debido a la cifra desigual de alumnos escolarizados en ambos tipos de centros, ya que mientras los urbanos han contado con ratios entre 15 y 30 alumnos por aula, los rurales han oscilado entre 1 y 30, lo que ha hecho difícil equilibrar la muestra con el resto de variables seleccionadas.

En la selección y análisis de la muestra no se han considerado las diferencias a nivel social ya que, siguiendo los estudios PISA, nuestro sistema educativo presenta una notable equidad, siendo las diferencias entre centros menores, apareciendo una notable homogeneidad en el conjunto del sistema educativo y reduciendo el peso de los condicionantes ambientales (INEE, 2010b y 2013c). En las evaluaciones de diagnóstico nacionales también se ha observado este aspecto (INEE, 2010a).

4. Definición del constructo a medir

La definición operativa del constructo a medir ha constituido el primer paso para la elaboración de la *Batería de Evaluación de la Competencia Matemática*. Se ha pretendido delimitar qué era lo que se iba a evaluar, siendo conscientes de que “es necesaria una precisa definición del constructo a medir para asegurar la validez de contenido” (Castro, 2011, pp. 119).

La competencia matemática se define como la habilidad para manejar y utilizar los números y sus operaciones básicas, los símbolos y las formas de expresión y razonamiento matemático. Su uso va encaminado a producir e interpretar distintos tipos de información y ampliar el conocimiento sobre aspectos cuantitativos y espaciales de la realidad, con la finalidad de resolver problemas relacionados con la vida cotidiana y el mundo laboral.

Para la configuración de qué es lo que se va a evaluar a través de este instrumento, se han tomado en consideración tres aspectos de clasificación que se desarrollan desde lo general a lo específico:

- *Clasificación de las competencias.* Tal y como viene desarrollado en nuestro marco legal, son ocho las competencias definidas. Una vez fijadas, el siguiente paso ha sido la determinación y la especificación de sus estándares de ejecución, en este caso para la competencia matemática. Ello ha derivado en una serie de indicadores de evaluación específicos agrupados en subcompetencias.
- *Identificación de subcompetencias.* A partir de los estándares fijados para cada competencia, se han delimitado una serie de subcompetencias cuyo desarrollo ha permitido la clarificación de la competencia matemática. Se ha tratado de establecer una serie de contenidos e indicadores de logro que permitan el conocimiento de los niveles alcanzados por los alumnos.
- *Análisis de los componentes de aprendizaje de cada subcompetencia.* Se ha tratado de operativizar y especificar los indicadores para evaluar cada subcompetencia de manera particular y la competencia matemática a nivel general. El desarrollo de estos indicadores han pretendido orientar y facilitar una evaluación de calidad, válida y fiable. Se han formulado de manera clara y precisa para permitir la identificación de diferentes niveles de competencia.

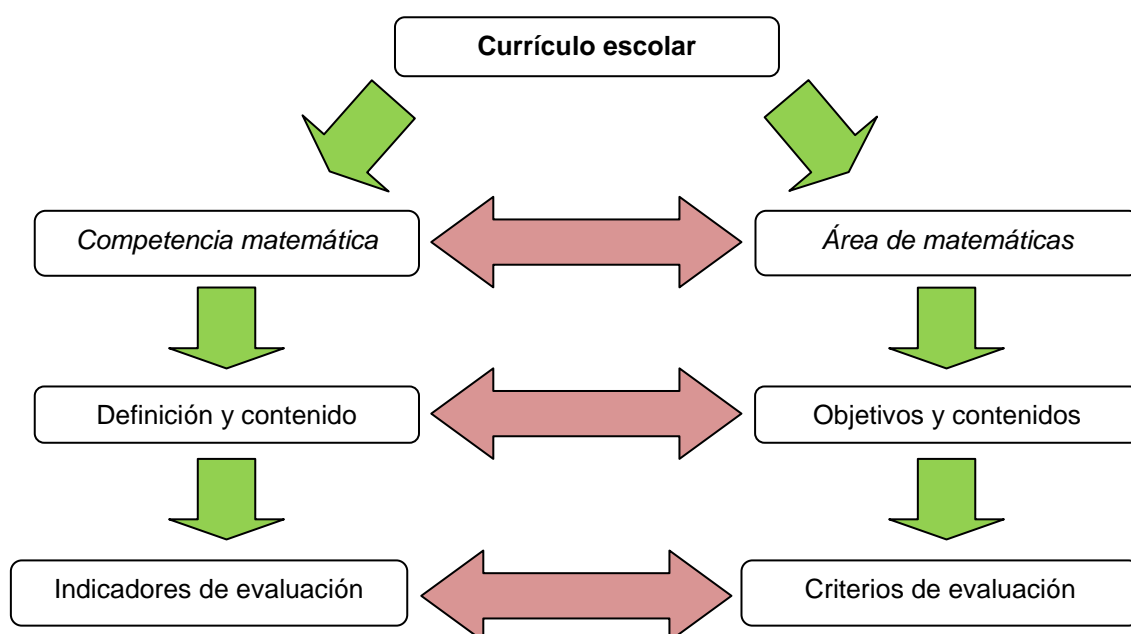
Para plasmar todos estos elementos incluidos dentro de la competencia matemática, se ha desarrollado la *Batería de Evaluación de la Competencia Matemática* conformada por ocho pruebas. Los ítems establecidos para cada una de ellas guardan una relación estrecha con los contenidos y criterios de evaluación del área de matemáticas y con los indicadores de evaluación de la competencia básica matemática.

Para ello, se han tomado como referencias principales la *Ley Orgánica de Educación* (LOE), el *RD 1513/2006 de Enseñanzas Mínimas para la etapa de Educación Primaria* y el *Decreto 68/2007 por el que se regula currículo para la*

etapa de Educación Primaria en la Comunidad Autónoma de Castilla La Mancha. Estos marcos normativos han proporcionado la información necesaria para establecer los contextos, los conocimientos y los aprendizajes en que se han de basar los contenidos e indicadores incluidos en cada prueba para cada una de las subcompetencias establecidas. Se trata de dar respuesta al interrogante *¿qué evaluar?*, estableciendo diferentes niveles de logro para conocer el nivel de dominio alcanzado por parte del alumno.

De esta forma, se han relacionado dichos contenidos e indicadores con el currículo de Educación Primaria que incluye el marco regulador vigente para el área y la competencia matemática, siempre siguiendo la legislación de Castilla La Mancha.

Figura 4.3. *Relación entre currículo, competencia matemática y área de matemáticas*



La definición y el contenido de la competencia matemática ha permitido delimitar su campo de trabajo tal y como viene expresado en los currículos y en los decretos de enseñanzas mínimas. Por otro lado, los indicadores han acercado a las manifestaciones significativas de la realidad que han servido para

evaluar dicha competencia. Éstos han guiado al evaluador hacia el conocimiento del nivel competencial de cada alumno en cada momento concreto.

En esta evaluación de la competencia matemática los ítems se han agrupado en bloques denominados *subcompetencias*. Siguiendo a Jornet y colaboradores (2011, pp. 127-128):

“Las competencias, como constructos complejos, suelen implicar diversos tipos de subdominios o subcompetencias (habilidades o destrezas, actitudes, valores, etc.), por lo que el proceso de planificación y diseño de cualquier competencia partirá de un análisis cuidadoso de los subdominios competenciales que se integran en cada una de ellas”.

La batería está conformada por cuatro subcompetencias que constituyen el contenido de la competencia matemática escolar: *Estadística y probabilidad, Aritmética, Geometría y Magnitudes y proporcionalidad*. Corresponden a los dominios de conocimiento definidos en PISA 2009 como *Incertidumbre, Cantidad, Espacio y forma y Cambio y relaciones*, respectivamente (en las enseñanzas mínimas para la etapa de Educación Primaria se denominan *Tratamiento de la información, azar y probabilidad, Números y operaciones, Geometría y La medida: estimación y cálculo de magnitudes* y en PISA 2012 son llamados *Incertidumbre y datos, Cantidad, Espacio y forma y Cambio y relaciones*).

De manera conceptual, cada una de estas subcompetencias comprende lo siguiente:

- *Estadística y proporcionalidad*: Abarca el análisis, estudio y tratamiento de la información presentada de diferentes formas como cuadros, tablas y gráficos. Además engloba tanto el trabajo de probabilidades por medio del estudio de sucesos probables e improbables y predicciones a través de la experimentación como contenidos estadísticos relacionados con las representaciones gráficas, la media aritmética y la moda.

- *Aritmética*: Engloba el desarrollo del sentido numérico, el manejo del sistema de numeración y su aplicación al mundo exterior. También incluye el manejo de estrategias de cálculo mental, estimación y aproximación. Todo ello en la línea de apreciar las características cuantificables de los objetos y el significado de las operaciones desarrolladas.
- *Geometría*: Incluye la geometría del espacio y del plano, la percepción de formas presentes en el entorno y sus cambios, las representaciones en dos y tres dimensiones y las diferentes propiedades y características que pueden aparecer en los objetos. En definitiva, se resalta la importancia de la orientación en el espacio y la descripción, codificación y descodificación de la información de manera visual.
- *Magnitudes y proporcionalidad*: Se trata del establecimiento de relaciones y mediciones entre objetos, situaciones y acciones. A partir de ellas se facilita la representación, el reconocimiento y la comprensión de los cambios y relaciones de dependencia y de proporcionalidad entre números y medidas. También incluye el trabajo con magnitudes y su razonamiento. En definitiva, se trataría de pensar sobre y en términos de relaciones.

5. Diseño de la batería inicial

En la batería se presentan un conjunto de tareas o situaciones que permiten observar el desempeño matemático del alumno en línea con el modelo de competencias básicas. Para la evaluación de estas tareas se han utilizado pruebas objetivas de lápiz y papel, buscando la ausencia de subjetividad y la rapidez y facilidad a la hora de la corrección. Además de estos instrumentos objetivos, somos conscientes que existen otros métodos complementarios para evaluar competencias como la observación directa, el portafolio, el estudio de casos, los trabajos de los alumnos o las entrevistas.

5.1. Estructura

Está conformada por ocho pruebas repartidas entre cuatro subcompetencias, quedando configurada de la siguiente manera:

Cuadro 4.1. Configuración de la batería de evaluación de la competencia matemática

Subcompetencias	Pruebas
<i>Estadística y probabilidad</i>	Prueba nº 1 <i>Interpretación matemática</i>
<i>Aritmética</i>	Pruebas nº 2 <i>Cálculo mental</i> , nº 4 <i>Series lógicas numéricas</i> y nº 5 <i>Descubriendo algoritmos</i>
<i>Geometría</i>	Pruebas nº 3 <i>Propiedades geométricas</i> y nº 7 <i>Series lógicas de figuras</i>
<i>Magnitudes y proporcionalidad</i>	Pruebas nº 6 <i>Unidades convencionales</i> y nº 8 <i>Invencción de problemas</i>

El reparto entre subcompetencias y pruebas ha sido desigual debido al peso diferenciado que existe entre ellas a lo largo del currículo escolar. En la tabla 4.7. puede observarse el número de ítems de cada prueba y subcompetencia partiendo del porcentaje total dedicado a cada prueba a lo largo de la batería:

Tabla 4.7. Porcentaje y número de ítems para cada subcompetencia

Subcompetencia	Peso en % en el total de la batería	Total de ítems	Nº de prueba	Nº de ítems
Estadística y probabilidad	16	10	1	10
Aritmética	34	22	2	8
			4	10
Geometría	22	14	5	4
			3	7
Magnitudes y proporcionalidad	28	18	7	7
			6	10
<i>Total</i>	100	64	8	8
			8	64

La estructura de cada prueba es la siguiente:

- *Prueba 1 Interpretación matemática:* consta de 10 ítems sobre contenidos relacionados con la estadística y la probabilidad.
- *Prueba 2 Cálculo mental:* conformada por 8 ítems de cálculo mental en los que el alumno debe de señalar la solución intentando no hacer ninguna operación. Cada ítem está compuesto por dos operaciones.
- *Prueba 3 Propiedades geométricas:* compuesta por 7 ítems de geometría en diferentes formatos.
- *Prueba 4 Series lógicas numéricas:* incluye 10 ítems en los que el alumno debe averiguar cuál es el elemento que falta al final de cada serie. Cada ítem está compuesto por dos series.
- *Prueba 5 Descubriendo algoritmos:* consta de 4 ítems en los que el alumno, teniendo unos datos, debe de llegar a un resultado dado a través de las operaciones que crea convenientes.
- *Prueba 6 Unidades convencionales:* conformada por 10 ítems sobre las distintas unidades de medida y el uso de los distintos tipos de proporcionalidad existentes.
- *Prueba 7 Series lógicas de figuras:* abarca 7 ítems en los que el alumno debe dibujar cuál es el elemento que falta al final de cada serie. Cada ítem está compuesto por dos series.
- *Prueba 8 Invención de problemas:* constituida por 8 ítems en los que, a partir de unos datos dados, el alumno debe de producir un problema en términos de coherencia global del enunciado, la utilización de los datos, la redacción adecuada, el desarrollo correcto del procedimiento de resolución y la exposición de la solución con su magnitud correspondiente. De los 8 ítems, 4 se centran en la redacción de 4 problemas y el resto en su resolución y en la especificación de la solución.

A continuación se muestra un ejemplo de los ítems que han compuesto cada una de las pruebas de este diseño inicial de la batería:

Figura 4.4. Ejemplos de ítems para cada una de las pruebas de la batería

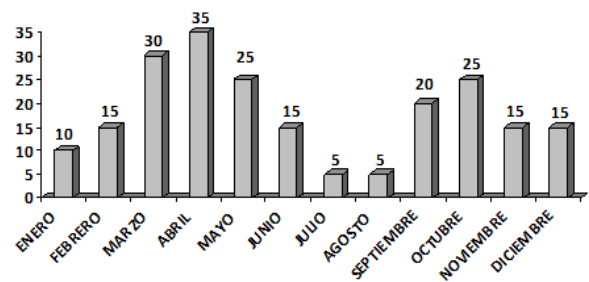
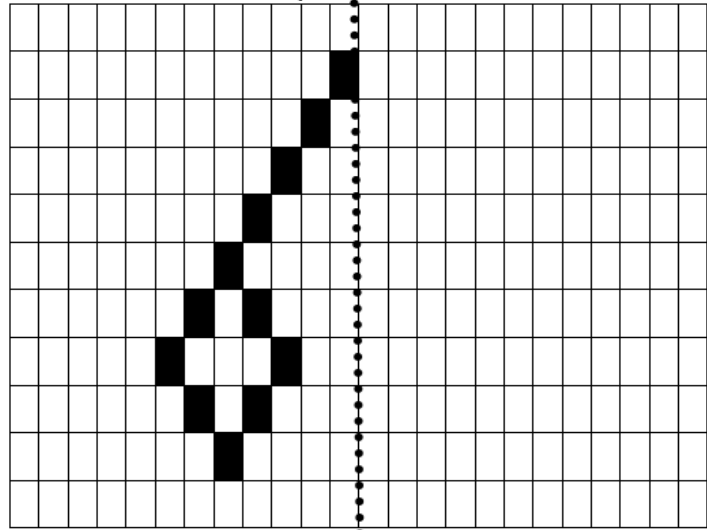
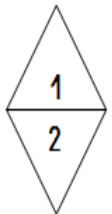
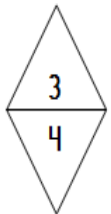
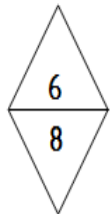
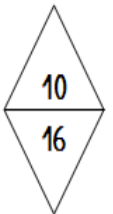
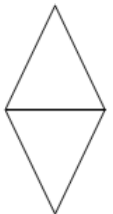
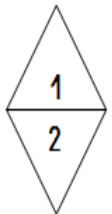
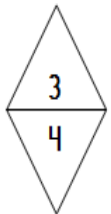
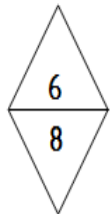
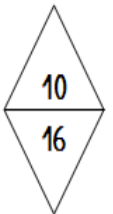
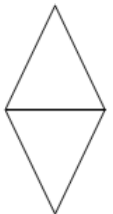
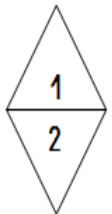
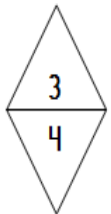
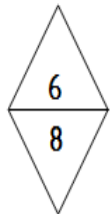
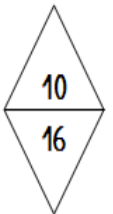
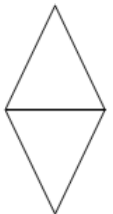
<p>Prueba 1</p>	<p>i3 En el siguiente gráfico, se pueden observar las precipitaciones expresadas en litros caídas durante los diferentes meses del 2011 en Albacete, ¿cuál es la cantidad de precipitación media caída a lo largo de dicho año?</p>  <p>Solución:</p>								
<p>Prueba 2</p>	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td></td> <td></td> <td style="text-align: center;">Resultado</td> </tr> <tr> <td rowspan="2" style="text-align: center; vertical-align: middle;">i11</td> <td style="text-align: center;">$156 + 49 =$</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">$225 - 76 =$</td> <td></td> </tr> </table>			Resultado	i11	$156 + 49 =$		$225 - 76 =$	
		Resultado							
i11	$156 + 49 =$								
	$225 - 76 =$								
<p>Prueba 3</p>	<p>i19 Completa la siguiente figura a partir del eje de simetría marcado con la línea de puntos:</p> 								
<p>Prueba 4</p>	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center; vertical-align: middle;">i28</td> <td style="text-align: center;">  </td> <td style="text-align: center;">  </td> <td style="text-align: center;">  </td> <td style="text-align: center;">  </td> <td style="text-align: center;">  </td> </tr> </table>	i28							
i28									

Figura 4.4. (continuación)

<p>Prueba 5</p>	<table border="1"> <tr> <td data-bbox="438 237 502 741" style="background-color: #cccccc; text-align: center; vertical-align: middle;">i37</td> <td data-bbox="502 237 858 741" style="text-align: center;"> <p>Números</p> <p>4 10 7 25 8</p> <p>Resultado</p> <p>105</p> </td> <td data-bbox="858 237 1335 741"></td> </tr> </table>	i37	<p>Números</p> <p>4 10 7 25 8</p> <p>Resultado</p> <p>105</p>														
i37	<p>Números</p> <p>4 10 7 25 8</p> <p>Resultado</p> <p>105</p>																
<p>Prueba 6</p>	<p>i41 Después de echar un partido de baloncesto, Marco se bebe 100 mililitros de limonada, Sergio 50 centilitros y María 30 decilitros. ¿Cuántos litros de limonada se beben entre los tres?</p> <p>Solución:</p>																
<p>Prueba 7</p>	<table border="1"> <tr> <td data-bbox="395 1169 459 1426" style="background-color: #cccccc; text-align: center; vertical-align: middle;">i52</td> <td data-bbox="459 1169 587 1294"></td> <td data-bbox="587 1169 715 1294"></td> <td data-bbox="715 1169 842 1294"></td> <td data-bbox="842 1169 970 1294"></td> <td data-bbox="970 1169 1098 1294"></td> <td data-bbox="1098 1169 1225 1294"></td> <td data-bbox="1225 1169 1385 1294"></td> </tr> <tr> <td data-bbox="395 1294 459 1426"></td> <td data-bbox="459 1294 587 1426"></td> <td data-bbox="587 1294 715 1426"></td> <td data-bbox="715 1294 842 1426"></td> <td data-bbox="842 1294 970 1426"></td> <td data-bbox="970 1294 1098 1426"></td> <td data-bbox="1098 1294 1225 1426"></td> <td data-bbox="1225 1294 1385 1426"></td> </tr> </table>	i52															
i52																	
<p>Prueba 8</p>	<table border="1"> <tr> <td colspan="2" data-bbox="571 1462 1262 1514" style="background-color: #cccccc; text-align: center;">PROBLEMAS</td> </tr> <tr> <td data-bbox="512 1514 571 1778" style="background-color: #cccccc; text-align: center; vertical-align: middle;">i57</td> <td data-bbox="571 1514 1262 1778"> <p>DATOS:</p> <p>16 metros 400 centímetros</p> <p>PROBLEMA:</p> </td> </tr> <tr> <td data-bbox="512 1778 571 2002" style="background-color: #cccccc; text-align: center; vertical-align: middle;">i58</td> <td data-bbox="571 1778 1262 2002"> <p>RESOLUCIÓN:</p> <p>Solución:</p> </td> </tr> </table>	PROBLEMAS		i57	<p>DATOS:</p> <p>16 metros 400 centímetros</p> <p>PROBLEMA:</p>	i58	<p>RESOLUCIÓN:</p> <p>Solución:</p>										
PROBLEMAS																	
i57	<p>DATOS:</p> <p>16 metros 400 centímetros</p> <p>PROBLEMA:</p>																
i58	<p>RESOLUCIÓN:</p> <p>Solución:</p>																

Los objetivos definidos para cada una de las pruebas han sido:

Cuadro 4.2. *Objetivos definidos para cada prueba*

Prueba/Denominación	Objetivo
Prueba nº 1 <i>Interpretación matemática</i>	Precisar, elegir y aplicar las estrategias adecuadas para resolver problemas de estadística y probabilidad
Prueba nº 2 <i>Cálculo mental</i>	Utilizar de manera eficiente estrategias de cálculo mental basadas en las propiedades del sistema de numeración
Prueba nº 3 <i>Propiedades geométricas</i>	Describir, codificar y decodificar la información presentada de manera visual
Prueba nº 4 <i>Series lógicas numéricas</i>	Completar una serie numérica que cumple una condición dada
Prueba nº 5 <i>Descubriendo algoritmos</i>	Hallar los procesos que llevan a un resultado conocido a partir de unos datos determinados
Prueba nº 6 <i>Unidades convencionales</i>	Seleccionar las operaciones más apropiadas para la resolución de problemas de relaciones y magnitudes
Prueba nº 7 <i>Series lógicas de figuras</i>	Dibujar el elemento que falta en una serie de figuras a partir del establecimiento de similitudes y diferencias entre ellas
Prueba nº 8 <i>Inventión de problemas</i>	Conocer y utilizar las unidades convencionales para la creación de problemas y su resolución

Tomando como referencia estos objetivos para cada subcompetencia, se han delimitado una serie de pruebas y de ítems que han tenido presente el contexto de aprendizaje de los alumnos para facilitar la demostración de su dominio e intentar la viabilidad del proceso de evaluación. Para la valoración de cada prueba y de cada uno de sus ítems, se han establecido contenidos e indicadores de valoración que permitan observar el grado de consecución alcanzado. Para la selección tanto de unos como de otros, se han tomado como referencia los marcos legales tanto a nivel nacional como regional.

De esta forma, la definición operativa de cada subcompetencia ha quedado establecida por los siguientes contenidos e indicadores de evaluación:

Cuadro 4.3. *Contenidos e indicadores para cada subcompetencia**Estadística y probabilidad*

Contenidos	Indicadores
a) Probabilidad, azar y fenómenos aleatorios.	1. Utilizar la probabilidad para interpretar aspectos cuantificables del entorno cercano.
b) Expresión de probabilidades a través de fracciones.	2. Determinar el grado de probabilidad de fenómenos aleatorios.
c) Información de tipo gráfica.	3. Expresar la probabilidad mediante números fraccionarios.
d) Tablas de doble entrada.	4. Organizar y expresar con claridad y precisión datos, informaciones y argumentaciones presentadas de manera gráfica.
e) Diagrama de barras y de sectores.	5. Resolver un problema en el que los datos vienen presentados de manera gráfica.
f) Cálculo de la media aritmética y la moda.	6. Construir, interpretar y describir diferentes tipos de gráficos y tablas que son habituales en el entorno inmediato del alumno.
	7. Calcular la media aritmética y la moda de una serie de datos.
	8. Interpretar y saber utilizar los promedios como información simplificada de un conjunto de datos.

Aritmética

Contenidos	Indicadores
a) Números naturales, enteros, decimales y fraccionarios.	1. Leer, escribir, representar y ordenar distintos tipos de números.
b) Suma, resta, multiplicación y división.	2. Efectuar mentalmente y por escrito operaciones con números.
c) Multiplicación de factores seguidos de ceros.	3. Realizar series crecientes y decrecientes ya sean aritméticas o geométricas.
d) Propiedad distributiva y asociativa.	4. Aplicar distintos tipos de algoritmos ante la presencia de cualquier situación problemática.
e) Potencias y cuadrados de un número.	5. Utilizar estrategias de cálculo mental para operar con rapidez: sumas y restas progresivas, simplificación de multiplicaciones por 5 y 6, uso de las propiedades asociativa y distributiva y factores seguidos de ceros.
f) Series numéricas.	6. Resolver situaciones problemáticas de la vida cotidiana relacionadas con la presencia de números.
	7. Expresar el resultado de cálculos y problemas de manera correcta.
	8. Reconocer los aspectos cuantitativos de una situación real o simulada tomando decisiones sobre la operación que resuelve un determinado problema.

Geometría

Contenidos	Indicadores
a) Características distintivas de los objetos: color, tamaño, posición, forma y continuidad.	1. Reconocer las características y los elementos de regularidad de los polígonos.
b) Figuras poligonales y no poligonales.	2. Diferenciar figuras geométricas poligonales de aquellas otras que no lo son.
c) Cuerpos geométricos: cilindro.	3. Obtener figuras iguales aplicando el concepto de traslación.
d) Propiedades de formas planas y espaciales: simetrías, giros, traslaciones y paralelismo, semejanza y diferencia,	4. Descubrir la existencia del eje de simetría a una figura dada.
	5. Resolver situaciones problemáticas en las que aparezcan ángulos.

Cuadro 4.3. (continuación)

secantes y formas concéntricas y perpendicularidad.	6. Identificar el perímetro de una figura geométrica mediante su cálculo.
e) Elementos de un polígono: diagonales, ángulos y perímetro.	7. Trabajar con formas planas y espaciales atendiendo a las semejanzas y diferencias entre ellas.
f) Orientación y percepción espacial.	8. Reconocer y trazar diagonales y perpendiculares.

Magnitudes y proporcionalidad

Contenidos	Indicadores
a) Unidades convencionales: capacidad, monetarias, masa, longitud y tiempo.	1. Expresar el resultado de cálculos y problemas utilizando el tipo de unidades adecuadas.
b) Cambios y relaciones entre magnitudes: múltiplos y submúltiplos.	2. Resolver situaciones problemáticas de la vida cotidiana relacionadas con la presencia de magnitudes.
c) Magnitudes proporcionales (directa e inversa).	3. Buscar soluciones a situaciones problemáticas planteadas a pesar de la existencia de cambios y relaciones.
d) Concepto de regla de tres.	4. Resolver situaciones problemáticas de la vida cotidiana relacionadas con la presencia de porcentajes.
e) Porcentajes.	5. Averiguar las relaciones de dependencia y proporcionalidad planteadas en un enunciado.
f) Relaciones entre distintos datos para inventar un problema.	6. Aplicar las relaciones de proporcionalidad como herramientas para la expresión y conocimiento de la realidad cotidiana.
	7. Descubrir las relaciones de proporcionalidad dentro de una magnitud.
	8. Formular un problema conociendo sus datos y solucionarlo posteriormente mediante el establecimiento de relaciones entre los mismos.

Para extrapolar estos contenidos e indicadores a ejercicios concretos para cada una de las pruebas, se han seleccionado una serie de ítems de evaluación. Para ello se han supervisado *treinta* libros de texto de las editoriales SM, Edelvives, Oxford, Santillana y ANAYA de varios niveles educativos (de 2º de Educación Primaria a 1º de la ESO), con el objetivo de generar actividades con distintos niveles de dificultad, variadas y motivadoras para los alumnos. Además, se han consultado portales educativos como los del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, la Junta de Comunidades de Castilla La Mancha, el Gobierno de Navarra, la Junta de Andalucía, el Gobierno del País Vasco, el Gobierno de Cantabria, la Comunidad de Madrid y el Gobierno de Canarias. Por último también ha sido un referente fundamental la lectura y observación de pruebas de evaluación nacionales (Evaluaciones de diagnóstico) e internacionales (PISA y TIMSS). A partir de estos recursos bibliográficos se han planteado distintas tareas a lo largo de las diferentes pruebas con la finalidad de valorar la competencia matemática de cada alumno.

Siguiendo las evaluaciones PISA, los ítems que engloban los ejercicios no solo aparecen agrupados según el dominio de conocimiento o área de contenido en la que se incluyen. También son agrupados en función de las actividades cognitivas que movilizan (*procesos*) y los contextos en los que se encuadran las tareas presentadas (*situaciones*). De esta manera, teniendo en cuenta la estructura teórica de PISA 2009 aplicada a la *Batería de Evaluación de la Competencia Matemática*, tenemos que (INEE, 2010b):

Cuadro 4.4. Número de ítems de la batería para cada proceso según la terminología de PISA 2009

Procesos o actividades cognitivas	Número de ítems en la batería
<i>Grupo de reproducción</i> Ítems que son relativamente familiares y que exigen la reproducción de los conocimientos practicados	15 (ítems pruebas 2 y 3)
<i>Grupo de conexión</i> Ítems que van más allá de los anteriores, no son rutinarios, todavía se sitúan en contextos familiares o bien se alejan de ellos en un grado relativamente menor	37 (ítems pruebas 1, 4, 6 y 7)
<i>Grupo de reflexión</i> Ítems con mayor complejidad que los dos grupos anteriores, exigiendo comprensión, creatividad, reflexión, generalización, justificación e interrelación entre conceptos	12 (ítems pruebas 5 y 8)

Cuadro 4.5. Número de ítems de la batería para cada situación según la terminología de PISA 2009

Situaciones o contextos	Número de ítems en la batería
<i>Personales</i> Relacionadas con las actividades diarias de los alumnos	8 (ítems prueba 2)
<i>Educativas u ocupacionales</i> Incluidas en la vida escolar o en un entorno de trabajo	24 (ítems pruebas 3, 4 y 7)
<i>Públicas</i> Hacen referencia a las relaciones entre los elementos del entorno, de su comunidad local o una más amplia	20 (ítems pruebas 1 y 6)
<i>Científicas</i> Más abstractas que las anteriores e implican la comprensión de un proceso tecnológico, una situación teórica o un problema específicamente matemático	12 (ítems pruebas 5 y 8)

A través de los 64 ítems se han seleccionado situaciones problemáticas que demandan la puesta en práctica de estrategias de análisis de datos, descubrimiento de regularidades, generalizaciones, aplicación de modelos no conocidos, relaciones, inducción-deducción, intuición, analogías, anticipación de resultados, validación, manejo de distintos lenguajes, verificación y comunicación y justificación de resultados, fundamentalmente.

El planteamiento de los distintos ítems intenta motivar al alumno para que se comprometa con la tarea a realizar, se han establecido ejercicios con distintos niveles de dificultad y se han relacionado en lo posible con el ambiente social y educativo de los sujetos. Además, se ha tomado en consideración la definición de cada ejercicio teniendo en cuenta la secuenciación del currículo a lo largo de la etapa de Educación Primaria y el posible rendimiento alcanzado por el alumnado de estas edades independientemente de sus características e intereses. Estos aspectos han ayudado a la propia definición del constructo que se pretende evaluar.

La resolución de los ítems en un tiempo predeterminado permite observar el grado de rapidez y eficacia con la que un alumno los resuelve, no alargando de forma excesiva el propio período de evaluación competencial. El tiempo otorgado a cada prueba ha sido el siguiente:

Tabla 4.8. *Tiempo de cada prueba tras el diseño inicial de la batería*

Prueba/ Denominación	Temporalización (en minutos)
Prueba nº 1 <i>Interpretación matemática</i>	17
Prueba nº 2 <i>Cálculo mental</i>	4
Prueba nº 3 <i>Propiedades geométricas</i>	15
Prueba nº 4 <i>Series lógicas numéricas</i>	10
Prueba nº 5 <i>Descubriendo algoritmos</i>	8
Prueba nº 6 <i>Unidades convencionales</i>	16
Prueba nº 7 <i>Series lógicas de figuras</i>	7
Prueba nº 8 <i>Inventión de problemas</i>	16
Total	93

El establecimiento de esta temporalización ha estado encaminada a que todos los alumnos respondieran a los ítems dentro de los límites temporales asignados, si bien solo algunos han alcanzado los niveles máximos de desempeño. Los tiempos se han ido ajustando según cada momento de la

investigación a fin de optimizar el tiempo de aplicación de la batería y de dar opción a la manifestación en los alumnos de diferentes niveles de desempeño.

El tiempo total fijado ha sido de 93 minutos, distribuido de la forma más uniforme posible entre las cuatro subcompetencias fijadas de acuerdo al número de ítems que han conformado cada una de ellas. Esta temporalización excluye el tiempo de preparación y la lectura de las instrucciones de cada sesión y de cada prueba. Para facilitar la comprensión de lo que el alumno ha tenido que hacer en cada ejercicio de la batería, con anterioridad al comienzo de cada prueba se han dado unas instrucciones con ejemplos que han sido resueltos a nivel grupal entre evaluador y alumnos con el objetivo de facilitar la comprensión de lo que se les pide en la batería.

Figura 4.5. Ejemplos de instrucciones para la primera sesión de la administración de la batería y para la prueba número 2 de Cálculo Mental

INSTRUCCIONES

- 1) El objetivo de estas pruebas es conocer nuestro rendimiento general dentro del área de Matemáticas.
- 2) Hacerlo lo mejor posible, los resultados no cuentan para la nota de clase dentro de esta área.
- 3) Existe un tiempo determinado para cada prueba. Cuando éste termine, el maestro se dará a conocer que la prueba ha acabado.
- 4) Cada prueba tiene un número determinado de ítems ("v"). En alguna prueba, un ítem comprende dos ejercicios.
- 5) Si hay algún ítem que no sepáis hacer, pasar al siguiente hasta que lleguéis a la palabra "FIN" que aparece al final de cada prueba. No os preocupéis si hay alguno que no sabéis hacerlo.
- 6) Si termináis antes de acabar el tiempo otorgado a la prueba, repasar lo que hayáis hecho y esperar a que el maestro os diga que ha finalizado la prueba.
- 7) En esta primera sesión, vamos a hacer 4 pruebas:
 PRUEBA 1: "INTERPRETACIÓN MATEMÁTICA"
 PRUEBA 2: "CÁLCULO MENTAL"
 PRUEBA 3: "PROPIEDADES GEOMÉTRICAS"
 PRUEBA 4: "SERIES LÓGICAS NUMÉRICAS"
- 8) No se puede usar ninguna hoja aparte de las de este cuestionario.
- 9) Solo podéis utilizar lápiz y goma, no hacen falta ni rotuladores ni lápices de colores.

¡¡¡OS VA A SALIR GENIAL!!!


2ª PRUEBA: "CÁLCULO MENTAL"


Instrucciones:

- Realiza las siguientes operaciones de cálculo mental.
- Intentar hacer los ítems mentalmente para que os dé tiempo a realizar todas las operaciones.
- Material: lápiz y goma.
- Son un total de 8 ítems ("v") y cada uno comprende dos ejercicios.
- Tenéis 4 minutos para hacer los 8 ítems.
- Antes de empezar, vamos a hacer antes dos ejemplos.

Ejemplos:

		Proceso	Resultado
E1	35+47=	35+40+7	
E2	25x13=	(25x10) + (25x3)	





Para la administración de la batería se ha estructurado el tiempo en dos sesiones para evitar el aburrimiento y la saciedad por parte de los alumnos. Para cada uno de los dos momentos se han repartido pruebas de diferentes subcompetencias para optimizar el nivel de atención y de motivación. De esta forma, la aplicación del instrumento ha quedado de la siguiente manera:

Tabla 4.9. *Sesiones de la administración de la batería a los alumnos*

Pruebas		
	1	
1ª	2	46
Sesión	3	minutos
	4	
	5	
2ª	6	47
Sesión	7	minutos
	8	

Además de esta temporalización, también se han establecido cinco días de una misma semana para su aplicación, de tal forma que ha sido administrada a lo largo de dos sesiones no consecutivas en un mismo día ó una sesión por día en días consecutivos, a elección de los centros entre una opción u otra.

Antes de concluir este apartado, indicar que el conjunto de las pruebas con sus instrucciones, ítems y temporalización han sido “editados” en un cuadernillo de evaluación. El diseño de estos cuadernillos es un tema que cuenta con escasa atención en las evaluaciones de diagnóstico. En esta línea, Frey y colaboradores (2009), tras supervisar bibliografía de referencia sobre evaluación educativa, concluyen que en la actualidad no existe ninguna teoría sobre el diseño de cuadernillos de evaluación, por lo que no se cuenta con un diseño óptimo como marco de referencia.

Cada una de las pruebas de la batería han sido presentadas en soporte papel mediante un cuadernillo en el que los alumnos han respondido y en el que han aparecido también las preguntas desarrolladas. El espacio de respuesta para cada ítem ha sido suficiente ya que se ha ido adaptando a lo largo del proceso de investigación.

Al contar con un único cuadernillo, todo el alumnado ha tenido la posibilidad de responder a los mismos ítems y en el mismo orden, lo que ha permitido la comparación de los desempeños individuales. Para la construcción del cuadernillo se ha utilizado un diseño de bloques incompletos y se han seleccionado un número limitado de ítems para cada subcompetencia buscando condiciones de suficiencia y representatividad tal y como se ha pretendido con las aportaciones del juicio de expertos realizado.

Siguiendo a Fernández-Alonso y Muñiz (2011, p.4):

“El diseño de los cuadernillos es una tarea vital en la evaluación de las competencias académicas, puesto que un diseño defectuoso puede ocasionar una calibración sesgada de los parámetros de los ítems y, por tanto, una deriva a la hora de estimar el nivel de competencia de la población escolar. El diseño de cuadernillos afecta al corazón mismo de la evaluación de diagnóstico, consistente en estimar las competencias alcanzadas por el alumnado. Un diseño deficiente puede invalidar las inferencias que se realicen sobre el nivel de conocimientos de la población escolar”.

Según estos autores (2011, p.5), los elementos que vertebran la organización de un cuadernillo de evaluación son los siguientes: “ítem, unidad de evaluación (testlet o también units), cluster de ítems o simplemente cluster, cuadernillos de evaluación (booklet o subtest), y colección de ítems de la evaluación (ítem pool)”. Tras aplicar estos elementos al diseño de la batería su conformación formal es la siguiente:

Cuadro 4.6. *Elementos de un cuadernillo de evaluación*

Elemento	Batería
<i>Ítem</i>	Interdependientes entre ellos y dependientes del contexto
<i>Unidades de evaluación</i>	8 pruebas conformadas por ítems dependientes
<i>Cluster de ítems</i>	Agrupados en 4 subcompetencias de forma equilibrada
<i>Cuadernillos de evaluación</i>	1 para evaluar la competencia matemática
<i>Ítem pool</i>	64

5.2. Características de los ítems

En la redacción y selección de los ítems se han buscado reactivos cuya respuesta no diera lugar a dudas en su contestación y corrección, se ha intentado ofrecer objetividad y dotarlos de una triple finalidad diagnóstica, formativa y sumativa. También consideramos que han reflejado el objetivo de su prueba, han mantenido la necesaria coherencia entre contenidos y número de ítems, han sido de respuesta breve y exigido asociaciones y ordenaciones de datos. Además se han delimitado de forma clara unas instrucciones para su respuesta y unos criterios para su posterior corrección.

El número de ítems del diseño inicial de la batería dedicados a cada subcompetencia ha sido de:

Tabla 4.10. Número de ítems dedicado a cada subcompetencia y porcentaje que representa

Prueba	Estadística y probabilidad	Aritmética	Geometría	Magnitudes y proporcionalidad
1	10	-	-	-
2	-	8	-	-
3	-	-	7	-
4	-	10	-	-
5	-	4	-	-
6	-	-	-	10
7	-	-	7	-
8	-	-	-	8
<i>Total</i> (64 ítems)	10 (16%)	22 (34%)	14 (22%)	18 (28%)

Partiendo de esta distribución de ítems, los indicadores definidos en el apartado anterior (cuadro 4.3.) han permitido el establecimiento de unos criterios de corrección para cada ítem. En la práctica, estos indicadores han quedado repartidos de la siguiente manera según los ítems de cada subcompetencia:

Cuadro 4.7. Indicadores de los ítems según la subcompetencia a la que pertenecen

Estadística y probabilidad

Ítem	Indicador
1	Calcular la probabilidad de un suceso
2	Averiguar el tanto por ciento a partir de la interpretación de un gráfico
3	Calcular la media aritmética de una serie de datos dados
4	Interpretar una tabla de datos de manera correcta
5	Construir una tabla a partir de una serie de datos dados
6	Calcular la moda de un conjunto de números
7	Interpretar una gráfica para responder a la pregunta presentada
8	Calcular la probabilidad de un suceso al azar
9	Interpretar un gráfico para responder a las preguntas formuladas
10	Interpretar un gráfico para responder a las preguntas formuladas

Aritmética

Ítem	Indicador
11	Calcular mediante sumas y restas progresivas
12	Simplificar multiplicaciones por 5 y por 6
13	Utilizar la propiedad distributiva y la resta
14	Usar la propiedad asociativa en multiplicaciones y sumas
15	Operar con factores seguidos de ceros
16	Utilizar la propiedad distributiva y la suma
17	Utilizar la propiedad distributiva y la suma
18	Realizar operaciones de suma y multiplicación con números romanos
26	Calcular series crecientes aritméticas
27	Calcular series decrecientes aritméticas
28	Calcular series crecientes geométricas
29	Calcular series decrecientes geométricas
30	Calcular series numéricas alternando condiciones lógicas
31	Calcular series crecientes aritméticas y geométricas
32	Calcular series crecientes aritméticas y geométricas
33	Calcular series decrecientes aritméticas y geométricas
34	Calcular series decrecientes aritméticas y geométricas
35	Calcular series decrecientes aritméticas y geométricas
36	Señalar el proceso de resolución de un ejercicio conociendo sus datos y su solución
37	Señalar el proceso de resolución de un ejercicio conociendo sus datos y su solución
38	Señalar el proceso de resolución de un ejercicio conociendo sus datos y su solución
39	Señalar el proceso de resolución de un ejercicio conociendo sus datos y su solución

Geometría

Ítem	Indicador
19	Dibujar de la simetría de una figura dada
20	Dibujar el giro de una figura siguiendo una secuencia dada
21	Calcular los perímetros de dos polígonos regulares
22	Resolver un ejercicio de percepción visual con unas condiciones dadas
23	Realizar la copia de una figura sobre una cuadrícula
24	Resolver un ejercicio de percepción entre figura y fondo
25	Dibujar la traslación de una figura dada
50	Averiguar series con alternancia de figuras: cuadriláteros
51	Averiguar series con alternancia de figuras: discontinuidad

Cuadro 4.7. (continuación)

52	Averiguar series con alternancia de figuras: poligonales (regulares e irregulares) y no poligonales
53	Averiguar series sin alternancia de figuras: secuencias de prismas con cambios de orientación y de tamaño
54	Averiguar series sin alternancia de figuras: secuencias con una relación determinada
55	Averiguar series sin alternancia de figuras: diagonales y perpendiculares
56	Averiguar series sin alternancia de figuras: cambios de orientación

Magnitudes y proporcionalidad

Ítem	Indicador
40	Resolver un problema de proporcionalidad directa
41	Resolver un problema con unidades de capacidad
42	Resolver un problema con magnitudes no proporcionales
43	Resolver un problema con unidades monetarias
44	Resolver un problema con unidades de masa
45	Resolver un problema de proporcionalidad inversa
46	Resolver un problema con unidades de tiempo
47	Resolver un problema con unidades monetarias y porcentajes
48	Resolver un problema con magnitudes no proporcionales
49	Resolver un problema con unidades monetarias y de masa
57	Redactar un problema a partir de unos datos dados expresados en unidades de longitud
58	Resolver el problema redactado e indicar su solución
59	Redactar un problema a partir de unos datos dados expresados en unidades de tiempo
60	Resolver el problema redactado e indicar su solución
61	Redactar un problema a partir de unos datos dados expresados en unidades de masa y capacidad
62	Resolver el problema redactado e indicar su solución
63	Redactar un problema a partir de unos datos dados expresados en unidades de masa y capacidad
64	Resolver el problema redactado e indicar su solución

Para cada una de las pruebas se han establecido distintos niveles de dificultad en la redacción de los ítems dependiendo del grado de reflexión necesarios, las habilidades de representación precisas, el tipo de argumentación matemática requerida, el número de operaciones a realizar y la complejidad de las mismas. Además de la amplia gama de dificultad de los ítems, éstos han sido seleccionados en un número suficiente para “garantizar” que cada subcompetencia haya sido evaluada en profundidad con la finalidad de cubrir con la mayor amplitud posible el constructo a medir. También se ha realizado un seguimiento para averiguar si los ítems que han quedado en blanco se ha debido a falta de tiempo, a una cuestión de motivación o a que los alumnos no han entendido qué hacer en dichos ejercicios.

