

LA TOPOGRAFÍA Y PLANIMETRÍA ROMANAS

Como un primer paso para el trazado de las obras públicas, los ingenieros romanos debieron estar en condiciones de resolver una serie de problemas teóricos que se les planteaban. Para ello debieron recurrir a los conocimientos de geometría que los matemáticos egipcios y griegos lograron desarrollar con anterioridad.

Es este uno más de los aspectos que ponen de relieve el sentido eminentemente práctico de los romanos, pues fueron unos maestros en la aplicación de los conocimientos de geometría que habían desarrollado los maestros griegos, y sin embargo fueron incapaces de desarrollar un sistema propio de conocimientos, hasta el punto que cuando desde el Renacimiento se sistematizan los estudios científicos, hay que recurrir a Euclides, Eratóstenes, Arquímedes... (**Moreno Gallo I.** *La Topografía romana.*)

La trigonometría era una ciencia muy desarrollada desde tiempo antiguo. En Egipto y Mesopotamia se habían hecho grandes y duraderos avances en esta rama de las matemáticas. (Los babilonios, que usaban como unidad de cuenta el número 12, fueron los creadores del sistema sexagesimal de medida de ángulos, así como de la división de la circunferencia en 360 grados. También es debido a esta unidad de cuenta la división del día en dos periodos de 12 partes cada uno, así como la división del año en 12 meses, elementos todos ellos, que perduran hoy día, miles de años después).

Otro campo de la ciencia que estaba bastante desarrollado en el mundo antiguo era la planimetría. Realmente es difícil saber desde cuando los científicos sabían o sospechaban que la Tierra era redonda.

Este saber no se ponía en duda entre los hombres de ciencia de la Antigüedad, y es algo fundamental para determinar las nivelaciones de agua.

Lo que sí sabemos es cuando se pudo medir con una aceptable precisión magnitudes como el tamaño de la Tierra, así como el de otros cuerpos celestes como el Sol y la Luna.

Los sabios griegos que debieron influir decisivamente en la forma de medir el terreno, es decir la cartografía y topografía romanas, fueron los siguientes:

- **Tales de Mileto.**

Probablemente nació hacia el 624 y murió entre el 548 y el 545 a.C. Sus trabajos fueron sin duda unos de los que más trascendencia han tenido en la ciencia occidental.

La posteridad le consideró discípulo de egipcios y caldeos, ya que él mismo viajó a Egipto y Mesopotamia.

Según los escritos de uno de los discípulos de Aristóteles, Tales estableció cuatro teoremas:

1. *El círculo se biseca por su diámetro*
2. *Los ángulos de la base de un triángulo con dos lados iguales son iguales.*
3. *Los ángulos puestos de líneas rectas que se intersecan son iguales.*
4. *Si dos triángulos son tales que dos ángulos y un lado de uno son iguales a dos ángulos y un lado de otro, los triángulos son congruentes.*

Además de estos 4, se le atribuye un 5º teorema, que se supone "copiado" de Babilonia e introducido en la geometría griega que dice lo siguiente:

"El ángulo inscrito en un semicírculo es siempre de 90º"

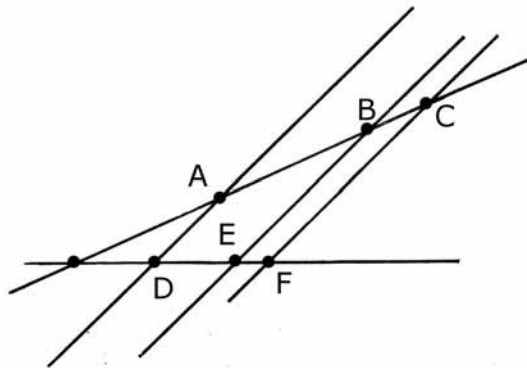
A Tales se le atribuye la medición de la altura de las pirámides de Egipto, cosa que al parecer nadie sabía con exactitud, por medio de la proporción de triángulos. (Esta anécdota relatada por Diógenes Laercio es casi con seguridad inexacta, pues afirma que Tales esperó a que la longitud de la sombra de una vara que había clavado verticalmente en el suelo fuese igual que la altura de la vara misma. Sabiendo que Tales conocía los secretos de la geometría, no hacía falta que esperase a que los rayos de sol cayeran con una inclinación de 45º, pues la proporción geométrica puede establecerse sea cual sea la inclinación de los rayos, y por lo tanto, es indiferente de la longitud de la sombra de la vara).

También se le atribuye a Tales la medición por medio de triángulos de la distancia de los barcos en el mar, así como el uso por primera vez de los triángulos semejantes.

Es posible sin embargo que más que un geómetra genial, fuese un hábil recopilador.

En cualquier caso, por lo que Tales ha trascendido a la posteridad ha sido por su famoso teorema:

"Si tres o más paralelas son cortadas por dos transversales, dos segmentos cualesquiera de una de estas son proporcionales a los segmentos correspondientes de la otra."



$$\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF}$$

- **Pitágoras.**

Probablemente nació en el año 569 a.C. isla de Samos y murió en el siglo V a.C. en Crotona (Italia). Instruido en las enseñanzas de los filósofos de la Jonia, como Anaximandro y Tales, creó un sistema filosófico basado en las matemáticas y la geometría. Conocemos su obra a través de sus discípulos.

En su famoso teorema, estableció que en todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.