En cuanto al tipo de ítems, se ha decidido emplear pruebas con distintos tipos de formatos propios de evaluaciones objetivas y lo más cercanos posibles a situaciones y problemas similares a las que el alumno se puede encontrar en su vida escolar y extraescolar. Los ítems formulados han buscado la comprobación del dominio del sujeto dentro de cada subcompetencia en tanto ha sido capaz de aplicar con éxito los conocimientos y aprendizajes adquiridos a lo largo de su escolaridad.

Casi todos los reactivos son de opción cerrada y el alumno ha de construir sus respuestas de acuerdo a una gama limitada de respuestas posibles, facilitando la corrección de los mismos al ser considerados fácilmente como correctos o incorrectos y evitando en la medida de lo posible las respuestas según el azar o la suerte.

Por otra parte, han aparecido reactivos de opción abierta en la prueba número 8 de *Invencción de problemas*. A través de ella los alumnos han construido su respuesta de acuerdo a una amplia gama de posibles contestaciones individuales, lo que permite que éstas puedan diferir mucho entre un alumno y otro aún cuando hayan sido correctas. Esta forma de proceder ha resultado más compleja y ha comportado procesos cognitivos de orden más elevado. Además, en esta prueba, se ha pedido al alumno que indique la solución del problema, mostrando los pasos seguidos para llegar a la misma. Para reducir la subjetividad a la hora de calificar a los alumnos, se han delimitado una serie de criterios de corrección a lo largo de las diferentes etapas de la investigación y así reducir la incertidumbre que supone evaluar una respuesta como correcta o incorrecta en estos ítems abiertos.

Para la corrección, los 64 ítems de la batería han sido valorados con 0, 1 o 2 de acuerdo a una serie de criterios definidos a lo largo de la investigación. A la hora de configurar los ítems, han existido algunos que han incluido dos operaciones de acuerdo a un mismo indicador (pruebas número 2 de *Cálculo mental*, número 4 de *Series lógicas numéricas* y número 7 de *Series lógicas de figuras*), y otros que solo han incluido un proceso para su solución (resto de

pruebas). Ello ha sido debido a la necesidad de equiparar la dificultad y el nivel de complejidad en la resolución de los distintos tipos de ítems.

También se ha procurado la adecuación de los materiales a las características e intereses de los alumnos y se han utilizado ejercicios que cubren un amplio espectro de dificultad y que permitan medir lo que han sido capaces de hacer en esta competencia, desde el menos al más capaz.

La selección final de ítems se ha realizado mediante la colaboración de un grupo de expertos en el área de matemáticas con arreglo a su ajuste al marco de la evaluación planteado que ha demandado un equilibrio entre cada una de las subcompetencias, contenidos e indicadores propuestos. Este análisis realizado por parte de los expertos para cada uno de estos procesos ha ofrecido una información valiosa y ha constituido el primer paso en el proceso de validación del instrumento.

Para el control de los sesgos en la estimación de los parámetros de los ítems, se ha intentado evitar al máximo los efectos de posición y arrastre derivados de la posición de los ítems en cada prueba, buscando que la dificultad de cualquier ítem de la batería haya estado determinada por el tipo de tarea y proceso cognitivo implicado en su solución. Para ello, no siempre los ítems de mayor dificultad han sido ubicados al final de la batería, apareciendo en diferentes posiciones a lo largo de la misma. Por otro lado, para reducir el efecto de arrastre, en cada prueba se han incluido instrucciones con ejemplos para familiarizar al alumno con la tarea que se desarrolla en cada prueba. La respuesta de los ítems no ha dependido de la información contenida en otros del cuadernillo, a excepción del ítem número 6 para cuya respuesta se ha de tener presente la información contenida en el número 5.

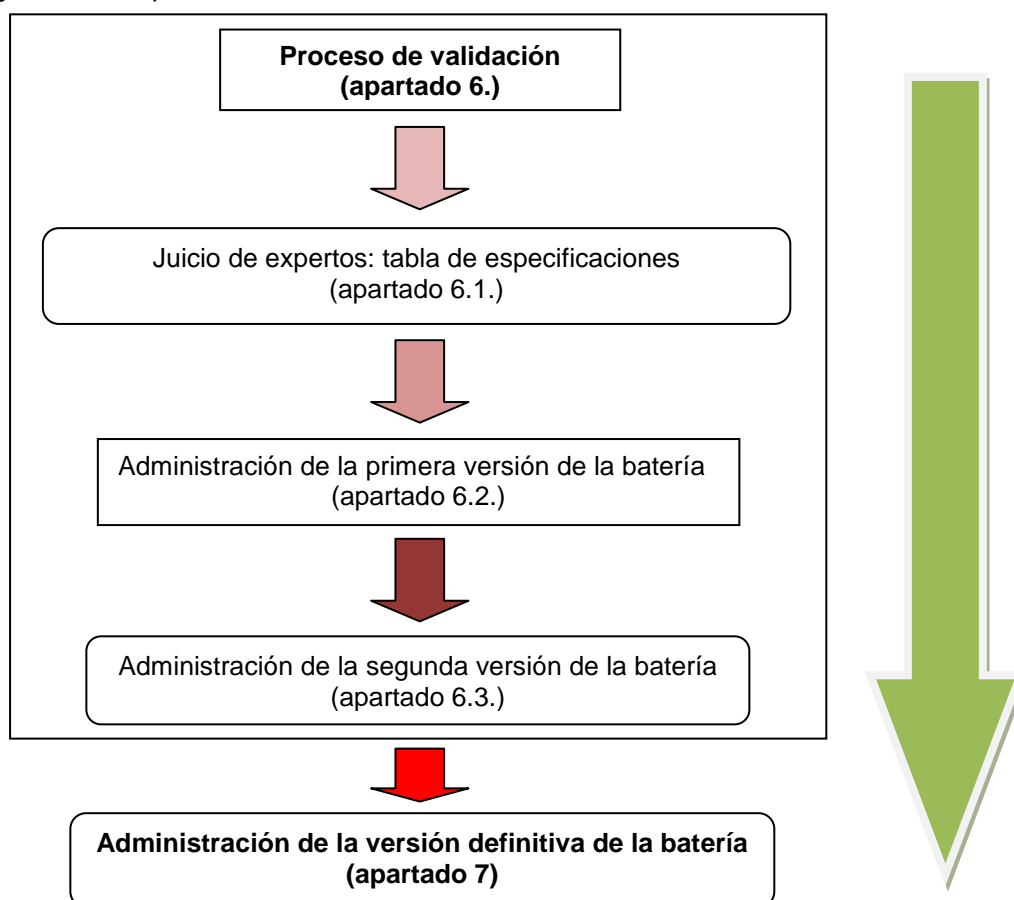
En definitiva, se ha buscado una evaluación accesible a la práctica totalidad de los participantes independientemente de las programaciones didácticas y de los proyectos educativos existentes en cada centro. En consecuencia, se ha procurado atender cuestiones básicas como la

comprensión de la información dada en cada ejercicio, la identificación de lo que se pide y con qué está interrelacionado, la representación y resolución de cada problema, la comprobación y justificación de las soluciones y su comunicación.

6. Proceso de validación

Las etapas seguidas en el proceso de validación han sido las siguientes:

Figura 4.6. *Del proceso de validación a la versión definitiva de la batería*



La recogida de información a través de cada una de estas fases ha permitido un conocimiento más exhaustivo del funcionamiento de la batería para dar la mayor objetividad posible a su estructura interna y a sus resultados. Estas etapas se han desarrollado de manera secuencial. Cada una de ellas ha partido de lo realizado con anterioridad y de las conclusiones obtenidas tras su desarrollo.

6.1. Juicio de expertos

Este momento de la investigación ha perseguido realizar una primera depuración y mejora de la batería inicial para dar lugar a la primera versión de la batería. A continuación se explica el proceso seguido en esta fase.

El instrumento utilizado para obtener el juicio de expertos ha sido una *tabla de especificaciones* (véase Anexo 5.1.) cuyo objetivo principal ha sido dar validez de contenido a la batería (véase Anexo 5.2.). El proceso de validación ha pretendido comprobar si los ítems que conforman cada una de las ocho pruebas han recogido información válida según los objetivos y las subcompetencias establecidas. Así, se ha buscado comprobar si los elementos integrantes en la batería han resultado adecuados y suficientes o, por el contrario, si han aparecido ítems sin incluir o han existido otros cuyo contenido no aportan información de interés para los objetivos de la batería. En resumen, se ha tratado de valorar si reúne las cualidades y requisitos necesarios para satisfacer las demandas definidas en esta tesis doctoral y que según Bardín (1986) deberían ser las siguientes: exhaustividad, exclusión mutua, homogeneidad, objetividad, pertinencia y productividad.

Además se ha buscado analizar si el peso otorgado a cada subcompetencia en la batería inicial se ajustaba al que han otorgado los expertos. También han valorado la redacción y el grado de ajuste de los ítems y de las instrucciones facilitadas de acuerdo a la edad y al nivel de los alumnos (véase Anexo 5.3.).

Los instrumentos facilitados a los expertos han sido tres:

- a) Una carta de presentación en la que se explica qué se pretende con la investigación y qué se les demanda cómo expertos en el área de matemáticas (véase Anexo 1.3.).
- b) La batería diseñada inicialmente conformada por 8 pruebas (véase Anexo 4.1.).

c) La tabla de especificaciones compuesta por las siguientes partes:

- *Instrucciones.* Se explican las cuatro subcompetencias a evaluar dentro de la competencia matemática, cómo se definen y cómo se evaluarán a través de las distintas pruebas.
- *Valoración del porcentaje otorgado a cada subcompetencia.* Inicialmente el doctorando ha adjudicado un peso a cada subcompetencia en función del número de ítems utilizados para su evaluación. Los expertos deben valorar qué peso darían ellos a cada una de las subcompetencias en el conjunto de un instrumento de evaluación de la competencia matemática.
- *Valoración de la relevancia de cada uno de los ítems.* Se les solicita que valoren si cada uno de los ítems es adecuado para la consecución del objetivo perseguido con cada una de las pruebas de la batería (Figura 4.7.).

Figura 4.7. Valoración de la relevancia de los ítems para la subcompetencia Estadística y Probabilidad

De acuerdo con cada uno de los objetivos y utilizando las pruebas elaboradas, indique con una "X" el grado de relevancia de cada ítem para la **CONSECUCIÓN DEL OBJETIVO DE LA PRUEBA**, siendo la escala a utilizar la siguiente:

- "Si" = considero el ítem **esencial** para la consecución del objetivo de la prueba
- "No" = considero el ítem **innecesario** para la consecución del objetivo de la prueba
- "?" = no tengo claro si el ítem es **esencial ó innecesario**

Estadística y Probabilidad

Objetivo	Prueba	Item	Si	No	?
"Precisar, elegir y aplicar las estrategias adecuadas para resolver problemas de estadística y probabilidad"	1	1			
		2			
		3			
		4			
		5			
		6			
		7			
		8			
		9			
		10			

- *Valoración de la redacción y del grado de adaptación de cada ítem.* A partir de unas instrucciones, se ha pedido a los expertos que valorasen cada ítem: presentación, redacción, claridad y ajuste.

Figura 4.8. *Valoración de la redacción de los ítems para la subcompetencia Estadística y Probabilidad*

A continuación vamos a valorar la **REDACCIÓN DE CADA ÍTEM**. Utilizando la batería elaborada se va a evaluar el grado en el que la presentación es adecuada, los ítems están bien redactados, si queda claro lo que al alumno se le pide y si los ítems están ajustados para la evaluación de los alumnos de 5º. De esta forma, para cada ítem, marque con una "X" siguiendo la escala siguiente:

"Sí" = considero **adecuada** la redacción de cada ítem

"No" = considero **inadecuada** la redacción de cada ítem

"?" = no tengo claro si la redacción de cada ítem es **adecuada ó inadecuada**

Estadística y Probabilidad

Prueba 1	Item	Sí	No	?	Observaciones
<ul style="list-style-type: none"> • La presentación es adecuada. • La redacción es correcta. • Lo que se le pide al alumno está claro. • Lo que se le requiere al alumno está ajustado para el nivel de 5º. 	1				
	2				
	3				
	4				
	5				
	6				
	7				
	8				
	9				
	10				

- *Valoración de las instrucciones generales de la batería y de las específicas de cada prueba.* Se ha buscado averiguar si las instrucciones facilitadas eran comprensibles y ajustadas a lo que se pedía al alumno en la prueba (Figura 4.9.).

Figura 4.9. Valoración de las instrucciones generales de la batería y de las específicas de las cuatro primeras pruebas

Por último, siguiendo los indicadores de evaluación anteriores se va a realizar una valoración cualitativa de la portada, las instrucciones generales y las establecidas para cada prueba. Para ello debe de contestar en función de:

“**Sí**” = considero **adecuada** su presentación

“**No**”= considero **inadecuada** su presentación

“**?**” = no tengo claro si su presentación es **adecuada ó inadecuada**

	Campo	Sí	No	?	Observaciones
<ul style="list-style-type: none"> • La presentación es adecuada. • La redacción es correcta. • Lo que se le pide al alumno está claro. • Lo que se le requiere al alumno está ajustado para el nivel de 5º. • Las instrucciones son fácilmente entendibles. 	Portada				
	Instrucciones Generales				
	Prueba 1				
	Prueba 2				
	Prueba 3				
	Prueba 4				

6.1.1. Características de la muestra y procedimiento

La tabla de especificaciones ha sido cumplimentada por un total de 51 expertos docentes repartidos entre maestros de Educación Primaria (total de 39, de los que 23 de ellos estaban impartiendo matemáticas en 5º de Educación Primaria, el resto trabajaban en otros niveles de esta etapa educativa), docentes de matemáticas de Educación Secundaria (10) y profesorado de Enseñanza Universitaria de dicha especialidad en Facultades de Educación (2). La forma de selección de estos expertos ha sido la siguiente:

- *Docentes de Educación Primaria:* aprovechar los centros que han aceptado de forma voluntaria participar en el proceso de investigación.

- *Docentes de Educación Secundaria*: contactar por teléfono y por correo electrónico con los equipos directivos y jefes de departamento de matemáticas de los institutos de la zona de Hellín (Albacete).
- *Docentes de Enseñanza Universitaria*: contactar por correo electrónico y organizar entrevistas personales para mostrarles la finalidad de la investigación y solicitar su colaboración.

Para la selección de los expertos, entre el 10 y el 14 de octubre de 2011, se ha contactado con profesionales en el área de matemáticas utilizando distintas formas de comunicación. Una vez que han sido informados y han mostrado su voluntad de participar, se les ha facilitado la tabla de especificaciones para que valorasen el contenido de la batería. Para devolver las aportaciones realizadas se ha dado de plazo hasta el 4 de noviembre.

A partir de las puntuaciones de los expertos en la valoración de la relevancia de cada ítem para el objetivo de la correspondiente prueba, se ha calculado el Índice de Validez de Contenido (IVC). Este tipo de validez se define cómo el grado en el que el instrumento presenta una muestra adecuada de los contenidos a los que hace referencia, sin omisiones y sin desequilibrios (Kerlinger y Lee, 2002). Lawshe (1975) establece que su fórmula es la siguiente: $IVC = [ne - (N/2)] / (N/2)$, donde ne es el número de expertos que han valorado el ítem como esencial y N el número total de expertos que han evaluado el ítem. El IVC oscila entre +1 y -1, siendo las puntuaciones positivas las que indican una mayor validez de contenido. Cuanto más cercano el índice a +1 mejor es la validez. Los ítems que han obtenido un IVC bajo han sido eliminados de la batería. Lawshe sugiere que un IVC de .29 será adecuado cuando hayan participado al menos 40 expertos en la valoración.

Tras esta parte de la investigación se han obtenido una serie de propuestas de mejora del instrumento y se han eliminado 11 ítems (véase Anexo 6.1.).

6.2. Administración de la primera versión de la batería

Depurada la versión piloto del instrumento tras el juicio de expertos, la siguiente fase ha consistido en la primera administración de la batería a una muestra de alumnos.

Con esta administración se ha pretendido tener un primer acercamiento a cómo funciona al aplicarla a un grupo de alumnos. Una vez aplicada:

- a) Se han analizado los ítems que componían cada una de las pruebas para su ajuste y/o eliminación.
- b) Se han revisado los criterios de corrección establecidos.
- c) Se ha comprobado el procedimiento de aplicación y valorado su viabilidad.

Además de la batería (véase Anexo 4.2.), se ha facilitado a los orientadores de los centros unas instrucciones complementarias (véase Anexo 7.1.) y un registro de observación para que fueran anotando aquellos aspectos considerados mejorables durante la administración de las pruebas (véase Anexo 7.2.).

6.2.1. Características de la muestra y procedimiento

La administración se ha realizado en noviembre de 2011 y se ha seleccionado un 4.28% de la población escolar de 5º de Educación Primaria de la provincia de Albacete. La distribución del alumnado participante entre los Centros de Educación Infantil y Primaria (CEIP), los Colegios Rurales Agrupados (CRA) y los Colegios Concertados (CC) ha sido la siguiente:

Tabla 4.11. Centros y alumnos participantes en la administración de la primera versión de la batería

Centro	Localidad	Titularidad	Entorno	Muestra total/ ACNEAES	Muestra participante/ ACNEAES
CEIP "Ildfonso Navarro"	Villamalea	Público	Rural	26/1	26/1
CEIP "Jose Prat"	Albacete	Público	Urbano	44/3	44/3
CEIP "Severo Ochoa"	Albacete	Público	Urbano	39/2	38/2
CEIP "Pedro Simón Abril"	Albacete	Público	Urbano	23/1	23/1
CRA "Peñas"	Peñas de San Pedro, Alcaozo y Ayna	Público	Rural	17/0	17/0
CC "Amor de Dios"	Caudete	Concertado	Urbano	21/1	21/1
Total centros: 6				Total alumnos: 169/170 Total ACNEAES: 8/8	

La ubicación geográfica de las localidades de los colegios participantes ha sido la siguiente:

Figura 4.10. Localidades de los colegios participantes en la administración de la primera versión



La administración tuvo lugar la semana del 28 de noviembre al 2 de diciembre de 2011. Tras la valoración cualitativa de los distintos ítems y pruebas se han obtenido una serie de propuestas de mejora y se han eliminado cuatro

ítems derivando en un nuevo diseño de la batería o segunda versión (véase Anexo 6.2.).

6.3. Administración de la segunda versión de la batería

La administración de la segunda versión se ha realizado en febrero de 2012 y perseguía la valoración de los ítems de cada una de las pruebas, la revisión de los criterios de corrección y el análisis del procedimiento de aplicación.

Junto con la batería mejorada tras la primera administración (véase Anexo 4.3.), se ha entregado a los aplicadores unas instrucciones complementarias y un registro de observación.

6.3.1. Características de la muestra y procedimiento

Se ha seleccionado un 5.8% de la población escolar de 5º de Educación Primaria de la provincia de Albacete. La muestra participante ha estado distribuida de la siguiente manera:

Tabla 4.12. Centros y alumnos participantes en la administración de la segunda versión de la batería

<i>Centro</i>	<i>Localidad</i>	<i>Titularidad</i>	<i>Entorno</i>	<i>Muestra total/ ACNEAES</i>	<i>Muestra participante/ ACNEAES</i>
CEIP "Eduardo Sanchiz"	Tarazona de la Mancha	Público	Rural	41/3	40/2
CEIP "Giner de los Ríos"	Villarrobledo	Público	Urbano	43/4	42/4
CEIP "Nuestra Señora del Rosario"	Balazote	Público	Rural	28/1	28/1
CEIP "Príncipe de Asturias"	Almansa	Público	Urbano	37/2	37/2
CEIP "Virgen del Rosario"	Pozocañada	Público	Rural	34/1	34/1
CC "Sagrado Corazón"	Albacete	Concertado	Urbano	47/2	46/2
Total centros: 6				Total alumnos: 227/230 Total ACNEAES: 12/13	

La ubicación geográfica de los colegios participantes ha sido la siguiente:

Figura 4.11. Localidades de los colegios participantes en la administración de la segunda versión

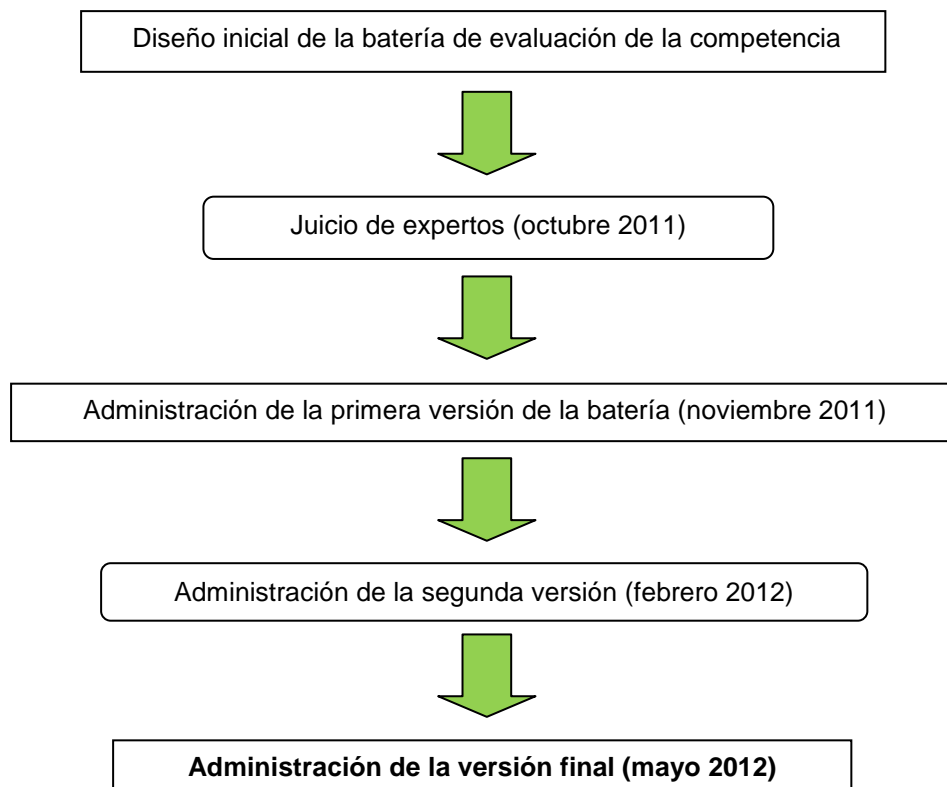


La administración se ha desarrollado entre el 13 y el 17 de febrero de 2012. Para el manejo de los datos obtenidos se ha utilizado el programa SPSS en su versión 17.0 (véase Anexo 9.1.), y para la valoración de los ítems se han utilizado unos criterios de corrección específicos (véase Anexo 8.1.). Tras esta administración se han obtenido una serie de propuestas de mejora y se han eliminado 15 ítems, con la consecuente nueva numeración de la versión definitiva de la prueba (véase Anexo 6.3.).

7. Administración de la versión definitiva de la batería

A lo largo de esta etapa desarrollada en mayo de 2012, se han recogido datos que muestren el grado de validez y fiabilidad de la batería. Además, se han tomado datos de los alumnos aportados por los tutores y se les ha aplicado otro test de evaluación psicopedagógica, todo ello para calcular y analizar distintos tipos de validez del instrumento. Por ello en esta administración final tanto el orientador como los tutores de los grupos de alumnos de 5º de Educación Primaria han tenido un papel fundamental.

Figura 4.12. Cronograma de la administración de la batería



7.1. Características de la muestra final

Para la aplicación de la batería “definitiva” se ha seleccionado el 18.2% de la población escolar de 5º de Educación Primaria de la provincia de Albacete. La muestra ha estado repartida de la siguiente forma:

Tabla 4.13. Centros y alumnos participantes en la administración final

Centro	Localidad	Titularidad	Entorno	Muestra total/ ACNEAES	Muestra participante/ ACNEAES
CEIP "Alcalde Galindo"	Chinchilla	Público	Rural	22/1	21/0
CEIP "Carlos V"	Albacete	Público	Urbano	21/4	18/2
CEIP "Cervantes"	Tobarra	Público	Rural	49/6	48/6
CEIP "Diego Requena"	Villarrobledo	Público	Urbano	20/3	16/2
CEIP "Diego Velázquez"	Albacete	Público	Urbano	67/6	66/5
CEIP "Doctor Fleming"	Albacete	Público	Urbano	47/6	47/6
CEIP "Don Quijote y Sancho"	Fuenteálamo	Público	Rural	29/3	29/3
CEIP "Duque de Alba"	Almansa	Público	Urbano	36/6	36/6
CEIP "Enriqueta Sánchez"	Ossa de Montiel	Público	Rural	17/2	17/2
CEIP "Jiménez de Córdoba"	Villarrobledo	Público	Urbano	24/1	24/1
CEIP "M ^a Llanos Martínez"	Albacete	Público	Urbano	33/3	33/3
CEIP "Martínez Parras"	Liétor	Público	Rural	13/2	13/2
CEIP "Miguel Hernández"	La Roda	Público	Urbano	15/6	15/6
CEIP "Nuestra Señora del Rosario"	Hellín	Público	Urbano	74/8	74/8
CEIP "San Agustín"	Casas Ibáñez	Público	Rural	22/2	22/2
CEIP "Santiago Apóstol"	Isso	Público	Rural	17/4	17/4
CEIP "Tomás Navarro Tomás"	La Roda	Público	Urbano	48/5	48/5
CRA "Pinares de la Manchuela"	Cenizate, Motilleja y Navas de Jorquera	Público	Rural	24/1	24/1
CRA "Río Mundo"	Agramón, Cañada de Agra, Mingogil y Nava Campaña	Público	Rural	9/0	9/0
CRA "Río Taibilla"	Nerpio y Pedro Andrés	Público	Rural	15/2	15/2
CC "Esclavas de María"	Almansa	Concertado	Urbano	26/2	26/2
CC "Nuestra Señora de Monserrat"	Albacete	Concertado	Urbano	18/1	18/1
CC "Nuestra Señora de los Dolores"	Hellín	Concertado	Urbano	27/2	27/2
CC "Santo Ángel"	Albacete	Concertado	Urbano	49/3	49/3
Total centros: 24				Total alumnos: 712/722 Total ACNEAEs: 74/79	

La ubicación geográfica de las localidades de los colegios participantes ha sido la siguiente:

Figura 4.13. Localidades de los colegios participantes en la administración de la versión definitiva de la batería de evaluación



La muestra total participante en toda la investigación ha sido la siguiente:

Tabla 4.14. Muestra participante a lo largo de toda la investigación

	Primera Versión		Segunda versión		Versión final	
	Inicial	Final	Inicial	Final	Inicial	Final
Total de alumnos	170	169	230	227	722	712
%	4.28	4.26	5.80	5.72	18.20	17.94

7.2. Variables seleccionadas

Además de la *Batería de Evaluación de la Competencia Matemática*, en esta fase de la investigación se han tomado en consideración otras variables:

- Variables relacionadas con dicha competencia.
- Variables de tipo sociodemográfico.

7.2.1. Variables relacionadas con la matemática

A lo largo de la investigación la competencia matemática es la principal variable de estudio. En esta administración el instrumento final constaba de 34 ítems (véase Anexo 4.4.) y el tiempo de aplicación ha sido de 49 minutos en total. Ha sido aplicada por el orientador del centro correspondiente a todos los alumnos y corregidas por el propio doctorando.

Además de la competencia matemática se han tomado en consideración las siguientes variables que guardan relación con el campo de las matemáticas escolares:

- *Rendimiento académico*. En la hoja de registro facilitada a los tutores, se ha recogido el rendimiento del alumno a fecha de junio de 2012 (Insuficiente -notas de 1 a 4-, Suficiente -calificación de 5-, Bien -nota de 6-, Notable -rendimiento de 7 y 8- y Sobresaliente -calificaciones de 9 y 10-). Después, para su estudio, esta variable ha sido concretada mediante una escala tipo Likert con una puntuación entre 1 y 5 (respectivamente, Insuficiente -1-, Suficiente -2-, Bien -3-, Notable -4- y Sobresaliente -5-).
- *Interés del alumno hacia el área de matemáticas según su propio punto de vista*. Conformada por una escala tipo Likert con una puntuación entre 1 y 5 (respectivamente, Nada -1-, Poco -2-, Regular -3-, Bastante -4- y Mucho -5-). Los resultados de esta variable han sido recogidos por medio de una cuestión que los alumnos han tenido que contestar en la portada de la batería.

- *Interés del alumno hacia el área de matemáticas según el maestro.* Conformada por una escala tipo Likert con una puntuación entre 1 y 5 (respectivamente, Nada -1-, Poco -2-, Regular -3-, Bastante -4- y Mucho -5-). Esta variable ha quedado recopilada en la hoja de registro facilitada a los tutores.
- *Elevada aptitud matemática del alumno según el punto de vista del maestro.* Recogida mediante la hoja de registro facilitada a los tutores en la que han tenido que seleccionar una de las dos opciones planteadas: Sí ó No.
- *Batería de Aptitudes Generales y Diferenciales (BADyG-E3).* Esta variable se ha obtenido a través de la administración de las subpruebas *Series numéricas (Rn)* y *Problemas numéricos (Sn)*, con un tiempo de aplicación de 19 minutos. De ellas se ha cogido la puntuación centil (entre 1 y 99) y el Cociente Intelectual (CI), y se ha obtenido una tercera variable mediante el promedio de las dos subpruebas. Además, se ha enviado una hoja de respuesta para los alumnos (véase Anexo 7.5.), se ha elaborado una plantilla para su corrección (véase Anexo 7.6.) y han sido corregidas por el doctorando. También, para aquellos centros que habían pasado el BADyG-E3 completo a sus alumnos, se les ha facilitado una plantilla para que anotaran los resultados en la misma (véase Anexo 7.7.).

7.2.2. Variables sociodemográficas

Estas variables hacen referencia a aspectos del contexto que pueden influir de una manera u otra en los resultados obtenidos por los alumnos en la batería. Se agrupan según se hayan solicitado al maestro o a los propios alumnos.

a) En relación al maestro

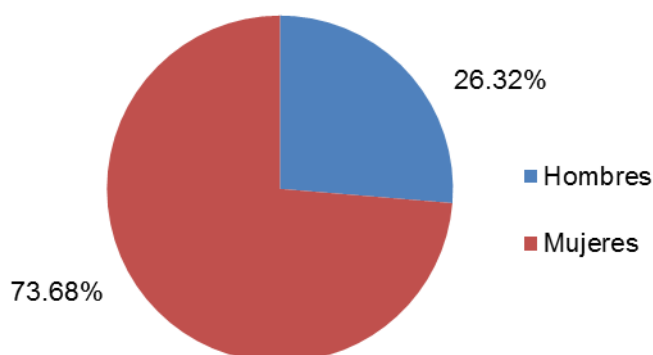
Para el análisis de los aspectos relativos al maestro, se ha pedido a los tutores de 5º que cumplimentaran una hoja de registro de datos demográficos (véase Anexo 7.4.). Las características recogidas han sido la *edad* (en años), el

sexo (hombre ó mujer), la *titulación académica* (diplomado, licenciado u otra distinta), el *número de años de experiencia docente*, la *situación administrativa* (interino, funcionario en prácticas, funcionario de carrera u otra distinta) y la *autocompetencia personal para impartir el área de matemáticas* (de 1 hasta 5, intervalo que ha ido desde nada a muy competente).

Según estos datos, las características distintivas de los 38 tutores participantes han sido las siguientes:

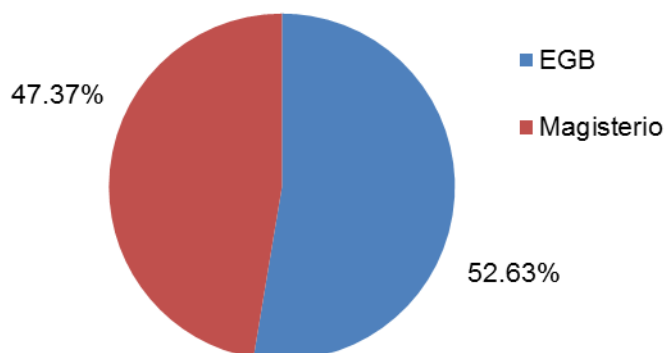
- *Edad*. El promedio ha sido de 43.05 años.
- *Sexo*. Del total, 10 han sido hombres y 28 mujeres.

Figura 4.14. Porcentaje de tutores participantes según su sexo



- *Titulación académica*. Se han repartido entre Diplomatura en Formación del Profesorado de Educación General Básica (EGB) siguiendo la *Ley General de Educación* (LGE) y Diplomatura en Magisterio tras la reforma efectuada por la *Ley Orgánica General del Sistema Educativo* (LOGSE), incluyéndose 20 tutores dentro de la primera por 18 en la segunda.

Figura 4.15. Porcentaje de tutores según su titulación de acceso al cuerpo



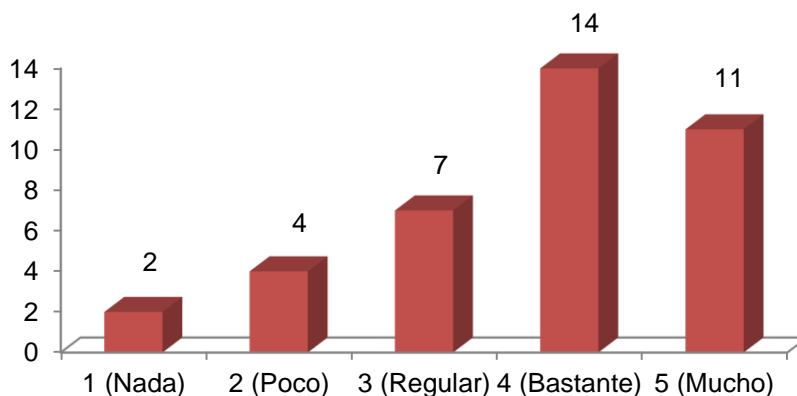
- *Especialidad.* Éstas han sido:

Tabla 4.15. Especialidades de los tutores de 5º participantes

Especialidad	Modalidad	Nº de tutores
Filología Inglesa	EGB	6
Ciencias	EGB	9
Ciencias Humanas	EGB	5
Educación Primaria	Magisterio	4
Educación Musical	Magisterio	6
Lengua Extranjera: Inglés	Magisterio	5
Educación Física	Magisterio	3
		<i>Total: 38</i>

- *Años de experiencia.* La media ha sido de 17.05 años.
- *Situación administrativa.* De los 38 tutores, 32 eran funcionarios de carrera, 1 interino y 5 mantenían un régimen laboral como contratado indefinido (correspondían a los centros concertados).
- *Valoración propia sobre su competencia para impartir el área de matemáticas.* En una puntuación que ha ido desde 1 (nivel más bajo de competencia) a 5 (nivel más alto), se ha obtenido lo siguiente:

Figura 4.16. Valoración de cada tutor sobre su competencia para impartir el área de matemáticas



De acuerdo a los resultados de este último gráfico, llama la atención la existencia de docentes que se han considerado *nada* o *poco* competentes para impartir el área de matemáticas. Coinciden con casos en que su especialidad era Música, Educación Física o Inglés, es decir, no han tenido una formación específica como la que ha recibido un maestro que ha estudiado la Diplomatura de EGB en Ciencias o bien Magisterio de Educación Primaria.

b) En relación al alumno

Para el conocimiento de las principales características sociodemográficas del alumnado se han tomado en consideración las siguientes variables:

- *Sexo*. Según el alumno fuera Hombre (*H*) ó Mujer (*M*).
- *Entorno*. Definida por la ubicación geográfica del centro educativo, Rural (*R*) ó Urbano (*U*).
- *Titularidad*. Determinada según fuera el colegio Público (*PU*) ó Privado-concertado (*PR*).
- *Repetición*. Establecida en función de que se haya tomado la decisión ó no de esta medida extraordinaria (*Sí* ó *No*). Esta variable se ha obtenido de la especificación de la fecha de nacimiento en la hoja de registro tutorial cumplimentada por cada tutor.

Se consideran en el análisis de resultados por ser variables moduladoras con tradición investigadora y que influyen normalmente en los resultados.

7.3. Instrumentos

Los instrumentos utilizados en este estudio principal han sido los siguientes:

- Versión final de la *Batería de Evaluación de la Competencia Matemática* (BECOMA).
- *Hoja de registro de datos tutoriales* para tutores (véase Anexo 7.3.). Se ha solicitado la siguiente información:

Cuadro 4.8. *Datos recogidos en la hoja de registro de tutores*

a)	Fecha de nacimiento (día/mes/año).
b)	Sexo.
c)	Rendimiento global en el área de matemáticas.
d)	¿Diría usted que es un alumno/a con una elevada aptitud matemática?
e)	¿Cree que posee un gran interés y una gran motivación hacia las matemáticas?
f)	Número de alumnos con necesidades específicas de apoyo educativo y con alta capacidad en su aula.

- *Registro de datos demográficos* para conocer el perfil profesional de los tutores.
- *Dos pruebas del BADyG-E3.*

Este último instrumento ha constituido un aspecto fundamental de la tesis. Se trata de un test de aptitud que se adapta plenamente a esta investigación al estar conformado por subpruebas que valoran la aptitud matemática de un alumno. El objetivo de esta prueba de evaluación psicopedagógica es el establecimiento de los perfiles cognitivos de los alumnos en relación a la inteligencia general, razonamiento analógico, memoria, atención y relaciones espaciales. Las pruebas que la componen son las siguientes: analogías verbales, series numéricas, matrices lógicas, completar oraciones, problemas numéricos, encajar figuras, memoria de relato oral, memoria visual ortográfica y

discriminar diferencias. Por medio de la aplicación de estas pruebas se obtiene un perfil individual de cada uno de los alumnos. También permite hallar el CI referido a su inteligencia general, así como resultados específicos referidos a factores de tipo verbal, numérico, espacial y lógico.

En el caso de esta tesis se han seleccionado las pruebas relacionadas con factores numéricos. Para correlacionar los resultados de la batería con los del BADyG-E-3, se ha hecho uso de las subpruebas *Series numéricas* y *Problemas numéricos* que valoran lo siguiente:

- *Series numéricas (Rn)*: evalúa la aptitud del alumno para detectar relaciones seriales lógicas, averiguando el patrón de repetición de dichas series. Para el alumnado de 5º, el tiempo de realización de la prueba es de 9 minutos.
- *Problemas numéricos (Sn)*: evalúa la comprensión de diferentes problemas numéricos, midiendo también la rapidez y la seguridad para el cálculo. Para el alumnado de 5º, la duración de la prueba es de 10 minutos.

7.4. Procedimiento

Las principales actuaciones y su correspondiente temporalización han sido las siguientes:

- Envío de autorizaciones y hoja de registro para tutores: *12-14 de marzo de 2012*.
- Recogida en los propios centros o devolución por correo postal de las autorizaciones (equipo directivo y familias) y la hoja de registro de tutores: *antes del 29 de marzo*.
- Envío de hojas de respuestas del BADyG-E3: *antes del 13 de abril*.
- Envío de cuadernillos de evaluación de la batería: *30 de abril-4 de mayo*.
- Administración de las pruebas de competencia matemática: *7-11 de mayo*. De esta forma, se han establecido cinco días de una misma

semana para la aplicación de los instrumentos. De nuevo, a los alumnos, se les ha explicado la independencia del trabajo que han realizado con respecto a las calificaciones escolares y se ha intentado no condicionar su ánimo ni despertar actitudes competitivas. Durante la administración de las pruebas, los orientadores han rellenado una hoja de observaciones sobre el proceso de aplicación de las pruebas y los tutores han cumplimentado una hoja de registro de datos demográficos.

- Recogida en los propios centros o devolución por correo postal de los cuadernillos de evaluación, la hoja de observaciones, el registro de datos sociodemográficos y las hojas de respuestas del BADyG-E3: *14-18 de mayo*.

Esta temporalización ha sido enviada previamente a todos los centros y evaluadores participantes (véase Anexo 7.8.). Para la valoración de las pruebas se han seguido los criterios de corrección establecidos a tal efecto gracias a los procesos de investigación precedentes (véase Anexo 8.2.). De esta manera, el plazo para efectuar la corrección ha sido de seis semanas a contar desde el último día de su realización. A esta etapa ha habido que sumarle otras cuatro semanas utilizadas para la corrección de los BADyG-E3 de todos los alumnos. De forma simultánea a la corrección, se han ido registrando las respuestas de los alumnos en el programa informático SPSS para su tratamiento estadístico posterior (véase Anexo 9.2.).

En cuanto a los resultados, los centros que han deseado conocer su rendimiento en la prueba de competencia matemática y/o en el BADyG-E3, han podido solicitarlos a partir de septiembre del curso académico 2012/2013.

Capítulo 5

Resultados

1. Introducción

El propósito central de esta tesis doctoral es diseñar y validar una *Batería de Evaluación de la Competencia Matemática* para 5º de Educación Primaria y, posteriormente, analizar su funcionamiento con los alumnos más capaces. Los pasos a seguir en la exposición son:

- a) Diseñar y construir la batería de evaluación de la competencia matemática.
- b) Explorar la validez de constructo del instrumento de evaluación.
- c) Analizar la validez de criterio de la batería construida.
- d) Clarificar la incidencia de otras variables en el estudio.
- e) Observar cómo discrimina al alumnado de diferente nivel de desempeño.

- f) Analizar el rendimiento matemático de los alumnos más capaces.

2. Diseño y construcción de la batería

En este primer apartado se procede a examinar si el instrumento diseñado es adecuado, es decir, si es fiable y válido para ser utilizado en la evaluación de la competencia matemática de los alumnos. Se ha analizado la estructura interna de la batería analizando la claridad e inteligibilidad de los ítems formulados. Esta labor se ha realizado a lo largo de distintas fases y ha requerido del análisis de los siguientes aspectos específicos:

- 2.1. Estudio de la validez de contenido.
- 2.2. Comprobación del índice de dificultad de los ítems.
- 2.3. Análisis de la fiabilidad.
- 2.4. Especificación de otros aspectos importantes en la construcción del instrumento final.

2.1. Estudio de la validez de contenido

Uno de las finalidades fundamentales de la cumplimentación de la tabla de especificaciones rellena por los 51 expertos en el campo de las matemáticas ha sido la de examinar la contribución de los ítems a la consecución del objetivo de la prueba en la que se han incluido.

De esta forma, se ha calculado el Índice de Validez de Contenido (IVC) de los ítems integrantes de la batería. La forma más habitual de valorarla es a través del juicio de expertos tal y como se ha planteado en esta tesis. Para ello, se han utilizado las opciones *Sí-No-?* para poder calcular el índice para cada ítem, cada subcompetencia y el global del instrumento utilizando la media aritmética. Para el cálculo de este índice se han escogido solo las respuestas afirmativas.

Como recoge la tabla 5.1., los resultados muestran altos índices de validez de contenido para la casi totalidad de los ítems. A pesar de ello, dentro

de las subcompetencias *Aritmética*, *Geometría* y *Magnitudes y proporcionalidad*, hay ítems con un índice por debajo de .25 (ítems 18, 23, 30 y 42), por lo que han sido suprimidos de la primera versión de la batería. Según las observaciones realizadas por los expertos, los motivos de la obtención de un índice tan bajo han sido los siguientes: ítems 18 y 30 porque no es posible realizar el algoritmo y los ítems 23 y 42 debido a que no son un contenido específico de la subcompetencia en la que se incluyen. Los ítems 8 y 14 han mostrado una validez de contenido perfecta.

Tabla 5.1. Índice de validez de contenido (IVC) de los ítems

Subcompetencia	Ítem	No	?	Sí	IVC
Estadística y probabilidad	1	0	1	50	.96
	2	5	5	41	.61
	3	1	4	46	.80
	4	5	1	45	.76
	5	0	3	48	.88
	6	4	0	47	.84
	7	2	3	46	.80
	8	0	0	51	1
	9	3	1	47	.84
	10	2	3	46	.80
Aritmética	11	1	1	49	.92
	12	1	3	47	.84
	13	2	4	45	.76
	14	0	0	51	1
	15	1	1	49	.92
	16	2	1	48	.88
	17	2	2	47	.84
	18	14	10	27	.06
	26	3	0	48	.88
	27	1	1	49	.92
	28	2	2	47	.84
	29	1	0	50	.96
	30	14	6	31	.22
	31	6	1	44	.73
	32	0	2	49	.92
	33	1	3	47	.84
	34	2	6	43	.69
	35	1	8	42	.65
	36	3	1	47	.84
	37	3	2	46	.80
38	4	1	46	.80	
39	3	3	45	.76	
Geometría	19	2	1	48	.88
	20	2	0	49	.92
	21	0	1	50	.96
	22	2	4	45	.76
	23	7	12	32	.25
	24	4	3	44	.73
	25	1	3	47	.84
	50	3	1	47	.84
	51	1	2	48	.88
	52	6	1	44	.73
	53	10	2	39	.53
	54	1	1	49	.92
	55	4	2	45	.76
	56	3	2	46	.80
Magnitudes y proporcionalidad	40	0	1	50	.96
	41	1	0	50	.96
	42	15	7	29	.14
	43	1	2	48	.88
	44	1	3	47	.84
	45	0	2	49	.92
	46	1	1	49	.92
	47	1	0	50	.96
	48	10	1	40	.57
	49	1	1	49	.92
	57	0	1	50	.96
	58	1	1	49	.92
	59	1	1	49	.92
	60	2	1	48	.88
61	1	2	48	.88	
62	1	3	47	.84	
63	2	2	47	.84	
64	2	3	46	.80	

Los índices globales reflejados en la tabla 5.2. muestran una adecuada validez de toda la batería y de sus subcompetencias ya que, según Polit y Hungler (2000), cuando es mayor o igual a .80 es indicativo de validez de contenido elevada, lo que ha ocurrido en el 73.44% de los elementos del instrumento.

Tabla 5.2. *Índice de validez de contenido (IVC) para cada subcompetencia y para el total de la batería*

Subcompetencia	IVC
Estadística y probabilidad	.83
Aritmética	.78
Geometría	.77
Magnitudes y proporcionalidad	.84
<i>Total</i>	.81

2.2. Comprobación del índice de dificultad de los ítems

La definición de la dificultad de los ítems se ha basado en las puntuaciones obtenidas por los alumnos. El grado de dificultad de los ítems viene definido por una serie de criterios específicos tales como (INEE, 2003):

- El tipo y el grado de interpretación y reflexión necesarias.
- El tipo de habilidades de representación requeridas.
- El tipo y el nivel de complejidad matemática exigida.
- El tipo y el grado de argumentación matemática necesaria.

Para el cálculo del Índice de Dificultad (ID), Pérez y colaboradores (2009) establecen que para una buena composición de una prueba debería de existir la siguiente distribución de los ítems en cuanto a su dificultad: muy fáciles (ID por encima de .75, 10% de los ítems), fáciles (ID comprendido entre .55 y .75, 20% de los ítems), normales o dificultad media (ID entre .45 y .54, 40% de los ítems), difíciles (ID entre .25 y .44, 20% de los ítems) y muy difíciles (ID por debajo de .25, 10% de los ítems).

a) Índice de dificultad de la segunda versión de la batería

Según las puntuaciones de la administración de la segunda versión de la batería el índice de dificultad de los ítems es el siguiente:

Tabla 5.3. Índice de dificultad (ID) por ítems para cada subcompetencia

Subcompetencia	Ítem	ID
Estadística y probabilidad	1	.42
	2	.24
	3	.48
	4	.52
	5	.63
	6	.68
	7	.47
	8	.67
Aritmética	9	.79
	10	.81
	11	.59
	12	.47
	13	.32
	14	.31
	21	.83
	22	.62
	23	.51
	24	.53
	25	.49
	26	.39
Geometría	27	.71
	28	.44
	29	.22
	15	.89
	16	.67
	17	.49
	18	.41
	19	.24
	20	.29
	38	.77
Magnitudes y proporcionalidad	39	.78
	40	.17
	41	.52
	42	.62
	43	.63
	30	.50
	31	.50
	32	.37
	33	.42
	34	.28
	35	.47
	36	.37
37	.17	
44	.72	
45	.52	
46	.69	
47	.31	
48	.42	
49	.21	

Tabla 5.4. Índice de dificultad (ID) para cada subcompetencia y para el total de la batería

Subcompetencia	ID
Estadística y probabilidad	.51
Aritmética	.54
Geometría	.54
Magnitudes y proporcionalidad	.43
<i>Total</i>	.50

El índice de dificultad de cada subcompetencia y de la batería en su conjunto ha atendido a un nivel medio, existiendo ítems con distintos índices y reflejando un equilibrio entre la dificultad de todos ellos.

Tabla 5.5. Porcentaje en el reparto de los ítems de acuerdo a su nivel de dificultad

Tipos	nº de ítems ideal	nº de ítems en la batería	% ideal	% actual
Muy fáciles	4-5	6	10	12.25
Fáciles	10	11	20	22.44
Normales	20	13	40	26.53
Difíciles	10	13	20	26.53
Muy difíciles	4-5	6	10	12.25
<i>Total</i>	49	49	100	100

Aunque hay un mismo número de ítems normales y difíciles, en el conjunto de la batería aparece un equilibrio generalizado de todos ellos. Además, existen ítems con un nivel difícil con un índice cercano a los de dificultad media.

b) Índice de dificultad de la versión definitiva de la batería

En este apartado se ha valorado de nuevo el índice de dificultad de los ítems utilizando las puntuaciones obtenidas de la administración de la versión definitiva de la batería. En este momento los ítems se han agrupado por factores y no por subcompetencias, atendiendo a las conclusiones obtenidas del análisis factorial realizado y especificado más adelante (epígrafe 3.1. exploración de la validez de constructo). Los resultados son los siguientes:

Tabla 5.6. Índice de dificultad (ID) por ítems para cada factor

Factor	Ítem	ID
Sucesiones	14	.84
	15	.59
	16	.49
	17	.54
	18	.49
	19	.41
Estructuración gráfica	1	.44
	2	.22
	3	.54
	4	.61
	12	.90
	13	.43
	28	.15
	29	.54
	30	.65
Partes del todo	20	.41
	21	.20
	22	.50
	23	.47
	24	.35
	25	.39
	26	.29
Resolución de problemas	31	.74
	32	.53
	33	.42
	34	.23
Diez, cien, mil	5	.66
	9	.45
	10	.50
	11	.32
	27	.39
Descomposición y propiedades	6	.76
	7	.78
	8	.61

Tabla 5.7. Índice de dificultad (ID) para cada factor y para el total de la batería

Factor	ID
Sucesiones	.56
Estructuración gráfica	.50
Partes del todo	.37
Resolución de problemas	.48
Diez, cien, mil	.47
Descomposición y propiedades	.72
<i>Total</i>	.52

Como se puede contemplar, la dificultad de la batería es media, existiendo un equilibrio en su conjunto. Por otro lado mencionar que el factor *Partes del todo* ha resultado ser el más difícil para los alumnos y el de *Descomposición y propiedades*, el más sencillo. A partir de estos datos, se tiene el siguiente reparto de los ítems según su nivel de dificultad:

Tabla 5.8. Porcentaje en el reparto de los ítems de acuerdo a su nivel de dificultad

Tipos	nº de ítems ideal	nº de ítems en la batería	% ideal	% actual
Muy fáciles	3-4	4	10	11.76
Fáciles	6-7	6	20	17.66
Normales	12-14	10	40	29.41
Difíciles	6-7	10	20	29.41
Muy difíciles	3-4	4	10	11.76
<i>Total</i>	34	34	100	100

2.3. Análisis de la fiabilidad

La fiabilidad se refiere a la consistencia y precisión de las medidas realizadas. Se ha de tener presente que “la fiabilidad absoluta no existe en la práctica, particularmente cuando se trata de valorar conocimientos, competencias, actitudes o valores de los alumnos” (INEE, 2010b, p. 18).

El objetivo de calcular la fiabilidad de la batería es averiguar la constancia o estabilidad de los resultados en las sucesivas aplicaciones. Para su cálculo como consistencia interna se ha utilizado el coeficiente Alpha de Cronbach (α).

El cálculo de este coeficiente se ha realizado en dos momentos, uno para la segunda versión de la batería con 49 ítems y un segundo momento para la versión definitiva con 34 ítems. Los resultados se representan según el total de la batería, las subcompetencias o factores y los ítems.

a) Fiabilidad de la segunda versión de la batería

La consistencia interna del instrumento tomando las puntuaciones totales obtenidas con respecto a las 4 subcompetencias ha sido de .81. El coeficiente de fiabilidad del total de la batería en relación al conjunto de todos los ítems ha sido de .74. Por otro lado el índice para las 4 subcompetencias ha sido de .80 y entre todos los ítems de .90 (véase Anexo 9.1.).

Al poner en relación cada subcompetencia con los ítems que la conforman, los índices de fiabilidad obtenidos han sido los siguientes:

Tabla 5.9. *Alpha de Cronbach según cada subcompetencia y sus ítems*

Subcompetencia	Ítems	α
Estadística y probabilidad	1-8	.73
Aritmética	9-14	.74
	21-26	
	27-29	
Geometría	15-20	.73
	38-43	
Magnitudes y proporcionalidad	30-37	.73
	44-49	

Como la batería ha sido administrada en dos sesiones, el coeficiente de fiabilidad de los ítems pertenecientes a la primera sesión (ítems 1 al 26) ha sido de .86 y para la segunda (ítems 27 al 49) de .82.

Tras examinar los índices calculados, se observa que la fiabilidad de la batería es alta, oscilando los coeficientes entre .73 y .90. Kerlinger y Lee (2002) establecen .70 como el límite entre la fiabilidad aceptable y la no aceptable. El que sean elevados los índices alcanzados es indicativo de que existe relación conceptual entre ítems y subcompetencias, apareciendo bien ordenados y clasificados y existiendo una adecuada consistencia interna de la batería en su conjunto.

b) Fiabilidad de la versión definitiva de la batería

En este apartado se expone la fiabilidad de la versión definitiva del instrumento tras la eliminación de 15 ítems. En primer lugar, el índice de fiabilidad del total de la batería con respecto a los 6 factores obtenidos del análisis factorial es de .78. El coeficiente del total de la batería con respecto al conjunto de todos los ítems es de .74. Por otro lado, el índice para los 6 factores es de .81 y entre todos los ítems de .90 (véase Anexo 9.2.).

Tras poner en relación cada uno de los factores con los ítems que los conforman, los índices de fiabilidad obtenidos han sido los siguientes:

Tabla 5.10. *Fiabilidad según cada factor y sus ítems (IT)*

Sucesiones IT14-15-16-17-18-19	.77
Estructuración gráfica IT1-2-3-4-12-13-28-29-30	.73
Partes del todo IT20-21-22-23-24-25-26	.76
Resolución de problemas IT31-32-33-34	.78
Diez, cien, mil IT5-9-10-11-27	.73
Descomposición y propiedades IT6-7-8	.82

Como la batería ha sido administrada en dos sesiones, el coeficiente de fiabilidad de los ítems pertenecientes a la primera sesión (ítems 1 al 19) ha sido de .83 y para la segunda (ítems 20 al 34) de .82. De nuevo se observa que la fiabilidad de la batería es alta, oscilando los índices entre .73 y .90.

2.4. Especificación de otros aspectos importantes en la construcción del instrumento final

En este apartado se pretende clarificar otros aspectos que han resultado importantes para el diseño y la construcción de la batería de evaluación. Son los siguientes:

- a) Estudio del peso de cada subcompetencia en el diseño inicial y tras el análisis realizado por el grupo de expertos.
- b) Valoración cualitativa sobre la adecuación de la redacción de cada ítem y del grado de ajuste al nivel y edad de los alumnos.
- c) Incorporación de las propuestas de mejora obtenidas a lo largo de cada uno de los momentos de valoración de la batería.
- d) Proceso de selección de los ítems y ajuste de la temporalización.

Los dos primeros aspectos han formado parte de la tabla de especificaciones cumplimentada por los expertos. El tercero se ha recogido en cada momento de la investigación. Por último, el cuarto hace referencia a un resumen de cómo ha evolucionado la construcción del instrumento en cuanto al número de ítems y su temporalización. A continuación se desarrolla cada uno de ellos.

a) Estudio del peso de cada subcompetencia en el diseño inicial y tras el análisis realizado por el grupo de expertos

Tras el diseño inicial de la batería y para favorecer su adaptación al grupo de población para la que se destina, se ha realizado una valoración por parte de una serie de expertos mediante una tabla especificaciones, conformándose como el primer momento de la investigación.

Uno de los aspectos valorados en esta primera etapa ha sido el peso de cada subcompetencia en el total de la batería. Mediante este análisis se ha pretendido saber si el porcentaje otorgado a cada una según el número de ítems que las representa, ha sido similar al peso que cada experto les dedicaría en el desarrollo de un instrumento de evaluación que midiera el mismo constructo, es decir, la competencia matemática.

Para ello, cada experto ha establecido un porcentaje que, desde su punto de vista, debería de tener cada subcompetencia en una batería de evaluación que mide la competencia matemática. Para favorecer la

visualización de los resultados, se han fijado unos intervalos para ubicar la puntuación dada por cada experto.

El porcentaje total otorgado inicialmente a la batería en el momento de su diseño ha sido el siguiente: *Estadística y probabilidad* 16%, *Aritmética* 34%, *Geometría* 22% y *Magnitudes y proporcionalidad* 28%. Como puede verse en la tabla 5.11., de los porcentajes otorgados en un principio a cada subcompetencia, tres de las cuatro definidas se han incluido dentro del intervalo más representado por los expertos.

Tabla 5.11. Intervalos y número de expertos ubicados en cada uno de ellos

Intervalo (%)	Estadística y probabilidad	Aritmética	Geometría	Magnitudes y proporcionalidad
0-5	0	0	0	0
6-10	6	0	0	0
11-15	16	0	7	3
16-20	19	0	13	11
21-25	9	5	14	16
26-30	1	8	10	15
31-35	0	16	6	6
36-40	0	11	1	0
41-45	0	7	0	0
46-50	0	4	0	0
51 ó más	0	0	0	0
<i>Total</i>	51	51	51	51

Siguiendo las evaluaciones de diagnóstico nacionales de 2009 para 4º de Educación Primaria y PISA 2003 y 2012, por centrarse de manera prioritaria en la competencia matemática, el peso de cada bloque de contenido o dominio de conocimiento (*subcompetencias* en la batería) fue el siguiente:

Tabla 5.12. Porcentaje de cada bloque de contenido o dominio de conocimiento en la Evaluación General de Diagnóstico de 4º de Educación Primaria y en PISA 2003 y 2012

Evaluación de diagnóstico	PISA			
	2009	2003		2012
Tratamiento de la información, azar y probabilidad	20	24	Incertidumbre	25
Números y operaciones	35	27	Cantidad	25
Geometría	25	24	Espacio y forma	25
La medida	20	25	Cambio y relaciones	25

A modo de resumen, se especifican los porcentajes para cada subcompetencia definidos inicialmente y los fijados en distintas investigaciones:

Tabla 5.13. *Porcentaje adjudicado para cada subcompetencia según distintas fuentes y momentos de la investigación*

Subcompetencia	Batería Inicial	Juicio de expertos	Evaluación diagnóstico 2009	PISA 2003	PISA 2012
Estadística y probabilidad	16	16-20	20	24	25
Aritmética	34	31-35	35	27	25
Geometría	22	21-25	25	24	25
Magnitudes y proporcionalidad	28	21-25	20	25	25

b) Valoración cualitativa sobre la adecuación de la redacción de cada ítem y del grado de ajuste al nivel y edad de los alumnos

Al igual que el aspecto anterior, éste también ha sido valorado por los expertos mediante la tabla de especificaciones. Se trata de la valoración cualitativa de la redacción de los ítems, de las instrucciones y del ajuste al nivel y edad de los alumnos.

Para ello se han utilizado las opciones *Sí-No-?* para la valoración del grado de adecuación en función de los indicadores establecidos. El análisis cualitativo ha permitido mejorar los ítems, cada prueba y la batería en su conjunto. En líneas generales, los expertos han valorado de forma positiva la mayoría de los ítems y las instrucciones establecidas.

Entre las aportaciones realizadas, tres de ellas han permitido la eliminación de 7 ítems: 10, 17, 35, 39, 53, 63 y 64. Se trata de ítems que han valorado el mismo contenido, han sido presentados al alumno de una manera similar o bien han requerido para su solución de procesos de ejecución parecidos. Los ítems seleccionados para ser eliminados han sido los que tenían un índice de validez de contenido menor tal y como refleja la tabla 5.14., a pesar de que el de algunos de ellos se ha encontrado por encima de .80:

Tabla: 5.14. *Relación entre los ítems suprimidos y los que permanecen*

Suprimido		Permanece	
<i>Ítem</i>	<i>IVC</i>	<i>Ítem</i>	<i>IVC</i>
10	.80	9	.84
17	.84	16	.88
35	.65	33 y 34	.84 y .69
39	.76	36, 37 y 38	.84, .80 y .80
53	.53	54 y 56	.92 y .80
63	.84	57, 59 y 61	.96, .92 y .88
64	.80	58, 60 y 62	.92, .88 y .84

c) Incorporación de las propuestas de mejora obtenidas a lo largo de cada uno de los momentos de valoración de la batería

La investigación realizada en esta tesis doctoral ha tenido cuatro momentos principales: juicio de expertos realizado a partir del diseño inicial de la batería y la administración a alumnos de la primera, segunda y versión definitiva del instrumento de evaluación.

De cada uno de los tres primeros momentos se han obtenido propuestas de mejora que han servido para el pulimiento progresivo del instrumento y para una adaptación y ajuste mayor de acuerdo a las finalidades para las que ha sido definido.

Estas propuestas se han dividido en cinco campos:

- *Portada*: propuestas destinadas a mejorar la presentación y completar el diseño del instrumento.
- *Instrucciones generales de cada parte o sesión*: la batería está confeccionada para ser administrada a los alumnos a lo largo de dos períodos lectivos. Antes de comenzar cada parte o sesión, existen unas instrucciones que deben de ser leídas y explicadas a los alumnos.
- *Aspectos generales de cada prueba*: hacen referencia a aquellas observaciones que ayudan a una mejor presentación y comprensión de cada una de las pruebas.

- *Instrucciones específicas de cada prueba*: se trata de las normas de aplicación de cada prueba, incluyendo su nombre, objetivo, temporalización y ejemplos.
- *Ítems*: consiste en aquellos aspectos de mejora para cada ítem, su eliminación o modificación total o parcial.

Se indican las propuestas de mejora obtenidas de la administración de la segunda versión de la batería y que han dado lugar a la versión final del instrumento. Los aspectos de mejora de los otros dos momentos aparecen en los Anexos 6.1. y 6.2.

Cuadro 5.1. Aspectos de mejora obtenidos tras la administración de la segunda versión de la batería

Prueba	Campos	Anotaciones
Prueba 1	Portada	<ul style="list-style-type: none"> • Añadir una pregunta para saber el interés del alumno hacia las matemáticas.
	Instrucciones generales	<ul style="list-style-type: none"> • Añadir en el enunciado que estas instrucciones corresponden a la primera sesión de la administración de la batería.
	Aspectos generales	<ul style="list-style-type: none"> • Ninguna.
Prueba 2	Instrucciones	<ul style="list-style-type: none"> • Anadir como instrucción: "Sí en algún ítem conoces la solución sin hacer operaciones, indícala y no es necesario que las realices". • Dar 1 minuto menos a la prueba.
	Ítems	<ul style="list-style-type: none"> • Ítem 2: añadir en la pregunta del enunciado un "7" por el total de días que tiene la semana. • Ítem 3: se elimina. • Ítem 4: se cambian las edades para evitar que haya muchas que se repitan tres veces y que la que más se repite se diferencie más con el resto. • Ítem 6: se elimina. • Ítem 7: se elimina.
	Aspectos generales	<ul style="list-style-type: none"> • Ninguna.
Prueba 3	Instrucciones	<ul style="list-style-type: none"> • Señalar lo siguiente para completar la instrucción 2ª: "en el caso de que hagas las operaciones, no es necesario que las borres". • Señalar que no hace falta indicar la estrategia de cálculo mental utilizada.
	Ítems	<ul style="list-style-type: none"> • Ítem 13: bajar la dificultad cambiando "1000x10000" por "100x1000" y "300x7500" por "30x750".
	Aspectos generales	<ul style="list-style-type: none"> • Ninguna.
Prueba 3	Instrucciones	<ul style="list-style-type: none"> • Indicar que no es necesario utilizar regla. • Señalar que es aconsejable contar con un segundo lápiz ó con un sacapuntas.
	Ítems	<ul style="list-style-type: none"> • Ítem 16: se elimina. • Ítem 17: se elimina. • Ítem 19: se elimina. • Ítem 20: se elimina.
	Aspectos generales	<ul style="list-style-type: none"> • Ninguna.

Cuadro 5.1. (continuación)

<i>Prueba 4</i>	Aspectos generales	<ul style="list-style-type: none"> • Ninguna.
	Instrucciones	<ul style="list-style-type: none"> • Ninguna.
	Ítems	<ul style="list-style-type: none"> • Ninguna.
<i>Prueba 5</i>	Instrucciones generales	<ul style="list-style-type: none"> • Añadir en el enunciado que estas instrucciones corresponden a la segunda sesión de la administración de la batería.
	Aspectos generales	<ul style="list-style-type: none"> • Ninguna.
	Instrucciones	<ul style="list-style-type: none"> • Ninguna.
<i>Prueba 6</i>	Aspectos generales	<ul style="list-style-type: none"> • Ninguna.
	Instrucciones	<ul style="list-style-type: none"> • Se cambia el dato de Vicente de “1829 milímetros” a “1,82 metros”. • Anadir como instrucción: “Si en algún ítem conoces la solución sin hacer operaciones, indícala y no es necesario que las realices”. • Dar 1 minuto menos a la prueba.
	Ítems	<ul style="list-style-type: none"> • Ítem 30: cambiar el dato de “200” por el de “100”. • Ítem 32: cambiar el dato de “3 euros y 20 céntimos” por “3 euros y 50 céntimos” para que el resultado total sea de 1500 céntimos. • Ítem 33: quitar el dato de “un tercio” por “un cuarto”. • Ítem 35: se elimina. • Ítem 36: cambiar “25%” por “50%”. • Ítem 37: se elimina.
<i>Prueba 7</i>	Aspectos generales	<ul style="list-style-type: none"> • Ninguna.
	Instrucciones	<ul style="list-style-type: none"> • Indicar que no es necesario utilizar regla. • Señalar que la prueba tiene dos partes con distinta orientación cada una de ellas (ítems en vertical y en horizontal).
	Ítems	<ul style="list-style-type: none"> • Ítem 38: se elimina. • Ítem 39: se elimina. • Ítem 43: se elimina.
<i>Prueba 8</i>	Aspectos generales	<ul style="list-style-type: none"> • Se completan los criterios de corrección con algunas respuestas de los alumnos.
	Instrucciones	<ul style="list-style-type: none"> • Hacer hincapié a los alumnos que redacten el problema y lo resuelvan con los datos facilitados.
	Ítems	<ul style="list-style-type: none"> • Ítem 46: se elimina. • Ítem 47: se elimina.

d) Proceso de selección de los ítems y ajuste de la temporalización

Se ha analizado cómo ha sido el proceso de construcción de la batería en relación a cómo se han ido eliminando los ítems y ajustando la temporalización. Así, para cada una de las etapas que conforman la investigación, se ha ido ajustando tanto el número de ítems como la temporalización de la batería y de cada prueba, tal y como se representa en las siguientes tablas:

Tabla 5.15. *Ítems de la batería según cada etapa de la investigación*

Prueba/ Denominación	Batería Inicial	Primera versión	Segunda versión	Versión final
Nº 1 Interpretación matemática	10	9	8	5
Nº 2 Cálculo mental	8	6	6	6
Nº 3 Propiedades geométricas	7	6	6	2
Nº 4 Series lógicas numéricas	10	8	6	6
Nº 5 Descubriendo algoritmos	4	3	3	2
Nº 6 Unidades convencionales	10	9	8	6
Nº 7 Series lógicas de figuras	7	6	6	3
Nº 8 Invención de problemas	8	6	6	4
<i>Total</i>	64	53	49	34

Tabla 5.16. *Temporalización para cada momento del estudio*

Prueba/ Denominación	Batería Inicial	Primera versión	Segunda versión	Versión final
Nº 1 Interpretación matemática	17	16	15	9
Nº 2 Cálculo mental	4	4.5	5	5
Nº 3 Propiedades geométricas	15	14	13	4
Nº 4 Series lógicas numéricas	10	8	6	6
Nº 5 Descubriendo algoritmos	8	6	6	4
Nº 6 Unidades convencionales	16	15	14	10
Nº 7 Series lógicas de figuras	7	6	6	3
Nº 8 Invención de problemas	16	12	12	8
<i>Total</i>	93	81.5	77	49

* Tiempo en minutos

Como se puede contemplar en ambas tablas, se ha partido de un número de ítems elevado y se ha ido realizando una selección progresiva tras cada uno de los análisis hechos. En consecuencia, al ir reduciéndose el número de ítems, la temporalización del conjunto de la batería y de cada prueba en particular también ha ido disminuyendo. En este proceso han jugado un papel fundamental los resultados alcanzados para cada uno de los objetivos

específicos definidos en la investigación y cuyos efectos se continúan indicando en los apartados que a continuación se desarrollan.

3. Exploración de la validez de constructo

El examen de la validez consiste en verificar que un instrumento mide lo que realmente se persigue que mida para que “garantice” la comparabilidad cuando se aplique a contextos y circunstancias diferentes, medidas en el tiempo y apropiadas para la detección. Por otro lado, la validez de constructo se refiere al grado en que el instrumento de medida cumple con los interrogantes que cabría esperar para un material de evaluación diseñado para medir aquello que se desea medir.

La exploración de la validez de constructo se va a verificar mediante lo siguiente:

- 3.1. Indagación de la coherencia conceptual de la estructura subyacente por medio del análisis factorial exploratorio
- 3.2. Observación de los resultados alcanzados para analizar si hay superioridad significativa de un sexo respecto al otro.
- 3.3. Estudio de las puntuaciones para comprobar si son similares a las obtenidas en dos subpruebas del BADyG-E3 que miden el “mismo” constructo

3.1. Indagación de la coherencia conceptual de la estructura subyacente por medio del análisis factorial exploratorio

Uno de los procedimientos más habituales para conocer la validez de constructo de un instrumento consiste en el análisis de su estructura interna, es decir, en la obtención de información acerca del grado en el que las relaciones contempladas entre los ítems encajan con el constructo que se pretende medir (Kerlinger y Lee, 2002). Para ello, el análisis factorial supone una herramienta bastante útil, llegando a considerarse como uno de los métodos de validación de constructo más importantes (Nunnally, 1978; Stapleton, 1997).

Esta herramienta no es un método en sí de análisis sino más bien de construcción de tests y escalas. Este procedimiento parte de un número grande de ítems y se escogen los que tienen pesos mayores en el mismo factor con la finalidad de construir un instrumento unidimensional, en este caso para la competencia matemática. De esta forma, permite corroborar si se está midiendo lo que se dice que mide ya que clarifica los aspectos que subyacen a una serie de variables (ítems), define cuáles de ellas se incluyen dentro de cada factor y estudia cómo estos factores están relacionados entre sí. En definitiva, analiza la estructura del constructo que se está pretendiendo medir.

a) Desarrollo de pruebas de adecuación muestral previas al análisis factorial

Las pruebas previas al análisis factorial intentan corroborar la conveniencia o no de desarrollar dicho procedimiento. Éstas son:

- Prueba Kaiser-Meyer-Olkin (KMO).
- Prueba de Esfericidad de Bartlett.

Los resultados han sido los siguientes:

Tabla 5.17. *Pruebas previas al análisis factorial para la segunda versión*

Medida de adecuación muestral de Kaiser-Meyer-Olkin		.80
Prueba de esfericidad de Bartlett	Chi-cuadrado aproximado	4006.97
	GI	1176
	Sig.	.000

Según el análisis para la medida de la Adecuación Muestral de KMO, el índice obtenido para los datos de los ítems de la batería es de .80, reflejando una buena adecuación muestral, por lo que existe suficiente correlación y, por lo tanto, es indicativo de que el análisis factorial es una técnica útil para el estudio.

La Prueba de Esfericidad de Bartlett muestra unos buenos resultados, especialmente al nivel de significación (.000), es decir, una probabilidad de error de $\leq .001$, se rechaza la hipótesis nula, las variables están relacionadas entre sí y como consecuencia, el análisis factorial tiene sentido.

b) Análisis factorial exploratorio inicial

El análisis factorial exploratorio se caracteriza porque no se conocen *a priori* el número de factores y es en la aplicación empírica donde se determina este número. Se analiza la estructura de la batería para ver si el análisis revela alguna estructura subyacente a ella. Además, como paso importante para la construcción del instrumento, permite ver la existencia o no de coherencia conceptual entre ítems para tomar decisiones sobre su eliminación o no.

El método de extracción de análisis de componentes principales busca transformar la matriz de intercorrelaciones entre variables a otra de variables no correlacionadas (ortogonales) a las que se denominan factores. Desde este método, surgen una serie de componentes que explican la varianza de la matriz original de forma descendente, es decir, el primero de ellos explica la mayor parte de la varianza, el segundo aclarará la mayor de la restante y así de forma sucesiva hasta llegar al 100% de la varianza.

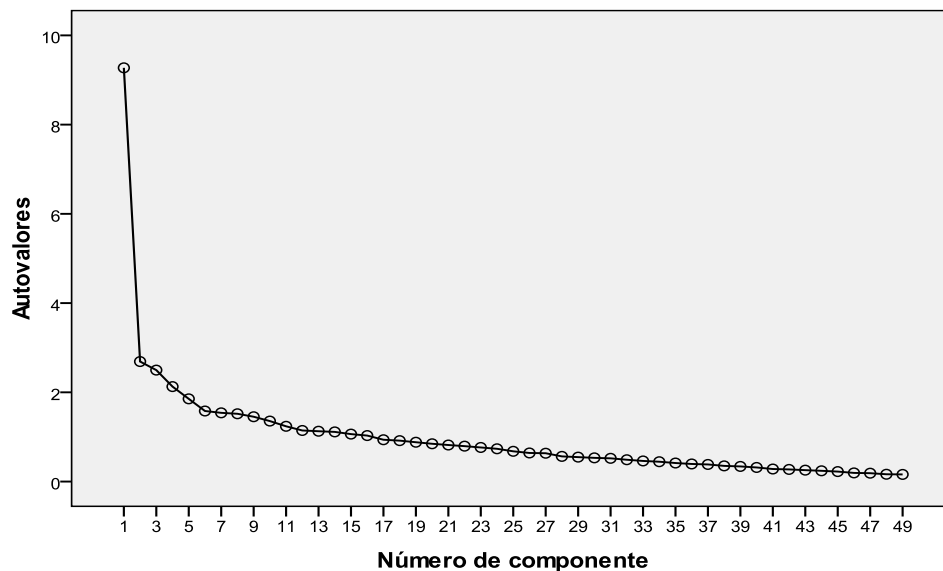
A la hora de decidir sobre el número de factores a retener, se ha seleccionado como criterio el tomar 4 por ser el número de subcompetencias en las que se divide la batería de evaluación. No se ha tomado como criterio el seleccionar solo aquellos componentes cuyos valores propios o eigenvalues (λ) fueran mayores a la unidad (Kaiser, 1960), ya que el resultado era de 16 componentes, lo que suponía un número excesivo y no se conseguía el objetivo de reducir el número de dimensiones necesarias para explicar los datos. Para facilitar la lectura de los resultados se han suprimido los valores absolutos inferiores a .40 y se ha realizado la extracción basada en autovalores mayores que 1. En la tabla 5.18. se muestran los resultados del método de extracción a partir del análisis de los componentes principales y los componentes extraídos.

Tabla 5.18. *Varianza total explicada a partir de los componentes principales*

Comp.	Autovalores iniciales			Sumas de las saturaciones al cuadrado de la extracción			Suma de las saturaciones al cuadrado de la rotación		
	Total	% de la varianza	% acumulado	Total	% de la varianza	% acumulado	Total	% de la varianza	% acumulado
1	9.27	18.92	18.92	9.27	18.92	18.92	5.07	10.35	10.35
2	2.69	5.49	24.41	2.69	5.49	24.41	4.42	9.02	19.38
3	2.50	5.10	29.51	2.50	5.10	29.51	3.73	7.61	26.99
4	2.13	4.34	33.85	2.13	4.34	33.85	3.36	6.87	33.85
5	1.85	3.79	37.64						
6	1.58	3.23	40.86						
7	1.54	3.14	44.01						
8	1.52	3.10	47.11						
9	1.45	2.96	50.07						
10	1.36	2.77	52.84						
11	1.24	2.53	55.37						
12	1.14	2.34	57.70						
13	1.13	2.30	60.01						
14	1.11	2.27	62.28						
15	1.07	2.17	64.45						
16	1.03	2.10	66.55						
17	.94	1.91	68.47						
18	.92	1.87	70.34						
19	.88	1.80	72.14						
20	.85	1.73	73.87						
21	.82	1.67	75.54						
22	.79	1.62	77.16						
23	.76	1.56	78.72						
24	.73	1.50	80.22						
25	.68	1.38	81.60						
26	.64	1.30	82.91						
27	.63	1.30	84.20						
28	.56	1.15	85.36						
29	.55	1.12	86.47						
30	.53	1.08	87.56						
31	.52	1.06	88.62						
32	.49	1.00	89.62						
33	.46	.94	90.56						
34	.44	.91	91.47						
35	.41	.85	92.32						
36	.39	.80	93.12						
37	.38	.78	93.90						
38	.35	.72	94.62						
39	.34	.69	95.31						
40	.32	.64	95.96						
41	.28	.57	96.53						
42	.27	.55	97.09						
43	.26	.52	97.61						
44	.24	.49	98.10						
45	.22	.46	98.56						
46	.19	.40	98.96						
47	.19	.38	99.34						
48	.16	.33	99.67						
49	.16	.33	100.00						

Estos resultados se representan en el siguiente gráfico de sedimentación:

Figura 5.1. Gráfico de sedimentación con 4 componentes



Como se puede observar, con 4 factores el porcentaje de varianza total explicada es de 33.85%. Este tanto por ciento de la variabilidad de las variables originales ha resultado bajo, lo que hizo indispensable tomar decisiones sobre el número de ítems y factores.

Por último, para mejorar la interpretación de los factores extraídos se ha realizado una rotación factorial. A partir de ella se ha buscado facilitar el análisis de los datos para encontrar todas las soluciones posibles. De los procedimientos de rotación existentes, se ha utilizado el método de rotación Ortogonal Varimax según Kaiser. Este método busca que las cargas de las variables sobre los factores sean únicas, de tal forma que cada variable solo se apoye sobre un factor y que éstos sean ortogonales entre sí para no perder generalidad, poder simplificar la interpretación y hacerla más fácilmente analizable.

Tabla 5.19. *Matriz de componentes rotados para 4 factores*

Ítem	Componente			
	<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>
12	.61			
45	.60			
30	.54			
33	.53			
14	.53			
46	.50			
13	.50			
47	.49			
9	.48			
32	.47			
48	.46			.41
44	.46			
31	.45			
28	.42			
34				
3				
35				
7				
29				
24		.85		
23		.76		
25		.74		
26		.70		
22		.70		
21		.61		
37				
27				
5			.62	
1			.57	
4			.56	
15			.48	
2			.47	
18			.47	
16			.42	
40			.42	
17				
11				
10				
19				
39				.62
36				.55
43				.55
38				.49
41			.43	.47
42			.43	.44
49				.43
8				.41
20				
6				

a. La rotación ha convergido en 12 iteraciones.

Tras este primer análisis factorial se desprende la necesidad de reducir los ítems y valorar la opción de pasar de 4 componentes a otro número de factores que sirva para elevar el porcentaje de varianza total explicada y comprobar si la estructura resulta más adecuada, clara y simple. Además, cuando los factores son tres o más se debe de buscar lo que Thurstone denomina *estructura simple*. En ella, cada factor presenta escasas ponderaciones elevadas mientras que el resto tienden a cero, cada una de las variables satura un único factor y las distribuciones de cada factor deben de ser diferentes. Todo esto, por el momento, no se ha cumplido por lo que hay que tomar decisiones al respecto. Se toman las siguientes:

- Realizar sucesivos análisis factoriales para comprobar si se consigue que la varianza total explicada aumenta y ver si se percibe una solución conceptual más clara. Según Costello y Osborne (2005) éste es el procedimiento preferible para determinar el número de factores. Además se tendrá en cuenta que un factor debe de estar definido al menos por tres ítems para que merezca la pena tenerlo en cuenta (Morales, 2013).
- Eliminar los siguientes ítems: 3, 6, 7, 16, 17, 19, 20, 27, 35, 37, 38, 39, 43, 46 y 47. De forma resumida, el motivo de eliminarlos ha sido su baja adecuación al modelo, su escasa correlación con el resto de variables consideradas y su difícil ubicación en los factores principales obtenidos tras el análisis factorial. Así, han aparecido dificultades a la hora de interpretar la tendencia a agruparse para cada factor, no incluyéndose dentro de ninguno al haber cogido como valor absoluto los coeficientes mayores de .40 o bien apareciendo en distintos factores. Para que un ítem sea considerado como perteneciente a un factor, es decir, que lo define o explica de forma suficiente, debe de tener con él una correlación razonablemente alta, como mínimo de .30, y no tenerlas mayores en otro factor (Kline, 1994; Morales, 2013).

En definitiva, se busca la construcción de un instrumento final con un apoyo empírico suficiente y que pueda descomponerse en subescalas con un significado más específico, con una mayor utilidad y con suficiente apoyo empírico.

c) Análisis factorial exploratorio final

Se ha realizado un nuevo análisis factorial a partir de 6 componentes y para 34 ítems, que son los que podrían conformar la versión final de la batería de evaluación de la competencia matemática. Se han seleccionado 6 componentes ya que con un número menor el porcentaje de varianza total explicada sería demasiado bajo y poco representativo y con más de 6 tampoco se ha observado que ésta aumente de manera significativa y reduciría la utilidad del análisis factorial. Para facilitar la lectura de los resultados, se han suprimido los valores absolutos inferiores a .40 y se ha realizado la extracción basada en autovalores mayores que 1.

En primer lugar se han realizado las pruebas previas al análisis factorial. Éstas han sido:

Tabla 5.20. *Pruebas previas al análisis factorial para la versión final*

Medida de adecuación muestral de Kaiser-Meyer-Olkin		.80
Prueba de esfericidad de Bartlett	Chi-cuadrado aproximado	2772.52
	GI	561
	Sig.	.000

En el análisis de la Adecuación Muestral de KMO, el índice obtenido para los datos de los ítems de la batería es de .80, reflejando una buena adecuación muestral, por lo que existe suficiente correlación y, por lo tanto, es indicativo de que el análisis factorial es una técnica útil para el estudio.

La Prueba de Esfericidad de Bartlett refleja asimismo unos buenos resultados, especialmente al nivel de significación (.000). Es decir, una probabilidad de error de $\leq .001$, se rechaza la hipótesis nula, las variables están relacionadas entre sí y como consecuencia, el análisis factorial tiene sentido.

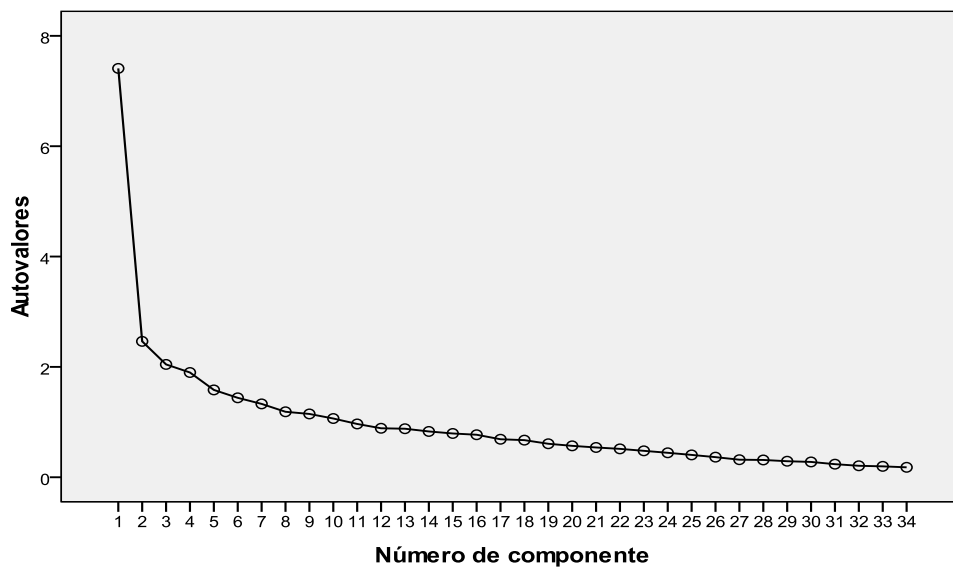
Realizadas estas pruebas previas, se ha pasado a hacer el análisis factorial. La tabla 5.21. muestra los resultados del método de extracción a partir del análisis de los componentes principales y los componentes extraídos.

Tabla 5.21. *Varianza total explicada a partir de los componentes principales*

Comp.	Autovalores iniciales			Sumas de las saturaciones al cuadrado de la extracción			Suma de las saturaciones al cuadrado de la rotación		
	Total	% de la varianza	% acumulado	Total	% de la varianza	% acumulado	Total	% de la varianza	% acumulado
1	7.41	21.79	21.79	7.41	21.79	21.79	3.87	11.38	11.38
2	2.46	7.24	29.04	2.46	7.24	29.04	3.16	9.29	20.67
3	2.04	6.01	35.05	2.04	6.01	35.05	2.84	8.36	29.03
4	1.90	5.58	40.64	1.90	5.58	40.64	2.43	7.15	36.18
5	1.58	4.65	45.29	1.58	4.65	45.29	2.40	7.06	43.24
6	1.44	4.23	49.53	1.44	4.23	49.53	2.14	6.28	49.53
7	1.33	3.91	53.44						
8	1.19	3.49	56.93						
9	1.15	3.37	60.30						
10	1.06	3.13	63.43						
11	.97	2.84	66.27						
12	.89	2.61	68.88						
13	.88	2.59	71.47						
14	.83	2.44	73.91						
15	.80	2.33	76.25						
16	.77	2.27	78.51						
17	.69	2.03	80.54						
18	.67	1.98	82.52						
19	.61	1.78	84.30						
20	.57	1.67	85.98						
21	.54	1.59	87.56						
22	.51	1.51	89.08						
23	.48	1.41	90.48						
24	.44	1.30	91.79						
25	.40	1.19	92.98						
26	.36	1.07	94.05						
27	.32	.94	94.99						
28	.31	.92	95.91						
29	.29	.85	96.76						
30	.28	.82	97.58						
31	.24	.70	98.28						
32	.21	.61	98.89						
33	.20	.58	99.47						
34	.18	.53	100.00						

Estos resultados se representan gráficamente en el gráfico de sedimentación 5.2.:

Figura 5.2. Gráfico de sedimentación con 6 componentes



Como se observa, con 6 factores el porcentaje de varianza total explicada es de 49.53%, bastante por encima del 33.85% anterior. Este tanto por ciento de la variabilidad de las variables originales con 34 ítems es mucho más aceptable que el anterior con 49.

Por último se señala la rotación factorial. Como en el primer análisis, se ha utilizado el método de rotación Ortogonal Varimax según Kaiser. Los resultados son los siguientes:

Tabla 5.22. *Matriz de componentes rotados para 6 factores*

Ítem	Componente					
	1	2	3	4	5	6
24	.86					
23	.79					
25	.74					
26	.73					
22	.73					
21	.61					
5		.68				
4		.64				
41		.60				
42		.56				
40		.54				
18		.53				
1		.48				
2		.45				
15		.43				
33			.72			
30			.61			
32			.60			
31			.48			
34			.46			
29			.46			
28			.43			
48				.77		
49				.76		
45				.69		
44				.63		
14					.80	
13					.74	
12					.55	
8					.52	
36					.47	
11						.72
9						.68
10						.57

a. La rotación ha convergido en 6 iteraciones.

Se puede contemplar que la nueva matriz ha salido totalmente “limpia” que es lo que se pretendía con el análisis factorial, es decir, no aparecen ítems que correlacionen en dos o más factores. El análisis factorial nos indica cómo tienden a agruparse los ítems o variables en factores, observándose en esta investigación que dichos factores han aparecido bien definidos ya que al menos tres variables han tenido sus mayores pesos en cada uno de ellos (Costello y Osborne, 2005; Klim y Mueller, 1994).