Este teorema, se sabe que era conocido por los agrimensores egipcios, que conocían las propiedades del triángulo de lados 3, 4 y 5. Hay quien piensa que en realidad, Pitágoras lo único que hizo fue generalizar las propiedades del triángulo anterior, por lo que es posible que en realidad, Pitágoras "tomara prestado" el teorema a los geómetras egipcios. (**Moreno Gallo I.** *Op.cit*)

- **Euclides.**

Vivió en el siglo III a.C. Su obra "Los Elementos" fue indiscutida hasta principios del siglo XX,

Sus 13 libros hablan de geometría plana, y hasta hace muy poco fue una referencia obligada en todos los tratados de matemáticas e ingeniería.

- **Apolonio de Perga.**

Vivió entre los siglos III y II a.C. En su tiempo fue considerado “el gran geómetra”, pues desarrolló todo un campo en la geometría cónica, además de otros muchos conceptos.

Son muy importantes sus estudios sobre homotecias, rotaciones, traslaciones, etc.

Se sabe que Apolonio conocía la proyección estereográfica de la esfera sobre el plano.

- **Arquímedes de Siracusa.**

A Arquímedes (287-212 a.C.) se le considera el antecesor de la ingeniería moderna, pues supo como nadie en su tiempo, trasladar a objetos concretos y tangibles, lo que hasta entonces no eran sino conceptos abstractos y elucubraciones cuasifilosóficas.

Sus enormes conocimientos le permitieron realizar numerosas demostraciones y descubrimientos. Por ejemplo, demostró que la superficie de la esfera es 4 veces la de uno de sus círculos máximos, calculó áreas de zonas esféricas y el volumen de segmentos de una esfera.

Asimismo demostró que el volumen de una esfera inscrita en un cilindro es $\frac{2}{3}$ del volumen del cilindro. Igualmente demostró que la superficie de esa esfera es $\frac{2}{3}$ de la superficie del cilindro.

Arquímedes fue verdaderamente el primero que hizo un cálculo serio del número π , aplicándole un valor de $3 + \frac{10}{71}$ lo que representa una aproximación con un error menor de una milésima.

No obstante, se dedicó con ahínco a la física aplicada, con aportaciones al conocimiento de las palancas, las poleas, el torno, la rueda dentada, el tornillo sinfín, y una serie de por lo menos 40 inventos, aparte de otros atribuidos, más o menos fantásticos, además de una aportación fundamental a la hidrostática, con su famoso Principio, que permite hallar la densidad de cualquier cuerpo, tomando como unidad la del agua.

Arquímedes, pese a ser enemigo de Roma, tenía tal fama, que era considerado como un valor positivo a conservar por parte del poder romano. El cónsul Marcelo, al expugnar Siracusa mandó respetar su vida, (según la tradición, fue asesinado casi por accidente) pese a que sus inventos fueron causa de que Roma no conquistara fácilmente la ciudad. (Salvando la distancia es algo parecido a lo que a finales de la II Guerra Mundial ocurrió con algunos científicos alemanes por parte de las potencias vencedoras, principalmente Estados Unidos.)

- **Eratóstenes.**

Nació en Cirene en el año 267 a.C. Realizó un cálculo asombrosamente exacto del tamaño de la tierra mediante trigonometría.

Según cuenta Cleómenes, Eratóstenes comprobó que en Assuán, al mediodía, el Sol se reflejaba en el fondo de los pozos, lo que indicaba que estaba sobre la vertical del lugar, mientras que en Alejandría, el mismo día del año, el Sol arrojaba sombra. Supuso que Assuán y Alejandría están sobre el mismo meridiano (en realidad distan 3°) y que el Sol estaba tan lejano de la Tierra que sus rayos llegaban paralelos.

Al medir la sombra en Alejandría en otro solsticio, comprobó que el cenit de la ciudad distaba $1/50$ de circunferencia, es decir, $7^{\circ}12'$ de Assuán.

Posteriormente estimó la distancia entre las dos ciudades en 5.000 estadios, de donde dedujo que la circunferencia de la Tierra era de 250.000 estadios, cifra que posteriormente elevó hasta 252.000.

Eratóstenes utilizó como media el estadio egipcio, que constaba de 300 codos de 0.524 m. Lo que da una circunferencia máxima de 39.614,4 Km. Si tenemos en cuenta que actualmente se considera a la Tierra con un círculo máximo de unos 40.008 Kms. Nos encontramos con que la cifra dada por Eratóstenes contenía un error menor del 1%.

Posteriormente esta cifra fue rebajada sensiblemente por Ptolomeo.

(Posiblemente esta rebaja en las cifras de Eratóstenes por parte de Ptolomeo fuera la causa de las reticencias que encontró Cristóbal Colón -que sin duda manejaba los datos de Ptolomeo- en las cortes europeas, pues pretendía llegar a Las Indias navegando hacia Poniente, mientras que los científicos portugueses e italianos estimaban más los datos de Eratóstenes y opinaban que en esa navegación hacia Poniente, el camino era más largo, lo que en realidad es cierto.)

Acueductos romanos de Hispania

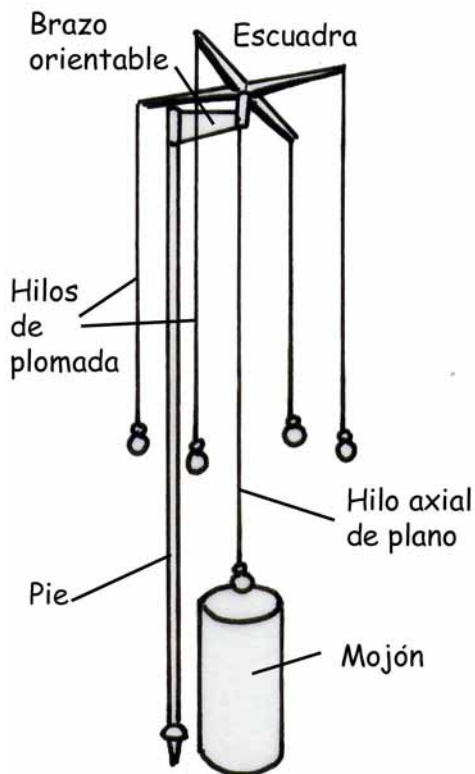
Con estos conocimientos de trigonometría plana y esférica, además de instrumentos de medida de suficiente precisión, los topógrafos romanos pudieron realizar acueductos de más de 100 Km, carreteras con alineaciones extraordinariamente largas, desecación de lagos mediante túneles, excavación de túneles de trazado sinuoso y pendiente constante, trasvases de canalizaciones, etc. Evidentemente, nada de esto pudo ser debido al azar, sino a una técnica constructiva muy esmerada, y una ciencia topográfica y trigonométrica muy exhaustiva.

- **Los instrumentos de medida**

Nos resulta un tanto complicado saber cuales fueron los instrumentos que los agrimensores y topógrafos romanos usaron, pues las descripciones que de ellos tenemos, en algunos casos son confusas, y desde luego, casi nunca están hechas con la precisión y exactitud que nos gustaría. No obstante, podemos enumerar la lista siguiente:

- ❑ **La cuerda.** Es sin duda uno de los elementos de medida más simples y sencillos. Para garantizar que fuese impermeable e indeformable, se le aplicaba una mezcla de cera y resina, y se la dejaba secar colgada con un peso. (*Isaac Moreno gallo. Op. Cit.*)
- ❑ **Decempeda o pértiga.** Usada para medidas de precisión. Tenía una longitud de 10 pies (de ahí viene el nombre). Era el elemento característico del agrimensor, hasta el extremo que a éste se le conocía también por el nombre de *decempedator*.
- ❑ **Odómetro.** Gracias a Vitruvio conocemos la descripción de este aparato. Sin duda se empleaba únicamente para medir grandes distancias en caminos. Consistía en un sistema de engranajes ajustado a un carro que iba soltando en un recipiente una pequeña bolita cada milla.
- ❑ **La groma.** Ha llegado hasta nosotros en forma de grabado en alguna esquila, además de aparecer una en las excavaciones de Pompeya. (**Adam J.P.** *La construcción romana. Materiales y técnicas*)

No era un instrumento que sirviera para medir, sino para trazar Perpendiculares sobre el terreno.



El instrumento tiene una cruz de cuatro brazos perpendiculares, e idénticos. De cada brazo cuelga una plomada. Estos cuatro hilos son los *perpendiculara* que forman dos a dos los planos visuales.

Para evitar el obstáculo del pie, la cruz va sobre un brazo orientable, y para que la escuadra pueda girar libremente, los brazos tienen una longitud superior al brazo móvil.

El pié tiene un extremo puntiagudo que se podría clavar en el terreno blando. En terreno duro habría que usar un trípode.

Para su uso, se clavaba en el suelo y a continuación se posicionaba la escuadra en función del eje principal definido o aún por definir.

Seguramente, y debido a su simplicidad y efectividad, la *groma* fue el instrumento fundamental inicial de los *mensores* de las legiones romanas para la realización de las parcelaciones, el trazado del *Kardo* y *Decumanus*, etc.

Solamente se respeta la orientación de las vías principales en dirección a los Puntos Cardinales en contadas ocasiones, por lo que es de suponer que los *libratores* o agrimensores hacían esencialmente una elección práctica.

Isaac Moreno Gallo destaca la imprecisión de este instrumento, debido al hecho de que los hilos de plomada son susceptibles de moverse con el viento.

Según esto la *groma* debe incluirse dentro del ritual que acompañaba al trazado de los diversos elementos de los nuevos emplazamientos. Los primeros geómetras pertenecían a la clase sacerdotal. Con la ley de las XII tablas, y el proceso de secularización que la acompañó, los agrimensores perdieron su carácter sacerdotal. Probablemente a partir de entonces la *groma* quedó mas para trazados "no profesionales".

Acueductos romanos de Hispania

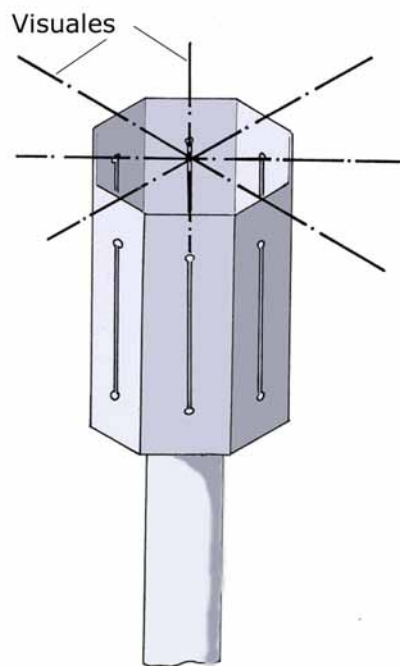
Frente a la triangulación, la *groma* presentaba resultados muy imprecisos, por lo que es muy probable que los grandes replanteos de carreteras o de acueductos se hicieran mediante triangulación.

- ❑ **El *gnomon*.** Se utilizaba para marcar la dirección norte por medio de la sombra
- ❑ **La *libra acuaria*.** Descrito vagamente por los autores clásicos. Estaría formado por dos tubos verticales de vidrio, unidos por la base, de manera que el conjunto tuviera forma de U. Serviría para marcar la dirección de la horizontal a pequeña escala.

- ❑ **La escuadra de agrimensor.** En realidad cumple las mismas funciones que la *groma* pero sin los inconvenientes de los hilos colgantes de plomada.

Básicamente sería un cilindro u octógono en el cual se habrían hecho unas ranuras en sus caras enfrentadas, de manera que se pudieran trazar alineaciones ortogonales y de 45°.