Obtenida la estructura factorial, se ha analizado el contenido conceptual de los ítems que pertenecen a un mismo factor para comprender qué características subyacentes explican las correlaciones entre ellos (véase Anexo 10.1.). Esta información se resume en la tabla 5.23.:

Tabla 5.23. Nueva estructura factorial de la batería de evaluación de la competencia matemática

Factor	Denominación	Ítems	Nueva numeración
F1	Sucesiones	21-22-23-24-25-26	14-15-16-17-18-19
F2	Estructuración gráfica	1-2-4-5-15-18-40-41-42	1-2-3-4-12-13-28-29-30
F3	Partes del todo	28-29-30-31-32-33-34	20-21-22-23-24-25-26
F4	Resolución de problemas	44-45-48-49	31-32-33-34
F5	Diez, cien, mil	8-12-13-14-36	5-9-10-11-27
F6	Descomposición y propiedades	9-10-11	6-7-8

Estos 6 factores resumen las consistencias correlacionales que ayudan a detallar e interpretar la naturaleza del constructo. El marco teórico englobado dentro de cada uno de ellos es el siguiente:

- *Factor 1: Sucesiones.* Supone un 17.65% del contenido de la batería. Se trata de la deducción de una secuencia numérica de términos que persiguen un patrón o regla de formación dada y en la que cada número tiene un orden relevante a tener en cuenta para su solución.
- *Factor 2: Estructuración gráfica.* Engloba un 26.47% del conjunto del instrumento. Consiste en la interpretación y organización de la información mediante un diseño gráfico, observando posibles regularidades y valorando su importancia y sus posibilidades de generalización a otros contenidos del campo de las matemáticas.
- *Factor 3: Partes del todo.* Abarca un 20.59% del conjunto de la batería. Se trata de cálculos aritméticos a partir de las partes posibles e iguales en las que se pueden diseccionar los números y las unidades de medida.
- *Factor 4: Resolución de problemas.* Supone un 11.76% del contenido. Engloba la producción y resolución de problemas a partir de unos datos dados, implicando capacidades mentales superiores al requerir estrategias diferentes a las exigidas en el planteamiento de problemas de manera tradicional.

- *Factor 5: Diez, cien, mil.* Abarca un 14.71% del contenido de la batería. Incluye la segmentación de números en partes fundamentadas en potencias de base 10 de exponente natural tomadas como el soporte de la numeración decimal utilizada de manera habitual.
- *Factor 6: Descomposición y propiedades.* Engloba un 8.82% del conjunto del instrumento. Consiste en la organización de un número según su conveniencia utilizando distintos contenidos matemáticos tales como las operaciones y las propiedades asociativa y distributiva.

A modo de resumen comparativo, la tabla 5.24. recoge los resultados obtenidos en los dos análisis factoriales:

Tabla 5.24. *Diferencias entre el primer y el segundo análisis factorial*

Aspectos comparativos	Primero	Segundo
Nº de ítems	49	34
Medida de adecuación muestral KMO	.80	.80
Prueba de esfericidad de Bartlett:		
Chi-cuadrado aproximado	4006.97	2772.52
GI	1176	561
Sig.	.000	.000
Varianza total explicada	33.85%	49.53%
Componentes extraídos	4	6

3.2. Observación de los resultados alcanzados para analizar si hay superioridad significativa de un sexo respecto al otro

Para el cálculo de la validez de constructo, además del análisis factorial se ha utilizado el sexo de los alumnos participantes. Con el estudio de esta variable se pretende observar si en las puntuaciones obtenidas en la versión definitiva de la batería hay superioridad de un sexo respecto al otro tal y como se concluye en algunos estudios e investigaciones sobre la competencia matemática (INEE, 2010b y 2013c).

Antes de exponer los resultados para esta variable, se realiza un acercamiento a los datos de alumnado escolarizado en 5º de Educación Primaria en función de su sexo. Siguiendo la estadística del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, el porcentaje de alumnos escolarizados en

España en este nivel en el curso académico 2011/2012 era de 51.27% y el de alumnas de 48.73%. A nivel regional, para el mismo curso, los porcentajes eran de 51.45% y 48.55% respectivamente, mientras que en la provincia de Albacete, 50.51% y 49.49%.

En la tabla 5.25., se puede ver la distribución de los alumnos según su sexo dentro del total de la muestra participante:

Tabla 5.25. *Distribución por sexos de la muestra participante*

		<i>n</i>	%
Sexo	Hombre	360	50.56
	Mujer	352	49.44
	<i>Total</i>	712	100

El análisis de las puntuaciones del instrumento en función del sexo revela diferencias estadísticamente significativas entre hombres y mujeres (Tabla 5.26.). A favor de los alumnos, en los ítems 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 22, 23, 24, 25, 26, 27 y 28, en los factores *Sucesiones* y *Partes del todo* y en el *Total de la Batería*. Únicamente en el ítem 8 han sido a favor de las alumnas.

En los ítems 3, 4, 5, 7, 8, 11, 30, 31 y 33 y en los factores *Resolución de problemas* y *Descomposición y propiedades*, las puntuaciones de las alumnas han sido superiores a las de los alumnos. Estas diferencias empíricas han alcanzado la significación estadística solo en el ítem 8.

La puntuación media total en la batería para los alumnos ha sido de 35.54 ($DT = 13.60$) y para las alumnas de 31.85 ($DT = 12.54$).

Tabla 5.26. Prueba *t* para muestras independientes en función del sexo

	Hombre		Mujer		<i>t</i>	<i>gl</i>	<i>p</i>
	<i>M</i>	<i>DT</i>	<i>M</i>	<i>DT</i>			
F1: Sucesiones							
IT 14	1.73	.52	1.62	.57	2.77	710	.006**
IT 15	1.33	.72	1.03	.73	5.50	710	.000**
IT 16	1.14	.82	.83	.76	5.30	710	.000**
IT 17	1.19	.79	.98	.73	3.80	710	.000**
IT 18	1.07	.70	.87	.73	3.83	710	.000**
IT 19	.96	.70	.65	.63	6.19	710	.000**
<i>Total Factor</i>	7.44	3.00	5.97	2.68	6.85	710	.000**
F2: Estructuración gráfica							
IT 1	.91	.99	.83	.97	1.07	710	.285
IT 2	.51	.86	.39	.78	1.93	710	.053
IT 3	1.07	.95	1.11	.96	-.66	710	.512
IT 4	1.22	.86	1.23	.86	-.12	710	.902
IT 12	1.82	.56	1.79	.58	.56	710	.575
IT 13	.94	.98	.77	.96	2.32	710	.021*
IT 28	.36	.62	.24	.51	2.95	710	.003**
IT 29	1.13	.810	1.05	.78	1.43	710	.153
IT 30	1.30	.77	1.31	.78	-.21	710	.829
<i>Total Factor</i>	9.25	4.15	8.72	4.09	1.73	710	.084
F3: Partes del todo							
IT 20	.98	.99	.66	.93	4.35	710	.000**
IT 21	.44	.82	.35	.74	1.58	710	.114
IT 22	1.17	.98	.84	.98	4.51	710	.000**
IT 23	1.02	.94	.85	.91	2.50	710	.013*
IT 24	.80	.88	.60	.83	3.16	710	.002**
IT 25	.89	.90	.66	.82	3.50	710	.000**
IT 26	.68	.81	.46	.74	3.73	710	.000**
<i>Total Factor</i>	5.97	4.03	4.41	3.73	5.35	710	.000**
F4: Resolución de problemas							
IT 31	1.45	.84	1.53	.78	-1.29	710	.196
IT 32	1.07	.95	1.06	.95	.10	710	.922
IT 33	.84	.93	.85	.93	-.03	710	.975
IT 34	.47	.79	.45	.79	.25	710	.800
<i>Total Factor</i>	3.83	2.57	3.89	2.40	-.31	710	.753
F5: Diez, cien, mil							
IT 5	1.30	.86	1.35	.84	-.78	710	.437
IT 9	.93	.74	.88	.73	.95	710	.340
IT 10	1.01	.77	.98	.75	.45	710	.656
IT 11	.63	.70	.66	.72	-.75	710	.452
IT 27	.94	.99	.63	.92	4.39	710	.000**
<i>Total Factor</i>	4.80	2.46	4.50	2.40	1.66	710	.096
F6: Descomposición y propiedades							
IT 6	1.54	.64	1.48	.67	1.19	710	.234
IT 7	1.54	.65	1.59	.60	-1.17	710	.243
IT 8	1.16	.81	1.28	.74	-1.97	710	.049*
<i>Total Factor</i>	4.24	1.68	4.36	1.59	-.90	710	.367
Total Batería	35.54	13.60	31.85	12.54	3.76	710	.000**

* Significativa al 5% ($p < .05$)** Significativa al 1% ($p < .01$)

3.3. Estudio de las puntuaciones para comprobar si son similares a las obtenidas en dos subpruebas del BADyG-E3 que miden el “mismo” constructo

Como se ha indicado anteriormente, con la utilización de dos subpruebas del BADyG-E3 que miden aspectos incluidos dentro de la competencia matemática, se ha pretendido estudiar la validez de constructo para poder dar mayor fundamento empírico al instrumento construido. Los resultados de ambas pruebas han sido utilizados como variables de clasificación y han permitido realizar un análisis comparativo con las puntuaciones obtenidas en ellas y en la batería de evaluación de la competencia matemática.

Una forma de validar una prueba de evaluación es mediante la utilización de otro test afín o similar como criterio de comparación y analizando si existe una relación estrecha entre lo que miden ambos instrumentos (Benavides, 2008; Cohen et al. 2000; Kerlinger y Lee, 2002).

Para el estudio de esta variable y la observación de la validez de constructo del instrumento, el análisis se ha dividido en tres partes:

- a) Resultados entre las puntuaciones alcanzadas en la subprueba *Series numéricas* y el factor *Sucesiones*.
- b) Resultados entre las puntuaciones logradas en la subprueba *Problemas numéricos* y el factor *Resolución de problemas*.
- c) Resultados entre el promedio de las dos subpruebas del BADyG-E3 con las puntuaciones totales de la batería.

a) Resultados entre las puntuaciones alcanzadas en la subprueba *Series numéricas* y el factor *Sucesiones*

Para el análisis de esta variable se han agrupado las puntuaciones centiles de los alumnos en tres categorías: bajo (≤ 33), medio (34-66) y alto

(≥ 67). En la tabla 5.27. se ve la distribución de los alumnos según el centil obtenido en dicha subprueba de acuerdo al total de la muestra participante:

Tabla 5.27. *Distribución de la muestra participante por niveles en la subprueba Series numéricas*

		<i>n</i>	%
Centil Series numéricas	Bajo	158	22.2
	Medio	306	43.0
	Alto	248	34.8
<i>Total</i>		712	100

Esta subprueba del BADyG-E3 tiene un propósito similar al factor *Sucesiones* de la batería. Al relacionar los resultados de ambas se ha obtenido un coeficiente de correlación de *Pearson* = .89, siendo la correlación significativa al nivel .01 bilateral, índice bastante alto.

Para averiguar las diferencias en las puntuaciones en el factor *Sucesiones* de la batería tomando como referente los resultados en la subprueba de *Series numéricas*, se ha transformado esta última en una variable categórica, obteniéndose tres niveles definidos. La puntuación media en cada una de las categorías ha sido de 3.10 (*DT* = 1.31) para el nivel bajo, 6.17 (*DT* = 1.81) para el medio y 9.68 (*DT* = 1.45) para el alto.

Los resultados del ANOVA (Tabla 5.28.) muestran diferencias estadísticamente significativas entre los tres grupos considerados, lo que sugiere que las puntuaciones de los alumnos en el factor *Sucesiones* difieren en función de la categoría en la que se incluye cada alumno dentro de la subprueba *Series numéricas*.

Tabla 5.28. ANOVA de la subprueba Series numéricas

	Bajo		Medio		Alto		F	gl	p	Eta ²	Dirección
	M	DT	M	DT	M	DT					
	F1: Sucesiones										
IT 14	1.23	.71	1.72	.48	1.90	.31	91.62	711	.000**	.205	A > M > B
IT 15	.60	.69	1.10	.68	1.65	.51	137.82	711	.000**	.280	A > M > B
IT 16	.26	.49	.83	.72	1.64	.54	262.33	711	.000**	.425	A > M > B
IT 17	.41	.51	.95	.71	1.69	.49	235.97	711	.000**	.400	A > M > B
IT 18	.36	.52	.87	.63	1.49	.58	186.73	711	.000**	.345	A > M > B
IT 19	.23	.42	.70	.58	1.31	.59	192.50	711	.000**	.352	A > M > B
Total Factor	3.10	1.31	6.17	1.81	9.68	1.45	858.61	711	.000**	.708	A > M > B

* Significativa al 5% (p < .05)

** Significativa al 1% (p < .01)

b) Resultados entre las puntuaciones logradas en la subprueba *Problemas numéricos* y el factor *Resolución de problemas*

Al igual que en el apartado anterior, los resultados obtenidos en la subprueba del BADyG denominada *Problemas numéricos* se han agrupado en tres categorías: bajo (≤ 33), medio (34-66) y alto (≥ 67). En la tabla 5.29., se puede ver la distribución de los alumnos según el centil obtenido en dicha subprueba por la muestra participante:

Tabla 5.29. *Distribución de la muestra participante por niveles en la subprueba Problemas numéricos*

		<i>n</i>	%
Centil Problemas numéricos	Bajo	167	23.5
	Medio	268	37.6
	Alto	277	38.9
	<i>Total</i>	712	100

Esta subprueba del BADyG-E3 tiene un propósito similar al factor *Resolución de problemas* de la batería. Al relacionar los resultados de ambas se ha obtenido un coeficiente de correlación de *Pearson* = .86, siendo la correlación significativa al nivel .01 bilateral, índice bastante alto.

Para distinguir las diferencias en las puntuaciones entre este factor tomando como referente los resultados de dicha subprueba del BADyG, se ha transformado esta última en una variable categórica, obteniéndose tres niveles definidos. La puntuación media en cada una de las categorías ha sido de 1.04 (*DT* = 1.13) para el nivel bajo, 3.19 (*DT* = 1.52) para el medio y 6.21 (*DT* = 1.48) para el alto.

Los resultados del ANOVA (Tabla 5.30.) muestran diferencias estadísticamente significativas entre los tres grupos considerados, lo que sugiere que las puntuaciones de los alumnos en el factor *Resolución de problemas* difieren en función de la categoría en la que se incluyen dentro de la subprueba *Problemas numéricos*.

Tabla 5.30. ANOVA de la subprueba Problemas numéricos

F4: Resolución de problemas	Bajo			Medio			Alto			F	gl	p	Eta ²	Dirección
	M	DT	M	M	DT	M	M	DT						
	IT 31	.72	.85	1.50	.80	.26	1.94	1.75.89	711					
IT 32	.15	.42	.99	.94	.66	1.70	230.56	711	.000**	.394	A > M > B			
IT 33	.15	.43	.56	.84	.75	1.55	226.38	711	.000**	.390	A > M > B			
IT 34	.01	.11	.16	.49	.91	1.02	175.95	711	.000**	.332	A > M ₁ B			
Total Factor	1.04	1.13	3.19	1.52	1.48	6.21	738.04	711	.000**	.676	A > M > B			

* Significativa al 5% (p < .05)

** Significativa al 1% (p < .01)

c) Resultados entre el promedio de las dos subpruebas del BADyG-E3 y las puntuaciones totales de la batería

Por último se analizan los resultados en relación a la puntuación centil total obtenida del promedio de las dos subpruebas del BADyG administradas a los alumnos. Para el análisis de esta variable se han agrupado también las puntuaciones centiles de los alumnos en las mismas tres categorías anteriores. En la tabla 5.31., se ve la distribución de los alumnos según la puntuación centil total en el BADyG dentro del total de la muestra participante:

Tabla 5.31. *Distribución por niveles en el BADyG de la muestra participante*

		<i>n</i>	%
Centil BADyG	Bajo	136	19.1
	Medio	335	47.1
	Alto	241	33.8
	<i>Total</i>	712	100

Al relacionar las puntuaciones obtenidas en la batería con esta variable, se ha obtenido un coeficiente de correlación de *Pearson* = .85, siendo la correlación significativa al nivel .01 bilateral, índice bastante alto.

Para analizar las puntuaciones en la batería tomando como referente el BADyG, se ha transformado esta última variable en categórica. La puntuación media en cada una de las categorías ha sido de 17.76 (*DT* = 7.26) para el nivel bajo, 30.96 (*DT* = 8.49) para el medio y 46.54 (*DT* = 8.17) para el alto.

Los resultados del ANOVA (Tabla 5.32.) muestran diferencias estadísticamente significativas entre los tres grupos considerados, sugiriendo que las puntuaciones de los alumnos en la batería difieren en función de las categorías establecidas para el BADyG.

Tabla 5.32. ANOVA del total centil del BADyG

	Bajo				Medio				Alto				F	gl	p	Eta ²	Dirección
	M	DT	M	DT	M	DT	M	DT	M	DT	M	DT					
	F1: Sucesiones																
IT 14	1.29	.69	1.69	.53	1.88	.34	1.88	.34	1.88	.34	57.91	711	.000**	.140	A > M > B		
IT 15	.65	.70	1.11	.70	1.59	.57	1.59	.57	1.59	.57	89.79	711	.000**	.202	A > M > B		
IT 16	.28	.53	.85	.73	1.57	.62	1.57	.62	1.57	.62	178.80	711	.000**	.335	A > M > B		
IT 17	.46	.53	.99	.74	1.58	.60	1.58	.60	1.58	.60	133.50	711	.000**	.274	A > M > B		
IT 18	.40	.54	.87	.67	1.43	.59	1.43	.59	1.43	.59	125.15	711	.000**	.261	A > M > B		
IT 19	.23	.42	.72	.60	1.26	.62	1.26	.62	1.26	.62	145.82	711	.000**	.291	A > M > B		
Total Factor	3.31	1.48	6.24	2.38	9.29	1.69	9.29	1.69	9.29	1.69	402.65	711	.000**	.532	A > M > B		
F2: Estructuración gráfica																	
IT 1	.35	.76	.80	.97	1.27	.95	1.27	.95	1.27	.95	44.63	711	.000**	.112	A > M > B		
IT 2	.10	.43	.31	.72	.83	.97	.83	.97	.83	.97	49.18	711	.000**	.122	A > M > B		
IT 3	.46	.80	1.04	.95	1.51	.82	1.51	.82	1.51	.82	61.52	711	.000**	.148	A > M > B		
IT 4	.69	.77	1.20	.86	1.56	.73	1.56	.73	1.56	.73	51.23	711	.000**	.126	A > M > B		
IT 12	1.59	.77	1.81	.56	1.91	.39	1.91	.39	1.91	.39	14.69	711	.000**	.040	A, M > B		
IT 13	.35	.76	.75	.95	1.28	.95	1.28	.95	1.28	.95	48.40	711	.000**	.120	A > M > B		
IT 28	.10	.32	.24	.51	.50	.68	.50	.68	.50	.68	27.95	711	.000**	.073	A > M > B		
IT 29	.40	.60	1.07	.77	1.49	.65	1.49	.65	1.49	.65	105.79	711	.000**	.230	A > M > B		
IT 30	.78	.80	1.30	.75	1.61	.60	1.61	.60	1.61	.60	58.92	711	.000**	.143	A > M > B		
Total Factor	4.83	2.94	8.53	3.50	11.97	3.07	11.97	3.07	11.97	3.07	214.82	711	.000**	.377	A > M > B		
F3: Partes del todo																	
IT 20	.32	.71	.70	.94	1.28	.95	1.28	.95	1.28	.95	55.10	711	.000**	.135	A > M > B		
IT 21	.10	.40	.25	.64	.77	.95	.77	.95	.77	.95	49.40	711	.000**	.122	A > M, B		
IT 22	.36	.75	.87	.99	1.55	.83	1.55	.83	1.55	.83	83.87	711	.000**	.191	A > M > B		
IT 23	.39	.70	.83	.91	1.40	.85	1.40	.85	1.40	.85	66.27	711	.000**	.157	A > M > B		
IT 24	.38	.68	.61	.83	1.01	.91	1.01	.91	1.01	.91	29.63	711	.000**	.077	A > M > B		
IT 25	.36	.63	.65	.81	1.18	.91	1.18	.91	1.18	.91	51.73	711	.000**	.127	A > M > B		
IT 26	.11	.38	.45	.70	.99	.87	.99	.87	.99	.87	74.47	711	.000**	.174	A > M > B		
Total Factor	2.01	2.31	4.36	3.22	8.18	3.65	8.18	3.65	8.18	3.65	181.21	711	.000**	.338	A > M > B		

Tabla 5.32. (continuación)

F4: Resolución de problemas

IT 31	.71	.84	1.50	.80	1.91	.36	129.06	711	.000**	.267	A > M > B
IT 32	.25	.57	.98	.95	1.65	.71	134.35	711	.000**	.275	A > M > B
IT 33	.23	.57	.66	.88	1.45	.81	115.44	711	.000**	.246	A > M > B
IT 34	.04	.26	.27	.64	.95	.91	97.65	711	.000**	.216	A > M > B
Total Factor	1.23	1.37	3.41	2.04	5.96	1.68	315.57	711	.000**	.471	A > M > B
F5: Diez, cien, mil											
IT 5	1.11	.90	1.28	.85	1.51	.77	11.11	711	.000**	.030	A > M, B
IT 9	.57	.64	.80	.69	1.22	.74	44.25	711	.000**	.111	A > M > B
IT 10	.55	.71	.93	.73	1.33	.67	55.48	711	.000**	.135	A > M > B
IT 11	.40	.65	.59	.68	.85	.71	21.10	711	.000**	.056	A > M > B
IT 27	.33	.74	.59	.91	1.31	.93	68.60	711	.000**	.162	A > M > B
Total Factor	2.96	2.01	4.20	2.19	6.24	2.02	119.98	711	.000**	.253	A > M > B
F6: Descomposición y propiedades											
IT 6	1.28	.74	1.47	.67	1.71	.52	21.34	711	.000**	.057	A > M > B
IT 7	1.36	.74	1.54	.61	1.72	.53	15.79	711	.000**	.043	A > M > B
IT 8	.78	.77	1.23	.76	1.46	.69	36.88	711	.000**	.094	A > M > B
Total Factor	3.42	1.71	4.23	1.61	4.89	1.38	39.70	711	.000**	.101	A > M > B
Total Batería	17.76	7.26	30.96	8.49	46.54	8.17	576.25	711	.000**	.619	A > M > B

* Significativa al 5% (p < .05)

** Significativa al 1% (p < .01)

4. Análisis de la validez de criterio o concurrente

Como se ha indicado, la validez de criterio hace referencia a las relaciones de una determinada prueba con otras variables, medidas o criterios. Este tipo de validez puede ser de dos tipos: concurrente o predictiva.

Se ha analizado la concurrente y se define como el tipo de validez que se emplea cuando se correlacionan los resultados de un instrumento con un criterio concreto en un momento determinado. En esta investigación se han puesto en relación los resultados obtenidos en la batería con otros componentes externos del mismo constructo, componentes que de una u otra forma también “miden” la competencia matemática.

4.1. Verificación de la validez concurrente

El análisis de la validez concurrente se ha explorado tras relacionar las puntuaciones totales de la batería con los siguientes indicadores de aptitud matemática:

- a) Rendimiento académico.
- b) Interés del alumno hacia las matemáticas desde el punto de vista del maestro.
- c) Interés del alumno hacia las matemáticas desde el punto de vista del propio alumno.
- d) Existencia de una elevada aptitud matemática según el tutor.

a) Rendimiento académico

La tabla 5.33. muestra la distribución de los alumnos según su rendimiento académico en el área de matemáticas:

Tabla 5.33. *Rendimiento académico de la muestra participante*

		<i>n</i>	%
Rendimiento académico	Insuficiente	71	10.0
	Suficiente	129	18.1
	Bien	188	26.4
	Notable	203	28.5
	Sobresaliente	121	17.0
<i>Total</i>		712	100

Al relacionar las puntuaciones obtenidas por los alumnos en la batería con su rendimiento académico, se ha obtenido un coeficiente de correlación de *Pearson* = .78, siendo la correlación significativa al nivel .01 bilateral. El índice obtenido es alto y significativo, mostrando una asociación estrecha entre ambas variables.

Para comprobar las diferencias en las puntuaciones en el conjunto de la batería tomando como factor el rendimiento académico, se ha transformado esta última en una variable categórica dividida en tres niveles: *bajo* (insuficiente y suficiente, $n = 200$, 28.1%), *medio* (bien, $n = 188$, 26.4%) y *alto* (notable y sobresaliente, $n = 324$, 45.5%). La puntuación media en cada una de las categorías ha sido de 20.09 ($DT = 7.89$) para el nivel bajo, 31.07 ($DT = 8.90$) para el medio y 43.66 ($DT = 9.04$) para el alto.

Los resultados del ANOVA (Tabla 5.34.) muestran diferencias estadísticamente significativas entre los grupos considerados, reflejando que las puntuaciones de los alumnos en la batería difieren en función de la categoría en la que se incluyen dentro de la variable *rendimiento académico*.

Tabla 5.34. ANOVA del rendimiento académico

	Bajo			Medio			Alto			F	gl	p	Eta ²	Dirección
	M	DT	M	M	DT	M	M	DT						
F1: Sucesiones														
IT 14	1.43	.66	1.68	.53	.42	1.83	.42	35.25	711	.000**	.090	A > M > B		
IT 15	.83	.73	1.04	.72	.63	1.48	.63	62.89	711	.000**	.151	A > M > B		
IT 16	.45	.62	.82	.75	.70	1.41	.70	126.41	711	.000**	.263	A > M > B		
IT 17	.61	.67	.98	.71	.67	1.44	.67	96.31	711	.000**	.214	A > M > B		
IT 18	.55	.60	.87	.69	.66	1.29	.66	83.69	711	.000**	.191	A > M > B		
IT 19	.37	.50	.73	.63	.65	1.13	.65	97.36	711	.000**	.215	A > M > B		
Total Factor	4.23	2.10	6.13	2.44	2.30	8.59	2.30	234.44	711	.000**	.398	A > M > B		
F2: Estructuración gráfica														
IT 1	.38	.78	.80	.97	.96	1.22	.96	53.13	711	.000**	.130	A > M > B		
IT 2	.12	.46	.29	.70	.95	.74	.95	45.18	711	.000**	.113	A > M, B		
IT 3	.48	.80	1.06	.94	.84	1.48	.84	85.71	711	.000**	.195	A > M > B		
IT 4	.74	.77	1.23	.86	.77	1.52	.77	60.46	711	.000**	.146	A > M > B		
IT 12	1.60	.78	1.83	.53	.38	1.92	.38	20.30	711	.000**	.054	A, M > B		
IT 13	.32	.72	.72	.94	.95	1.26	.95	73.19	711	.000**	.171	A > M > B		
IT 28	.14	.37	.23	.49	.67	.44	.67	20.18	711	.000**	.054	A > M, B		
IT 29	.55	.67	.98	.78	.65	1.48	.65	117.60	711	.000**	.249	A > M > B		
IT 30	.87	.82	1.24	.75	.61	1.61	.61	69.41	711	.000**	.164	A > M > B		
Total Factor	5.17	3.04	8.39	3.03	3.15	11.69	3.15	279.85	711	.000**	.441	A > M > B		
F3: Partes del todo														
IT 20	.35	.74	.79	.96	.99	1.13	.99	45.50	711	.000**	.114	A > M > B		
IT 21	.12	.46	.25	.62	.92	.65	.92	36.68	711	.000**	.094	A > M, B		
IT 22	.47	.84	.84	.98	.90	1.44	.90	75.04	711	.000**	.175	A > M > B		
IT 23	.44	.72	.82	.90	.89	1.31	.89	68.06	711	.000**	.161	A > M > B		
IT 24	.38	.64	.57	.82	.92	.98	.92	36.06	711	.000**	.092	A > M, B		
IT 25	.40	.66	.62	.80	.91	1.10	.91	49.79	711	.000**	.123	A > M > B		
IT 26	.21	.51	.39	.65	.86	.90	.86	63.95	711	.000**	.153	A > M, B		
Total Factor	2.35	2.48	4.28	3.33	3.67	7.50	3.67	161.82	711	.000**	.313	A > M > B		

Tabla 5.34. (continuación)

F4: Resolución de problemas												
IT 31	.99	.90	1.55	.78	1.77	.60	69.33	711	.000**	.164	A > M > B	
IT 32	.48	.78	1.11	.94	1.40	.87	71.45	711	.000**	.168	A > M > B	
IT 33	.43	.75	.70	.90	1.19	.92	51.15	711	.000**	.126	A > M > B	
IT 34	.11	.39	.35	.71	.74	.90	47.35	711	.000**	.118	A > M > B	
Total Factor	2.00	1.94	3.71	2.17	5.10	2.21	131.93	711	.000**	.271	A > M > B	
F5: Diez, cien, mil												
IT 5	1.08	.90	1.34	.83	1.48	.79	13.90	711	.000**	.038	A, M > B	
IT 9	.61	.62	.85	.73	1.11	.74	32.20	711	.000**	.083	A > M > B	
IT 10	.51	.69	.90	.70	1.35	.64	100.07	711	.000**	.220	A > M > B	
IT 11	.43	.65	.55	.69	.83	.70	23.50	711	.000**	.062	A > M, B	
IT 27	.34	.75	.59	.91	1.17	.97	59.73	711	.000**	.144	A > M > B	
Total Factor	2.97	2.01	4.22	2.23	5.94	2.02	132.57	711	.000**	.272	A > M > B	
F6: Descomposición y propiedades												
IT 6	1.30	.73	1.47	.67	1.67	.55	22.22	711	.000**	.059	A > M > B	
IT 7	1.31	.71	1.59	.62	1.71	.52	27.64	711	.000**	.072	A, M > B	
IT 8	.78	.76	1.28	.74	1.46	.69	56.99	711	.000**	.139	A > M > B	
Total Factor	3.38	1.66	4.33	1.58	4.85	1.39	57.85	711	.000**	.140	A > M > B	
Total Batería	20.09	7.89	31.07	8.90	43.66	9.04	466.27	711	.000**	.568	A > M > B	

* Significativa al 5% ($p < .05$)

** Significativa al 1% ($p < .01$)

b) Interés del alumno hacia las matemáticas desde el punto de vista del maestro

En tabla 5.35. se puede ver la distribución de los alumnos según su interés y motivación hacia el área de matemáticas desde el punto de vista del maestro:

Tabla 5.35. *Reparto de la muestra participante según la variable Interés maestro*

		<i>n</i>	%
Interés maestro	Nada	29	4.1
	Poco	142	19.9
	Regular	227	31.9
	Bastante	186	26.1
	Mucho	128	18.0
<i>Total</i>		<i>712</i>	<i>100</i>

Al poner en relación las puntuaciones obtenidas por los alumnos en la batería con su interés y motivación hacia el área de matemáticas según el punto de vista del profesor, se ha obtenido un coeficiente de correlación de *Pearson* = .80, siendo la correlación significativa al nivel .01 bilateral. El índice obtenido es alto y significativo, mostrando una asociación estrecha entre ambas variables.

Para detallar las diferencias en las puntuaciones en el conjunto de la batería tomando como factor el interés y motivación del alumno desde el punto de vista del maestro, se ha transformado esta última en categórica centrada en tres niveles: *bajo* (nada y poco, $n = 171$, 24%), *medio* (regular, $n = 227$, 31.9%) y *alto* (bastante y mucho, $n = 314$, 44.1%). La puntuación media en cada una de las categorías ha sido de 18.62 ($DT = 7.73$) para el nivel bajo, 30.92 ($DT = 8.26$) para el medio y 43.95 ($DT = 8.91$) para el alto.

Los resultados del ANOVA (Tabla 5.36.) muestran diferencias estadísticamente significativas entre los grupos considerados, lo que sugiere que las puntuaciones de los alumnos en el conjunto de la batería difieren en función de la categoría en la que se incluye cada alumno dentro de esta variable.

Tabla 5.36. ANOVA del interés del alumno según el maestro

	Bajo			Medio			Alto			F	gl	p	Eta ²	Dirección
	M	DT	M	M	DT	M	DT	M	DT					
F1: Sucesiones														
IT 14	1.39	.67	1.70	.51	.44	1.82	.44	38.51	711	.000**	.098	A > M > B		
IT 15	.78	.74	1.11	.72	.64	1.45	.64	53.58	711	.000**	.131	A > M > B		
IT 16	.43	.64	.89	.78	.71	1.36	.71	95.58	711	.000**	.212	A > M > B		
IT 17	.57	.66	1.01	.73	.67	1.42	.67	87.15	711	.000**	.197	A > M > B		
IT 18	.51	.58	.84	.70	.64	1.31	.64	90.85	711	.000**	.204	A > M > B		
IT 19	.39	.50	.66	.61	.66	1.15	.66	96.95	711	.000**	.215	A > M > B		
Total Factor	4.06	2.10	6.22	2.52	2.31	8.52	2.31	209.65	711	.000**	.372	A > M > B		
F2: Estructuración gráfica														
IT 1	.32	.73	.80	.97	.96	1.23	.96	55.26	711	.000**	.135	A > M > B		
IT 2	.11	.43	.37	.77	.94	.69	.94	31.68	711	.000**	.082	A > M > B		
IT 3	.51	.84	1.04	.94	.86	1.44	.86	60.68	711	.000**	.146	A > M > B		
IT 4	.73	.80	1.20	.86	.75	1.52	.75	53.45	711	.000**	.131	A > M > B		
IT 12	1.56	.80	1.81	.56	.33	1.94	.33	25.50	711	.000**	.067	A > M > B		
IT 13	.25	.65	.71	.94	.95	1.28	.95	79.39	711	.000**	.183	A > M > B		
IT 28	.11	.33	.22	.47	.68	.46	.68	26.61	711	.000**	.070	A > M, B		
IT 29	.47	.66	1.00	.76	.64	1.49	.64	126.77	711	.000**	.263	A > M > B		
IT 30	.80	.77	1.30	.77	.62	1.59	.62	67.72	711	.000**	.160	A > M > B		
Total Factor	4.86	2.91	8.45	3.26	3.15	11.62	3.15	263.25	711	.000**	.426	A > M > B		
F3: Partes del todo														
IT 20	.32	.71	.69	.93	.98	1.19	.98	55.42	711	.000**	.135	A > M > B		
IT 21	.08	.40	.23	.60	.93	.69	.93	46.56	711	.000**	.116	A > M, B		
IT 22	.47	.83	.85	.98	.91	1.41	.91	64.19	711	.000**	.153	A > M > B		
IT 23	.46	.75	.70	.87	.87	1.37	.87	77.22	711	.000**	.179	A > M > B		
IT 24	.34	.62	.63	.83	.92	.95	.92	30.81	711	.000**	.080	A > M > B		
IT 25	.43	.66	.56	.78	.91	1.11	.91	49.98	711	.000**	.124	A > M, B		
IT 26	.17	.43	.45	.70	.87	.87	.87	55.37	711	.000**	.135	A > M > B		
Total Factor	2.27	2.56	4.11	3.14	3.69	7.59	3.69	164.92	711	.000**	.318	A > M > B		

Tabla 5.36. (continuación)

F4: Resolución de problemas

IT 31	.92	.91	1.52	.78	1.78	.58	74.39	711	.000**	.173	A > M > B
IT 32	.44	.76	1.02	.94	1.44	.86	73.91	711	.000**	.173	A > M > B
IT 33	.40	.72	.67	.90	1.22	.91	56.72	711	.000**	.138	A > M > B
IT 34	.08	.33	.32	.70	.76	.90	53.86	711	.000**	.132	A > M > B
Total Factor	1.85	1.85	3.52	2.17	5.20	2.17	145.18	711	.000**	.291	A > M > B
F5: Diez, cien, mil											
IT 5	.99	.90	1.31	.85	1.52	.76	22.48	711	.000**	.060	A > M > B
IT 9	.50	.59	.85	.69	1.15	.74	49.59	711	.000**	.123	A > M > B
IT 10	.42	.62	.93	.72	1.36	.64	113.58	711	.000**	.243	A > M > B
IT 11	.33	.56	.56	.68	.88	.71	40.36	711	.000**	.102	A > M > B
IT 27	.34	.75	.55	.88	1.20	.97	63.03	711	.000**	.151	A > M, B
Total Factor	2.58	1.85	4.20	2.04	6.11	1.98	185.80	711	.000**	.344	A > M > B
F6: Descomposición y propiedades											
IT 6	1.17	.76	1.52	.63	1.70	.54	39.48	711	.000**	.100	A > M > B
IT 7	1.18	.74	1.62	.57	1.74	.49	51.33	711	.000**	.126	A, M > B
IT 8	.64	.73	1.30	.71	1.48	.67	80.82	711	.000**	.186	A > M > B
Total Factor	2.99	1.67	4.43	1.44	4.92	1.32	98.82	711	.000**	.218	A > M > B
Total Batería	18.62	7.73	30.92	8.26	43.95	8.91	517.92	711	.000**	.594	A > M > B

* Significativa al 5% ($p < .05$)** Significativa al 1% ($p < .01$)

c) Interés del alumno hacia las matemáticas desde el punto de vista del propio alumno

El interés y disfrute hacia esta competencia, o *motivación intrínseca*, afecta al grado de esfuerzo e implicación del alumno en su aprendizaje, demostrándose que influye de forma importante independientemente de la motivación general existente hacia el conjunto de contenidos a aprender en la escuela (INEE, 2008 y 2013c). En la tabla 5.37. se puede contemplar el reparto de los alumnos en la investigación según esta variable:

Tabla 5.37. Reparto de la muestra participante según la variable Interés alumno

		<i>n</i>	%
Interés alumno	Nada	43	6.0
	Poco	104	14.6
	Regular	231	32.5
	Bastante	184	25.8
	Mucho	150	21.1
<i>Total</i>		712	100

Al poner en relación las puntuaciones obtenidas por los alumnos en la batería con su interés y motivación hacia el área de matemáticas según su propio punto de vista, se ha obtenido un coeficiente de correlación de *Pearson* = .72, siendo la correlación significativa al nivel .01 bilateral. El índice obtenido muestra una asociación estrecha entre ambas variables.

Para analizar las diferencias en las puntuaciones en el conjunto de la batería, se ha transformado la variable en otra categórica repartida en tres niveles: *bajo* (nada y poco, $n = 147$, 20.7%), *medio* (regular, $n = 231$, 32.4%) y *alto* (bastante y mucho, $n = 334$, 46.9%). La puntuación media en cada una de las categorías ha sido de 20.03 ($DT = 9.02$) para el nivel bajo, 29.45 ($DT = 9.19$) para el medio y 42.69 ($DT = 10.13$) para el alto.

Los resultados del ANOVA (Tabla 5.38.) muestran diferencias estadísticamente significativas entre los tres grupos considerados, sugiriendo que las puntuaciones de los alumnos en el conjunto de la batería difieren en función de las categorías dentro de esta variable.

Tabla 5.38. ANOVA del interés del alumno según su propio punto de vista

	Bajo		Medio		Alto		F	gl	p	Eta ²	Dirección
	M	DT	M	DT	M	DT					
F1: Sucesiones											
IT 14	1.45	.69	1.56	.57	1.86	.38	39.03	711	.000**	.099	A > M, B
IT 15	.82	.76	1.03	.72	1.45	.65	49.18	711	.000**	.122	A > M > B
IT 16	.47	.65	.82	.75	1.33	.75	79.66	711	.000**	.183	A > M > B
IT 17	.54	.65	.97	.72	1.41	.69	84.20	711	.000**	.192	A > M > B
IT 18	.53	.61	.83	.69	1.26	.66	70.65	711	.000**	.166	A > M > B
IT 19	.41	.53	.62	.58	1.12	.68	83.93	711	.000**	.191	A > M > B
Total Factor	4.22	2.33	5.83	2.37	8.42	2.44	180.60	711	.000**	.338	A > M > B
F2: Estructuración gráfica											
IT 1	.55	.89	.68	.94	1.14	.98	26.68	711	.000**	.070	A > M, B
IT 2	.22	.61	.26	.66	.67	.94	25.73	711	.000**	.068	A > M, B
IT 3	.55	.87	.99	.95	1.40	.87	47.70	711	.000**	.119	A > M > B
IT 4	.73	.80	1.20	.84	1.46	.80	42.18	711	.000**	.106	A > M > B
IT 12	1.59	.77	1.79	.60	1.91	.40	16.32	711	.000**	.044	A, M > B
IT 13	.34	.74	.68	.93	1.20	.97	51.21	711	.000**	.126	A > M > B
IT 28	.12	.36	.22	.46	.43	.67	20.18	711	.000**	.054	A > M, B
IT 29	.58	.72	.94	.76	1.42	.70	75.92	711	.000**	.176	A > M > B
IT 30	.84	.81	1.26	.78	1.54	.65	47.79	711	.000**	.119	A > M > B
Total Factor	5.52	3.40	8.03	3.58	11.18	3.41	149.20	711	.000**	.296	A > M > B
F3: Partes del todo											
IT 20	.32	.72	.60	.89	1.19	.97	58.55	711	.000**	.142	A > M > B
IT 21	.07	.37	.26	.64	.63	.91	34.35	711	.000**	.088	A > M, B
IT 22	.42	.80	.83	.98	1.39	.92	62.96	711	.000**	.151	A > M > B
IT 23	.48	.76	.79	.89	1.24	.91	44.11	711	.000**	.111	A > M > B
IT 24	.43	.69	.59	.82	.90	.91	18.61	711	.000**	.050	A > M, B
IT 25	.37	.64	.62	.80	1.05	.91	40.08	711	.000**	.102	A > M > B
IT 26	.20	.49	.39	.66	.86	.86	51.78	711	.000**	.127	A > M > B
Total Factor	2.29	2.47	4.07	3.33	7.26	3.77	128.11	711	.000**	.265	A > M > B

Tabla 5.38. (continuación)

F4: Resolución de problemas

IT 31	.99	.92	1.44	.83	1.74	.61	51.52	711	.000**	.127	A > M > B
IT 32	.47	.78	1.01	.94	1.37	.89	52.75	711	.000**	.130	A > M > B
IT 33	.37	.71	.65	.88	1.19	.91	55.14	711	.000**	.135	A > M > B
IT 34	.10	.38	.26	.61	.75	.91	52.99	711	.000**	.130	A > M, B
Total Factor	1.93	1.93	3.36	2.17	5.05	2.25	115.65	711	.000**	.246	A > M > B
F5: Diez, cien, mil											
IT 5	1.03	.90	1.30	.86	1.47	.78	14.30	711	.000**	.039	A, M > B
IT 9	.59	.65	.74	.68	1.15	.73	42.91	711	.000**	.108	A > M, B
IT 10	.49	.67	.84	.76	1.32	.63	84.58	711	.000**	.193	A > M > B
IT 11	.35	.59	.54	.68	.84	.71	30.81	711	.000**	.080	A > M > B
IT 27	.31	.72	.54	.88	1.16	.97	59.90	711	.000**	.145	A > M, B
Total Factor	2.77	1.99	3.97	2.11	5.96	2.04	141.93	711	.000**	.286	A > M > B
F6: Descomposición y propiedades											
IT 6	1.29	.73	1.45	.71	1.66	.54	19.08	711	.000**	.051	A > M, B
IT 7	1.27	.72	1.58	.62	1.69	.54	24.08	711	.000**	.064	A, M > B
IT 8	.75	.78	1.17	.76	1.46	.68	50.28	711	.000**	.124	A > M > B
Total Factor	3.31	1.72	4.19	1.61	4.81	1.39	50.01	711	.000**	.124	A > M > B
Total Batería	20.03	9.02	29.45	9.19	42.69	10.13	317.41	711	.000**	.472	A > M > B

* Significativa al 5% (p < .05)

** Significativa al 1% (p < .01)

d) Existencia de una elevada aptitud matemática según el tutor

La última de las variables utilizadas para el cálculo de la validez concurrente ha sido la relación entre la variable *elevada aptitud matemática* y las puntuaciones totales de la batería. En la tabla 5.39., se puede ver la distribución de los alumnos según la consideración de su tutor sobre la existencia o no de una elevada aptitud matemática (Sí ó No):

Tabla 5.39. *Distribución de la muestra participante según la posible existencia de una elevada aptitud matemática*

		<i>n</i>	%
Elevada aptitud matemática	Sí	160	22.5
	No	552	77.5
	<i>Total</i>	712	100

El análisis de las puntuaciones del instrumento en función de esta variable ha revelado diferencias estadísticamente significativas entre ambas categorías (Tabla 5.42.). La puntuación media total para los alumnos que *Sí* es probable que posean una elevada aptitud matemática ha sido de 43.86 ($DT = 10.63$) y para los que *No* de 30.77 ($DT = 12.41$). En todos los ítems y factores y en el total de la batería, las puntuaciones de los alumnos en la categoría *Sí* es probable que posean una elevada aptitud matemática a juicio del maestro han sido superiores a las de la categoría *No*.