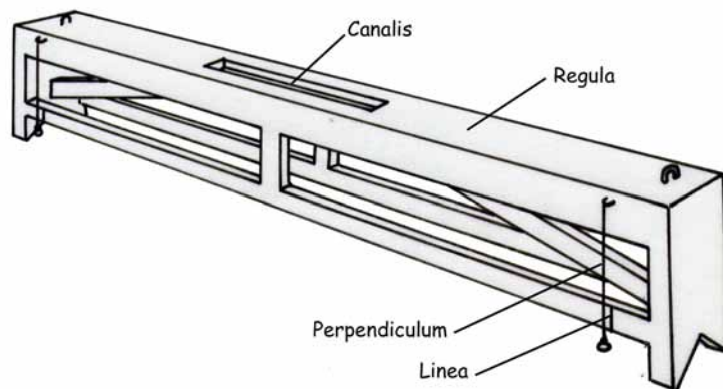
El aparato se estacionaría mediante un trípode, y la vertical se obtendría mediante pequeños niveles de plomada.



Acueductos romanos de Hispania

- **El Corobate.** Se deduce su construcción por la descripción de Vitruvio. Inicialmente se la presentaba como una regla de 20 pies de longitud (5,92 m.) sobre un pie central, pero tenía diversos inconvenientes.
 - No se podía nivelar sobre su eje longitudinal.
 - La nivelación se perdía cada vez que se giraba sobre el eje vertical.

Una interpretación posterior llevó a autores como Jean P. Adam a un *Corobate* con forma de mesa, aunque este diseño también plantea algunos inconvenientes.

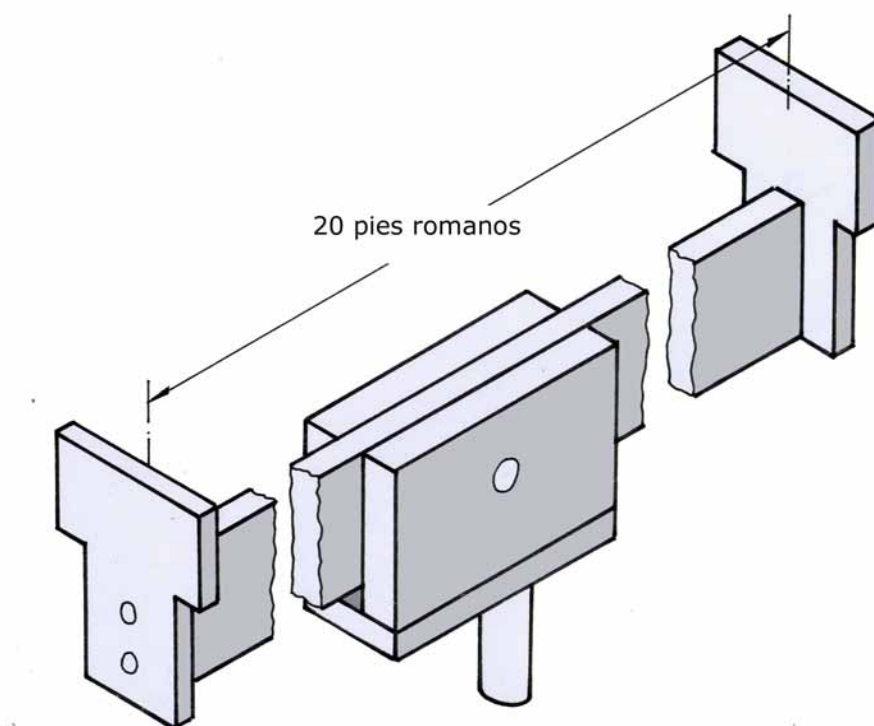


1. Su estacionamiento es muy difícil pues necesita ser asentado en tres patas.
2. No admite ningún giro.
3. Su excesiva longitud le hacía ser demasiado pesado e incómodo de manejar en terrenos escarpados, donde se supone que en ocasiones se usaba.
4. Una vez estacionado, no ofrece una visión limpia sobre el plano a trasladar.
5. Cualquier deformación en la madera (inevitable en una pieza tan grande), lo inutilizaría.

Acueductos romanos de Hispania

Isaac Moreno Gallo propone un nuevo tipo de *corobate* basado en un listón de 20 pies romanos, sujeto por un trípode basándose en el uso de la "niveletas". (Instrumentos en forma de cruz truncada en grupos de tres, auxiliado con el nivel de agua para poner en nivel los dos primeros, usadas a fines del siglo XI y principios del XX para el trazado de acequias y ferrocarriles. A fin de cuentas, estos instrumentos funcionarían como una especie de *corobate* "desmontable").

Para los extremos se colocan unas ménsulas transversales. La verticalidad de las mismas se comprueba por medio de plomadas y la horizontalidad por medio del nivel de agua.



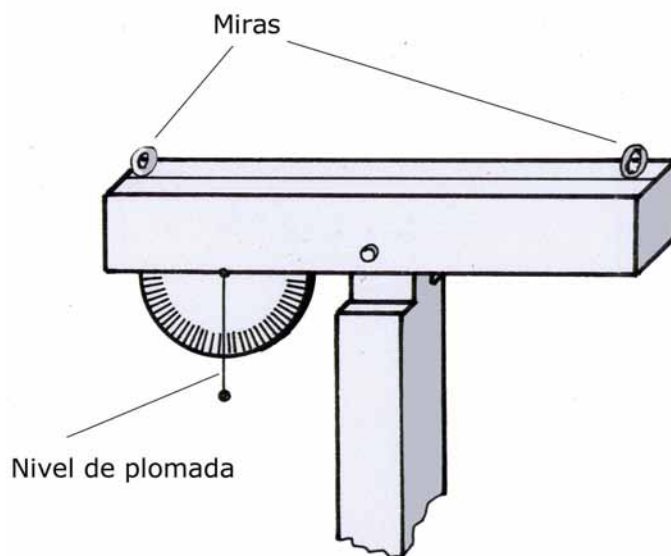
En este caso, si hay una deformación del listón, puede rectificarse por medio del nivel de agua.

Este instrumento, puesto en "competición" con instrumentos modernos, llega a ser suficientemente competitivo en distancias de hasta 70m. (siempre que el topógrafo tenga buena vista)
(**Moreno Gallo I.** *Op,Cit*)

- ❑ **La dioptra.** Este instrumento, básicamente es una alidada de pínulas que pueden desplazarse sobre un limbo graduado.

La dioptra servía para medir ángulos con precisión, tanto verticales como horizontales necesaria para las grandes parcelaciones, la triangulación en grandes superficies, etc.,

En nuestro caso representamos el esquema de una dioptra elemental que únicamente sirviera para medir ángulos verticales, necesarios para trazar pendientes homogéneas en los acueductos.

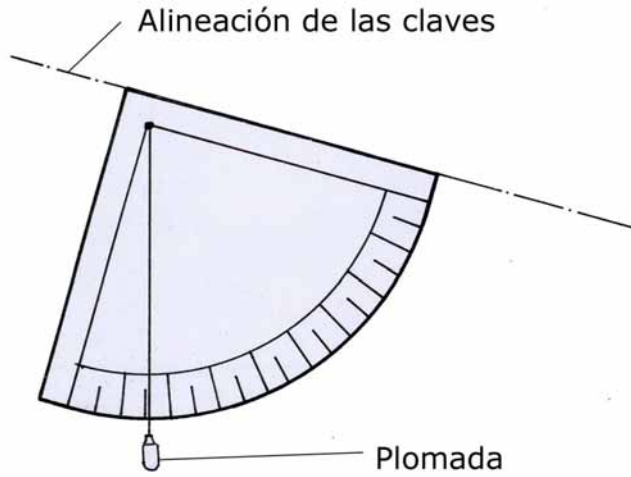


El aparato se nivelaría con dos hilos de plomada laterales, y se fijaría al terreno con un trípode.

El semicírculo graduado nos dará la lectura inmediata del ángulo de visión respecto de la horizontal que marcan las miras.

Acueductos romanos de Hispania

- **El Eclímetro.** Es un instrumento especial para construcciones subterráneas. Colocado sobre la línea de las claves de las bóvedas, indica la dirección de las pendientes.



• Las técnicas

En la antigüedad no existía nada comparable a nuestras escuelas de ingeniería. Es decir, el conocimiento teórico y técnico no se transmitía de una manera organizada, sino que se iba adquiriendo poco a poco basado en la propia experiencia y en la adquirida directamente por medio de algún maestro bajo cuyas órdenes, sin duda, el aprendiz hacía suyos una serie de secretos, recetas y fórmulas más o menos empíricas que le permitían sacar adelante la obra.

Lógicamente, salvo algunas cuestiones que podemos calificar de “universales” como el uso de *opus signinum* en los revocos que se pretendían impermeables, puede decirse que cada arquitecto, al margen de sus propias consideraciones artísticas, tenía un estilo propio de acometer la resolución de los problemas técnicos. Esta es sin duda la causa de que prácticamente no haya dos obras hidráulicas iguales en su concepción.

Lamentablemente no ha llegado hasta nosotros la base teórica que los arquitectos romanos emplearon para efectuar sus cálculos. Hemos tenido que reconstruirla a partir de las evidencias que han llegado hasta nosotros. Es una reconstrucción parecida a la que se efectúa cuando se quiere “volver hacia atrás” en algo aparentemente tan confuso como una partida de ajedrez.

Primeramente podemos estar seguros de que conocían perfectamente la trigonometría, que la habían heredado de los griegos, y estos a su vez de los egipcios (Los grandes impulsores de la trigonometría en la antigüedad).

Los resultados de sus construcciones y diseños avalan esto. Por ejemplo, el trazado de la vía *Aurelia* entre *Forum Aurelii* (Montalto di castro) y *Centum Cellae* (Civitavecchia) presenta un tramo de 50 Km perfectamente rectilíneo, o la centuriación de 80 Km de lado que se hizo al Oeste de Bolonia, sobre la vía *Aemilia*.

Incluso hoy es muy complicado trazar un canal de agua de entre 50 y 100 Km (caso muy frecuente en el mundo romano)

Asimismo, no cabe duda que tenían un sistema lo suficientemente preciso de representación en el plano, de los accidentes del terreno. Esto que puede parecer relativamente simple, es lo que nosotros en la actualidad conocemos como “sistema de representación de planos acotados”, y no es sencillo, si tenemos en cuenta que consiste en representar un objeto inabarcable para una persona, y de tres dimensiones (el terreno) en una superficie de dos (el plano), haciendo la proyección de tal forma que cualquier punto del terreno tenga su representación ortogonal en el plano, estando asimismo en todo momento acompañado por las indicaciones necesarias para saber o calcular cual es la cota o altura sobre el plano de referencia de cualquier punto.

Casi con toda seguridad, el diseño y el trazado de las carreteras fue donde los arquitectos aprendieron y aplicaron lo que posteriormente aplicaron en el trazado de canales.

Lo primero que hay que entender para saber la dificultad del trazado de los canales de agua por parte de los romanos es que por el hecho de que los instrumentos de medida que empleaban no tenían una precisión de fabricación comparable a la actual (la precisión del material escolar actual de medida sería impensable en el mundo romano), necesariamente, al efectuar medidas se cometían errores.