Al correlacionar esta variable con los resultados obtenidos por los alumnos en la batería, se ha obtenido un *Rho de Spearman* de $-.32$, por lo que la correlación es negativa. Estos resultados son “contradictorios” con lo obtenido en el párrafo anterior. Probablemente son debidos a que hay alumnos que el tutor ha considerado que tenían una elevada aptitud para las matemáticas y sin embargo su rendimiento en la batería ha sido menor de lo esperado (104 alumnos) o viceversa, ha habido alumnos no considerados por el maestro con elevada aptitud y en cambio su rendimiento ha sido muy alto en la batería (46 alumnos). En total aparecen 150 alumnos que pueden resultar explicativos de esta contradicción. En la siguiente tabla 5.40. se puede

observar esta controversia al relacionar los alumnos ubicados en los niveles de rendimiento de la batería, incluidos los de los niveles superiores 6 y 7, con los que el tutor ha considerado que poseen una elevada aptitud matemática:

Tabla 5.40. *Comparativa de los alumnos según los niveles de rendimiento de la batería y la existencia de una elevada aptitud matemática según el tutor*

	Elevada aptitud matemática según el tutor			
		Sí	No	Total
Niveles de rendimiento en la batería	1 a 5	104	506	610
	6 y 7	56	46	102
	<i>Total</i>	160	552	712

Si se continúa con el análisis de esta contradicción poniéndola en relación con la autocompetencia personal para impartir el área de matemáticas de los tutores participantes (apartado 7.2.2. del capítulo anterior), aparece lo siguiente para los 38 tutores y estos 150 alumnos:

Tabla 5.41. *Análisis de los resultados contradictorios según la autocompetencia personal de los tutores para impartir el área de matemáticas*

	Tutores		Alumnos		Relación alumnos/tutor	
	n	%	n	%		
Autocompetencia	Nada	2	5.26	14	9.33	7
	Poca	4	10.53	25	16.67	6.25
	Regular	7	18.42	33	22.00	4.71
	Bastante	14	36.84	46	30.67	3.29
	Mucha	11	28.95	32	21.33	2.91
	<i>Total</i>	38	100	150	100	

De acuerdo a los resultados, cuánto mayor consideración de autocompetencia por parte del tutor menores son los errores a la hora de considerar que un alumno posee una elevada aptitud para las matemáticas.

Por último, los resultados de la prueba t para muestras independientes para esta variable son:

Tabla 5.42. Prueba *t* para muestras independientes según la existencia de aptitud matemática

	Sí		No		<i>t</i>	<i>gl</i>	<i>p</i>
	<i>M</i>	<i>DT</i>	<i>M</i>	<i>DT</i>			
F1: Sucesiones							
IT 14	1.82	.45	1.64	.57	3.73	710	.000**
IT 15	1.46	.68	1.10	.74	5.41	710	.000**
IT 16	1.45	.73	.85	.78	8.67	710	.000**
IT 17	1.39	.70	1.00	.77	5.74	710	.000**
IT 18	1.28	.68	.88	.71	6.34	710	.000**
IT 19	1.09	.62	.73	.68	6.07	710	.000**
<i>Total Factor</i>	8.49	2.47	6.20	2.86	9.18	710	.000**
F2: Estructuración gráfica							
IT 1	1.25	.96	.76	.96	5.65	710	.000**
IT 2	.77	.97	.35	.75	5.75	710	.000**
IT 3	1.43	.88	.99	.95	5.13	710	.000**
IT 4	1.46	.79	1.16	.86	4.00	710	.000**
IT 12	1.96	.28	1.76	.62	3.85	710	.000**
IT 13	1.26	.95	.74	.95	6.10	710	.000**
IT 28	.50	.73	.24	.50	5.15	710	.000**
IT 29	1.54	.63	.96	.79	8.64	710	.000**
IT 30	1.56	.62	1.23	.80	4.84	710	.000**
<i>Total Factor</i>	11.73	3.54	8.19	3.94	10.21	710	.000**
F3: Partes del todo							
IT 20	1.17	.99	.72	.94	5.25	710	.000**
IT 21	.68	.93	.31	.71	5.37	710	.000**
IT 22	1.51	.86	.86	.98	7.51	710	.000**
IT 23	1.33	.89	.82	.90	6.28	710	.000**
IT 24	.83	.91	.66	.85	2.20	710	.028*
IT 25	1.22	.89	.64	.82	7.62	710	.000**
IT 26	.94	.88	.46	.72	7.06	710	.000**
<i>Total Factor</i>	7.68	3.77	4.48	3.72	9.55	710	.000**
F4: Resolución de problemas							
IT 31	1.76	.60	1.41	.84	4.94	710	.000**
IT 32	1.40	.88	.97	.95	5.15	710	.000**
IT 33	1.15	.93	.76	.91	4.78	710	.000**
IT 34	.75	.90	.38	.73	5.42	710	.000**
<i>Total Factor</i>	5.06	2.30	3.51	2.43	7.19	710	.000**
F5: Diez, cien, mil							
IT 5	1.53	.73	1.27	.87	3.37	710	.001**
IT 9	1.11	.77	.84	.72	4.15	710	.000**
IT 10	1.34	.62	.90	.77	6.67	710	.000**
IT 11	.87	.71	.58	.69	4.63	710	.000**
IT 27	1.23	.96	.66	.93	6.76	710	.000**
<i>Total Factor</i>	6.07	2.04	4.24	2.38	8.81	710	.000**
F6: Descomposición y propiedades							
IT 6	1.67	.56	1.47	.68	3.43	710	.001**
IT 7	1.69	.54	1.53	.64	2.95	710	.003**
IT 8	1.47	.66	1.15	.79	4.66	710	.000**
<i>Total Factor</i>	4.83	1.39	4.14	1.67	4.74	710	.000**
Total Batería	43.86	10.63	30.77	12.41	12.11	710	.000**

* Significativa al 5% ($p < .05$)** Significativa al 1% ($p < .01$)

5. Incidencia de otras variables en el estudio

En este apartado se señalan los resultados alcanzados en tres variables: titularidad y entorno del centro y repetición de curso.

5.1. Titularidad del centro

En PISA 2012 la muestra de España con un 32% de centros privados se encontró bastante por encima del promedio de la OCDE del 18% de este tipo de centros (INEE, 2013c). En este estudio en nuestro país existió una diferencia de 39 puntos entre centros públicos y privados, a favor de éstos últimos, siendo de 28 puntos en el promedio de la OCDE. Por regiones, los centros privados obtuvieron una puntuación superior a los públicos, la mayoría de ellas significativas, oscilando las diferencias entre los 6 puntos de Cantabria y los 48 de Extremadura. Estas diferencias entre alumnos podrían haber sido explicadas por la influencia del nivel socioeconómico y cultural de sus familias (INEE, 2010b), ya que “aunque los centros privados tienden a rendir más que los públicos, las diferencias entre los centros de distinta titularidad disminuirían considerablemente si los niveles sociales, económicos y culturales entre los centros públicos y privados en España fueran similares” (INEE, 2013c, p. 122).

En Castilla La Mancha el reparto de alumnos escolarizados de acuerdo a esta variable, para el curso académico 2011/2012, ha sido de 82.3% en la enseñanza pública y de 17.7% en la privada-concertada. En la provincia de Albacete, para este mismo curso, fue de 83.75% en centros públicos y 16.25% en privados-concertados. En esta tesis la distribución de los alumnos según la titularidad de los centros ha sido la siguiente:

Tabla 5.43. *Distribución de la muestra según la titularidad de los centros*

		<i>n</i>	%
Titularidad	Público	592	83.1
	Privado-concertado	120	16.9
	<i>Total</i>	712	100

El análisis de las puntuaciones en función de la titularidad de los centros revela diferencias estadísticamente significativas entre centros. En los ítems 14, 21, 23 y 31 la diferencia ha sido a favor de los públicos y en el 2, 10 y 33 de los privados-concertados. La puntuación media para los centros públicos ha sido de 33.67 ($DT = 13.24$) y para los centros privados-concertados de 33.93 ($DT = 13.11$), no siendo la diferencia estadísticamente significativa.

Tabla 5.44. Prueba *t* para muestras independientes en función de la titularidad

	Público		Privado-concertado		<i>t</i>	<i>gl</i>	<i>p</i>
	<i>M</i>	<i>DT</i>	<i>M</i>	<i>DT</i>			
F1: Sucesiones							
IT 14	1.71	.53	1.53	.61	3.34	710	.001**
IT 15	1.19	.75	1.13	.70	.80	710	.425
IT 16	.99	.81	.94	.79	.66	710	.510
IT 17	1.08	.76	1.12	.79	-.46	710	.644
IT 18	.98	.72	.94	.73	.48	710	.632
IT 19	.81	.69	.82	.66	-.11	710	.913
Total Factor	6.76	2.97	6.48	2.77	.98	710	.329
F2: Estructuración gráfica							
IT 1	.86	.98	.95	.98	-.95	710	.341
IT 2	.42	.80	.59	.91	-2.12	710	.034*
IT 3	1.08	.96	1.13	.95	-.55	710	.585
IT 4	1.22	.86	1.23	.84	-.10	710	.920
IT 12	1.79	.59	1.87	.48	-1.30	710	.193
IT 13	.84	.97	.90	.98	-.58	710	.559
IT 28	.31	.58	.26	.53	.86	710	.390
IT 29	1.09	.79	1.08	.83	.08	710	.938
IT 30	1.32	.76	1.25	.81	.87	710	.383
Total Factor	8.93	4.08	9.27	4.35	-.82	710	.414
F3: Partes del todo							
IT 20	.81	.97	.86	.97	-.47	710	.638
IT 21	.42	.80	.27	.66	2.00	710	.046*
IT 22	1.00	.99	1.03	1.00	-.23	710	.815
IT 23	.98	.93	.74	.87	2.54	710	.011*
IT 24	.68	.86	.80	.89	-1.40	710	.162
IT 25	.79	.87	.70	.87	1.02	710	.309
IT 26	.56	.78	.63	.81	-.96	710	.335
Total Factor	5.24	4.00	5.03	3.74	.54	710	.591
F4: Resolución de problemas							
IT 31	1.52	.79	1.33	.86	2.44	710	.015*
IT 32	1.06	.95	1.10	.94	-.43	710	.667
IT 33	.80	.92	1.08	.93	-2.99	710	.003**
IT 34	.44	.77	.54	.84	-1.26	710	.208
Total Factor	3.82	2.44	4.04	2.72	-.88	710	.380
F5: Diez, cien, mil							
IT 5	1.31	.85	1.40	.82	-1.21	710	.304
IT 9	.89	.74	.95	.74	-.79	710	.432
IT 10	.97	.76	1.13	.72	-2.05	710	.041*
IT 11	.65	.71	.63	.70	.19	710	.847
IT 27	.78	.96	.79	.98	-.10	710	.921
Total Factor	4.60	2.44	4.90	2.37	-1.22	710	.222
F6: Descomposición y propiedades							
IT 6	1.51	.65	1.51	.70	.08	710	.937
IT 7	1.56	.63	1.58	.62	-.17	710	.863
IT 8	1.24	.77	1.13	.79	1.35	710	.177
Total Factor	4.32	1.64	4.22	1.61	.60	710	.545
Total Batería	33.67	13.24	33.93	13.11	-.19	710	.848

* Significativa al 5% ($p < .05$)** Significativa al 1% ($p < .01$)

5.2. Entorno rural o urbano

Al delimitar esta variable los alumnos escolarizados en centros de localidades de más de 10.000 habitantes han sido considerados como pertenecientes al entorno urbano y los de menos de 10.000 al rural.

Tabla 5.45. *Distribución de la muestra según el entorno de los centros*

		<i>n</i>	%
Entorno	Rural	215	30.2
	Urbano	497	69.8
	<i>Total</i>	712	100

El análisis de las puntuaciones del instrumento en función del entorno de los alumnos ha revelado diferencias estadísticamente significativas entre centros rurales y urbanos en los ítems 3, 4, 10, 11, 19 y 28 y en los factores *Estructuración gráfica* y *Diez-cien-mil*, siendo éstas a favor de los segundos. La puntuación media total para los rurales ha sido de 32.42 ($DT = 12.82$) y para los urbanos de 34.27 ($DT = 13.35$), no siendo la diferencia estadísticamente significativa.

Tabla 5.46. Prueba *t* para muestras independientes en función del entorno

	Rural		Urbano		<i>t</i>	<i>gl</i>	<i>p</i>
	<i>M</i>	<i>DT</i>	<i>M</i>	<i>DT</i>			
F1: Sucesiones							
IT 14	1.72	.51	1.66	.57	1.25	710	.211
IT 15	1.16	.74	1.19	.74	-.58	710	.563
IT 16	1.02	.81	.97	.81	.71	710	.478
IT 17	1.13	.75	1.07	.78	.98	710	.325
IT 18	1.01	.73	.95	.72	1.05	710	.292
IT 19	.73	.65	.85	.70	-2.17	710	.030*
Total Factor	6.76	2.92	6.69	2.94	.29	710	.768
F2: Estructuración gráfica							
IT 1	.79	.97	.91	.98	-1.46	710	.145
IT 2	.38	.78	.47	.84	-1.39	710	.165
IT 3	.94	.95	1.15	.95	-2.69	710	.007**
IT 4	1.12	.90	1.27	.83	-2.16	710	.031*
IT 12	1.80	.58	1.81	.57	-.15	710	.883
IT 13	.77	.96	.89	.98	-1.45	710	.148
IT 28	.23	.48	.33	.60	-2.05	710	.040*
IT 29	1.04	.78	1.11	.80	-1.03	710	.304
IT 30	1.35	.78	1.29	.77	.97	710	.333
Total Factor	8.43	3.94	9.23	4.18	-2.36	710	.018*
F3: Partes del todo							
IT 20	.81	.97	.82	.97	-.11	710	.910
IT 21	.34	.74	.42	.79	-1.17	710	.242
IT 22	1.07	.99	.98	.99	1.05	710	.294
IT 23	.89	.93	.96	.92	-.92	710	.359
IT 24	.63	.84	.73	.87	-1.36	710	.174
IT 25	.68	.82	.81	.89	-1.82	710	.070
IT 26	.56	.73	.57	.81	-.17	710	.868
Total Factor	4.99	3.92	5.29	3.98	-.94	710	.349
F4: Resolución de problemas							
IT 31	1.47	.82	1.49	.80	-.31	710	.756
IT 32	1.02	.95	1.09	.95	-.88	710	.381
IT 33	.90	.94	.82	.92	1.07	710	.283
IT 34	.44	.78	.47	.79	-.49	710	.622
Total Factor	3.83	2.42	3.87	2.52	-.19	710	.849
F5: Diez, cien, mil							
IT 5	1.34	.84	1.32	.85	.35	710	.727
IT 9	.83	.74	.93	.73	-1.76	710	.079
IT 10	.75	.72	1.10	.75	-5.73	710	.000**
IT 11	.54	.67	.69	.72	-2.63	710	.009**
IT 27	.80	.97	.77	.97	.38	710	.704
Total Factor	4.27	2.40	4.82	2.43	-2.78	710	.006**
F6: Descomposición y propiedades							
IT 6	1.47	.67	1.53	.65	-1.27	710	.205
IT 7	1.51	.67	1.59	.61	-1.66	710	.098
IT 8	1.16	.81	1.25	.76	-1.31	710	.192
Total Factor	4.13	1.76	4.37	1.57	-1.76	710	.078
Total Batería	32.42	12.82	34.27	13.35	-1.72	710	.086

* Significativa al 5% ($p < .05$)** Significativa al 1% ($p < .01$)

5.3. Repetición de curso

Esta variable ha estado conformada por aquellos alumnos que no están escolarizados en el curso que por su edad cronológica le corresponde, 6º de Educación Primaria. La distribución de la muestra según la repetición o no de curso de los alumnos ha sido bastante desigual como era de esperar.

Tabla 5.47. *Distribución de la muestra según la variable repetición*

		<i>n</i>	%
Repetición	Sí	67	9.4
	No	645	90.6
	<i>Total</i>	712	100

El análisis de las puntuaciones del instrumento en función de la repetición o no de curso de los alumnos revela diferencias estadísticamente significativas entre los alumnos a favor de los no repetidores en casi todos los ítems y factores, siendo estos resultados similares a otros estudios como TIMSS 2011 y PISA 2012. La puntuación media total para los repetidores ha sido de 22.31 ($DT = 11.16$) y para los no repetidores de 34.90 ($DT = 12.84$), siendo la diferencia estadísticamente significativa.

Tabla 5.48. Prueba *t* para muestras independientes en función de la variable repetición

	Sí		No		<i>t</i>	<i>gl</i>	<i>p</i>
	<i>M</i>	<i>DT</i>	<i>M</i>	<i>DT</i>			
F1: Sucesiones							
IT 14	1.45	.70	1.70	.53	-3.61	710	.000**
IT 15	1.04	.79	1.20	.73	-1.60	710	.110
IT 16	.64	.73	1.02	.81	-3.70	710	.000**
IT 17	.57	.66	1.14	.76	-5.95	710	.000**
IT 18	.51	.64	1.02	.72	-5.62	710	.000**
IT 19	.48	.59	.84	.69	-4.22	710	.000**
<i>Total Factor</i>	4.69	2.55	6.92	2.89	-6.09	710	.000**
F2: Estructuración gráfica							
IT 1	.37	.77	.92	.99	-4.43	710	.000**
IT 2	.07	.36	.49	.85	-3.92	710	.000**
IT 3	.64	.88	1.14	.95	-4.08	710	.000**
IT 4	.85	.84	1.27	.85	-3.80	710	.000**
IT 12	1.60	.80	1.83	.54	-3.15	710	.002**
IT 13	.48	.84	.89	.98	-3.33	710	.001**
IT 28	.25	.50	.30	.58	-.68	710	.494
IT 29	.60	.72	1.14	.79	-5.42	710	.000**
IT 30	1.03	.80	1.33	.77	-3.09	710	.002**
<i>Total Factor</i>	5.90	3.56	9.31	4.05	-6.63	710	.000**
F3: Partes del todo							
IT 20	.52	.84	.85	.98	-2.65	710	.008**
IT 21	.16	.54	.42	.79	-2.57	710	.010**
IT 22	.66	.93	1.04	.99	-3.04	710	.002**
IT 23	.66	.86	.97	.93	-2.61	710	.009**
IT 24	.52	.78	.72	.87	-1.77	710	.078
IT 25	.60	.80	.79	.88	-1.75	710	.081
IT 26	.33	.66	.60	.79	-2.66	710	.008**
<i>Total Factor</i>	3.45	3.26	5.38	3.98	-3.85	710	.000**
F4: Resolución de problemas							
IT 31	.99	.93	1.54	.78	-5.46	710	.000**
IT 32	.51	.82	1.12	.94	-5.15	710	.000**
IT 33	.37	.76	.89	.93	-4.43	710	.000**
IT 34	.16	.51	.49	.80	-3.25	710	.001**
<i>Total Factor</i>	2.03	1.94	4.05	2.46	-6.50	710	.000**
F5: Diez, cien, mil							
IT 5	.96	.89	1.37	.84	-3.80	710	.000**
IT 9	.60	.68	.93	.74	-3.58	710	.000**
IT 10	.48	.78	1.05	.74	-6.02	710	.000**
IT 11	.36	.62	.67	.71	-3.52	710	.000**
IT 27	.51	.88	.81	.97	-2.47	710	.014*
<i>Total Factor</i>	2.90	2.28	4.84	2.37	-6.39	710	.000**
F6: Descomposición y propiedades							
IT 6	1.28	.69	1.54	.65	-3.01	710	.003**
IT 7	1.37	.69	1.59	.62	-2.66	710	.008**
IT 8	.70	.74	1.27	.76	-5.88	710	.000**
<i>Total Factor</i>	3.36	1.71	4.40	1.60	-5.03	710	.000**
Total Batería	22.31	11.16	34.90	12.84	-7.72	710	.000**

* Significativa al 5% ($p < .05$)** Significativa al 1% ($p < .01$)

6. Observación de cómo discrimina al alumnado de diferente nivel de desempeño

A partir de las puntuaciones obtenidas en la batería se ha realizado un estudio para delimitar distintos niveles de rendimiento de los alumnos. Para ello se han estudiado los siguientes aspectos:

- a) Analizar los estadísticos descriptivos de los ítems de la versión final de la batería.
- b) Establecer distintos niveles de rendimiento de acuerdo a las puntuaciones totales alcanzadas.

6.1. Análisis de los estadísticos descriptivos de los ítems de la batería

Como estadísticos descriptivos básicos se han señalado los siguientes: media, desviación típica, frecuencias y porcentajes. Con la media y la desviación típica se ha observado la tendencia central y la dispersión de cada ítem para observar si las variaciones existentes entre ellos pueden deberse a su grado de dificultad. Para las frecuencias y porcentajes, se han tomado los valores que podía tomar cada ítem: 0, 1 y 2.

La tabla 5.49. recoge estos estadísticos básicos para la batería, los factores y los ítems. Al igual que cuando se ha calculado el índice de dificultad (ID) de la batería (apartado 2.2. de este capítulo), con la observación de estadísticos como la media se comprueba que existen ítems con distinto nivel de dificultad, coincidiendo los resultados de ambos análisis. De esta forma, han aparecido los ítems 6 ($M = 1.51$, $DT = .66$ e $ID = .76$), 7 ($M = 1.57$, $DT = .63$ e $ID = .78$), 12 ($M = 1.80$, $DT = .57$ e $ID = .90$) y 14 ($M = 1.68$, $DT = .55$ e $ID = .84$) como los más fáciles del instrumento y el 2 ($M = .45$, $DT = .82$ e $ID = .22$), 21 ($M = .40$, $DT = .78$ e $ID = .20$), 28 ($M = .30$, $DT = .57$ e $ID = .15$) y 34 ($M = .46$, $DT = .79$ e $ID = .23$) como los más difíciles.

Tabla 5.49. Estadísticos básicos

	<i>M</i>	<i>DT</i>	<i>O</i>	<i>f</i>		<i>O</i>	%	
				<i>1</i>	<i>2</i>		<i>1</i>	<i>2</i>
F1: Sucesiones								
IT 14	1.68	.55	30	170	512	4.2	23.9	71.9
IT 15	1.18	.74	142	298	272	19.9	41.9	38.2
IT 16	.99	.81	237	248	227	33.3	34.8	31.9
IT 17	1.09	.77	182	286	244	25.6	40.2	34.3
IT 18	.97	.72	197	339	176	27.7	47.6	24.7
IT 19	.81	.69	248	351	113	34.8	49.3	15.9
<i>Total Factor</i>	6.71	2.93						
F2: Estructuración gráfica								
IT 1	.87	.98	394	15	303	55.3	2.1	42.6
IT 2	.45	.82	547	12	153	76.8	1.7	21.5
IT 3	1.09	.95	295	58	359	41.4	8.1	50.4
IT 4	1.23	.86	199	153	360	27.9	21.5	50.6
IT 12	1.80	.57	60	19	633	8.4	2.7	88.9
IT 13	.85	.97	398	21	293	55.9	2.9	41.2
IT 28	.30	.57	540	131	41	75.8	18.4	5.8
IT 29	1.09	.79	196	257	259	27.5	36.1	36.4
IT 30	1.31	.77	137	220	355	19.2	30.9	49.9
<i>Total Factor</i>	8.99	4.13						
F3: Partes del todo								
IT 20	.82	.97	411	18	283	57.7	2.5	39.7
IT 21	.40	.78	560	22	130	78.7	3.1	18.3
IT 22	1.01	.99	349	10	353	49.0	1.4	49.6
IT 23	.94	.93	329	99	284	46.2	13.9	39.9
IT 24	.70	.86	404	118	190	56.7	16.6	26.7
IT 25	.77	.87	369	135	208	51.8	19.0	29.2
IT 26	.57	.78	438	142	132	61.5	19.9	18.5
<i>Total Factor</i>	5.20	3.96						
F4: Resolución de problemas								
IT 31	1.49	.81	144	76	492	20.2	10.7	69.1
IT 32	1.07	.95	298	69	345	41.9	9.7	48.5
IT 33	.85	.93	370	82	260	52.0	11.5	36.5
IT 34	.46	.79	516	65	131	72.5	9.1	18.4
<i>Total Factor</i>	3.86	2.49						
F5: Diez, cien, mil								
IT 5	1.33	.85	178	123	411	25.0	17.3	57.7
IT 9	.90	.74	232	318	162	32.6	44.7	22.8
IT 10	1.00	.76	206	303	203	28.9	42.6	28.5
IT 11	.64	.70	348	269	95	48.9	37.8	13.3
IT 27	.78	.97	426	14	272	59.8	2.0	38.2
<i>Total Factor</i>	4.65	2.43						
F6: Descomposición y propiedades								
IT 6	1.51	.66	65	217	430	9.1	30.5	60.4
IT 7	1.57	.63	52	205	455	7.3	28.8	63.9
IT 8	1.22	.78	153	249	310	21.5	35.0	43.5
<i>Total Factor</i>	4.30	1.64						
Total Batería	33.71	13.21						

6.2. Establecimiento de distintos niveles de rendimiento de acuerdo a las puntuaciones totales alcanzadas

Los tests educativos de rendimiento pueden tener dos propósitos fundamentales:

1. Medir conocimientos y destrezas de alumnos concretos, donde es importante reducir los errores de medida de cada estudiante.
2. Evaluar conocimientos y destrezas de la población, siendo la minimización de los errores lo más importante.

De manera habitual, las evaluaciones internacionales tipo PISA hacen uso de esta segunda opción. A partir de un diseño matricial de ítems, se utilizan complejos procedimientos para la estimación de los resultados de los alumnos con datos incompletos. Esta metodología de PISA está fundamentada en la teoría de la imputación de valores ausentes o perdidos de Rubin (1987). Las puntuaciones no son individuales y, por lo tanto, no sirven para el diagnóstico porque cada sujeto responde solo a un número limitado de ítems, a diferencia de la batería construida en esta tesis que se da opción a todo el alumnado de poder responder a todos los ítems.

En consecuencia, la finalidad de PISA es la estimación de parámetros poblacionales con consistencia. Sin embargo, con la batería se pretende la medición de los conocimientos y destrezas de alumnos concretos más que la búsqueda de generalizaciones a toda la población escolar de este nivel. En definitiva, no se ha seguido el procedimiento de PISA a la hora del establecimiento de los niveles de rendimiento ya que los alumnos han tenido la oportunidad de responder a todos los ítems presentados en el cuadernillo de evaluación.

También, la aplicación de la *Teoría de Respuesta al Ítem* (TRI) ha proporcionado la posibilidad de considerar que la respuesta que ha dado un alumno ha dependido del nivel de habilidad existente para el rango considerado, en este caso la competencia matemática. Debido a ello, se han

podido estimar niveles concretos que fijan la posición de los sujetos por medio del establecimiento de una escala continua de competencia representada mediante una serie de niveles de rendimiento, dominio o desempeño.

La distribución de los alumnos en niveles de rendimiento dentro del área de matemáticas es algo común en investigaciones actuales (Roderer y Roebbers, 2013). En las evaluaciones PISA, estos niveles muestran tanto el porcentaje de alumnos que se encuentran en cada uno de los niveles definidos como la descripción de lo que conocen y saben hacer los que se encuentran en cada nivel, siendo siete los niveles de rendimiento: por debajo del nivel 1, 1, 2, 3, 4, 5 y 6. Ya en las evaluaciones de diagnóstico españolas, los niveles de dominio tienen la misma finalidad que los definidos en PISA, siendo cinco los establecidos: 1, 2, 3, 4 y 5. Para la batería se han fijado siete dominios de rendimiento: 1, 2, 3, 4, 5, 6 y 7.

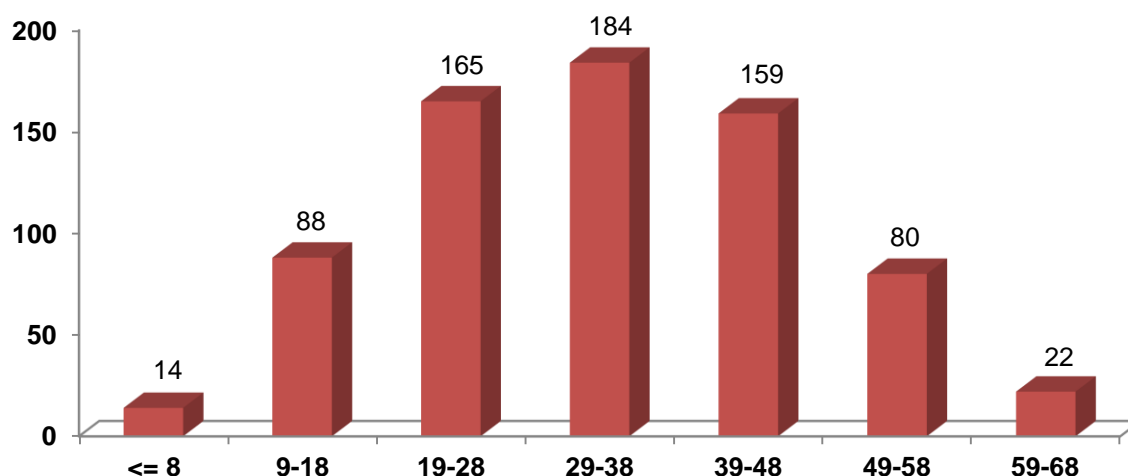
Para el establecimiento de estos siete niveles de dominio se ha utilizado el programa SPSS 17.0. Delimitados estos niveles, se ha creado una nueva variable mediante agrupación visual denominada *Niveles de Rendimiento* (NIR). Los intervalos a partir de los que se han fijado son los siguientes:

Tabla 5.50. *Niveles de rendimiento de la batería*

Niveles	Intervalos	f	%	% válido	% acumulado
1	<= 8	14	2.0	2.0	2.0
2	9 – 18	88	12.4	12.4	14.3
3	19 – 28	165	23.2	23.2	37.5
4	29 – 38	184	25.8	25.8	63.3
5	39 – 48	159	22.3	22.3	85.7
6	49 – 58	80	11.2	11.2	96.9
7	59 – 68	22	3.1	3.1	100.0
<i>Total</i>		712	100.0	100.0	

Estos niveles de rendimiento se representan en el siguiente gráfico de barras junto a sus frecuencias:

Figura 5.3. Representación gráfica de los niveles de rendimiento



El nivel más bajo ha sido definido con una puntuación menor o igual a 8 porque hay 4 ítems considerados como *muy fáciles* cuya resolución correcta por parte del alumno equivale a dicha cantidad. La puntuación media de la batería ha sido de 33.71 ($DT = 13.21$), ubicándose en el nivel 4 de rendimiento.

7. Análisis del rendimiento matemático de los alumnos más capaces

Los niveles de rendimiento más elevados son el 6 y el 7. En la tabla 5.51. se exponen los resultados alcanzados por los alumnos en estos niveles de rendimiento, observándose diferencias estadísticamente significativas entre ambos tanto en la *Puntuación total* como en los factores *Sucesiones*, *Estructuración gráfica*, *Partes del todo*, *Resolución de problemas* y *Diez-cienmil* y en los ítems 5, 9, 13, 15, 16, 17, 21, 23, 24, 25, 28, 33 y 34. Todas estas diferencias han aparecido a favor de los alumnos de *nivel 7*.

Los alumnos de nivel 6 han obtenido una puntuación media de 52.36 ($DT = 2.70$) y los de nivel 7 de 61.45 ($DT = 2.41$). Tan solo en los ítems 6, 19 y 27, los alumnos ubicados en el nivel 6 han obtenido puntuaciones superiores a los del 7, no siendo estas diferencias estadísticamente significativas.

Tabla 5.51. Prueba *t* para muestras independientes según los niveles 6 y 7 de rendimiento

	6		7		<i>t</i>	<i>gl</i>	<i>p</i>
	<i>M</i>	<i>DT</i>	<i>M</i>	<i>DT</i>			
F1: Sucesiones							
IT 14	1.89	.32	2.00	.00	-1.65	100	.101
IT 15	1.69	.57	1.95	.21	-2.17	100	.032*
IT 16	1.68	.55	2.00	.00	-2.78	100	.006**
IT 17	1.58	.57	2.00	.00	-3.49	100	.001**
IT 18	1.53	.57	1.59	.67	-.46	100	.646
IT 19	1.43	.67	1.41	.73	.10	100	.923
<i>Total Factor</i>	9.78	1.59	10.95	1.25	-3.21	100	.002**
F2: Estructuración gráfica							
IT 1	1.65	.73	1.86	.47	-1.30	100	.198
IT 2	1.13	.96	1.55	.86	-1.86	100	.066
IT 3	1.73	.66	1.95	.21	-1.61	100	.110
IT 4	1.68	.67	1.91	.43	-1.55	100	.124
IT 12	1.95	.31	2.00	.00	-.74	100	.459
IT 13	1.54	.83	2.00	.00	-2.62	100	.009**
IT 28	.63	.74	1.27	.83	-3.56	100	.001**
IT 29	1.58	.61	1.77	.43	-1.42	100	.158
IT 30	1.55	.65	1.82	.40	-1.83	100	.070
<i>Total Factor</i>	13.41	1.87	16.14	1.36	-6.39	100	.000**
F3: Partes del todo							
IT 20	1.61	.79	1.91	.43	-1.70	100	.093
IT 21	1.09	.98	1.82	.50	-3.36	100	.001**
IT 22	1.85	.53	1.91	.43	-.49	100	.631
IT 23	1.71	.66	2.00	.00	-2.04	100	.044*
IT 24	1.14	.94	1.86	.35	-3.55	100	.001**
IT 25	1.55	.79	1.91	.29	-2.08	100	.040*
IT 26	1.46	.75	1.64	.66	-.99	100	.323
<i>Total Factor</i>	10.41	2.56	13.05	1.17	-4.67	100	.000**
F4: Resolución de problemas							
IT 31	1.91	.36	2.00	.00	-1.13	100	.262
IT 32	1.70	.68	1.91	.29	-1.40	100	.165
IT 33	1.48	.80	1.86	.35	-2.23	100	.028*
IT 34	.99	.89	1.41	.73	-2.03	100	.045*
<i>Total Factor</i>	6.08	1.75	7.18	.96	-2.85	100	.005**
F5: Diez, cien, mil							
IT 5	1.50	.78	1.86	.47	-2.08	100	.040*
IT 9	1.48	.68	1.86	.47	-2.54	100	.013*
IT 10	1.54	.57	1.77	.43	-1.79	100	.076
IT 11	1.03	.66	1.23	.61	-1.30	100	.197
IT 27	1.71	.66	1.68	.65	.19	100	.847
<i>Total Factor</i>	7.25	1.69	8.41	1.10	-3.04	100	.003**
F6: Descomposición y propiedades							
IT 6	1.90	.34	1.86	.35	.44	100	.661
IT 7	1.84	.43	2.00	.00	-1.75	100	.083
IT 8	1.70	.51	1.86	.35	-1.41	100	.163
<i>Total Factor</i>	5.44	.84	5.73	.63	-1.50	100	.136
Total Batería	52.36	2.70	61.45	2.41	-14.30	100	.000**

* Significativa al 5% ($p < .05$)** Significativa al 1% ($p < .01$)

7.1. Nivel de rendimiento 6

Si se analizan los resultados de los alumnos situados en el *nivel 6* (puntuaciones entre 49 y 58), aparecen 80 alumnos en este nivel, el 11.2% de la muestra. La tabla 5.52. muestra cómo se distribuyen estos alumnos con respecto a las distintas variables de la investigación:

Tabla 5.52. Características de la muestra para el nivel de rendimiento 6

Variable	Categorías	Alumnado
Sexo	Hombre	55
	Mujer	25
Entorno	Rural	18
	Urbano	62
Titularidad	Público	64
	Privado-concertado	16
Repetición	Sí	3
	No	77
Rendimiento académico	Insuficiente	0
	Suficiente	0
	Bien	6
	Notable	37
	Sobresaliente	37
Interés maestro	1	0
	2	0
	3	5
	4	33
	5	42
Interés alumno	1	0
	2	1
	3	6
	4	28
	5	45
Elevada aptitud matemática	Sí	42
	No	38
BADyG-E3	Centil	$M = 80$
	CI	$M = 125$
Alta capacidad	Sí	0
	No	80

Al analizar detenidamente esta tabla, se entresacan distintas conclusiones:

- De acuerdo a la variable sexo, el número de alumnos es muy superior al de alumnas, 55 frente a 25, un 68.75% y un 31.25% respectivamente. A lo largo de la última administración de la batería, esta situación se ha repetido ya que en muchos ítems y factores los alumnos han obtenido

puntuaciones medias superiores a las de las alumnas. Por otro lado, la muestra participante es de 50.6% de hombres y 49.4% mujeres, por lo que la discrepancia de género queda manifiesta. Si se realiza la prueba de bondad de ajuste *ji-cuadrado*, aparece un nivel de significación asintótica (bilateral) de .001, se rechaza la hipótesis nula de independencia y se puede concluir que *sí* que existen diferencias estadísticamente significativas entre sexos en el nivel 6 de rendimiento matemático (véase Anexo 9.2.).

- En relación al *entorno* de los centros, la mayoría de los alumnos han estado escolarizados en centros de entornos urbanos, 62 frente a 18 de los rurales, 77.5% y 22.5% respectivamente. En la muestra final un 69.8% han sido alumnos de entornos urbanos y un 30.2% de rurales. Si se realiza la prueba de bondad de ajuste *ji-cuadrado*, aparece un nivel de significación asintótica (bilateral) de .111, se acepta la hipótesis nula de independencia y se puede concluir que *no* existen diferencias estadísticamente significativas entre centros según su entorno en el nivel 6 de rendimiento matemático (véase Anexo 9.2.).
- Si se toma la *titularidad* de los centros, aparecen 64 alumnos en centros públicos frente a 16 en la privada-concertada, 80% y 20% respectivamente. La muestra participante en la administración de la versión definitiva de la batería, un 83.1% han sido alumnos procedentes de centros de titularidad pública frente a un 16.9% de privada-concertada. Si se realiza la prueba de bondad de ajuste *ji-cuadrado*, aparece un nivel de significación asintótica (bilateral) de .425, se acepta la hipótesis nula de independencia y se puede concluir que *no* existen diferencias estadísticamente significativas entre centros según su titularidad en el nivel 6 de rendimiento matemático (véase Anexo 9.2.).
- Tres alumnos han *repetido curso* a pesar del elevado rendimiento matemático que han alcanzado en esta competencia de acuerdo a los resultados obtenidos en este instrumento.
- Casi todos los alumnos han alcanzado un *rendimiento académico* de notable y sobresaliente en el área de matemáticas.

- Todos los alumnos han mostrado un *interés y motivación hacia la competencia matemática* de bastante o mucho cuando se ha solicitado su propio punto de vista y el del maestro.
- De los 80 alumnos ubicados en este nivel de rendimiento, de acuerdo a la valoración de los maestros, 42 era probable que poseyeran una *elevada aptitud matemática* mientras que 38 no.
- Según los resultados alcanzados de la administración del *BADyG-E3*, la puntuación centil media ha sido de 80 mientras que la de CI de 125. Estos resultados muestran que los alumnos situados en este nivel de rendimiento poseen una capacidad intelectual elevada para el trabajo del razonamiento matemático.
- Ninguno de los alumnos ha sido diagnosticado con *alta capacidad* en sus centros respectivos.

7.2. Nivel de rendimiento 7

Analizado al alumnado de *nivel 6*, se detallan los resultados de los alumnos situados en el *nivel 7*, el nivel más alto de la escala. Corresponde a la puntuación directa igual o superior a 59 y han aparecido 22 alumnos, un 3.1% de la muestra. Sus características definitorias en función de las variables consideradas en la investigación se recogen en la tabla 5.53.:

Tabla 5.53. Características de la muestra para el nivel de rendimiento 7

N° alumno	Puntuación batería	Sexo	Entorno	Titularidad	Repetición	Rendimiento académico	Interés maestro	Interés alumno	Elevada aptitud matemática	BADYG- E3 (centil/CI)	Alta capacidad
79	60	Mujer	Rural	Público	No	Sobresaliente	5	5	Si	80/121	No
81	59	Hombre	Rural	Público	No	Sobresaliente	5	5	Si	92/137	No
121	61	Hombre	Urbano	Público	No	Sobresaliente	4	5	No	99/155	No
124	64	Hombre	Urbano	Público	No	Notable	4	5	No	99/155	No
164	68	Hombre	Urbano	Público	No	Bien	3	4	No	98/150	No
174	62	Hombre	Urbano	Público	No	Sobresaliente	5	5	Si	93/138	Si
194	59	Hombre	Urbano	Público	No	Notable	5	5	No	80/121	No
207	62	Mujer	Urbano	Público	No	Sobresaliente	5	4	No	98/150	No
238	60	Mujer	Rural	Público	No	Sobresaliente	5	5	No	87/132	No
277	64	Mujer	Urbano	Público	No	Sobresaliente	5	5	Si	96/146	No
299	61	Mujer	Urbano	Público	No	Sobresaliente	5	4	Si	99/155	No
304	63	Hombre	Urbano	Público	No	Sobresaliente	5	5	Si	98/151	No
311	66	Hombre	Urbano	Público	No	Sobresaliente	5	4	Si	98/150	No
312	61	Mujer	Urbano	Público	No	Sobresaliente	5	5	Si	92/135	No
313	59	Hombre	Urbano	Público	No	Sobresaliente	5	5	Si	84/132	No
318	63	Mujer	Urbano	Público	No	Sobresaliente	5	5	Si	99/153	Si
325	61	Mujer	Urbano	Público	No	Sobresaliente	5	5	Si	99/155	No
525	59	Hombre	Urbano	Público	No	Sobresaliente	5	4	Si	86/127	No
536	60	Hombre	Urbano	Público	No	Sobresaliente	5	4	Si	88/137	No
577	60	Hombre	Rural	Público	No	Sobresaliente	5	5	No	91/139	No
645	61	Hombre	Urbano	Priv.-concertado	No	Sobresaliente	5	5	Si	78/126	No
707	59	Hombre	Urbano	Priv.-concertado	No	Notable	5	5	No	86/127	No

En esta tabla 5.53., llama la atención la convergencia y complementariedad de los resultados obtenidos en la batería con las variables que guardan relación con la competencia matemática manifiesta como es el caso del BADyG-E3 y del rendimiento académico.

Tras examinar de forma minuciosa esta tabla, se obtienen distintas conclusiones:

- En la variable *sexo*, el número de alumnos y alumnas ha sido de 14 frente a 8, es decir, 63.64% y 36.36% respectivamente. Se observa un desequilibrio en las puntuaciones entre sexos si se comparan con la muestra participante, 50.6% de hombres y 49.4% de mujeres. Si se realiza la prueba de bondad de ajuste *ji-cuadrado*, aparece un nivel de significación asintótica (bilateral) de .213, se acepta la hipótesis nula de independencia y se puede concluir que *no* existen diferencias estadísticamente significativas entre sexos en el nivel 7 de rendimiento matemático (véase Anexo 9.2.). Esta independencia encontrada en este nivel de rendimiento no se ha visto en el resto de la batería tal y como se ha observado en el cálculo de la validez de constructo y en el análisis de las puntuaciones de los alumnos de *nivel 6*, donde los resultados de los hombres han sido significativamente superiores a los de las mujeres. La igualdad de capacidad se ha observado en otras investigaciones en las que no han aparecido diferencias de capacidad significativas entre los alumnos y alumnas más capaces, como es el caso de los estudiantes que obtienen Premio Extraordinario de Bachillerato y Beca de Excelencia de Jiménez y colaboradores (2005, 2010) y en el informe *Top of de Class* (OCDE, 2009).
- En relación al *entorno*, prevalecen los alumnos escolarizados en centros de entornos urbanos, 18 frente a 4 de colegios rurales, es decir, 81.81% frente a un 18.19%. En la muestra, un 69.8% son alumnos de entornos urbanos y un 30.2% de rurales. Si se realiza la prueba de bondad de ajuste *ji-cuadrado*, aparece un nivel de significación asintótica (bilateral) de .212, se acepta la hipótesis nula de independencia y se puede concluir que *no* existen diferencias estadísticamente significativas entre

centros según su entorno en el nivel 7 de rendimiento matemático (véase Anexo 9.2.).

- Si se analizan los resultados según la *titularidad* de los centros, 20 alumnos estudian en colegios públicos y 2 en privados-concertados, lo que significa un 90.91% frente a un 9.09%. En la muestra, el 83.1% de los alumnos proceden de centros de titularidad pública frente al 16.9% de la privada-concertada. Si se realiza la prueba de bondad de ajuste *ji-cuadrado*, aparece un nivel de significación asintótica (bilateral) de .323, se acepta la hipótesis nula de independencia y se puede concluir que *no* existen diferencias estadísticamente significativas entre centros según su titularidad en el nivel 7 de rendimiento matemático (véase Anexo 9.2.). En definitiva, se observa que los centros de titularidad privada-concertada han contado con un porcentaje menor de alumnos con rendimiento *superior* atendiendo a la muestra participante, cifra inversa a la alcanzada en diversas investigaciones que señalan que los alumnos más capaces estudian en menor medida en centros públicos que en privados-concertados (Jiménez y Baeza, 2012; OCDE, 2009).
- Ningún alumno situado en este nivel de rendimiento ha *repetido curso*.
- El 81.81% de estos alumnos tienen un *rendimiento académico* de sobresaliente.
- Cuatro de los alumnos han obtenido un rendimiento más bajo que el que deberían de tener, destacando que el alumno con mayor rendimiento en la batería obtiene un rendimiento escolar de *bien*, no ha sido detectado como alumno con alta capacidad y el maestro no ha considerado ni que tenga una elevada aptitud matemática ni que muestre un especial interés y motivación hacia esta área de aprendizaje.
- Según el punto de vista del propio alumno y el del maestro, el *interés y motivación hacia el área de matemáticas* es bastante elevado.
- De los 22 alumnos ubicados en este nivel de rendimiento, en 8 de ellos el maestro no ha considerado que tengan una elevada aptitud matemática.
- Según los resultados del *BADyG-E3*, estos alumnos han obtenido una puntuación centil promedio de 92 y un CI de 141, lo que confirma su

elevada capacidad intelectual y la necesidad de continuar la evaluación psicopedagógica de estos alumnos para completar su perfil aptitudinal.

- En el nivel 7 hay baja prevalencia de casos diagnosticados con *alta capacidad*. Solo dos casos detectados mediante evaluación psicopedagógica, un hombre y una mujer, un 0.28% de la muestra participante. Jiménez y García (2013) señalan que en el curso 2009/2010, el porcentaje general de alumnos diagnosticados con alta capacidad en nuestro país osciló entre el 0.01% en Cataluña y el 0.20% en Canarias y Murcia, siendo la media nacional del 0.08%.
- Seis alumnos con *nivel de rendimiento superior*, los números 299, 304, 311, 312, 313 y 318, pertenecen al mismo centro educativo lo que, en principio, ha resultado sorprendente. El motivo quizá sea que este centro cuenta con proyectos y experiencias innovadoras de trabajo de la competencia matemática desde Educación Infantil hasta Educación Primaria (por ejemplo, olimpiadas matemáticas, trabajo por proyectos en las aulas, reto matemático semanal, etc.). Ello justifica investigaciones que manifiestan que la competencia matemática de un alumno emerge y crece evolutivamente siempre y cuando exista una adecuada estimulación, lo que deriva en que el profesorado debe ver el talento y la potencialidad como “algo educable y emergente, no como fijo e inmutable” (Benavides, 2008, p. 273).

Los 22 alumnos ubicados en el *nivel de rendimiento 7* en la competencia matemática suponen un 3.1% del total de la muestra, un porcentaje mucho más elevado al señalado antes (0.28%). Si se toma como referencia la estadística de Castilla la Mancha para el curso escolar 2011/2012, el porcentaje de alumnos con alta capacidad en esta región en todas sus enseñanzas no universitarias fue de un 0.06% y en la provincia de Albacete de un 0.12%.

En otras investigaciones, el número de niños con alta capacidad oscila según los investigadores entre 1-2% y el 4-5% (Gagné, 1993; López et al., 2000), aunque este porcentaje puede llegar hasta el 6.13% (García y colaboradores, 1986). En cuanto al talento matemático, según Castro (2004) la proporción oscila entre el 3% y el 5% y en el estudio de Stanley y

colaboradores (1974), el porcentaje de los extremadamente capaces para la matemática oscila entre el 0.5% y el 1% de la población.

Si a estos 22 alumnos del *nivel 7* (3.1% de la muestra) le sumamos los 80 del *nivel 6* (11.2%), resulta que en los niveles de rendimiento más elevados de la batería aparecen 102 alumnos o el 14.3% de la muestra participante.

En PISA 2012, dentro de la competencia matemática, en los niveles superiores de rendimiento 5 y 6 se ha situado un 12.6% como valor promedio de la OCDE, un 9.3% para el nivel 5 y un 3.3% para el 6. Siguiendo con PISA, los resultados promedio de España dentro de estos niveles superiores han sido de un 6.7% para el nivel 5 y un 1.3% para el 6, siendo el total de un 8% (INEE, 2013c), cifra similar a la alcanzada en anteriores ediciones de PISA y en las evaluaciones de diagnóstico nacionales. Como ha podido contemplarse, el número de alumnos en los dos niveles de rendimiento más elevados de la batería ha sido significativamente mayor al alcanzado por nuestro país en PISA y cercanos al promedio de la OCDE. En la tabla 5.54. se muestra un resumen de los porcentajes más elevados correspondiendo la categoría *alto* al nivel 6 de la batería y 5 de PISA, y la categoría *superior* al nivel 7 de la batería y 6 de PISA.

Tabla 5.54. *Porcentaje de alumnos en los niveles superiores de rendimiento en pruebas de evaluación de la competencia matemática*

Pruebas		Rendimiento		Total
		<i>Alto</i>	<i>Superior</i>	
<i>BECOMA</i>		11.2	3.1	14.3
<i>PISA</i>	España	6.7	1.3	8.0
	OCDE	9.3	3.3	12.6

En TIMSS 2011 (INEE, 2012b), el porcentaje de alumnos promedio en el nivel *avanzado* (el más alto) fue de un 5%, mientras que en España fue del 1%. Estos resultados derivan en una imprescindible reflexión sobre la necesidad de estudiar en profundidad los procesos de identificación e intervención educativa de la alta capacidad y el rendimiento excelente.

Por último, en cuanto al patrón de resolución de los alumnos situados en el *nivel de rendimiento 7*, en la siguiente tabla se han mostrado los ítems en los que han cometido errores y los factores en los que se incluyen:

Tabla 5.55. Errores en los ítems y factores de los alumnos con nivel de rendimiento 7

N ^o alumno	Ítems incorrectos		Factores mayor dificultad
	Puntuación 1	Puntuación 0	
79	11, 27, 29, 30	18, 19	Sucesiones, Estructuración gráfica, Diez-cien-mil
81	11, 19, 26, 28, 29	2, 18	Sucesiones, Estructuración gráfica, Partes del todo, Diez-cien-mil
121	9, 10, 11, 24, 28	4	Estructuración gráfica, Partes del todo, Diez-cien-mil
124	11, 19, 32, 34	---	Sucesiones, Resolución de problemas, Diez-cien-mil
164	---	---	---
174	11, 18, 19, 27, 29, 30	---	Sucesiones, Estructuración gráfica, Diez-cien-mil
194	10, 11, 18, 29, 33	19, 28	Sucesiones, Estructuración gráfica, Resolución de problemas, Diez-cien-mil
207	6, 8	27, 28	Estructuración gráfica, Diez-cien-mil, Descomposición y propiedades
238	3, 11, 19, 21	26, 28	Sucesiones, Estructuración gráfica, Partes del todo, Diez-cien-mil
277	19, 28	34	Sucesiones, Estructuración gráfica, Resolución de problemas
299	25, 33, 34	26, 27	Partes del todo, Resolución de problemas, Diez-cien-mil
304	10, 24, 34	11	Partes del todo, Resolución de problemas, Diez-cien-mil
311	5, 34	---	Resolución de problemas, Diez-cien-mil
312	11, 18, 27, 28, 29	19	Sucesiones, Estructuración gráfica, Diez-cien-mil
313	8, 10, 11	1, 21, 34	Estructuración gráfica, Partes del todo, Resolución de problemas, Diez-cien-mil, Descomposición y propiedades
318	6, 28, 34	2	Estructuración gráfica, Resolución de problemas, Descomposición y propiedades
325	11, 26, 33	28, 34	Estructuración gráfica, Partes del todo, Resolución de problemas, Diez-cien-mil
525	6, 8, 30	2, 9, 11	Estructuración gráfica, Diez-cien-mil, Descomposición y propiedades
536	10, 11, 18, 19, 21, 24, 26, 34	---	Sucesiones, Partes del todo, Resolución de problemas, Diez-cien-mil
577	15, 28, 32, 34	2, 22	Sucesiones, Estructuración gráfica, Partes del todo, Resolución de problemas
645	1, 11, 19, 25, 30	5	Sucesiones, Estructuración gráfica, Partes del todo, Diez-cien-mil
707	11, 18, 26	2, 20, 28	Sucesiones, Estructuración gráfica, Partes del todo, Diez-cien-mil

Como puede observarse no se puede decir que exista un patrón único de ítems en los que los alumnos de *nivel de rendimiento 7* comentan errores por igual, aun así los ítems 11, 19, 28 y 34 han sido en los que más errores han aparecido. Por otro lado, los ítems 7, 12, 13, 14, 16, 17, 23 y 31 han sido resueltos correctamente por los 22 alumnos de este nivel.

Por último, con el análisis de los ítems seleccionados se busca dar utilidad práctica y diagnóstica al conocimiento de base utilizado durante años en la enseñanza del área de matemáticas y ponerla, así, al servicio de la identificación y la evaluación diagnóstica de los alumnos más capaces. En la resolución de cada uno de los ítems, se han observado características definitorias del talento matemático, ya que los alumnos situados en el *nivel 7* han realizado comprobaciones de los resultados, han utilizado procedimientos diferenciados a los habituales en la resolución de los ítems, han resuelto los ítems de manera flexible y usado una serie de pasos bien organizados, han puesto en acción formas originales de razonamiento (fluidez de ideas), han manejado formas de expresión escrita bien elaboradas, han utilizado formas de estructuración matemática avanzadas en sus cálculos, han resuelto ítems aplicando formas de resolución anteriores (generalización y transferencia de ideas), han realizado ítems con claridad a pesar de su nivel de dificultad y han empleado con facilidad diferentes sistemas de representación (Benavides, 2008; Greenes, 1981). En alguno de los ítems de las pruebas se ha observado el manejo de varias de estas características (véase Anexo 10.2.).

Capítulo 6

Conclusiones e implicaciones

1. Introducción

Uno de los grandes cambios producidos en la educación contemporánea ha sido la génesis del concepto de competencia insertado en la sociedad del conocimiento. El nacimiento del concepto de competencias básicas en educación se encuentra vinculado a una serie de cuestiones transversales y longitudinales que analizan la presencia de resultados negativos en el avance y consolidación de los sistemas escolares, sociales y culturales.

Tras la revisión del estado de la cuestión en la parte teórica y el posterior estudio empírico, se pasa a sintetizar, a modo de conclusiones e implicaciones, las aportaciones fundamentales que esta investigación ha pretendido realizar con la elaboración de una batería para evaluar la competencia matemática.

2. Sobre el origen del concepto de competencia y su incidencia en nuestro sistema educativo

Al inicio del primer capítulo se ha hecho una revisión del panorama internacional de la educación, analizando las líneas prioritarias de actuación y mostrando su incidencia sobre nuestro sistema educativo. A modo de ejemplo, existen retos como la reducción del fracaso escolar temprano o el aumento de los resultados en lectura, matemáticas y ciencias, sobre los que hay que incidir para mejorar la calidad del sistema escolar. El germen del nacimiento del término competencia pretende dar respuesta a estos desafíos.

El desarrollo del discurso de las competencias en el ámbito educativo emana principalmente de los trabajos que ha venido desarrollando la OCDE desde finales de los 90, al poner en marcha el proyecto DeSeCo de definición y selección de competencias en el ámbito educativo, sentando las bases para la expansión de su aprendizaje. Por medio de este proyecto, la OCDE establece los aspectos definatorios para que una competencia pueda ser considerada como clave o básica. Los distintos elementos constitutivos del currículo son los referentes que permiten su desarrollo y adquisición, siendo éstas el núcleo, eje y nexo de unión entre todos ellos.

La forma establecida por la OCDE para evaluar estas competencias es a través del modelo PISA. Sus resultados son utilizados para el diseño e implementación de reformas educativas que permitan mejorar los logros educativos de los escolares (Mesa et al., 2013) y constituyen la semilla de nuestras evaluaciones de diagnóstico nacionales y regionales.

En esta labor de clarificación conceptual de lo que significan las competencias en educación, la UE establece las competencias claves que el alumnado deberá de alcanzar al final de la escolaridad obligatoria. La propuesta de la UE está considerada como una de las políticas educativas más importantes de las desarrolladas por esta institución, teniendo repercusiones en todos los Estados miembros y buscando dar respuesta a los desafíos derivados de la nueva sociedad del conocimiento. Dentro de la labor de la UE para la

conceptualización del paradigma de las competencias destacan la *Estrategia de Lisboa* del año 2000 y la *Estrategia de Educación y Formación* de 2010.

En nuestro país, la *Ley Orgánica de Educación* (LOE) delimita el concepto y los tipos de competencias básicas y concibe su evaluación como un factor de calidad y equidad en educación capaz de orientar las políticas educativas, aumentar la transparencia y eficacia del sistema educativo, ofrecer información sobre el grado de cumplimiento de los objetivos definidos por las administraciones educativas y facilitar información sobre su grado de consecución a nivel nacional y europeo. Esta forma de evaluar persigue facilitar la toma de decisiones, informar de lo evaluado y cualquier otro efecto que incida en la mejora de los procesos educativos de un centro escolar.

Las evaluaciones internacionales de competencias se traducen en nuestro país en las evaluaciones de diagnóstico. Éstas se organizan de manera nacional y regional, se fundamentan en las enseñanzas mínimas definidas por el Ministerio de Educación, Cultura y Deporte y los currículos propios de cada Comunidad Autónoma y suponen una reflexión conjunta y dialogada sobre aspectos como: el concepto de competencia básica, la reflexión sobre las programaciones didácticas, el inicio de planes de mejora que incidan en la intervención directa con los alumnos, la instauración de propuestas de mejora del propio proceso de evaluación de diagnóstico, la comparativa y la coordinación con otros centros educativos para implantar líneas de actuación comunes y el fomento de la implicación de las familias en estos procesos.

La regulación de este modelo de competencias básicas trae consigo innovaciones en los centros educativos. Estos cambios afectan sobre todo a las formas más tradicionales de enseñar y aprender, incluidas la metodología y la evaluación. Debido a ello resulta imprescindible la redefinición de las relaciones entre cada uno de los elementos de la práctica educativa: currículo, alumnado, equipo docente y entorno. Las implicaciones educativas de este modelo son múltiples y para su integración en los procesos educativos resulta imprescindible replantear el modelo tradicional de enseñanza, prestando una especial atención a la relación entre competencias y áreas curriculares. En el

establecimiento de dicha vinculación, se puede mencionar el artículo 6 de la LOE que define el currículo de las áreas como “el conjunto de objetivos, competencias básicas, contenidos, métodos pedagógicos y criterios de evaluación de cada una de las enseñanzas reguladas en la presente Ley” (2006, p. 17166). La nueva *Ley Orgánica de Mejora de la Calidad de la Educación* (LOMCE) también incide sobre la necesidad de esta vinculación.

3. Sobre el concepto de Competencia Matemática

Cuando se habla de que un alumno es competente en algo, se hace referencia a la movilización de recursos que es capaz de utilizar para la resolución de diferentes situaciones relacionadas con la aplicación práctica de dicha competencia. En el ámbito educativo resulta una cuestión central otorgar al individuo la oportunidad de realizar acciones competentes reales, en este caso dentro de la competencia matemática.

La resolución de problemas y el planteamiento de tareas de aprendizaje son dos ejes centrales dentro del desarrollo escolar de la competencia matemática, permitiendo al alumnado el logro de aprendizajes significativos. Ambos conceptos han tomado una enorme relevancia gracias a las evaluaciones internacionales de rendimiento. Por otro lado, si estos dos aspectos se generalizan al ambiente social del sujeto, su importancia crece de manera exponencial. Los estudios e investigaciones sobre esta transferencia de los aprendizajes adquiridos son escasos (Salmerón, 2013), por lo que se torna fundamental la observación y el análisis sobre cómo los estudiantes resuelven problemas y tareas y generalizan sus estrategias a su vida cotidiana. Los datos publicados estos días sobre los resultados de los alumnos españoles en PISA 2012, muestran la urgencia de incidir sobre la aplicación de las competencias a resolver problemas de la vida real (INEE, 2014).

Dentro de los aspectos contextuales, el profesorado cumple un papel fundamental. La formación de docentes competentes en esta materia es imprescindible como factor esencial de mejora de la educación matemática. Su formación inicial y permanente tendrá que definir el perfil, las capacidades y

condiciones para desarrollar su labor dentro de esta competencia. Varios estudios señalan que la calidad de la formación docente es el factor más importante en el éxito o fracaso escolar (Escudero et al., 2013; Eurydice, 2006, 2013; Hanushek, 2004; INEE, 2013e; Nortes y Nortes, 2013; OCDE, 2005; Rico et al., 2014), resultando imprescindible un replanteamiento de su formación para una integración adecuada de las competencias en educación (Bolívar, 2008; Gimeno, 2008; Tiana, 2011; Valle y Manso, 2013). La nueva *Ley Orgánica de Mejora de la Calidad de la Educación* señala la necesidad de otorgar mayor autonomía a la función docente con la finalidad de personalizar la educación teniendo presente el principio de especialización del profesorado.

En el trabajo por competencias, para valorar los aprendizajes alcanzados por los alumnos serán necesarios instrumentos centrados en ellas. Las pruebas de evaluación criterial se constituyen como un recurso interesante para la evaluación por competencias tal y como se ha planteado en esta investigación.

Para que las evaluaciones por competencias sean consideradas como válidas y ajustadas a los objetivos establecidos, su contenido debe estar alineado con lo que los alumnos aprenden en el centro educativo. El término alineación se define como la concordancia entre lo que se evalúa y lo que está descrito en el currículo (Webb, 1997). De esta forma, en la *Batería de Evaluación de la Competencia Matemática* se ha partido de lo que los docentes enseñan por medio de sus programaciones didácticas y sus libros de texto, utilizándose ambos materiales para seleccionar los ítems del instrumento.

El desarrollo de evaluaciones e investigaciones sobre competencias básicas tendrán como objetivo prioritario la mejora de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las distintas áreas curriculares, partiendo sus estándares de los contenidos evaluados en la propia aula de clase ya que resultará necesario complementar los resultados de las evaluaciones estandarizadas con las propiamente escolares desarrolladas en el aula de clase (López, 2013). En el caso de la competencia matemática, existe una demanda social por unas matemáticas cada vez más funcionales que faciliten a

los ciudadanos una comprensión mayor del mundo que les rodea. En este sentido, evaluaciones como PISA son instrumentos fundamentales para la consecución de estos fines y un referente internacional de la evaluación por competencias, reflejando para España unos resultados deficientes en este dominio (INEE 2005, 2007, 2008, 2010b y 2013c).

El desarrollo de evaluaciones centradas en la competencia matemática permitirá conocer el nivel de conocimientos demostrado por el alumno comparado con la norma (edad y nivel académico), es decir, la observación y constatación continuada de los progresos y trabajos de un alumno en relación con el resto de compañeros del aula y el currículo establecido para ese nivel concreto para el área de matemáticas, sirviendo tanto para el diagnóstico como para la prevención de dificultades de aprendizaje. El análisis de este rendimiento del alumno será fundamental ya que, tal y como indican Olson y colaboradores (2008) tomando como referencia evaluaciones internacionales como PISA y TIMSS, un 30% del alumnado no logra la competencia en matemática al terminar la escolaridad obligatoria, reflejando cierto fracaso de los sistemas educativos para dar respuesta educativa a sus ciudadanos dentro de este campo.

Por otro lado, el análisis exhaustivo del rendimiento en la competencia matemática permitirá saber qué alumnos poseen un alto rendimiento, ubicándose en los niveles superiores de las evaluaciones, lo que significa que pueden demostrar más contenidos y capacidades de las estrictamente medidas mediante una determinada prueba o escala de valoración. En PISA, el promedio de los alumnos españoles con rendimiento excelente o *top performers* es inferior a la media de los alumnos de la OCDE tomando como referencia las cinco evaluaciones desarrolladas y para las tres áreas evaluadas. En el caso de la competencia matemática, teniendo en cuenta las ediciones desarrolladas, el promedio de España es de 7.75% mientras que el de la OCDE es de un 13.5%, siendo los resultados de nuestro país inferiores en este campo del rendimiento excelente, especialmente en el nivel más elevado (Jiménez y Baeza, 2012).

4. Sobre la conceptualización de los más capaces

En la conceptualización de los alumnos más capaces se parte de un concepto multidimensional de inteligencia. Su evolución histórica ha pasado de un enfoque monolítico y psicométrico a una concepción más plural de la inteligencia humana. En esta evolución, las aportaciones de Gardner consideran que aunque es imposible confeccionar un listado definitivo de las inteligencias existentes en el ser humano, sí plantea la posibilidad de hacer una relación donde estén señaladas las más significativas (Gardner, 1987). Esta perspectiva ha resultado relevante en el campo de la alta capacidad y el talento.

Ante la conceptualización multidimensional de la inteligencia, resulta fundamental la elaboración de instrumentos para la evaluación y el diagnóstico de los individuos en toda su amplitud, abarcando una identificación lo más completa posible de capacidades, necesidades e intereses.

Una de las manifestaciones o concreciones de la capacidad superior es el talento. Su identificación y posterior estimulación desde edades tempranas es una necesidad educativa y social. En el caso del talento matemático habrá que prestar atención a la curiosidad y la elevada actividad intelectual de muchos alumnos en esta área, valorando su excelente rapidez en el aprendizaje de conceptos matemáticos complejos y abstractos, con la finalidad de incrementar su motivación intrínseca tras la ampliación de contenidos y metodología en este campo.

Las investigaciones y evaluaciones nacionales e internacionales han dado cierto impulso al estudio de la capacidad matemática superior, indicando aspectos significativos para su conceptualización. Uno de estos estudios es el desarrollado por Stanley, destacando tanto por el proceso de detección definido como por la intervención educativa propuesta. Por otro lado, la integración del trabajo de las competencias básicas y, más concretamente, de la competencia matemática a través de los estudios PISA y similares, también ha supuesto un acercamiento al estudio de los más capaces en el área de matemáticas. En

nuestro país se puede mencionar el proyecto ESTALMAT (Estimulación del Talento Matemático), experiencia de trabajo con este alumnado que progresivamente se está extendiendo a la mayoría de Comunidades Autónomas.

Como se ha señalado en el Capítulo 3, en el estudio de la alta capacidad y el talento, la situación de la mujer resulta llamativa y preocupante. Habría que continuar favoreciendo prácticas coeducativas en los centros buscando una igualdad de oportunidades real, incidiendo en la necesidad de prestar atención a la alta capacidad femenina y al posible tratamiento discriminatorio que, en muchas ocasiones, todavía pervive en los centros procedente de profesores, iguales y de la propia familia (Jiménez et al., 2010). A pesar de que queda camino por recorrer, en las últimas décadas se ha dado un importante avance hacia la igualdad de género en los ámbitos escolar y social.

Se parte de la concepción de una escuela que valora positivamente la existencia de la diversidad de sus alumnos, siendo los alumnos más capaces un colectivo más de los que precisan respuestas educativas individualizadas ajustadas a sus particularidades y características singulares, no definido únicamente por una puntuación de CI elevada.

5. Sobre el diseño y la construcción de la batería de evaluación

A partir de este punto se reseñan las conclusiones obtenidas en la elaboración de la batería, nuestra aportación singular.

En el diseño y la construcción de la *Batería de Evaluación de la Competencia Matemática*, aparecen varias etapas que van desde el diseño inicial de la batería, a someterla a la realización del juicio de expertos y a la administración del instrumento a alumnos de 5º de Educación Primaria a lo largo de tres momentos. El total de muestra participante en los tres momentos ha sido 1.122 alumnos, un 28.28% de la población escolar de 5º curso de los colegios de la provincia de Albacete.

Tras el proceso de construcción y validación, la batería final consta de 34 ítems y 8 pruebas. En el diseño inicial estaba conformada por 64 ítems, habiéndose eliminado 30 de ellos. En cuanto al tiempo de aplicación se ha pasado de los 93 minutos iniciales a los 49 finales.

En el cálculo de la validez de contenido, 51 expertos en el campo de la matemática han cumplimentado una tabla de especificaciones. A tal fin, los ítems con un índice de validez de contenido por debajo de .25 se han eliminado, 4 en total. En líneas generales el índice de validez de contenido de la batería es elevado, ya que la mayoría de los índices son superiores a .80 (Polit y Hungler, 2000), siendo el índice global de la batería de .81.

El estudio del índice de dificultad de los ítems se ha analizado en dos momentos tras la administración de la segunda y la versión final de la batería. Tras la segunda versión, se ha obtenido un índice de dificultad de la batería en su conjunto de .50 según la media obtenida de los 49 ítems, apareciendo 6 muy fáciles (12.25%), 11 fáciles (22.44%), 13 de dificultad normal (26.53%), 13 difíciles (26.53%) y 6 muy difíciles (12.25%).

Por otro lado, tras la administración de la versión definitiva se ha obtenido un índice de dificultad de la batería de .52 según la media obtenida de los 34 ítems, índice ligeramente superior al anterior, apareciendo 4 muy fáciles (11.76%), 6 fáciles (17.66%), 10 de dificultad normal (29.41%), 10 difíciles (29.41%) y 4 muy difíciles (11.76%). La existencia de una amplia variedad de ítems con distinto nivel de dificultad, manteniendo una estructura de dificultad similar a la obtenida con 49 ítems, muestra una batería final equilibrada y más breve.

El cálculo de la fiabilidad se ha realizado también en dos momentos tras la administración de la segunda y la versión final de la batería. Se ha puesto en relación los resultados obtenidos en el total de la batería con respecto a las subcompetencias o factores y los ítems, después se han relacionado entre sí las subcompetencias o factores y los ítems y, por último, se han puesto en relación las dos partes en las que se ha dividido la batería.

En ambos momentos los índices de fiabilidad calculados han oscilado entre .73 y .90, obteniéndose una alta fiabilidad del conjunto de la batería y mostrando una consistencia interna alta. Los índices de fiabilidad de las pruebas de competencia matemática en las evaluaciones generales de diagnóstico españolas y en PISA son de alrededor de .80.

Para completar el diseño, la construcción y la validación del instrumento se han considerado otros aspectos. En primer lugar se ha puesto en relación el peso dedicado inicialmente a cada subcompetencia con el valor dado por los expertos en el área de matemáticas, observándose que los porcentajes dados a tres de las cuatro definidas se han incluido dentro del intervalo fijado por los expertos. No ha coincidido la subcompetencia *Magnitudes y proporcionalidad*. En segundo lugar la valoración cualitativa de los expertos sobre la redacción de cada ítem y sobre el grado de ajuste al nivel y edad de los alumnos, ha facilitado la eliminación de 7 ítems. En tercer lugar se han incorporado una serie de propuestas de mejora divididas en 5 campos: portada, instrucciones generales de cada parte o sesión, aspectos generales de cada prueba, instrucciones específicas de cada prueba e ítems, que han permitido la construcción de un instrumento cada vez más válido y fiable.

6. Sobre la exploración de la validez de constructo

La validez de constructo ha sido explorada de tres formas diferentes: mediante el análisis factorial exploratorio, el estudio de los resultados en función del sexo de los participantes y por medio de la comparación de las puntuaciones obtenidas en la batería con los resultados obtenidos por los alumnos en las subpruebas *Series numéricas* y *Problemas numéricos* del BADyG-E3.

El análisis factorial exploratorio se ha desarrollado en dos momentos. El primero cuando la batería estaba formada por 49 ítems repartidos entre 4 factores, y el segundo una vez que se había reducido la batería a 34 ítems repartidos entre 6 factores. En ambos análisis se ha comprobado previamente si los datos cumplían los requisitos exigibles para aplicar el análisis factorial. El

valor del KMO ha sido de .80 en ambas ocasiones y la prueba de esfericidad de Bartlett, nivel de significación de .000 en los dos momentos, han dado como resultado índices satisfactorios para el desarrollo del análisis factorial.

El primer análisis factorial realizado para 4 factores (inicialmente los ítems han estado repartidos entre 4 subcompetencias) y para los 49 ítems, explica solo un 33.85% de la varianza de las variables originales. Tras la rotación factorial han existido dificultades al interpretar la tendencia a agruparse de algunos ítems para cada factor porque no se han incluido dentro de ninguno o bien han aparecido en distintos factores. Con el segundo análisis factorial para 6 factores y 34 ítems, se ha obtenido una estructura subyacente totalmente “limpia”, no existiendo ítems que hayan correlacionado en dos o más factores. Por otro lado, el porcentaje de varianza total explicada a partir de los componentes principales es de 49.53%, bastante superior al obtenido en el primer análisis.

En el diseño inicial de la batería los ítems han estado agrupados en 4 subcompetencias: *Estadística y probabilidad*, *Aritmética*, *Geometría y Magnitudes y proporcionalidad*. Tras el segundo análisis factorial, se ha obtenido una estructura factorial subyacente conformada por 6 factores: *Sucesiones*, *Estructuración gráfica*, *Partes del todo*, *Resolución de problemas*, *Diez-cien-mil* y *Descomposición y propiedades*. Para la delimitación del contenido común de los ítems integrados en cada factor, se ha solicitado la colaboración de distintos expertos en el campo de las matemáticas escolares.

La validez de constructo también se ha analizado por medio del estudio de los resultados obtenidos en función del sexo de los participantes. Se ha buscado comprobar si tras la administración de la batería se observa superioridad de un sexo respecto al otro tal y como se ha apreciado en distintas investigaciones y en estadísticas educativas. La participación de ambos sexos ha sido muy similar, $n = 360$ para los hombres y $n = 352$ para las mujeres. El análisis de las puntuaciones ha revelado diferencias estadísticamente significativas entre hombres y mujeres, siendo más altas las de los hombres ($M = 35.54$, $DT = 13.60$) que las de las mujeres ($M = 31.85$, $DT = 12.54$). A

favor de los alumnos en los ítems 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 22, 23, 24, 25, 26, 27 y 28, en los factores *Sucesiones* y *Partes del todo* y en el *Total de la Batería*. Únicamente en el ítem 8 han sido a favor de las alumnas.

En los ítems 3, 4, 5, 7, 8, 11, 30, 31 y 33 y en los factores *Resolución de problemas* y *Descomposición y propiedades*, las puntuaciones de las alumnas han sido superiores a las de los alumnos, si bien estas diferencias únicamente han alcanzado la significación estadística en el ítem 8.

De esta manera, puede concluirse que la batería ha mostrado una buena validez de constructo según el sexo de los participantes. La diferencia entre alumnos y alumnas con respecto al rendimiento matemático es relevante para los agentes de la política educativa, en cuanto que revela desigualdades por sexo a favor de los hombres (Bennett, 1996 y 1997; Chan, 2001 y 2006; Furnham et al., 1999; INEE 2008, 2010b, 2011 y 2013c; Llor et al., 2012; Pasarín et al., 2004; Sánchez et al., 2008; Stanley y Benbow, 1983) y aconsejan políticas orientadas al rendimiento que ofrezcan programas específicos o recursos educativos adicionales para determinados alumnos según sus niveles de rendimiento (INEE, 2003). Existen distintos estudios que reflejan que los más perjudicados en los procesos de diagnóstico de la alta capacidad y el talento son las chicas (Kerr, 2000; Landau, 2003).

La última forma en que se ha analizado la validez de constructo ha sido por medio de la comparación de las puntuaciones obtenidas en la batería con los resultados obtenidos en las dos subpruebas del BADyG-E3. Con ello se ha pretendido valorar si la batería diseñada puede ser utilizada para medir aquello que se desea medir: la competencia matemática. Para ello se han establecido las siguientes relaciones: factor *Sucesiones* con subprueba *Series numéricas*, factor *Resolución de problemas* con subprueba *Problemas numéricos* y puntuaciones en el conjunto de la batería con el promedio de las dos subpruebas.

En el análisis de la varianza se ha comprobado previamente si los datos cumplen los supuestos teóricos (Pérez et al., 2009) exigidos para su correcta aplicación, siendo satisfactorios los resultados del análisis.

La subprueba *Series numéricas* tiene un propósito similar al factor *Sucesiones*. Al relacionar los resultados de ambas se ha obtenido un coeficiente de correlación de *Pearson* = .89, índice significativo y bastante alto. Para la comparación de medias entre ambas, se han establecido tres categorías en las puntuaciones de la subprueba *Series numéricas*. La puntuación media en cada una de ellas ha sido de 3.10 (*DT* = 1.31) para el nivel bajo, 6.17 (*DT* = 1.81) para el medio y 9.68 (*DT* = 1.45) para el alto. Los resultados del ANOVA muestran diferencias estadísticamente significativas entre los tres grupos considerados, lo que sugiere que las puntuaciones de los alumnos en el factor *Sucesiones* difieren en función de la categoría dentro de la subprueba *Series numéricas* en la que se incluye cada alumno.

La subprueba *Problemas numéricos* tiene un propósito similar al factor *Resolución de problemas*. Tras poner en relación los resultados de ambas se ha obtenido un coeficiente de correlación de *Pearson* = .86, índice significativo y bastante alto. Para la comparación de medias se han establecido tres categorías en las puntuaciones de la subprueba *Problemas numéricos*. La puntuación media en cada una de ellas ha sido de 1.04 (*DT* = 1.13) para el nivel bajo, 3.19 (*DT* = 1.52) para el medio y 6.21 (*DT* = 1.48) para el alto. Los resultados reflejan diferencias estadísticamente significativas entre los tres grupos considerados, lo que sugiere que las puntuaciones de los alumnos en el factor *Resolución de problemas* difieren en función de la categoría dentro de la subprueba *Problemas numéricos* en la que se incluye cada alumno.

También se ha puesto en relación las puntuaciones del conjunto de la batería con la puntuación centil obtenida de la media de las dos subpruebas del BADyG-E3, obteniéndose un coeficiente de correlación de *Pearson* = .85, siendo el índice alto y significativo. Para la comparación de medias se han establecido tres niveles. La puntuación media en cada una de las categorías ha sido de 17.76 (*DT* = 7.26) para el nivel bajo, 30.96 (*DT* = 8.49) para el medio y

46.54 ($DT = 8.17$) para el alto. Del análisis de los resultados se observan diferencias estadísticamente significativas entre los tres grupos considerados y las puntuaciones de los alumnos en el instrumento.

En definitiva, tras analizar los resultados utilizando las dos pruebas citadas del BADyG-E3, queda constatado que la batería construida mide aquello que se ha deseado que mida, la competencia matemática. La existencia de unos índices de correlación elevados entre ambos instrumentos, muestra una buena validez de constructo del instrumento desde este otro ángulo.

Los resultados obtenidos muestran una correlación alta y estadísticamente significativa entre el test de inteligencia BADyG-E3 y la batería de evaluación elaborada. Otras investigaciones han mostrado la relación entre pruebas psicométricas y de rendimiento (Almeida, 1988; Almeida et al. 2008; Bartels et al., 2002; Gottfredson, 2000 y 2002; Kuncel et al., 2004; Sternberg et al., 2001; Te Nijenhuis et al., 2004).

7. Sobre el análisis de la validez de criterio

La validez concurrente se ha analizado a partir de la relación entre los resultados alcanzados en la batería con los siguientes indicadores de aptitud matemática: rendimiento del alumno en el área de matemáticas, interés del alumno por las matemáticas de acuerdo al punto de vista del profesor y según el suyo propio y la posible existencia de una elevada aptitud matemática a juicio del tutor. En el análisis de la varianza se ha comprobado previamente tres supuestos teóricos: independencia de las observaciones, igualdad de varianza u homocedasticidad y distribución normal de los errores que han intervenido en las observaciones.

Al poner en relación las puntuaciones obtenidas por los alumnos en la batería con su *rendimiento académico*, se ha obtenido un coeficiente de correlación de *Pearson* = .78, índice alto y significativo. Para comprobar las diferencias en las puntuaciones, la variable rendimiento académico se ha

transformado en una variable categórica con tres niveles agrupados de la siguiente manera: *bajo* (insuficiente y suficiente), *medio* (bien) y *alto* (notable y sobresaliente). La puntuación media en cada una de las categorías ha sido de 20.09 ($DT = 7.89$) para el nivel bajo, 31.07 ($DT = 8.90$) para el medio y 43.66 ($DT = 9.04$) para el alto. Los resultados del ANOVA muestran diferencias estadísticamente significativas entre los tres grupos respecto a las puntuaciones de los alumnos en el conjunto de la batería.

Al relacionar el *interés del alumno por las matemáticas según el punto de vista del profesor* con los resultados en la batería, la correlación ha sido de .80, bastante alta y significativa. En la comparación de medias, se ha transformado esta última en una variable categórica con tres niveles: *bajo* (nada y poco), *medio* (regular) y *alto* (bastante y mucho). La puntuación media en cada una de las categorías ha sido de 18.62 ($DT = 7.73$) para el nivel bajo, 30.92 ($DT = 8.26$) para el medio y 43.95 ($DT = 8.91$) para el alto. Los resultados del ANOVA muestran diferencias estadísticamente significativas entre los tres grupos según las puntuaciones de los alumnos en el instrumento. Según Tourón y colaboradores (2012) existen diferencias estadísticas significativas en cuanto a la *percepción de la clase* a partir de las expectativas del maestro sobre lo que el alumno debe de hacer y sobre su interés hacia las tareas, existiendo diferencias destacadas entre los alumnos de mayor y menor rendimiento.

Por otro lado, desde el *punto de vista del alumno*, la correlación ha sido de .72, es decir, alta y también significativa aunque algo menor que la obtenida según la opinión del maestro. Para analizar las diferencias en las puntuaciones, se han establecido tres niveles semejantes a los de la variable anterior, cuya comparación de medias ha derivado en puntuaciones de 20.03 ($DT = 9.02$) para el nivel bajo, 29.45 ($DT = 9.19$) para el medio y 42.69 ($DT = 10.13$) para el alto. Los resultados del ANOVA muestran diferencias estadísticamente significativas entre los tres grupos en relación con las puntuaciones de los alumnos en la batería. Estos resultados están en conexión con los obtenidos en otras investigaciones respecto a esta variable (Bazán y Aparicio, 2006; Gil et al., 2006; INEE, 2008 y 2013c; Mato et al., 2014; Molera, 2012).

Hay evidencias de estudios anteriores que muestran que los alumnos con mayor interés y motivación en las matemáticas tienden a conseguir mejores resultados y mayor rendimiento que el resto, lo que deriva en que una disposición positiva hacia esta área resultará ser por sí misma un importante objetivo educacional (Cueli et al., 2013; INEE, 2008 y 2013c; Mato et al., 2014). Según Tourón y colaboradores (2012), este *gusto por la materia* se traduce en el disfrute hacia su aprendizaje, en la consideración de llevar un buen rendimiento o en la valoración de los contenidos que se aprenden como interesantes. Pan y colaboradores (2013) manifiestan que los alumnos con mayor rendimiento se muestran más motivados intrínsecamente por la materia concreta, apareciendo un mayor interés al hacer sus deberes. Entre las conclusiones de PISA 2012 en relación a esta variable, se señala que el interés de los alumnos por aprender esta materia es bajo, disfrutando poco con su aprendizaje y que, sobre todo en el caso de las alumnas, sus avances en ella se ven entorpecidos por la ansiedad y la falta de confianza (INEE, 2013c).

Mato y colaboradores (2014) afirman que con el paso de los cursos de Educación Primaria a Educación Secundaria Obligatoria, se produce un descenso de las actitudes del alumnado hacia el estudio de las matemáticas. Además, si estas actitudes van decreciendo podrían aparecer en el alumno sentimientos de falta de confianza en sus propias capacidades, favoreciendo la aparición de un bajo interés por la materia y la consecuente disminución de su motivación por aprenderla (Mato, 2010).

La última variable utilizada ha sido la posible existencia de una *elevada aptitud matemática a juicio del tutor*. El análisis de las puntuaciones ha revelado diferencias estadísticamente significativas entre ambas categorías, percibiéndose que la puntuación media total para los alumnos que *Sí* es probable que posean una elevada aptitud matemática ha sido de 43.86 ($DT = 10.63$) y para los que *No* de 30.77 ($DT = 12.41$). En todos los ítems y factores, las puntuaciones de los alumnos categorizados en el *Sí* la poseen han sido superiores a los categorizados en el *No*.

Además, utilizando el *Rho de Spearman* se ha correlacionado esta variable con el resultado obtenido en la prueba, obteniéndose un índice de $-.32$ o relación negativa. Este resultado es “contradictorio” con lo obtenido en el párrafo anterior y en el futuro profundizaremos en su posible explicación. Como era de esperar en nuestros datos aparecen alumnos que el tutor ha considerado que tenían una elevada aptitud para las matemáticas y, sin embargo, su rendimiento en la batería ha sido menor de lo esperado (104 alumnos). Y viceversa, ha habido alumnos (46 alumnos) no considerados por el maestro con elevada aptitud y, en cambio, su rendimiento ha sido muy alto en la batería. También se ha observado que cuanto mayor es la consideración de autocompetencia por parte de los tutores para impartir matemáticas menor es el margen de error en la creencia de qué alumnos tienen una elevada aptitud matemática.

Aunque era esperable cierto margen de discrepancia entre ambos instrumentos quizá sea demasiado alto y vendría a indicar que se ha avanzado poco en la capacidad del profesorado para identificar correctamente a los más capaces. Estudios anteriores como el de García y colaboradores (1986) muestran que los profesores no son *a priori* buenos diagnosticadores de la alta capacidad. En esta investigación aparece un nutrido grupo de alumnos en los niveles 6 y 7 de rendimiento, los superiores que a juicio del tutor no poseen una elevada aptitud matemática.

En resumen, las variables y análisis utilizados para comprobar la validez de criterio concurrente de la batería muestran que el instrumento tiene una elevada validez.

8. Sobre la incidencia de otras variables en el estudio

Se han analizado otras variables que modelan o modulan los resultados como son el entorno y titularidad del centro escolar y la repetición o no de curso de los alumnos. Las dos primeras se consideraron en la selección de la muestra participante en la investigación.

Según la variable *titularidad* aparecen escasas puntuaciones significativas entre colegios públicos y privados-concertados, observándose diferencias a favor de ambos. En PISA 2003 y 2012 los centros privados-concertados superaron significativamente en rendimiento a los alumnos de matemáticas de los centros públicos en la mayoría de los países participantes, lo que sugiere que los alumnos de centros privados obtienen un mejor rendimiento no solo por la ventaja socioeconómica sino también por el efecto de contar con un entorno más favorecedor al aprendizaje derivado de dicha ventaja (Choi y Calero, 2012 y 2013; INEE, 2008 y 2013c). Esto también se observó tanto en TIMSS 2011 (INEE, 2012b) como en las Evaluaciones Generales de Diagnóstico españolas (INEE, 2010a) ya que mostraron que la composición socioeconómica y cultural del alumnado difiere en ambos tipos de centros, a favor de los privados-concertados. Pasarín y colaboradores (2004) en su estudio sobre la evaluación del talento matemático en Educación Secundaria, en relación a la variable *tipo de centro*, observaron diferencias significativas a favor de los centros privados-concertados.

De acuerdo a la variable *entorno*, los resultados de esta investigación muestran escasas diferencias significativas entre centros rurales y urbanos, siendo las existentes a favor de los segundos. Para la competencia matemática y siguiendo las evaluaciones de diagnóstico nacionales e internacionales, se observan diferencias en el rendimiento en función del área de localización del centro educativo a favor de los urbanos, aunque éstas no son significativas. Se confirma que España es uno de los países en donde menos influye la localización del centro en el rendimiento académico de los alumnos (INEE, 2012b). Por otro lado, el estudio de Pasarín y colaboradores (2004) sobre la evaluación del talento matemático en Educación Secundaria en relación a la variable *hábitat*, observó algunas diferencias significativas a favor de los centros urbanos.

En relación a la variable *repetición*, como cabe de esperar, los resultados son significativos a favor de los alumnos que no han repetido curso, lo que viene a verificar que la repetición de curso en un alumno es indicio de menor rendimiento en la batería. Por ello se deberá prestar una especial

atención a la repetición de curso en la etapa de Educación Primaria por su ineficacia en muchas ocasiones (INEE, 2010a) y porque puede tener impacto negativo en el rendimiento académico posterior, siendo imprescindible observar tempranamente posibles situaciones de riesgo de fracaso escolar (Choi y Calero, 2013).