El sistema de mediciones que podían emplear plantea algunos problemas.

Por una parte la corriente que podía denominar "minimalista" que opina que la repetición de medidas va haciendo que los errores cometidos se vayan anulando, al ir compensándose, unos por defecto y otros por exceso.

Por otra parte está la corriente "maximalista" (a la que me adhiero) que opina que lo único que hace una repetición errónea de medidas es acumular los errores, pues éstos sólo se compensan entre sí cuando el aparato está perfectamente calibrado, y es el hombre el que unas veces interpreta la medida con error por exceso y en otras por defecto. Pero si el aparato tiene un error en un sentido, por exceso o por defecto (y es evidente que los aparatos de medida romanos lo tenían), este error se irá acumulando en las sucesivas mediciones, independientemente de que a causa de la intervención humana, esos errores sean unas veces mayores y otras menores, de modo que finalmente, la medida resultante será totalmente falsa.

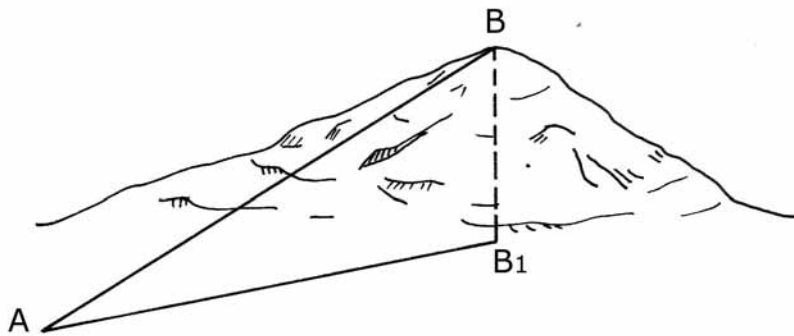
• Cálculos geométricos

No conocemos exactamente los cálculos que los arquitectos romanos debían realizar para hallar las diferentes alturas de los obstáculos geográficos que se encontrarían en el camino.

Sin embargo, dado el nivel de conocimientos matemáticos que sabemos que tenían, podemos razonar que los cálculos serían más o menos los siguientes:

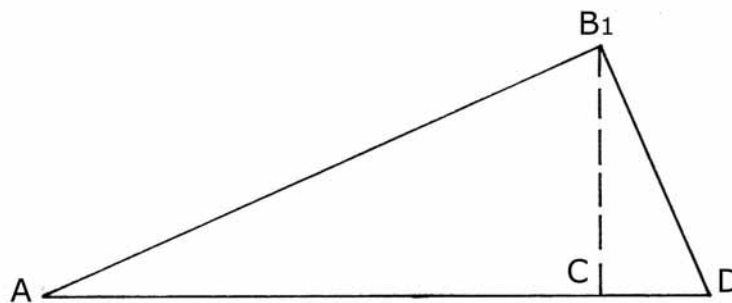
□ Cálculo de la cota de una montaña con ayuda de una escuadra de agrimensor.

La escuadra de agrimensor es un instrumento muy sencillo que básicamente sirve para trazar visuales perpendiculares entre sí (en realidad es como una *groma* pero sin el inconveniente de la incertidumbre creada por los hilos colgantes).



Consideramos la posición del observador estacionado en A, y queremos saber la cota de la montaña sobre el plano horizontal de proyección (B-B1).

Primero realizamos un cálculo en planta:



Acueductos romanos de Hispania

Suponemos conocido los segmentos A-C y C-D que están en el mismo plano horizontal que A.

El punto D se fija sobre una línea cualquiera que parte de A, con la condición de que el ángulo A, B₁, D sea recto. Posteriormente, sobre esa línea trazada, se halla el punto C, de manera que el segmento B₁-C sea perpendicular a la línea A-D.

Por semejanza de triángulos, tenemos:

$$\frac{B_1C}{AC} = \frac{CD}{B_1C} \quad \text{Según esto: } (CB_1)^2 = AC \cdot CD$$

Por otro lado, tenemos:

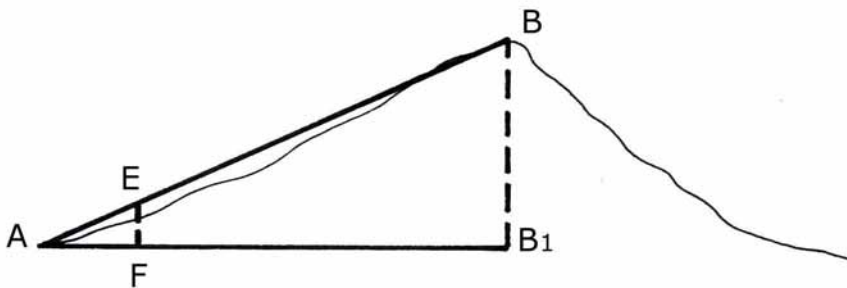
$$(AB_1)^2 = (B_1C)^2 + (AC)^2$$

$$(AB_1)^2 = AC \cdot CD + (AC)^2$$

Iguando las dos expresiones y despejando:

$$AB_1 = \sqrt{AC \cdot CD + AC^2} \quad \text{Que son todos valores conocidos}$$

Una vez conocido el valor del segmento AB₁ podemos ya averiguar la cota de la montaña sin más que hacer:



Suponiendo conocidos los segmentos AF y EF (Que pueden estar tan próximos al observador como sea necesario) tenemos por proporcionalidad de triángulos:

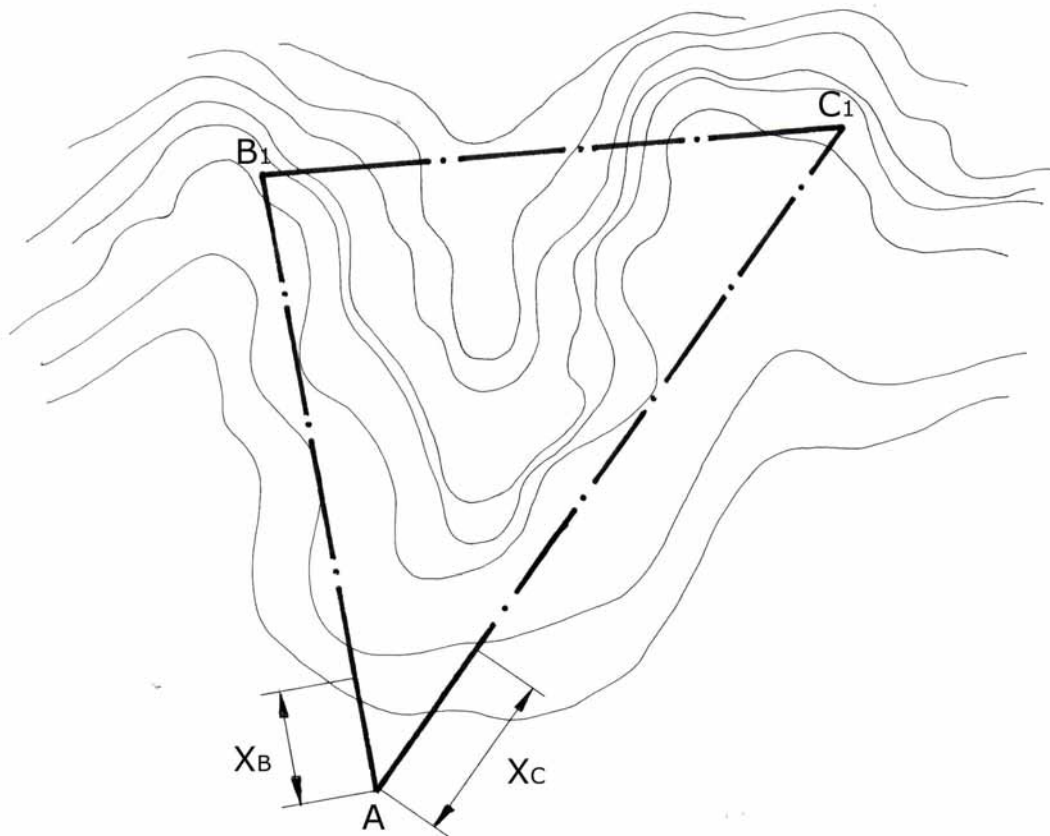
$$\frac{EF}{AF} = \frac{BB_1}{AB_1} \text{ y de aquí obtenemos: } BB_1 = \frac{AB \cdot EF}{AF}$$

Con lo que la cota del punto B ya nos resulta conocida.

- **Replanteo de una perforación en galería, en un terreno muy accidentado, y sin posibilidad de continuar el itinerario sobre la superficie.**

Tal vez sea este uno de los casos más complicados que se puedan presentar, teniendo en cuenta que hay que hallar dos puntos sobre el terreno de manera que desde uno no es posible realizar la visual sobre el otro.

Este procedimiento, realizado con una escuadra de agrimensor (para trazar ángulos horizontales) y una dioptra (para los verticales), permitiría acometer la perforación del túnel al mismo tiempo y por los dos extremos.

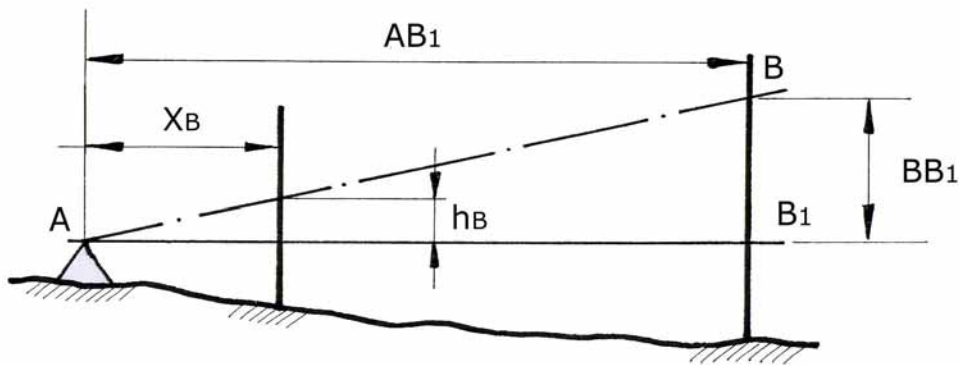


Acueductos romanos de Hispania

Consideraremos que los puntos B y C no son visibles uno desde el otro, sino por intermedio del punto A.

Lo primero que haremos será calcular las distancias desde el punto "A" a las proyecciones sobre el plano horizontal que pasa por A de los puntos B y C (Que se han representado con el subíndice 1).