9. Sobre la discriminación de distintos niveles de desempeño

Para el establecimiento de los niveles de rendimiento se ha realizado un análisis de los estadísticos descriptivos básicos: media, desviación típica, frecuencias y porcentajes. Mediante su cálculo, al igual que cuando se ha hallado el índice de dificultad en el diseño y la construcción de la batería (apartado 2.2. del capítulo anterior), se ha podido comprobar cómo han existido ítems con distinto nivel de dificultad, coincidiendo los resultados en relación a unos y a otros. De esta forma, han aparecido los ítems 6 ($M = 1.51$, $DT = .66$ e $ID = .76$), 7 ($M = 1.57$, $DT = .63$ e $ID = .78$), 12 ($M = 1.80$, $DT = .57$ e $ID = .90$) y 14 ($M = 1.68$, $DT = .55$ e $ID = .84$) como los más fáciles del instrumento y el 2 ($M = .45$, $DT = .82$ e $ID = .22$), 21 ($M = .40$, $DT = .78$ e $ID = .20$), 28 ($M = .30$, $DT = .57$ e $ID = .15$) y 34 ($M = .46$, $DT = .79$ e $ID = .23$) como los más difíciles.

Mediante el análisis de los estadísticos básicos se han fijado niveles de rendimiento. Definidos a partir de las puntuaciones totales en la batería, se han establecido siete niveles según la proporción de alumnos situados en los niveles más bajos, en los medios y en los superiores. La finalidad de la definición de estos niveles ha sido la de dar un mayor sentido educativo a la dispersión de las puntuaciones derivadas de la evaluación. En cada nivel se describen las competencias y capacidades que han demostrado los alumnos situados en el rango de puntuaciones propio de cada nivel.

En la delimitación de los siete dominios de desempeño se ha utilizado el programa SPSS 17.0, creándose una nueva variable mediante agrupación visual denominada *Niveles de Rendimiento* (NIR). De menor a mayor, los niveles de desempeño son los siguientes:

Tabla 6.1. *Niveles de rendimiento*

Nivel de rendimiento	Intervalo	Nº de alumnos	%
1	<= 8	14	2.0
2	9 – 18	88	12.4
3	19 – 28	165	23.2
4	29 – 38	184	25.8
5	39 – 48	159	22.3
6	49 – 58	80	11.2
7	59 – 68	22	3.1

Según Villa y Poblete (2004) los niveles de dominio de cada competencia se pueden establecer en función de tres dimensiones: profundización en los contenidos, desempeño autónomo y complejidad de las situaciones o contextos de aplicación. En la batería la relación con dichas dimensiones queda definida de la siguiente manera:

Cuadro 6.1. *Dimensiones que configuran los niveles de dominio y su generalización a la batería*

Dimensiones	Generalización a la batería de evaluación
<i>Profundización en los contenidos</i>	Para que un alumno sea considerado competente dentro del campo de las matemáticas, se requiere que sea capaz de dominar, manejar y generalizar una serie de conocimientos específicos aprendidos. Además, su utilización dependerá de la necesidad de usarlos para resolver un ítem, tarea o problema específico con un determinado nivel de complejidad.
<i>Desempeño autónomo</i>	La demostración de la competencia personal requiere de autonomía personal. Esta independencia es imprescindible ya que el alumno debe de alejarse de posturas de supervisión, asesoramiento y ayuda permanente por parte del profesor o de sus propios compañeros de clase.
<i>Complejidad de las situaciones o contextos de aplicación</i>	Un alumno debe de ser capaz de demostrar su competencia en diferentes contextos y situaciones con distintos niveles de dificultad y complejidad. De esta manera, un alumno será más competente cuanto más capaz sea de demostrar su competencia en distintos tipos de situaciones y contextos, sean del tipo que sean.

Para cada uno de estos 7 niveles de rendimiento, dominio o desempeño, se han fijado una serie de características definitorias que sirven para caracterizar a los alumnos incluidos en uno u otro nivel, y que son las siguientes:

Cuadro 6.2. *Características para cada nivel de desempeño*

Niveles de desempeño	Características
7	Nivel más alto. Posible alumno con alta capacidad y/o talento matemático. Elevada demostración de dominio de todos los contenidos. Utiliza la información de forma sistemática y fluida, aplicándola con eficacia. Planifica, ejecuta y resuelve de manera creativa tareas con distintos niveles de complejidad. Asume riesgos y toma decisiones ante diferentes actividades. Puede llegar a resolver el 100% de las tareas asignadas. Resuelve problemas con un elevado nivel de dificultad. Reconoce y contextualiza los problemas planteados, identifica sus componentes y sus interrelaciones, establece estrategias para su resolución y sabe justificar lo realizado. Aplica los conocimientos aprendidos a una situación planteada y en cualquier contexto y reflexiona sobre sus relaciones internas. Gran dominio y manejo de las operaciones básicas y de las estrategias de cálculo mental. Reconoce, describe e interpreta los conceptos y propiedades esenciales de la competencia matemática con soltura. Aprovechamiento máximo de las tareas y contenidos previstos en el currículo. Capaz de resolver cualquier ítem de la batería, desde el más fácil al más difícil. Sería conveniente la realización de evaluación psicopedagógica. Aconsejable medidas de ampliación y enriquecimiento curricular.
6	Muy alta demostración de dominio de todos los contenidos. Utiliza la información de forma sistemática y fluida, aplicándola con eficacia. Planifica, ejecuta y resuelve de manera creativa tareas con distintos niveles de complejidad. Asume riesgos y toma decisiones ante diferentes actividades. Puede llegar a resolver el 85% de las tareas asignadas. Resuelve problemas con un nivel alto de dificultad. Reconoce y contextualiza los problemas planteados, identifica sus componentes y sus interrelaciones, establece estrategias para su resolución y sabe justificar lo realizado. Aplica los conocimientos anteriores a una situación planteada y en cualquier contexto y reflexiona sobre sus relaciones internas. Gran dominio y manejo de las operaciones básicas y de las estrategias de cálculo mental. Reconoce, describe e interpreta los conceptos y propiedades esenciales de la competencia matemática con mucha facilidad. Aprovechamiento elevado de todas las tareas y contenidos previstos en el currículo. Capaz de resolver prácticamente todos los ítems de la batería. Puede participar en programas de enriquecimiento centrados en la competencia matemática.
5	Nivel medio-alto. Alta demostración de dominio de todos los contenidos. Planifica, ejecuta y resuelve de manera creativa tareas con distintos niveles de complejidad. Asume riesgos y toma decisiones ante diferentes tareas. Puede llegar a resolver el 71% de las tareas asignadas. Resuelve problemas con un alto nivel de dificultad. Reconoce los problemas planteados, identifica sus componentes, establece estrategias para su resolución y sabe justificar lo realizado. Aplica los conocimientos adquiridos a una situación planteada y reflexiona sobre sus relaciones internas. Buen dominio y manejo de las operaciones básicas y las estrategias de cálculo mental. Reconoce, describe e interpreta los conceptos y propiedades esenciales de la competencia matemática con cierta facilidad. Aprovechamiento considerable de todas las tareas y contenidos previstos en el currículo. Capaz de resolver los ítems más fáciles y los difíciles de la batería, apareciendo obstáculos para hacer los más difíciles.
4	Nivel medio. Demostración normal de dominio de todos los contenidos. Puede llegar a resolver el 56% de las tareas asignadas. Resuelve problemas con un nivel de dificultad medio. Reconoce los problemas planteados, identifica sus componentes y establece estrategias para su resolución. Aplica los conocimientos anteriores a una situación planteada. Dominio y manejo normal de las operaciones básicas y presencia de ciertas estrategias de cálculo mental. Reconoce, describe e interpreta los conceptos y propiedades esenciales de la competencia matemática. Aprovechamiento adecuado de todas las tareas y contenidos previstos en el currículo. Capaz de resolver los ítems más fáciles y los de dificultad media de la batería, mostrando problemas para solucionar los difíciles.
3	Nivel medio-bajo. Baja demostración en el dominio de gran parte los contenidos. Puede llegar a resolver el 41% de las tareas asignadas. En la resolución de problemas es probable que necesite ayuda para resolverlos. Empieza a mostrar dificultades para identificar los elementos del problema y utilizar las estrategias de cálculo necesarias. Algunas dificultades para generalizar los aprendizajes alcanzados. Pueden aparecer problemas en el dominio y manejo de las operaciones básicas y las estrategias de cálculo mental. Empiezan a aparecer obstáculos para utilizar los conceptos y propiedades esenciales de la competencia matemática. Bajo aprovechamiento de las tareas y contenidos previstos en el currículo. Capaz de resolver los ítems más fáciles de la batería, existen problemas al solucionar los de dificultad media y muchas dificultades para hacer los más difíciles.
2	Baja demostración de dominio de todos los contenidos. Puede llegar a resolver el 26% de las tareas asignadas. Resuelve problemas con un bajo nivel de dificultad, precisando de ayuda para completar su resolución. Dificultades para reconocer los problemas planteados, identificar sus componentes y establecer estrategias para su resolución. Baja capacidad de

Cuadro 6.2. (continuación)

	generalizar los aprendizajes adquiridos a otras situaciones. Dominio y manejo bajo de las operaciones básicas y pocas estrategias de cálculo mental, apareciendo errores frecuentemente. Dificultades para reconocer, describir e interpretar los conceptos y propiedades esenciales de la competencia matemática. Aprovechamiento mínimo de todas las tareas y contenidos previstos en el currículo. Capaz de resolver los ítems fáciles de la batería, aparecen muchos problemas para solucionar los de dificultad media e incapaz de resolver los más difíciles.
1	Nivel más bajo. Muy baja demostración de dominio de todos los contenidos. Puede llegar a resolver el 12% de las tareas asignadas. Resuelve problemas con un nivel muy bajo de dificultad, precisando de ayuda para la lectura y la elección de las operaciones más convenientes. Serias dificultades para reconocer los problemas planteados, identificar sus componentes y establecer estrategias para su resolución. El alumno es incapaz de generalizar los aprendizajes conseguidos a otras tareas escolares. No domina ni maneja con soltura y autonomía las operaciones básicas y muestra escasas estrategias de cálculo mental. No es capaz de reconocer, describir e interpretar los conceptos y propiedades esenciales de la competencia matemática. Aprovechamiento escaso de todas las tareas y contenidos previstos en el currículo, existiendo carencias importantes en su dominio. Capaz de resolver los ítems muy fáciles de la batería, mostrando serias dificultades para resolver cualquier otro ítem de mayor nivel de dificultad. Sería conveniente la realización de evaluación psicopedagógica. Posible alumno con dificultades de aprendizaje y/o baja capacidad cognitiva. Aconsejable medidas de refuerzo dentro de esta competencia.

10. Sobre el análisis del rendimiento matemático de los alumnos más capaces

Una vez caracterizados los niveles de rendimiento, se ha realizado un análisis en profundidad de los niveles más elevados, es decir, el 6 y el 7. De acuerdo a la comparación de sus medias, han aparecido diferencias estadísticamente significativas a favor del alumnado ubicado en el nivel de rendimiento 7 tanto en la *Puntuación total* como en los factores *Sucesiones*, *Estructuración gráfica*, *Partes del todo*, *Resolución de problemas* y *Diez-cien-mil* y en los ítems 5, 9, 13, 15, 16, 17, 21, 23, 24, 25, 28, 33 y 34.

Tan solo en los ítems 6, 19 y 27, los alumnos ubicados en el nivel 6 han obtenido puntuaciones superiores a los del 7, no siendo estas diferencias estadísticamente significativas.

Los alumnos de *nivel 6*, 80 alumnos u 11.2% de la muestra, han obtenido una puntuación media de 52.36 ($DT = 2.70$) y sus características definitorias son: sexo masculino existiendo diferencias estadísticamente significativas con respecto al femenino según el ji-cuadrado, colegios de entorno urbano y titularidad pública aunque según el ji-cuadrado no existen diferencias estadísticamente significativas, mayoritariamente no repetidores,

rendimiento académico de notable o sobresaliente, nivel máximo de interés y motivación hacia las matemáticas según su propio punto de vista y el del profesor, indecisión sobre la posible existencia de una elevada aptitud hacia las matemáticas, un promedio centil de 80 y CI de 125 en el BADyG-E3 y no detectado como alumno con alta capacidad.

Los alumnos de *nivel 7*, 22 alumnos u 3.1% de la muestra, han obtenido una puntuación media de 61.45 ($DT = 2.41$) y sus características definitorias son: colegios de entorno urbano y titularidad pública aunque según el ji-cuadrado no existen diferencias estadísticamente significativas, no repetidores, rendimiento académico de sobresaliente, nivel máximo de interés y motivación hacia las matemáticas según su propio punto de vista y el del profesor, indefinición sobre la posible existencia de una elevada aptitud hacia las matemáticas y no detectado como alumno con alta capacidad. De acuerdo a la variable *sexo*, 14 han sido niños y 8 niñas y según el ji-cuadrado no existen diferencias estadísticamente significativas, no apareciendo superioridad de un sexo sobre otro (Jiménez et al., 2005; Jiménez y Baeza, 2012). Siguiendo los resultados del BADyG-E3, estos alumnos han obtenido un centil promedio de 92 y un CI de 141, lo que viene a demostrar la necesidad de continuar la evaluación psicopedagógica ya que diversos estudios definen un percentil igual o mayor a 75 en pruebas de razonamiento matemático como la puntuación de corte para valorar que existen indicios de talento matemático (Pasarín et al., 2004; Sánchez, 2006) e igual o superior a 95 como indicativa de talento matemático (Gobierno de Canarias, 2005).

Un aspecto que ha llamado la atención ha sido el escaso número de alumnos diagnosticados con alta capacidad entre la muestra participante (2, un hombre y una mujer, el 0.28% de la muestra participante). En el nivel 7 de esta batería han aparecido 22 alumnos, un 3.1% del total de la muestra y casi todos ellos con un CI por encima de 130. Estas cifras están bastante por encima del 0.06% de Castilla La Mancha y del 0.12% de la provincia de Albacete de alumnado diagnosticado con alta capacidad en el conjunto de las enseñanzas no universitarias en el curso académico 2011/2012. El estudio de Pasarín y colaboradores (2004) sobre la evaluación del talento matemático en Educación

Secundaria concluye que solo el 2.7% de los alumnos considerados cumplieron las condiciones para ser considerados como sujetos con talento matemático, porcentaje algo inferior al 3.1% obtenido en esta investigación.

Si a estos 22 alumnos del *nivel 7* se le suman los 80 del *nivel 6*, resulta que en los niveles de rendimiento más elevados de la batería aparecen 102 alumnos, el 14.3% de la muestra participante.

En PISA 2012, en los dos niveles superiores de rendimiento se sitúa el 12.6% de los alumnos participantes como valor promedio de la OCDE (9.3% y 3.3% respectivamente), mientras que en España el total fue del 8% (6.7% y 1.3% respectivamente). Esta última cifra es similar a la alcanzada en anteriores ediciones de PISA y en las evaluaciones de diagnóstico nacionales. Es decir, el porcentaje de alumnos en los dos niveles de rendimiento superiores de la batería ha sido mayor al promedio de la OCDE y al de nuestro país en PISA.

Desde la perspectiva educativa y como se ha señalado en el apartado anterior, para los alumnos situados en los *niveles 6 y 7* de rendimiento, respectivamente, es aconsejable la ampliación de tareas y contenidos dentro de la competencia matemática, incluyendo contenidos de otras competencias aprovechando la interrelación que existe entre todas ellas. Desde la clasificación de los alumnos según su perfil dentro de la competencia matemática, se podrán establecer pautas de acción e intervención educativa adaptadas a dichos perfiles encaminadas a proporcionar una respuesta ajustada a sus capacidades a través de contenidos matemáticos de diversa tipología y dificultad. En esta tarea, el profesorado deberá de ser consciente de que las diferencias en el rendimiento a veces no son debidas a un problema de disposición sino más bien a un desnivel en sus capacidades, es decir, a una discrepancia entre lo que hace y lo que podría ser capaz de hacer un alumno dado.

11. Implicaciones para la práctica educativa

Las implicaciones para la práctica educativa se agrupan en tres apartados según se refieran a la evaluación de la competencia matemática, al diagnóstico escolar y a la intervención educativa.

a) En relación a la evaluación de la competencia matemática.

La detección a través de la prueba de evaluación centrada en la competencia matemática permite hacer una “radiografía matemática” del aula en un momento determinado y observar el nivel alcanzado por el alumnado y el tipo de carencias y fortalezas matemáticas que posee. El instrumento elaborado se caracteriza por su amplitud de enfoque al abarcar a todo un grupo/nivel, su profundización en los factores medidos en la evaluación, la rapidez y facilidad de ejecución y la escasa y puntual inversión de recursos que requiere.

Junto a la evaluación de cada subcompetencia, la batería permite conocer las estrategias matemáticas puestas en marcha por los alumnos. Se trata de una serie de conocimientos transversales manifestados a través de destrezas y habilidades asociadas con los conocimientos específicos de esta competencia. De esta manera, se puede hacer una valoración cualitativa de estrategias tales como la resolución de problemas simples y complejos, el cálculo mental, la expresión escrita, la utilización de conceptos, el razonamiento, el conocimiento de hechos, el dominio de procedimientos o la comprensión de textos escritos, entre otros.

Aunque la batería se centra en la evaluación de la competencia matemática, de sus resultados se pueden obtener interpretaciones cualitativas de otras áreas a partir de las producciones escritas de los alumnos, como es el caso de *Lengua Castellana* por medio de aquellos ítems que exigen la invención y resolución de problemas, aspecto éste que pretendemos estudiar mejor en el futuro.

Por último, la opción de evaluar una única competencia con una única batería o cuadernillo responde a la práctica habitual en las evaluaciones sobre competencias realizadas a nivel nacional e internacional. Fernández-Alonso y Muñiz (2011, p.7) señalan que “pese a que todas las comunidades autónomas evalúan más de una competencia, hasta el momento la decisión prácticamente unánime es que cada competencia tenga su propio diseño de cuadernillos. Esta elección supone que habrá tantos juegos de cuadernillos como competencias evaluadas”. A pesar de ello, otra utilidad más de este instrumento puede ser su utilización para la evaluación cualitativa de otras competencias básicas como sería el caso de la *Lingüística*, *Aprender a aprender* o *Autonomía personal*. En definitiva, estos aspectos junto a los resultados obtenidos en la batería permitirán al profesorado obtener información completa sobre los aprendizajes y procesos puestos en acción por los alumnos y tomar decisiones cara a una intervención educativa óptima.

b) *En relación al diagnóstico escolar.*

El trabajo por competencias parte de la búsqueda de las capacidades necesarias y aplicables a la vida real, dejando de ser los contenidos el eje vertebrador del currículo y teniendo presentes los contextos en los que se desarrolla el aprendizaje. En el caso de la competencia matemática, implica decidir cuáles son las matemáticas que hacen a una persona competente en este campo, estableciendo unos descriptores breves, concretos y ubicados en contextos específicos (Plaza, 2013). La batería puede prestar a tal fin una importante ayuda.

El método utilizado en la validación de la batería ha sido una evaluación criterial de rendimiento. Jornet y González (2009) inciden en la necesidad de evaluaciones criteriosales que rompan con la inadecuación de los sistemas normativos de construcción de tests psicométricos para la elaboración de pruebas estandarizadas de rendimiento. Así, remarcan la necesidad de que las pruebas de rendimiento permitan el análisis y la especificación del *Dominio Educativo* (DE) del alumno y el desarrollo de *Estándares Educativos* (EE) o sistema de interpretación de puntuaciones dirigido a establecer un juicio de

valor sobre la calidad del aprendizaje y determinar en qué nivel competencial se sitúa el alumno.

En la batería, los criterios estándar configuran siete niveles de desempeño que discriminan el grado de logro alcanzado y fijan las puntuaciones de corte en cada uno de los factores y en la prueba final. Estos criterios se han fijado a partir de los descriptores que definen la competencia matemática, los indicadores de evaluación delimitados a partir de dichos descriptores y sus correspondientes contenidos. Criterios estándar, descriptores e indicadores señalan características propias de calidad como gradualidad, interconexión e interdependencia entre ellos, apoyo en principios teóricos de la disciplina, operatividad, efectividad, evaluación factible y objetividad.

Los descriptores para cada nivel de desempeño son politómicos, se describen por etiquetas según el nivel de dominio alcanzado y hacen referencia al tipo de aprendizaje característico de los sujetos ubicados en cada nivel. Por otro lado, la puntuación de corte sirve para diferenciar entre cada uno de los niveles establecidos. Cada nivel se define por lo que el alumno es capaz de hacer dentro de la competencia matemática de acuerdo a las exigencias establecidas en el currículo definido para 5º de Educación Primaria.

Este instrumento ha sido diseñado para que favorezca la evaluación formativa cuya finalidad no es la obtención de resultados estáticos o lo logrado por el alumnado, sino dinámicos o nivel de progreso alcanzado. Es decir, el instrumento no pretende “etiquetar” a un alumno como competente en matemáticas sin más, sino que busca mostrar la tendencia a destacar en esta competencia en un nivel determinado. Las experiencias del alumno pueden variar con su evolución personal y con las vivencias a las que vaya teniendo acceso.

Los procedimientos utilizados para su corrección, el manejo de las respuestas y el análisis de los resultados consideramos que son lo

suficientemente útiles y dinámicos para dar respuesta a dicho sentido formativo de la evaluación.

c) *En relación a la intervención educativa.*

La intervención educativa centrada en competencias básicas facilitará una atención escolar que favorezca el desarrollo de diferentes capacidades, motivaciones y logros. Para ello, instrumentos de evaluación como el de esta investigación permitirán partir del nivel de competencia y rendimiento del alumno en un momento concreto para elaborar planes de trabajo individualizados, abiertos e integradores que incidan en los contenidos y procesos curriculares.

Para el desarrollo de las competencias básicas en las aulas, el docente tendrá que contar con una formación específica en el campo de las competencias. Como se ha observado en la última parte de la investigación, de los 38 tutores participantes, 6 de ellos se han considerado nada o poco competentes para impartir el área de matemáticas. Por otro lado, modelos como el *Improving the Quality of Education for All* (IQEA) pueden servir de ejemplo para la identificación de las condiciones idóneas para el desarrollo de las competencias de los alumnos, incidiendo en la necesidad de proporcionar al profesorado la formación y el asesoramiento necesarios para impulsar proyectos de mejora desde el propio centro en relación al trabajo por competencias (González y López, 2013).

En la intervención educativa por competencias, la consideración del sexo de los alumnos es fundamental por ser una variable moduladora importante. El aprendizaje de las representaciones culturales está basado en la influencia que sobre el sujeto ejercen los distintos ámbitos en los que se desenvuelve y que van conformando un sistema cultural reconocido y asumido por las personas de manera progresiva. Hay aportaciones que demuestran de manera empírica cómo los estereotipos asumidos por los alumnos influyen en su autoconcepto, sus procesos cognitivos, sus aptitudes intelectuales y su desempeño ante distintas tareas dentro y fuera del contexto educativo (Colás y Villaciervos,

2007; García et al., 2013; Saavedra et al., 2013), estereotipos que perjudican prioritariamente al sexo femenino.

Otro aspecto a considerar en el trabajo por competencias es la atención a la diversidad del alumnado con el objetivo de “garantizar” una educación personalizada en función de las necesidades manifestadas. Para ello, resulta imprescindible fijar las medidas organizativas y curriculares adecuadas. En Castilla la Mancha, el Decreto 68/2007 del Currículo para Educación Primaria, define la respuesta educativa a la diversidad como “conjunto de actuaciones educativas dirigidas al alumnado y a su entorno con la finalidad de favorecer una atención personalizada que facilite el logro de las competencias básicas y los objetivos de la Educación Primaria” (2007, p. 14761).

Los resultados obtenidos en la última parte de la investigación han mostrado que hay alumnos con elevado rendimiento que, sin embargo, pasan desapercibidos y no reciben una atención individualizada ajustada a dichas necesidades. De esta manera, resulta imprescindible tanto la redefinición de los procesos de aprendizaje como de los de enseñanza para atender a todos los alumnos con igual calidad e integrar la formación en competencias básicas, otorgando así nuevos roles al profesor y al alumno. Además, organismos como la OCDE y el Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, señalan que la promoción de la excelencia debe de considerarse una *meta* del sistema educativo y tendrá que abordarse con un entusiasmo mayor del que ha tenido en los últimos años.

En esta tarea, el docente prestará atención a algunas de las estrategias matemáticas utilizadas por los alumnos con rendimiento más elevado para que no sean desaprovechadas. Considerará qué, cómo y por qué un alumno responde de una determinada manera, con la finalidad de favorecer esta forma de pensamiento y fomentar la generalización del mismo a los ámbitos en los que se desenvuelve.

12. Limitaciones

El modelo de competencias básicas se coloca como puente entre la conceptualización multidimensional de la inteligencia del ser humano y una nueva sociedad que se ha configurado con extraordinaria rapidez alrededor del conocimiento, sometida a cambios sociales continuos y vertiginosos. Estas variaciones demandan innovaciones constantes con vistas a unir lo máximo posible los aspectos teóricos de las competencias y la inteligencia con las prácticas educativas, con la consecuente necesidad de generar investigaciones en este campo que orienten la mejora del sistema educativo.

En las limitaciones del estudio empírico señalar que a pesar de que el currículo utilizado en la provincia de Albacete es el mismo que el de la Comunidad Autónoma de Castilla La Mancha y pese a la representatividad de la muestra en dicha provincia, los resultados y las conclusiones obtenidas se circunscriben con propiedad a la provincia de Albacete. Sería interesante generalizar este proceso a otras provincias de Castilla la Mancha, a otras regiones y a otros países de habla hispana a través de nuevos estudios.

Por otro lado, si bien el currículo fijado por la administración educativa es el mismo para todos los alumnos, existe la posibilidad de que la formación matemática difiera de un colegio a otro, dependiendo de la autonomía organizativa y pedagógica de los centros, de la formación recibida por los docentes, los libros de texto utilizados y de los recursos y metodología utilizada en el desarrollo de las clases. Estudios de casos y réplicas del estudio realizado podrían ayudar a tal fin.

Otra reflexión a tener en cuenta y que justifica el trabajo por competencias es que la educación actualmente está conformada para atender a la diversidad de su alumnado. En el caso concreto de los alumnos más capaces resulta imprescindible ofrecerles una educación más individualizada haciendo más visible su diversidad, siendo la formación docente un aspecto fundamental. En nuestro estudio los tutores han resultado ser malos diagnosticadores de la alta capacidad matemática y quizá tendríamos que

haberlo previsto dada la baja incidencia de alumnos muy capaces diagnosticados como tales a lo largo y ancho de la geografía nacional. Este aspecto merece ser estudiado con mayor profundidad.

Otro aspecto que requiere mayor profundización es el comportamiento desigual de las chicas en los niveles 6 y 7 de la competencia matemática. Hay “mayor igualdad de género” en el nivel 7 que en el 6, aspecto que admite varias lecturas y sobre el que habrá que indagar.

13. Recomendaciones para futuras investigaciones

Además de las utilizadas en esta investigación, existen otras formas de evaluación de la competencia matemática que también deberán utilizarse para una valoración multidimensional y más matizada. Por ejemplo, la utilización de metodologías e instrumentos de evaluación como portafolios, observación y registros anecdóticos, proyectos de trabajo intercompetenciales y estudio de casos, entre otros, ya que el uso de estrategias variadas en la docencia facilita la mejora del rendimiento académico de los alumnos (Martínez-Garrido e Hidalgo, 2013).

Si se quiere continuar con el diagnóstico de los alumnos con puntuaciones altamente significativas, resultará indispensable empezar a trabajar desde edades tempranas y utilizar otras estrategias y pruebas psicopedagógicas.

Así mismo, conviene investigar las actitudes del profesorado hacia los alumnos con diferente ritmo de aprendizaje e indagar sobre su formación para poner en marcha procesos de innovación que permitan avances significativos a todos los alumnos, incluidos los más capaces. Estas investigaciones deben contemplar también el ámbito familiar del alumno.

En línea con lo anterior, además de elaborar baterías como la presente para el resto de competencias y para los distintos niveles y etapas educativas, se podría intentar profundizar en cómo desarrollar las prácticas de enseñanza y

aprendizaje por competencias, qué formación ofrecer al respecto al profesorado, qué materiales específicos utilizar, qué rol deberían jugar las evaluaciones de las materias, qué papel tienen que tener las evaluaciones finales de ciclo y/o etapa y cómo serían las evaluaciones internas y externas, entre otros temas.

Uno de los campos estudiados en la investigación sobre los más capaces es la evolución y la situación social de la mujer, los problemas a los que se enfrenta y los apoyos que recibe. De esta forma, se prestará una especial atención a la excepcionalidad femenina a través de materiales precisos tanto para su identificación como para su intervención educativa, con el objetivo de que padres y profesores cuenten con las actitudes y los medios precisos para ofrecer a este grupo prácticas sociales, escolares y familiares enriquecedoras.

Algunos resultados de esta investigación hacen necesario profundizar en ellos mediante estudios posteriores. Se han observado diferencias entre sexos, siendo éstas favorables a los alumnos en gran parte de la batería a excepción del nivel de rendimiento 7. Por tanto, parece conveniente administrar la batería a otras muestras para ver la consistencia de las mediciones realizadas en función de esta variable.

Dos aspectos que han suscitado interés para futuras investigaciones son dos hallazgos no previstos. En primer lugar en la muestra de tutores que han diagnosticado la capacidad matemática de los alumnos, casi un sexto o 6 de 38, confiesa no sentirse preparado para ser profesores de matemáticas, por lo que habrá que analizar sí esta característica tiene consecuencias para los alumnos a medio y largo plazo. Asimismo, tras correlacionar la posible existencia en el alumno de una elevada aptitud matemática a juicio del maestro con los resultados obtenidos por los alumnos en la batería, se ha obtenido un *Rho de Spearman* de $-.32$. Sería interesante continuar con el análisis de las causas de este índice negativo.

Finalmente conviene realizar un análisis contextual más profundo sobre las características de los alumnos situados en los niveles de rendimiento más elevados, haciendo un acercamiento al conocimiento de los aspectos familiares y contextuales que han podido ser determinantes en la consecución de puntuaciones elevadas como nivel educativo del padre y de la madre, número de hermanos y su nivel educativo u ocupacional, libros existentes en el hogar y recursos domésticos con los que cuentan, e incidiendo particularmente en aspectos controlables por el alumno y el profesor como estrategias y tiempo de estudio, tiempo dedicado por el currículo a cada tipo de enseñanza y hábitos lectores del alumnado. Ello además de seguir considerando las teorías clásicas.

Referencias bibliográficas

- Ahmed, W., Minnaert, A., Kuyper, H. & Van der Werf, G. (2012). Reciprocal relationships between math self-concept and math anxiety. *Learning and individual differences*, 22, 385-389.
- Alarcón-Rubio, D., Sánchez-Medina, J.A. & Prieto-García, J.R. (2014). Evaluación del desarrollo de la función ejecutiva en escolares: uso de la prueba Dimensional Change Card Sort (DCCS) en una muestra española. *Revista de Educación*, 363, 83-100.
- Alencar, E.M. & Fleith, D.S. (2001). *Superdotados: determinantes, educação e ajustamento*. Sao Paulo: EPU.

- Almeida, L. & Oliveira, E. (2010). Los alumnos con características de sobredotación: la situación actual en Portugal. *Revista Electrónica Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 13 (1), 85-95.
- Almeida, L.S, Guisande, M.A., Primi, R. & Lemos, G. (2008). Contribuciones del factor general y de los factores específicos en la relación entre inteligencia y rendimiento escolar. *European Journal of Education and Psychology*, 1 (3), 5-16.
- Almeida, L.S. (1988). *O raciocínio diferencial dos jovens: Avaliação, desenvolvimento e diferenciação*. Porto: Instituto Nacional de Investigação Científica.
- Álvarez, B. (2001). *Alumnos de altas capacidades: identificación e intervención educativa*. Madrid: Editorial Bruño.
- American Educational Research Association, American Psychological Association & National Council On Measurement In Education (1999). *Standards for Educational and Psychological Testing*. Washington, DC: AERA.
- Area, M. (2007). Algunos principios para el desarrollo de buenas prácticas pedagógicas con las TICs en el aula. *Revista Comunicación y Pedagogía: Nuevas tecnologías y recursos didácticos*, 222, 42-47.
- Arreaza, F., Gómez, N. & Pérez, M. (2007). *Programación, desarrollo y evaluación de las competencias básicas*. Castilla La Mancha: Oficina de Evaluación.
- Arreaza, F., Gómez, N. & Pérez, M. (2009). *Evaluación de Diagnóstico de las Competencias Básicas. Marco teórico 2009-2011*. Castilla La Mancha: Oficina de Evaluación.
- Arribas, D. (2009). *A new theoretical model and questionnaire to assess competences: compeTEA*. Comunicación presentada en el 14th European Congress of Work and Organizational Psychology, Santiago de Compostela.

- Backhoff, E., Andrade, E., Sánchez, A. & Peon, M. (2007). *El aprendizaje en tercero de primaria en México. Español, Matemáticas, Ciencias naturales y Ciencias sociales*. México: Instituto de Evaluación Educativa.
- Badia, A., Meneses, J. & Sigalés, C. (2013). Percepción de los docentes sobre los factores que afectan al uso educativo de las TIC en el aula equipada de tecnología. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 11 (3), 787-808.
- Barbero, M.I., Holgado, F.P., Vila, E. & Chacón, S. (2007). Actitudes, hábitos de estudio y rendimiento en Matemáticas: diferencias por género. *Psicothema*, 19, 413-421.
- Bardín, L. (1986). *Análisis de contenido*. Madrid: Akal.
- Bartels, M., Rietveld, M.J., Van Baal, G.C. & Boomsma, D.I. (2002). Heritability of educational achievement in 12-year-olds and the overlap with cognitive ability. *Twin Research*, 5, 544-553.
- Bazán, J.L., & Aparicio A.S. (2006). Las actitudes hacia la Matemática-Estadística dentro de un modelo de aprendizaje. *Revista Semestral del Departamento de Educación*, 25 (28), 1-12.
- Beltrán, J.A. & Pérez, L. (1994). *Estudio experimental del autoconcepto académico en alumnos de altas capacidades a través de la escala E.D.D.A*. Madrid: Universidad Complutense.
- Benavides, M. (2008). *Caracterización de sujetos con talento en resolución de problemas de estructura multiplicativa*. Tesis de Doctorado para la obtención del título de Doctor en Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.
- Benner, D. (2009). La estructura de la formación general en el currículum básico de los sistemas educativos modernos: Una propuesta de encuadramiento teórico-educativo de PISA. *Profesorado, Revista de currículum y formación del profesorado*, 13 (2), 1-18.

- Bennett, M. (1996). Men's and women's self-estimates of intelligence. *Journal of Social Psychology*, 136, 411-412.
- Bennett, M. (1997). Self-estimates of ability in men and women. *Journal of Social Psychology*, 137, 540-541.
- Boal, N., Bueno, C., Lerís, M.D. & Sein-Echaluce, M.D. (2008). Las habilidades matemáticas evaluadas en las pruebas de acceso a la universidad. Un estudio en varias universidades públicas españolas. *Revista de Investigación Educativa*, 26 (1), 11-23.
- Boekaerts, M., De Konning, E. & Vedder, P. (2006). Goal-Directed Behavior and Contextual Factors in the Classroom: An Innovate Approach to the Study of Multiple Goals. *Educational Psychologist*, 41 (81), 33-51.
- Bolívar, A. (2008). El discurso de las competencias en España: Educación Básica y Educación Superior. *Revista de Docencia Universitaria*, 2. Recuperado el 15 de noviembre, 2013, de <http://revistas.um.es/redu/article/view/35241>
- Bransford, J.D. & Stein, B.S. (1993). *The Ideal Problem Solver*. New York: Editorial Freeman.
- Canals, M.A. (2009). *Lógica a todas las edades*. Barcelona: Editorial Rosa Sensat.
- Canals, M.A. (2010). *Problemas y más problemas*. Barcelona: Editorial Rosa Sensat.
- Cano, M.E. (2008). La evaluación por competencias en la educación superior. *Profesorado, Revista de currículum y formación del profesorado*, 12 (3), 1-16.
- Caraballo, R.M., Rico, L. & Lupiáñez, J.L. (2013). Cambios conceptuales en el marco teórico competencial de PISA: el caso de las Matemáticas. *Profesorado, Revista de currículum y formación del profesorado*, 17 (2), 225-241.

- Cardona, M.C. (2002). *Introducción a los métodos de investigación en educación*. Madrid: EOS.
- Cardona, M.C. (2006). *Diversidad y educación inclusiva*. Madrid: Pearson-Educación.
- Carpenter, G.A. & Grossberg, S. (2003). Adaptive Resonance Theory. En M.A. Arbib (Ed.), *The Handbook of Brain Theory and Neural Networks* (pp. 87-90). Cambridge, MA: MIT Press.
- Carroll, J.B. (1976). Psychometric tests as cognitive tasks: A new structure of intellect. En L.B. Resnick, *The nature of intelligence* (pp. 27-56). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Castelló, A. (2001). *Inteligencias. Una integración multidisciplinaria*. Barcelona: Masson.
- Castilla La Mancha. Decreto 68/2007, de 29 de mayo, por el que se establece y ordena el currículo de la Educación Primaria en la Comunidad Autónoma de Castilla La Mancha. *Diario Oficial de Castilla La Mancha*, 1 de junio de 2007, 289, 43187-43195.
- Castro, E. (2004). Perspectivas futuras de la educación de niños con talento. En M. Benavides, A. Maz, E. Castro y R. Blanco (Eds.), *La educación de niños con talento en Iberoamérica* (pp. 171-185). Santiago de Chile: OREALC/UNESCO.
- Castro, M. (2011). ¿Qué sabemos de la medida de las competencias? Características y problemas psicométricos en la evaluación de competencias. *Bordón*, 63 (1), 109-123.
- Center for Talented Youth (1995). *Academic Acceleration: Knowing your Options*. Baltimore, MD: CTY Publications and Resources, The Johns Hopkins University Press.
- Chan, D.W. (2001). Assessing giftedness of Chinese secondary students in Hong Kong: A multiple intelligences perspective. *High Ability Studies*, 12 (2), 215-234.

- Chan, D.W. (2006). Perceived Multiple Intelligences Among Male and Female Chinese Gifted Students in Hong Kong: The Structure of the Student Multiple Intelligences Profile. *Gifted Child Quarterly*, 50 (4), 325-338.
- Chan, D.W. (2008). Giftedness of Chinese Students in Hong Kong: Perspectives from Different Conceptions of Intelligences. *Gifted Child Quarterly*, 52, 40-54.
- Choi, A. & Calero, J. (2012). Rendimiento académico y titularidad de centro en España. *Profesorado, Revista de currículum y formación del profesorado*, 16 (3), 31-57.
- Choi, A. & Calero, J. (2013). Determinantes del riesgo de fracaso escolar en España en PISA 2009 y propuestas de reforma. *Revista de Educación*, 362, 562-593.
- Cleary, T.J. & Chen, P.P. (2009). Self-regulation, motivation and math achievement in middle school: Variations across grade level and math context. *Journal of School Psychology*, 47(5), 291-314.
- Climont, J.B. (2010). Reflexiones sobre la educación basada en competencias. *Revista Complutense de Educación*, 21(1), 91-106.
- Cohen, L., Manion, L. & Morrison, K. (2000). *Research Methods in Education*. London: Routledge.
- Cohn, S.J. (1991). Talent Searches. En C. Jiménez (2000). Evaluación de programas para alumnos superdotados. *Revista de Investigación Educativa*, 18 (2), 553-563.
- Colás, P. & Villaciervos, P. (2007). La interiorización de los estereotipos de género en jóvenes y adolescentes. *Revista de Investigación Educativa*, 27 (1), 35-58.
- Coley, R. (2001). *Differences in the gender gap: comparisons across racial/ethnic groups in education and work*. Princeton: Educational Testing Service.

- Coll, C. & Martín, E. (2006). *Vigencia del debate curricular. Aprendizajes básicos, competencias y estándares*. Santiago de Chile: UNESCO.
- Coll, C. (2006). Lo básico en la educación básica. Reflexiones en torno a la revisión y actualización del currículo de la educación básica. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 8 (1).
- Coll, C. (2007). Las competencias en la educación escolar: algo más que una moda y mucho menos que un remedio. *Revista Aula de Innovación Educativa*, 161, 34-39.
- Consejo de Europa (2001). *Marco Común Europeo de Referencia de las Lenguas*. Estrasburgo: Departamento de Política Lingüística.
- Costello, A.B. & Osborne, J.W. (2005). Best Practices in Exploratory Factor Analysis: Four Recommendations for Getting the Most from Your Analysis. *Practical Assessment, Research & Evaluation*, 10 (7).
- Cueli, M., García, T. & González-Castro, P. (2013). Autorregulación y rendimiento académico en Matemáticas. *Aula Abierta*, 41 (1), 39-48.
- Dabrowski, K. (1964). *Positive Disintegration*. London: Little Brown.
- Davidson, J.E. & Sternberg, R.J. (1984). The role of insight in intellectual giftedness. *Gifted child quarterly*, 28 (2), 58-64.
- De La Orden, A. (2011). El problema de las competencias en la educación general. *Bordón* 63 (1), 47-61.
- De La Rosa, J.M. (2007). *Didáctica para la resolución de problemas*. Andalucía: Junta de Andalucía.
- Deakin, R. (2008). Key Competencies for Education in a European Context: Narratives of Accountability or Care. *European Educational Research Journal*, 7 (3), 311-318.
- Del Rincón, D. & Del Rincón, B. (2000). Revisión y mejora de los procesos educativos. *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 39, 51-73.

- Díaz, M. (2008). Pensamiento abstracto. *Revista digital alternativa*, 5 (18), 3-9.
- Duru-Bellat, M. (2013). Desde el atractivo poder de los datos de PISA a las desilusiones del Benchmarking. ¿Desafío a la evaluación de los sistemas educativos? *Profesorado, Revista de currículum y formación del profesorado*, 17 (2), 93-104.
- Echenique, I. (2006). *Matemáticas: Resolución de problemas*. Pamplona: Gobierno de Navarra.
- Edel, R. (2004). Factores asociados al rendimiento académico. *Revista Iberoamericana de Educación*, 33 (8).
- Elices, J., Riveras, F., González, C. & Crespo, M. (1990). El rendimiento escolar en función del sexo al inicio de la EGB. *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 8, 123-132.
- Ellerton, N. (1986). Children's made-up mathematics problems. A new perspective on talented mathematicians. *Educational Studies in Mathematics*, 17 (3), 261-271.
- Escudero, J.M., González, M.T. & Rodríguez, M.J. (2013). La mejora equitativa de la educación y la formación del profesorado. *Multidisciplinary Journal of Educational Research*, 3, 206-234.
- España, Instituto Nacional de Evaluación Educativa. (2002). *Marco común europeo de referencia para las lenguas: aprendizaje, enseñanza y evaluación*. Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.
- España, Instituto Nacional de Evaluación Educativa. (2003). *Marcos teóricos de PISA 2003: Conocimientos y destrezas en Matemáticas, Lectura, Ciencias y Solución de problemas*. Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.
- España, Instituto Nacional de Evaluación Educativa. (2005). *Resultados en España del estudio PISA 2000*. Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.

- España, Instituto Nacional de Evaluación Educativa. (2006). *PIRLS 2006. Marcos teóricos y especificaciones de evaluación*. Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.
- España, Instituto Nacional de Evaluación Educativa. (2007). *PISA 2006. Informe Español*. Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.
- España, Instituto Nacional de Evaluación Educativa. (2008). *PISA 2003. Matemáticas. Informe español*. Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.
- España, Instituto Nacional de Evaluación Educativa. (2009). *Evaluación General de Diagnóstico 2009: Marco de la evaluación*. Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.
- España, Instituto Nacional de Evaluación Educativa. (2010a). *Evaluación General de Diagnóstico 2009. Educación Primaria. Informe de resultados*. Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.
- España, Instituto Nacional de Evaluación Educativa. (2010b). *PISA 2009: Informe Español*. Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.
- España, Instituto Nacional de Evaluación Educativa. (2010c). *Sistema Estatal de Indicadores de la Evaluación. Edición 2010*. Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.
- España, Instituto Nacional de Evaluación Educativa. (2011). *TIMSS 2007: Guía del usuario para la base de datos internacional*. Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.
- España, Instituto Nacional de Evaluación Educativa. (2012a). *Panorama de la Educación. Indicadores de la OCDE: informe español*. Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.
- España, Instituto Nacional de Evaluación Educativa. (2012b). *PIRLS-TIMSS 2011: Estudio internacional de progreso en Comprensión Lectora, Matemáticas y Ciencias. Volumen I: Informe Español*. Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.

- España, Instituto Nacional de Evaluación Educativa. (2012c). *PIRLS-TIMSS 2011: Estudio internacional de progreso en Comprensión Lectora, Matemáticas y Ciencias. Volumen II. Análisis secundario*. Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.
- España, Instituto Nacional de Evaluación Educativa. (2013a). *Marcos y pruebas de evaluación de PISA 2012: Matemáticas, Lectura y Ciencias*. Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.
- España, Instituto Nacional de Evaluación Educativa. (2013b). *Panorama de la Educación. Indicadores de la OCDE: informe español*. Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.
- España, Instituto Nacional de Evaluación Educativa. (2013c). *PISA 2012: Informe Español. Volumen I: Resultados y contexto*. Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.
- España, Instituto Nacional de Evaluación Educativa. (2013d). *PISA 2012: Informe Español. Volumen II: Análisis secundario*. Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.
- España, Instituto Nacional de Evaluación Educativa. (2013e). *TEDS-M: Estudio internacional sobre la formación inicial en Matemáticas de los maestros. Informe español. Volumen II. Análisis secundario*. Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.
- España, Instituto Nacional de Evaluación Educativa. (2014). *PISA 2012: Resolución de problemas de la vida real. Resultados de Matemáticas y Lectura por ordenador. Informe Español. Versión preliminar*. Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.
- España, Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. *Datos estadísticos no universitarios*. Recuperado el 2 de noviembre, 2013, de <http://www.mecd.gob.es/servicios-al-ciudadano-mecd/estadisticas/educacion/no-universitaria/alumnado/matriculado.html>

España, Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. *Datos estadísticos universitarios*. Recuperado el 2 de noviembre, 2013, de <http://www.mecd.gob.es/educacion-mecd/areas-educacion/universidades/estadisticasinformes/estadisticas/alumnado/2011-2012.html>

España, Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. Ley Orgánica 1/1990, de 3 de octubre, general del sistema educativo (LOGSE). *Boletín Oficial del Estado*, 4 de octubre de 1990, 238, 28927-28942.

España, Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de educación (LOE). *Boletín Oficial del Estado*, 4 de mayo de 2006, 106, 17158-17207.

España, Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, de mejora de la calidad de la educación (LOMCE). *Boletín Oficial del Estado*, 10 de diciembre de 2013, 295, 97858-97921.

España, Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. Real Decreto 1513/2006, de 7 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria. *Boletín Oficial del Estado*, 8 de diciembre de 2006, 293, 43053-43102.

España, Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. *Programa para el Estímulo del Talento Matemático (ESTALMAT)*. Recuperado el 20 de octubre, 2011, de <http://www.estalmat.org>

España, Real Academia Española de la Lengua. (2013). *Diccionario de la lengua española*. Recuperado el 18 de octubre, 2013, de <http://www.rae.es/rae.html>

Eurydice (2002). *Las competencias clave: un concepto en expansión dentro de la educación obligatoria*. Recuperado el 17 de abril, 2011, de <http://www.educacion.es/cide/jsp/plantilla.jsp?id=eurydice032002#competencias>

- Eurydice (2006). *Quality assurance in teacher education in Europe*. Bruselas: Unión Europea.
- Eurydice, (2013). *Key Data on Teachers and School Leaders in Europe. 2013 Edition. Eurydice Report*. Luxemburgo: Unión Europea.
- Feldhusen, J. (1995). Identificación y desarrollo del talento en la educación (TIDE). *Ideacción*, 4, 12-19.
- Feldhusen, J.F. & Jarwan, F.A. (1993). Identification of Gifted and Talented Youth for Educational Programs. En K.A. Heller, F.J. Mönks & A.H. Passow (Eds.), *International Handbook of Research and Development of Giftedness and Talents* (pp. 233–251). Oxford: Pergamon Press.
- Feldman, D.H. (1994). *Beyond universals in cognitive development*. Norwood: Ablex.
- Fernández-Alonso, R. & Muñiz, J (2011). Diseño de cuadernillos para la evaluación de las Competencias Básicas. *Aula Abierta*, 39 (2), 3-34.
- Ferrándiz, C., Prieto, M.D., Ballester, P. & Bermejo, M.R. (2004). Validez y fiabilidad de los instrumentos de evaluación de las Inteligencias Múltiples en los primeros niveles instruccionales. *Psicothema*, 16 (1), 7-13.
- Ferrándiz, C.; Prieto, M.D.; Fernández, M.C.; Soto, G.; Ferrando, M. & Badía, M.M. (2010). Modelo de identificación de alumnos con altas habilidades de Educación Secundaria. *Revista Electrónica Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 13 (1), 63-74.
- Fisher, P.H., Dobbs-Oates, J., Doctoroff, G.L., & Arnold, D.H. (2012). Early math interest and the development of math skills. *Journal of Educational Psychology*, 104 (3), 673-681.
- Fox, L.H. & Denham, S.A. (1974). Values and career interests of mathematically and scientifically precocious youth. Baltimore, MD: Mathematical Talent, Discovery, Description and Development, The Johns Hopkins University Press.

- Frey, A., Hartig, J. & Rupp, A.A. (2009). An NCME instructional Module on booklet designs in large-scale assessments of student achievement: Theory and practice. *Educational Measurement: Issues and Practice*, 28 (3), 39-53.
- Furnham, A., Clark, K. & Bailey, K. (1999). Sex differences in estimates of multiple intelligences. *European Journal of Personality*, 13, 247-259.
- Gagné, F. (1985). Giftedness and talent: Reexamining a reexamination of the definition. *Gifted Child Quarterly*, 29 (3), 103-112.
- Gagné, F. (1993). Constructs and models pertaining to exceptional human abilities. En K.A. Keller, F.J. Mönks & A.H. Passow (Eds.), *International Handbook of Research and Development of Giftedness and Talent* (pp. 63-85). Oxford, UK: Pergamon Press.
- Gairín, J. (2011). Formación de profesores basada en competencias. *Bordón*, 63 (1), 93-108.
- Galende, N., Sánchez, M. & Arranz, E. (2013). Nuevas perspectivas en torno a la teoría de la mente: aplicación práctica en el ámbito familiar y escolar. *Educación XX1*, 15 (2), 293-314.
- García, J., Gil, C., Ortiz, C., De Pablo, C. & Lázaro, A. (1986). *El niño bien dotado y sus problemas. Perspectiva de una investigación española en el primer ciclo de EGB*. Madrid: CEPE.
- García, J.L. & Quintanal, J. (2010). *Las competencias básicas en Primaria desde la comprensión lectora*. Madrid: Dykinson.
- García, J.L. (2003). *Métodos de Investigación en Educación. Investigación cualitativa y evaluativa*. Madrid: UNED.
- García, M.B. (2007). *El potencial de aprendizaje y los niños superdotados*. Tesis de Doctorado para la obtención del título de Doctor en Aspectos Psicológicos y Biomédicos de la Salud y la Enfermedad, Universidad de Granada.

- García, R., Sala, A., Rodríguez, E. & Sabuco, A. (2013). Formación inicial del profesorado sobre género y coeducación: impactos metacognitivos de la inclusión curricular transversal sobre sexismo y homofobia. *Profesorado, Revista de currículum y formación del profesorado*, 17 (1), 269-270.
- Gardner, H. (1987). *Estructura de la mente. La teoría de las inteligencias múltiples*. México: Fondo de Cultura Económica.
- Gardner, H. (1995). *Mentes creativas*. Barcelona: Editorial Paidós.
- Gardner, H. (1997). *Estructuras de la mente. La teoría de las inteligencias múltiples*. México: Fondo de Cultura Económica.
- Gardner, H. (1998). *Inteligencias múltiples*. Barcelona: Editorial Paidós.
- Gardner, H. (2000). *La educación de la mente y el conocimiento de las disciplinas*. Barcelona: Editorial Paidós.
- Gardner, H. (2001). *La inteligencia reformulada: Las inteligencias múltiples en el siglo XXI*. Barcelona: Editorial Paidós.
- Gardner, H., Feldman, D.H. & Krechevsky, M. (2000). *El Proyecto Spectrum*. Madrid: Ediciones Morata.
- Geist, E. (2009). *Children are born mathematicians: Supporting mathematical development, birth to age 8*. Upper Saddle River, NJ: Pearson.
- Gil, N., Blanco, L. & Guerrero, E. (2006). El papel de la afectividad en la resolución de problemas matemáticos. *Revista de educación*, 340, 551-569.
- Gilat, T., & Amit, M. (2013). Exploring young students creativity: the effect of model eliciting activities. *PNA*, 8 (2), 51-59.
- Gimeno, J. (2008). *Educación en competencias, ¿qué hay de nuevo?* Madrid: Ediciones Morata.
- Gobierno de Canarias. Orden de 22 de julio de 2005 por la que se regula la atención educativa al alumnado con altas capacidades intelectuales.

- Boletín Oficial de Canarias*, 1 de agosto de 2005, núm. 149, pp. 14340-14350.
- Gobierno de Cantabria (2007). Las competencias básicas y el currículo: orientaciones generales. *Cuadernos de Educación de Cantabria*, 2.
- Gobierno de Cantabria (2009). *Informe de Evaluación de Diagnóstico 2008-2009. 4º Curso de Educación Primaria*. Santander: Consejería de Educación y Universidad de Evaluación y Acreditación.
- Gobierno Vasco. *PISA 2009 Euskadi: Informe de Evaluación*. Recuperado el 17 de julio, 2011, de <http://www.hezkuntza.ejgv.euskadi.net/r43-2591/es/>
- Gobierno Vasco. *TIMSS 2007: Resultados en Matemáticas y Ciencias en el País Vasco*. Recuperado el 17 de julio, 2011, de <http://www.hezkuntza.ejgv.euskadi.net/r43-2591/es/>
- Godino, J., Batanero, C. & Font, V. (2004). *Didáctica de las Matemáticas para maestros. Proyecto Edumat-maestros*. Recuperado el 23 de marzo, 2011, de <http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros>
- Goleman, D. (1997). *La inteligencia emocional*. Barcelona: Editorial Kairos.
- Gómez, J., Navarro, J.L. & Jové, G. (2012). El análisis de la interacción en el aula en el marco del trabajo por proyectos. *Revista Electrónica Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 15 (4), 43–55.
- Gomis, N. (2007). *Evaluación de las inteligencias múltiples en el contexto educativo a través de expertos, maestros y padres*. Tesis de Doctorado para la obtención del título de Doctor en Diseño, Orientación e Intervención Psicopedagógica, Universidad de Alicante.
- Goñi, J.M. (2008). *3²-2 ideas para el desarrollo de la competencia matemática*. Barcelona: Editorial Graó.
- González, I. & López, I. (2013). El asesoramiento externo como elemento facilitador del desarrollo de competencias. El caso de IQEA. En Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (Comp.), *Revista de Educación*,

- Extraordinario (pp. 79-102). Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.
- González, J.L. (2007). *Competencias básicas en educación matemática*. Málaga: Universidad de Málaga.
- González-Pienda, J.A., Fernández-Cueli, M., García, T., Suarez, N., Tuero-Herrero, E., & Da Silva, E.H. (2012). Diferencias de género en actitudes hacia las Matemáticas en la enseñanza obligatoria. *Revista Iberoamericana de Psicología y Salud*, 3 (1), 55-73.
- Gordon, J., Halász, G., Krawczyk, M., Leney, T., Michel, A., Pepper, D. & Wisniewski, J. (2009). *Key Competences in Europe: Opening Doors for Lifelong Learning across the School Curriculum and Teacher Education*. Recuperado el 17 de octubre, 2012, de <http://ssrn.com/abstract=1517804>
- Gottfredson, L.S. (2000). G: Highly general and highly practical. En R.J. Sternberg & E.L. Grigorenko (Eds.), *The general factor of intelligence: How general is it?* (pp. 331-380). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Gottfredson, L.S. (2002). Where and why g matters: Not a mystery. *Human Performance*, 15, 25-46.
- Greenes, C. (1981). Identifying the Gifted Student in Mathematics. *Arithmetic Teacher*, 6, 14-17.
- Greenes, C. (1997). Honing the abilities of the mathematically promising. *Mathematics Teacher*, 90 (7), 582-586.
- Guilford, J.P. (1959). Traits of creativity. En H. Anderson (Ed.), *Creativity and its Cultivation* (pp. 142-161). New York: Harper and Row.
- Hanushek, E.A. (2004). *Some simple analytics of school quality*. Cambridge, MA: National Bureau of Economic Research.
- Hughes, C., Lecce, S. & Wilson, C. (2007). Do you know what I want? Preschoolers talk about desires, thoughts and feelings in their

conversations with sibs and friends. *Cognition and Emotion*, 21 (2), 330-350.

Imants, J. & Van Veen, K. (2009). Teacher Learning as Workplace Learning. En N. Verloop (Ed.), *International Encyclopedia on Education* (pp. 569-574). Amsterdam: Elsevier. Recuperado el 20 de noviembre, 2012, de <http://www.klaasvanveen.nl/texts/imantsvanveen2009.pdf>

Jiménez, C & García, R. (2013). Los alumnos más capaces en España. Normativa e incidencia en el diagnóstico y la educación. *Revista Española de Orientación y Psicopedagogía*, 24 (1), 7-24.

Jiménez, C. & Baeza, M.A. (2012). Factores significativos del rendimiento excelente: PISA y otros estudios. *Ensaio: Avaliação e Políticas Públicas em Educação*, 20 (77), 647-676.

Jiménez, C. (2000). Evaluación de programas para alumnos superdotados. *Revista de Investigación Educativa*, 18 (2), 553-563.

Jiménez, C. (2002). Educación, alta capacidad y género: El necesario compromiso entre hombres y mujeres más capaces. *Revista del Ministerio de Trabajo y Asuntos Sociales*, 40, 69-83.

Jiménez, C. (2010). *Diagnóstico y educación de los más capaces*. Madrid: Editorial Pearson, 2ª edición.

Jiménez, C. (2011). Educación, género e igualdad de oportunidades. *Tendencias pedagógicas*, 18, 51-85. Recuperado el 9 de julio, 2012, de http://www.tendenciaspedagogicas.com/revista_monografico.asp?numero=18#

Jiménez, C., Álvarez, B., Gil, J.A., Murga, M.A. & Téllez, J.A. (2005). Educación, capacidad y género: alumnos con premio extraordinario de Bachillerato. *Revista de Investigación Educativa*, 23 (2), 391-416.

Jiménez, C., Murga, M.A., Gil, J.A., Téllez, J.A. & Paz Trillo, M. (2010). Hacia un modelo sociocultural explicativo del alto rendimiento y la alta

- capacidad: ámbito académico y capacidades personales. *Revista Educación XX1*, 13 (1), 125-153.
- Jiménez, L. & Verschaffel, L. (2014). Development of Children's Solutions of Non-Standard Arithmetic Word Problem Solving. *Revista de Psicodidáctica*, 19 (1), 93-123.
- Jonnaert, P., Barrette, J., Masciotra, D. & Yaya, M. (2008). La competencia como organizadora de los programas de formación: hacia un desempeño competente. *Profesorado, Revista de currículum y formación del profesorado*, 12 (3), 1-32.
- Jornet, J.M. & Backhoff, E. (2008). *Manual técnico para el establecimiento de niveles de competencia*. México: INEE.
- Jornet, J.M. & González, J. (2009). Evaluación criterial: determinación de estándares de interpretación (EE) para pruebas de rendimiento educativo. *Estudios sobre Educación*, 16, 103-123.
- Jornet, J.M. (2007). *La evaluación de los aprendizajes universitarios*. Ponencia invitada en las III Jornadas de Intercambio de Grupos de Formación del Profesorado de la Universidad de Cádiz, España.
- Jornet, J.M., González, J., Suárez, J.M. & Perales, M.J. (2011). Diseño de procesos de evaluación de competencias: consideraciones acerca de los estándares en el dominio de las competencias. *Bordón*, 63 (1), 125-145.
- Junta de Andalucía (2009). *Evaluación de diagnóstico. Curso 2008-2009*. Sevilla: Consejería de Educación.
- Kaiser, H. (1960). The application of electronic computers to factor analysis. *Educational and Psychological Measurement*, 20, 141-151.
- Karnes, M.B. (1987). *Parents and teachers nurturing the gifted*. Circle Pines, MN: American Guidance Service.
- Keefe, J.W. (1988). *Profiling and utilizing learning style*. Virginia: NASSP.

- Kerlinger, F.N. & Lee, H.B. (2002). *Investigación del comportamiento. Métodos de investigación en ciencias sociales*. México: McGraw-Hill.
- Kerr, B. (2000). Guiding gifted girls and young women. En K.M. Heller, F.J. Mönks, R.J. Sternberg & R.F. Subotnik, *International Handbook of Giftedness and Talent* (pp. 649-657). Oxford, UK: Pergamon Press.
- Kim, J. & Mueller, C.W. (1994). Factor Analysis, Statistical Methods and Practical Issues. En M.S. Lewis-Beck (Ed.), *Factor Analysis and Related Techniques* (pp. 75-155). London: Sage Publications.
- Klieme, E. & Stanat, P. (2009). El valor informativo de los estudios internacionales comparados de rendimiento escolar: datos y primeros intentos de interpretación sobre la base del estudio PISA. *Profesorado, Revista de currículum y formación del profesorado*, 13 (2), 1-16.
- Kline, P. (1994). *An Easy Guide to Factor Analysis*. Newbury Park: Sage.
- Krainer, K. & Llinares, S. (2010). Mathematics Teacher Education. En P. Peterson, E. Baker & B. McGaw (Eds), *International Encyclopedia of Education*, 7 (pp. 702-705). Amsterdam: Elsevier Science.
- Kruteskii, V.A. (1976). *The psychology of mathematical abilities in school children*. Chicago: University of Chicago Press.
- Kuncel, N.R., Hezlett, S.A. & Ones, D.S. (2004). Academic performance, career potential, creativity and job performance: Can one construct predict them all? *Journal of Personality and Social Psychology*, 86, 148-161.
- Kurtz, B.E. & Weinert, F.E. (1989). Metamemory, memory performance, casual attributions in gifted and average children. *Journal of experimental child psychology*, 48, 45-61.
- Landau, E. (2003). *El valor de ser superdotado*. Madrid: Consejería de Educación.
- Lau, S. & Youyan, N. (2008). Interplay between personal goals and classroom goal structures in predictin student outcomes: A multinivel analysis of

- person-context interactions. *Journal of Educational Psychology*, 100 (1), 15-29.
- Lawshe, C.H. (1975). A quantitative approach to content validity. *Personnel Psychology*, 28, 563-575.
- Llor, L., Ferrando, M., Ferrandiz, C., Hernández, D., Sainz, M., Prieto, M.D. & Fernández, M.C. (2012). Inteligencias Múltiples y Alta Habilidad. *Aula Abierta*, 40 (1), 27-38.
- López, A.A. (2013). Alineación entre las evaluaciones externas y los estándares académicos: El Caso de la Prueba Saber de Matemáticas en Colombia. *Revista Electrónica de Investigación y Evaluación Educativa*, 19 (2).
- López, B., Beltrán, M.T., López, B. & Chicharro, D. (2000). *Alumnos precoces, superdotados y de altas capacidades*. Madrid: Centro de Investigación y Desarrollo Educativo (MEC).
- López, J. (2008). *Las competencias básicas del currículo de la LOE*. Recuperado el 5 de marzo, 2011, de <http://www.congreso.codoli.org/conferencias/juan-lopez.pdf>
- López, M. & Lagos, R. (2013). ¿Existen diferencias entre el razonamiento de los estudiantes de Matemáticas y el de la población general? La teoría dual de razonamiento y la tarea de selección de Wason. *Aula Abierta*, 41 (3), 13-22.
- López-Navajas, A. (2014). Análisis de la ausencia de las mujeres en los manuales de la ESO: una genealogía de conocimiento ocultada. *Revista de Educación*, 363, 282-308.
- Maccoby, E.E. & Jacklin, C.N. (1974). *The psychology of sex differences*. Stanford, CA: Stanford University Press.
- Mandelman, S.D., Tan, M., Aljughaiman, A.M. & Grigorenko, E.L. (2010). Intellectual giftedness: Economic, political, cultural and psychological considerations. *Learning and Individual Differences*, 20, 286-297.

- Martín, E. & Moreno, A. (2007). *Competencia para aprender a aprender*. Madrid: Alianza Editorial.
- Martín, J.F., Torres, J., Santaolalla, E. & Hernández, V. (2013, septiembre). *La competencia de aprender a aprender: percepciones de los docentes sobre su desarrollo en los niveles de Educación Primaria y Secundaria de la Comunidad de Madrid*. XVI Congreso Nacional / II Internacional de Modelos de Investigación Educativa de la Asociación Interuniversitaria de Investigación Pedagógica (AIDIPE), Alicante, España.
- Martínez, P. & Echeverría, B. (2009). Formación basada en competencias. *Revista de Investigación Educativa*, 27 (1), 125-147.
- Martínez, M.R. (2010). La evaluación del desempeño. *Papeles del Psicólogo*, 31 (1), 85-96.
- Martínez, R.A., Rodríguez, B. & Gimeno, J.L. (2010). Áreas de cooperación entre los centros docentes y las familias. Estudio de caso. *Educatio Siglo XXI*, 28 (1), 127-156.
- Martínez-Garrido, C. & Hidalgo, N. (2013, septiembre). *¿Cómo evalúan los docentes españoles? Estudio multinivel sobre el impacto de las estrategias de evaluación en el aula sobre el rendimiento académico*. XVI Congreso Nacional / II Internacional de Modelos de Investigación Educativa de la Asociación Interuniversitaria de Investigación Pedagógica (AIDIPE), Alicante, España.
- Mateo, J. & Vlachopoulos, D. (2010). La nueva naturaleza del aprendizaje y de la evaluación en el contexto del desarrollo competencial, retos europeos en la educación del siglo XXI. *Revista Iberoamericana de Evaluación Educativa*, 3 (3), 44-61.
- Mato, M.D. (2010). Mejorar las actitudes hacia las Matemáticas. *Revista galego-portuguesa de psicoloxía e educación*, 18(1), 19-32.

- Mato, M.D.; Espiñeira, E. & Chao, R. (2014). Dimensión afectiva hacia la matemática: resultados de un análisis en educación primaria. *Revista de Investigación Educativa*, 32 (1), 57-72.
- Matthews, D.J. & Keating, D.P. (1995). Domain specificity and habits of mind: An investigation of patterns of high-level development. *Journal of Early Adolescence*, 15, 319-343.
- Mayer, J. & Salovey, P. (1993). The intelligence of emotional intelligence. *Intelligence*, 17 (4), 433-442.
- Mayer, J.D. & Salovey, P. (1997). What is emocional intelligence? En P. Salovey & D.J. Sluyter (Eds.), *Emotional development and emotional intelligence: Implications for educators* (pp. 3-31). New York: Basic Books.
- McClelland, D. C. (1973): Testing for competence rather than for intelligence. *American Psychologist*, 28, 1-14.
- Méndez-Giménez, A., Sierra-Arizmendiarieta, B. & Mañana-Rodríguez, J. (2013). Percepciones y creencias de los docentes de primaria del Principado de Asturias sobre las competencias básicas. *Revista de Educación*, 362, 737-761.
- Mesa, V.M., Gómez, P. & Cheah, U.H. (2013). Influence of international studies of student achievement on mathematics teaching and learning. En A. Bishop, M.A. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick & F. Leung (Eds.), *Third international handbook of mathematics education* (pp. 861-900). Dordrecht, Holanda: Kluwer.
- Miller, R. (1990). *Discovering Mathematical Talent*. Reston, VA: Council for Exceptional Children, ERIC Clearinghouse on Disabilities and Gifted Education.
- Mingus, T. & Grassl, R. (1999). What constitutes a nurturing environment for growth of mathematically gifted students? *School Science and Mathematics*, 99 (6), 286-292.

- Molera, J. (2012). ¿Existe relación en la Educación Primaria entre los factores afectivos en las Matemáticas y el rendimiento académico? *Estudios sobre educación*, 23, 141-155.
- Monarca, H. & Rappoport, S. (2013). Investigación sobre los procesos de cambio educativo: El caso de las competencias básicas en España. En Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (Comp.), *Revista de Educación*, Extraordinario (pp. 54-78). Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.
- Monereo, C. & Pozo, J. (2007). Competencias para (con) vivir con el siglo XXI. *Cuadernos de Pedagogía*, 370, 12-18.
- Monereo, C. (2007, abril). *La evaluación auténtica de competencias: posibles estrategias*. IV Congreso de Educación de Competencias Básicas y Práctica Educativa del Gobierno de Cantabria, Santander, España.
- Montague, M. (2007). Self-regulation and mathematics instruction. *Learning Disabilities Research and Practice*, 22(1), 75-83.
- Morales, P. (2013). *El Análisis Factorial en la construcción e interpretación de tests, escalas y cuestionarios*. Recuperado el 28 de abril, 2013, de <http://www.upcomillas.es/personal/peter/investigacion/AnalisisFactorial.pdf>
- Morgan, C. (2013). Construyendo el programa para la evaluación internacional de estudiantes de la OCDE (PISA). *Profesorado, Revista de currículum y formación del profesorado*, 17 (2), 31-45.
- Mulder, M., Weigel, T. & Collings, K. (2008). El concepto de competencia en el desarrollo de la educación y formación profesional en algunos Estados miembros de la UE: un análisis crítico. *Profesorado, Revista de currículum y formación del profesorado*, 12, (3), 1-26.
- Muñoz, J.M. & Mato, M.D. (2008). Análisis de las actitudes respecto a las Matemáticas en alumnos de ESO. *Revista de Investigación Educativa*, 26 (1), 209-226.

- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principios y Estándares para la Educación Matemática*. Sevilla: National Council of Teachers of Mathematics/SAEM.
- National Research Council (2001). *Knowing what students know: the science and design of educational assessment*. Washington, DC: National Academy Press.
- Nickerson, R.S., Perkins, D. & Smith, E. (1987). *Enseñar a pensar*. Barcelona: Editorial Paidós.
- Niederer, K. & Irwin, K. (2001). Using problem solving to identify mathematically gifted students. En M. van den Heuvel-Panhuizen (Ed.), *Proceeding of the 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 3 (pp. 431-438). Utrecht: The Netherlands.
- Norman, D. (1987). *Perspectivas de la Ciencia Cognitiva*. Barcelona: Editorial Paidós.
- Nortes, A. & Nortes, R. (2013). Formación inicial de maestros: un estudio en el dominio de las Matemáticas. *Profesorado, Revista de currículum y formación del profesorado*, 17 (3), 185-200.
- Nunnally, J.C. (1978). *Psychometric Theory*. New York: McGraw-Hill.
- Olivares, M.A. & Olivares, C. (2013). Impacto de los estereotipos de género en la construcción de la identidad profesional de estudiantes universitarios. *Revista Española de Orientación y Psicopedagogía*, 24 (1), 121-131.
- Olson, J.F.; Martin, M.O. & Mullis, I.V.S. (2008). *TIMSS 2007. Technical Report*. Chestnut Hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center, Boston College.
- Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (2005). *Hacia las sociedades del conocimiento*. Recuperado el 14 de mayo, 2011, de <http://www.OECD.org/publications>

- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (2002). *Conocimiento y aptitudes para la vida: Primeros resultados del programa internacional de evaluación de estudiantes (PISA) 2000 de la OCDE*. México: Editorial Santillana.
- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (2005). *The definition and selection of key competencies. Executive summary*. Recuperado el 24 de mayo, 2011, de <http://www.OECD.org/edu/statistics/deseco>
- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (2009). *Top of the class. High performers in science in PISA 2006*. Recuperado el 12 de julio, 2012, de <http://www.oecd.org/dataoecd/44/17/42645389.pdf>
- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (2013). *PISA 2012 Assessment and Analytical Framework: Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy*. Recuperado el 2 de noviembre, 2013, de <http://dx.doi.org/10.1787/9789264190511-en>
- Palacios, A., Arias, V. & Arias, B. (2014). Attitudes Towards Mathematics: Construction and Validation of a Measurement Instrument. *Revista de Psicodidáctica*, 19 (1), 67-91.
- Pan, I.; Regueiro, B; Ponte, B.; Rodríguez, S.; Piñeiro, I. & Valle, A. (2013). Motivación, implicación en los deberes escolares y rendimiento académico. *Aula Abierta*, 41(3), 13-22.
- Pasarín, M., Feijoo, M., Díaz, O. & Rodríguez, L. (2004). Evaluación del talento matemático en Educación Secundaria. *Revista internacional Faisca de Altas Capacidades*, 11, 83-102.
- Peña, A.M., Martínez, R.A., Velázquez, A.E., Barriales, M.R. & López, L. (2003). Estudio de las características que percibe el profesorado en alumnos con alta capacidad intelectual. *Revista de Investigación Educativa*, 21 (1), 271-289.

- Pérez, A. (2007). Las Competencias Básicas: su naturaleza e implicaciones pedagógicas. *Cuadernos de Educación de Cantabria*, 1. Gobierno de Cantabria.
- Pérez, A. (2009). *Orientar el desarrollo de competencias y enseñar cómo aprender. La tarea del docente*. Córdoba: Editorial Akal.
- Pérez, L. & Díaz, O. (1994). Bajo rendimiento académico y desintegración escolar en alumnos de altas capacidades. *Revista internacional Faisca de Altas Capacidades*, 1, 103-127.
- Pérez, L. & Domínguez, P. (2000). *Superdotación y Adolescencia. Características y necesidades en la Comunidad de Madrid*. Madrid: Consejería de Educación, Dirección General de Promoción Educativa.
- Pérez, M. (2002). Valores y normas de los escolares en España desde la perspectiva de género. *Revista del Ministerio de Asuntos Sociales*, 40, 85-99.
- Pérez, R. (2006). *Evaluación de programas educativos*. Madrid: La Muralla.
- Pérez, R., Galán, A. & Quintanal, J. (2012). *Métodos y diseños de investigación en educación*. Madrid: UNED.
- Pérez, R., García, J.L., Gil, J.A. & Galán, A. (2009). *Estadística aplicada a la educación*. Madrid: UNED.
- Pifarré, M. & Sanuy, J. (2001). La enseñanza de estrategias de resolución de problemas matemáticos en la ESO: un ejemplo concreto. *Revista de Investigación Didáctica: Enseñanza de las Ciencias*, 19 (2), 297-308.
- Plaza, P. (2013). Las competencias matemáticas en el aprendizaje a lo largo de la vida. *Suma*, 72, 9-15.
- Polit D.F. & Hungler B.P. (2000). *Investigación científica en Ciencias de la Salud: principios y métodos*. México: McGraw-Hill Interamericana.
- Polya, G. (1949). *Matemática y razonamiento plausible*. Princeton, NJ: Princeton University Press.

- Pomar, C., Díaz, O., Sánchez, T. & Fernández, M. (2009). Habilidades matemáticas y verbales: Diferencias de género en una muestra de 6º de Primaria y 1º de ESO. *Revista internacional Faisca de Altas Capacidades*, 14 (16), 14-26.
- Renzulli, J.S. (1986). The three-ring conception of giftedness. A developmental model for creative productivity. En R.J. Sternberg & J.E. Davidson, *Conception of giftedness* (pp. 53-93). Cambridge University Press: New York.
- Reyes-Santander, P. & Karg, A. (2009). Una aproximación al trabajo con niños especialmente dotados en Matemáticas. En M.J. González, M.T. González & J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 403-414). Santander: SEIEM.
- Ribes, E. (2011). El concepto de competencia: su pertinencia en el desarrollo psicológico y la educación. *Bordón*, 63 (1), 33-45.
- Rico, L., Gómez, P. & Cañadas, M. (2014). Formación inicial en educación matemática de los maestros de Primaria en España, 1991-2010. *Revista de Educación*, 363, 35-59.
- Roderer, T. & Roebbers, C. (2013). Children's Performance Estimation in Mathematics and Science Tests over a School Year: A Pilot Study. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 11(1), 5-24.
- Rodríguez, F.J., Herraiz, M. & Martínez, A. (2010). *Las competencias básicas y la programación didáctica*. Cuenca: Universidad de Castilla la Mancha.
- Rubin, D.B. (1987). *Multiple imputation for nonresponse in surveys*. New York: Wiley.
- Rul, J. & Cambra, T. (2007). Educación y Competencias Básicas. *Cuadernos de Pedagogía*, 370, 71-81.
- Saavedra, F.J., Bascón, M.J., Prados, M.M. & Sabuco, A. (2013). Indicadores y criterios de calidad de buenas prácticas coeducativas. Una propuesta

- innovadora. *Profesorado, Revista de currículum y formación del profesorado*, 17 (1), 201-220.
- Sabuco, A., Sala, A., Santana, R. & Rebollo, M.A. (2013). Discursos de niños varones sobre la masculinidad en contextos escolares. Un estudio piloto. *Profesorado, Revista de currículum y formación del profesorado*, 17 (1), 141-157.
- Salmerón, L. (2013). Actividades que promueven la transferencia de los aprendizajes: una revisión de la literatura. En Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (Comp.), *Revista de Educación*, Extraordinario (pp. 34-53). Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.
- Sánchez, C. (2006). *Configuración cognitivo emocional en alumnos con altas habilidades*. Tesis de Doctorado para la obtención del título de Doctor en Métodos de Investigación y Diagnóstico en Educación, Universidad de Murcia.
- Sánchez, C., Fernández, M.C., Rojo, A., Sainz, M., Hernández, D., Ferrando, M. & Prieto, M.D. (2008). Inteligencias Múltiples y Superdotación. *Sobredotação*, 9, 87-105.
- Sánchez, D. & Córdoba, E. (2010). *Manual docente para la autoformación en competencias básicas*. Málaga: Delegación Provincial de Málaga y CEP de Antequera.
- Sarramona, J. (2004). *Las Competencias Básicas en la Educación Obligatoria*. Barcelona: Editorial CEAC.
- Shoes, E. & Grace, C. (2000). *El portafolio paso a paso*. Barcelona: Editorial Graó.
- Sierra, B., Méndez, A. & Mañana, J. (2013). La programación por competencias básicas: hacia un cambio metodológico interdisciplinar. *Revista Complutense de Educación*, 24 (1), 165-184.

- Solovieva, Y., Lázaro, E. & Quintanar, L. (2013). Evaluación de las habilidades matemáticas previas en niños preescolares urbanos y rurales. *Cultura y Educación*, 25 (2), 199-212.
- Span, P. & Overtoom-Corsmit, R. (1986). Information Processing by Intellectually Gifted Pupils Solving Mathematical Problems. *Educational Studies in Mathematics*, 17, 273-295.
- Spearman, C. (1927). *The abilities of man*. Londres: Mcmillan.
- Stanley, J.C. & Benbow, C.P. (1983). SMPY' first decade: ten years of posing problems and solving them. *The Journal of Special Education*, 17 (1), 11-25.
- Stanley, J.C., Keating, D.P. & Fox, L.H. (1974). *Mathematical Talent. Discovery, description and development* . Baltimore & London: The Johns Hopkins University Press.
- Stanovich, K. & West, R. (2000). Individual differences in reasoning: Implication for the rationality debate?. *Behavioral and Brain Science*, 23, 645-665.
- Stapleton, C. (1997). *Basic Concepts in Exploratory Factor Analysis (EFA) as a Tool to Evaluate Score Validity: A Right-Brained Approach*. Paper presentado en el encuentro anual de la "Southwest Educational Research Association", Austin. Recuperado el 23 de octubre, 2012, de <http://mirror.eschina.bnu.edu.cn/Mirror1/accesseric/ericae.net/ft/tamu/Efa.html>
- Stepanek, J. (1999). *The Inclusive Classroom Meeting the Needs of Gifted Students: Differentiating Mathematics and Science Instruction. It's just good teaching*. Portland, OR: Northwest Regional Educational Laboratory.
- Sternberg, R. & Lubart, T.I. (1995). *Defying the crowd: Cultivating creativity in a culture of conformity*. New York: Free Press.
- Sternberg, R. (1985). *Más allá del CI*. Bilbao: Editorial DDB.

- Sternberg, R. (1991). Giftedness according to the triarchic theory of human intelligence. En N. Colangelo & G. A. Davis (Eds.), *Handbook of gifted education* (pp. 45-54). Needham Heights, MA: Allyn and Bacon.
- Sternberg, R. (1993). Procedures for identifying intellectual potential in the gifted: A perspective on alternative "Metaphors of Ming". En K.A. Keller, F. J. Mönks & A.H. Passow (Eds.), *International handbook of research and development of giftedness and talent* (pp. 185-208). Oxford, UK: Pergamon Press.
- Sternberg, R. (1998). *Estilos de pensamiento*. Barcelona. Editorial Paidós.
- Sternberg, R.J. & Spear-Swerling, L. (1999). *Enseñar a pensar*. Madrid: Editorial Santillana.
- Sternberg, R.J., Grigorenko, E.L. & Bundy, D.A. (2001). The predictive value of IQ. *Merril-Palmer Quarterly*, 47, 1-41.
- Suarez, N., Fernández, E., Cerezo, R., Rodríguez, C., Rosario, P. & Núñez, J.C. (2012). Tareas para casa, implicación familiar y rendimiento académico. *Aula abierta*, 40 (1), 73-84.
- Suberviola, I. (2012). Coeducación: un derecho y un deber del profesorado. *Revista Electrónica Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 15 (3), 59-67.
- Swanson, H.L. (1990). Influence of metacognitive knowledge and aptitude on problem solving. *Journal of educational psychology*, 82 (2), 306-314.
- Tannebaum, A.J. (1986). Giftedness: A psychosocial approach. En R. Sternberg & J.E. Davidson (Eds.), *Conceptions of giftedness* (pp. 21-52). New York: Cambridge University Press.
- Te Nijenhuis, J., Tolboom, E.R. & Bleichrodt, N. (2004). Does cultural background influence the intellectual performance of children from immigrant groups?: The RAKIT Intelligence Test for Immigrant Children. *European Journal of Psychological Assessment*, 20, 10-26.

- Terman, L. (1959). *Genetic studies of genius (Vols. 1-4)*. Stanford, CA: Stanford University Press.
- Thronsen, I. (2011). Self-regulated learning of basic arithmetic skills: A longitudinal study. *British journal of educational psychology*, 81(4), 558-578.
- Tiana, A. (2011). Análisis de las competencias básicas como núcleo curricular en la educación obligatoria española. *Bordón*, 63 (1), 63-75.
- Tourón, J. & Tourón, M. (2006, noviembre). *La identificación del talento verbal y matemático de los jóvenes más capaces: el modelo de CTY España*. I Simposio Internacional sobre Altas Capacidades, Consejería de Educación, Las Palmas de Gran Canaria, España.
- Tourón, J. (2011). Equality and Equity in Educational Systems: A Universal Problem. *Talent Development & Excellence*, 3 (1), 103-106.
- Tourón, J., Lizasoain, L., Castro, M. & Navarro, E. (2012). Alumnos de alto, medio y bajo rendimiento en Matemáticas en TIMSS. Estudio del impacto de algunos factores de contexto. *PIRLS-TIMSS 2011: Informe Español. Análisis secundario*, 2, 187-215.
- Treffinger, D.J. & Feldhusen, J.F. (1996). Talent recognition and development: Successor to gifted education. *Journal for the Education of the Gifted*, 19 (2), 181-193.
- Trujillo, F. (2007). *Enseñar por competencias: una nueva propuesta*. Granada: Facultad de Educación y Humanidades de Ceuta y Universidad de Granada.
- Unión Europea (2004). *Puesta en práctica del programa de trabajo Educación y Formación 2010*. Comisión Europea: Dirección General de Educación y Cultura.
- Unión Europea (2005). *Recomendación del Parlamento Europeo y del Consejo sobre las competencias clave para el aprendizaje permanente*. Bruselas: Comisión Europea, Dirección General de Educación y Cultura.

- Unión Europea (2010). *Europa 2020. Una estrategia para un crecimiento inteligente, sostenible e integrador*. Recuperado el 25 de abril, 2012, de http://ec.europa.eu/commission_2010/2014/president/news/documents/pdf/20100303_1_es.pdf
- Vaca, S. (2012). *Diagnóstico de la alta capacidad en alumnos de 7 a 9 años de edad de la ciudad de Loja -Ecuador- y su relación con factores familiares*. Tesis de Doctorado para la obtención del título de Doctor en Métodos de Investigación y Diagnóstico en Educación, UNED.
- Valle, J. & Manso, J. (2013). Competencias clave como tendencia de la política educativa supranacional de la Unión Europea. En Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (Comp.), *Revista de Educación*, Extraordinario (pp. 12-33). Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.
- Valle, J. (2009). Política educativa de la Unión Europea: evolución e hitos contemporáneos. En M. Usarralde (Coord.), *Educación internacional* (pp. 197-234). Valencia: Tirant lo Blanch.
- Van Hiele, P. (1986). *Structure and insight*. New York: Academic Press.
- Van Veen, K. (2008). Analysing Teachers' Working Conditions from the Perspective of Teachers as Professionals: The Case of Dutch High School Teachers. En J. Ax & P. Ponte (Eds.), *Critiquing Praxis: Conceptual and Empirical Trends in the Teaching Profession* (pp. 91-112). Rotterdam: Sense Publishers.
- Vázquez, E. (2012). La evaluación del aprendizaje en Primaria y Secundaria: Los indicadores de evaluación. *Espiral. Cuadernos del profesorado*, 5 (10), 30-41.
- Velez, E., Schiefelbein, E. & Valenzuela, J. (1994). Factores que afectan al rendimiento académico en la Educación Primaria. *Revista Latinoamericana de Innovaciones Educativas*, 17, 29-53.

- Velikova, E.; Bilchev, S. & Vlamos, P. (2002). Problemas difíciles creados por estudiantes de alto rendimiento. *Revista Escolar de la Olimpiada Iberoamericana de Matemática*, 2.
- Vernon, P.E. (1982). *The Abilities and Achievements of Orientals in North America*. New York, NY: Academic Press.
- Villa, A. & Poblete, M. (2004). Practicum y evaluación de competencias. *Profesorado, Revista de currículum y formación del profesorado*, 8 (2), 1-19.
- Villardón, L. (2006). Evaluación del aprendizaje para promover el desarrollo de competencias. *Educatio Siglo XXI*, 24, 57-76.
- Villarroel, R., Jiménez, J.E., Peake, C., Rodríguez, C. & Bisschop, E. (2013). Procesos de memoria y lenguaje en el rendimiento en Matemáticas. *Revista de Psicología y Educación*, 8(2), 67-79.
- Wagner, H. & Zimmermann, B. (1986). Identification and Fostering of Mathematically Gifted Students. *Educational Studies in Mathematics*, 17, 243-259.
- Webb, N. (1997). *Criteria for alignment of expectations and assessments in mathematics and science education*. Council of Chief State School Officers and National Institute for Science Education. Madison, Wisconsin: Wisconsin Center for Education Research, University of Wisconsin.
- Wertsch, J. (1999). *La mente en acción*. Aique: Argentina.
- Zelazo, P.D. & Muller, U. (2002). Executive function in typical and atypical development. En C.L. Cooper, J. Field, U. Goswami, R. Jenkins & B.J. Sahakian (2009), *Handbook of childhood cognitive development* (pp. 445- 469). Oxford: Editorial Blackwell.

Índice de anexos

Todos los anexos vienen presentados en soporte digital de DVD y son los siguientes:

- Anexo 1. Cartas de presentación.
 - 1.1. Director.
 - 1.2. Orientador.
 - 1.3. Expertos área de matemáticas.
- Anexo 2. Cuadrantes de centros participantes.
 - 2.1. No participantes.
 - 2.2. Primera administración.
 - 2.3. Segunda administración.
 - 2.4. Administración de la versión final de la batería.
- Anexo 3. Autorizaciones.
 - 3.1. Equipo directivo.
 - 3.2. Familias

- Anexo 4. Versiones de la batería.
 - 4.1. Juicio de expertos.
 - 4.2. Primera.
 - 4.3. Segunda.
 - 4.4. Versión final.
- Anexo 5. Juicio de expertos.
 - 5.1. Tabla de especificaciones.
 - 5.2. Índice de validez de contenido.
 - 5.3. Otros resultados.
- Anexo 6. Propuestas de mejora.
 - 6.1. Juicio de expertos.
 - 6.2. Primera administración.
 - 6.3. Segunda administración.
- Anexo 7. Material para evaluadores.
 - 7.1. Instrucciones complementarias.
 - 7.2. Modelo de recogida de observaciones.
 - 7.3. Cuadrante para el registro de datos tutoriales.
 - 7.4. Hoja de registro de datos demográficos.
 - 7.5. Hoja de respuestas del BADyG-E3.
 - 7.6. Plantilla de corrección del BADyG-E3.
 - 7.7. Hoja de registro para los centros que han administrado el BADyG-E3 completo.
 - 7.8. Información para la administración de la versión final.
- Anexo 8. Criterios de corrección.
 - 8.1. Segunda administración.
 - 8.2. Administración final.
- Anexo 9. Datos SPSS.
 - 9.1. Segunda administración.
 - 9.2. Administración final.
- Anexo 10. Otra información de interés.
 - 10.1. Reparto de ítems por factores.
 - 10.2. Ejemplos de ítems resueltos por los alumnos de nivel de rendimiento 7.