Para ello nos servimos de otras distancias más pequeñas y fácilmente mensurables (X_C y X_B)



Por proporcionalidad de triángulos, tenemos:

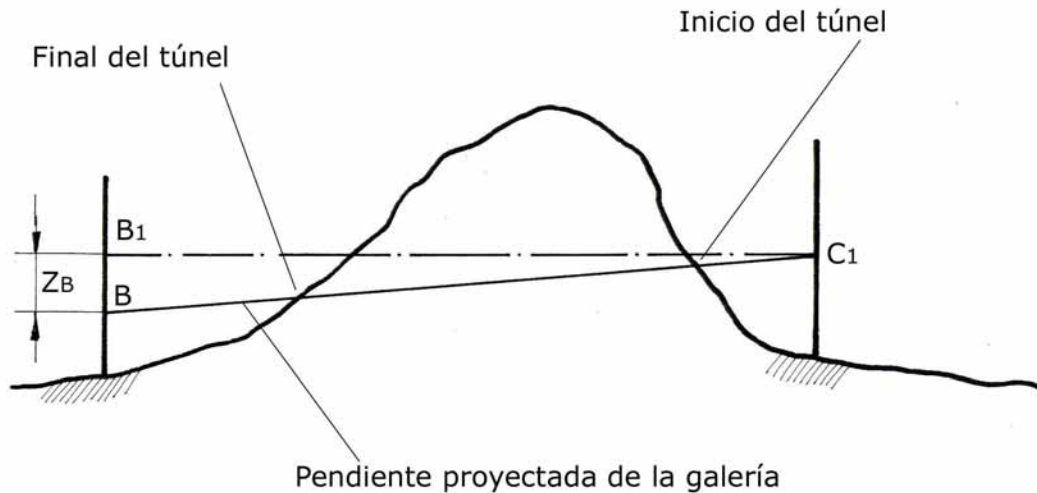
$$\frac{AB_1}{BB_1} = \frac{X_B}{h_B} \quad \text{de donde:} \quad AB_1 = \frac{BB_1}{h_B} X_B$$

Repitiendo los cálculos con el punto C, tendremos: $AC_1 = \frac{CC_1}{h_C} X_C$

Como el ángulo horizontal en A lo hemos medido al trazar las visuales (En esta caso hemos considerado un ángulo de 45°), ya podemos saber lo que mide el lado B_1C_1 del triángulo, así como los ángulos correspondientes a los puntos B_1 y C_1

Acueductos romanos de Hispania

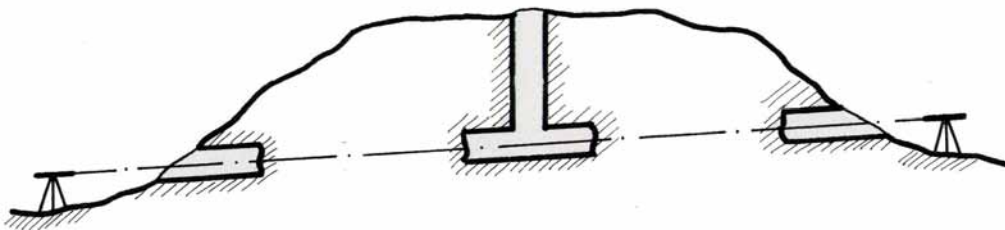
Una vez conocida esta distancia, así como los ángulos, con ayuda de una dioptra que mida ángulos verticales, podemos estacionarnos en los puntos B y C y trazar las visuales de un punto hacia el otro, que van a marcar la dirección del túnel a perforar.



Considerando que podemos conocer el punto inicial de excavación del túnel, podemos averiguar el punto final del túnel, de manera que se pueden iniciar los trabajos de excavación simultáneamente.

Análogamente se puede hacer el mismo replanteo desde un punto que esté en un lugar intermedio, y al que se haya podido llegar desde una perforación vertical.

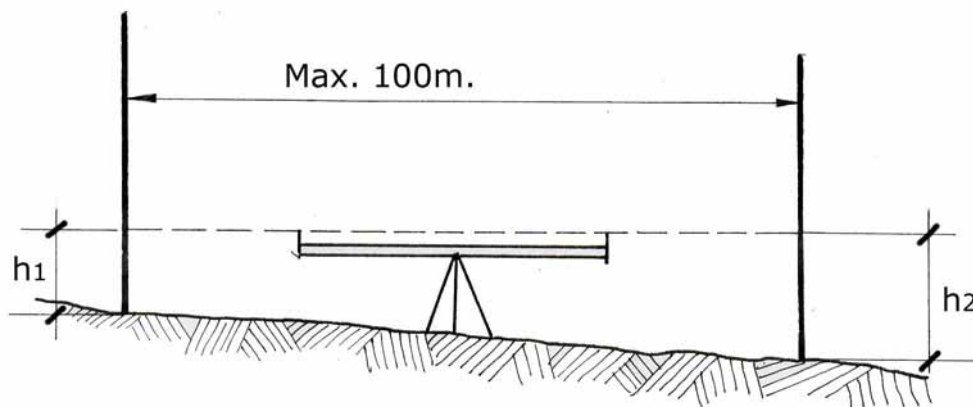
En este caso necesitamos conocer la profundidad que va a tener el pozo, para lo que emplearemos el procedimiento de cálculo de la cota de un terreno, ya explicado.



□ **Medición del terreno con el *corobate*.**

Cuando el terreno lo permitía, se podía medir la cota relativa de los diferentes puntos del terreno, con la única ayuda del *corobate*. Evidentemente, este es el caso más sencillo que podía plantearse, lo que no quiere decir que no se presentase con mucha frecuencia.

Lo más probable es que la pértiga usada tuviese algún tipo de marcador que permitiese señalar la cota puntual del terreno.



Una vez estacionado el *corobate*, y conocida la cota de un punto, (por ejemplo el correspondiente a la altura h_1 se puede calcular la cota de otro punto, sin más que hacer el cálculo $h_2 - h_1$ por lo que la cota de este segundo punto ya es conocida.

La cota final del recorrido, evidentemente será la suma de todas las cotas parciales con su signo.

Las mediciones con el *corobate* pueden hacerse con un máximo de 50 m. por cada lado, por lo que la distancia comparada puede ser aproximadamente de 100 metros.